

В. С. Борисова – магистрант кафедры менеджмента

М. Л. Кричевский (д-р техн. наук, проф.) – научный руководитель

ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛОВ ПРИ АНАЛИЗЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Понятие фрактала ввел около 30 лет назад французский математик Бенуа Мандельброт, основатель фрактальной геометрии. Фрактальная геометрия интенсивно развивается, находя приложение в самых разнообразных областях научного знания, где было предложено множество определений фракталов – от строго математических до метафорических. «Фракталы – это объекты (математические, природные или созданные человеком), которые мы называем неправильными, шероховатыми, пористыми или раздробленными, причем указанными свойствами фракталы обладают в одинаковой степени в любом масштабе. Можно сказать, что форма этих объектов не изменяется от того, рассматриваем мы их вблизи или издалека». Так пишет о фракталах сам Мандельброт в одной из последних работ [1]. Диапазон масштабов, где наблюдаются фрактальные структуры, простирается от расстояний между атомами в веществе до расстояний между скоплениями галактик во вселенной.

Первым свойством фракталов является их нерегулярность. Если фрактал описывать функцией, то свойство нерегулярности в математических терминах будет означать, что такая функция не дифференцируема.

Второе свойство гласит, что фрактал – это объект, обладающий свойством самоподобия. Это рекурсивная модель, каждая часть которой повторяет в своем развитии развитие всей модели в целом и воспроизводится в различных масштабах без видимых изменений.

Третье свойство фракталов определяет то, что фрактальные объекты имеют размерность, отличную от «евклидовой». Фрактальная размерность характеризует то, как объект или временной ряд заполняет пространство. Кроме того, она описывает структуру предмета при изменении коэффициента увеличения или при изменении масштаба предмета [2].

Отдельной, важной областью применения фракталов является анализ временных рядов: последовательностей измерения физических величин, упорядоченных по времени. На сегодняшний день хорошо известно, что фракталами являются графики реализаций чрезвычайно различных процессов, как стохастических (например, броуновское движение), так и детерминированных.

Неисчерпаемым источником экспериментальной информации является поведение экономических временных рядов, в частности, поведение цен акций и валют на мировых финансовых рынках. Фрактальный временной ряд изменяет масштаб статистически, во времени. Фрактальная размерность временного ряда измеряет, насколько изрезанным является этот временной ряд. Прямая линия должна иметь фрактальную размерность 1, равную ее евклидовой размерности. Временной ряд цен на активы представляет собой зазубренную линию. Она не одномерна, так как не является прямой, в то же время она и не двумерна, так как не заполняет плоскость. Таким образом, размерность финансового ряда находится между единицей и двойкой. Согласно ожиданиям фрактальная размерность случайного временного ряда составляет 1.5.

Существенным моментом данного подхода является наличие критического значения фрактальной размерности временной кривой, при приближении к которому система теряет устойчивость и переходит в нестабильное состояние и параметры быстро либо возрастает, либо убывает, в зависимости от тенденции, имеющей место в данное время. То есть фрактальная размерность определенной величины может использоваться как индикатор кризиса или «флаг» катастрофы.

На практике при исследовании фрактальных свойств динамических рыночных показателей фрактальную размерность ряда обычно не вычисляют, вместо нее проводят *R/S*-анализ (*rescaled range analysis*), то есть вычисляют показатель Херста, связанный с фрактальной размерностью следующим соотношением:

$$D = 2 - H,$$

где D – фрактальная размерность; H – показатель Херста динамической системы.

Проводя R/S -анализ, можно получить две полезные характеристики временного ряда: меру случайности динамического ряда и среднюю длину цикла. Средняя длина цикла – это время, которое необходимо системе для того, чтобы избавиться от влияния начальных условий. Этот показатель позволяет оценить инерцию движения ряда. Также показатель Херста позволяет проводить классификацию временных рядов по степени их случайности:

1. Если $H = 0.5$, то изучаемый временной ряд есть броуновское движение, наблюдения независимы и имеют распределение Гаусса.

2. Если показатель Херста лежит в промежутке от 0 до 1, но не равен 0.5, то ряд является фракталом и его поведение значительно отличается от случайных блужданий. При $H > 0.5$ события, происходящие сегодня, будут учитываться в динамике рынка завтра, т. е. рынок продолжает учитывать полученную информацию и некоторое время спустя после наступления события. Информационное влияние на рынок в этом случае продолжительно по времени и его нельзя сравнивать просто с автокорреляцией, так как в случае автокорреляции влияние информации быстро падает. Такое влияние хотя и ослабевает со временем, но гораздо медленнее, чем при кратковременных зависимостях.

По показателю фрактальности H также можно делать выводы о степени рискованности вложения в тот или иной актив:

1. При значении H , близком к 1, цены на рассматриваемый актив ведут себя более предсказуемо, поэтому риски, связанные с этим активом меньше;

2. При значении H , близком к 0, поведение цен более непредсказуемо и хаотично, поэтому выше риски, связанные с покупкой актива;

3. При $H = 0.5$ движение цен представляет собой случайное броуновское движение[3].

Таким образом, изучая фрактальные свойства, становится возможным различать и предсказывать важные особенности окружающих нас предметов и явлений, которые прежде, если и не игнорировались полностью, то оценивались лишь приблизительно. Анализируя фрактальные временные ряды и то, как на систему воздействуют внешние и внутренние факторы, можно научиться предсказывать поведение системы. И что самое главное, диагностировать и предсказывать нестабильные состояния.

Библиографический список

1. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. М.- Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2004. – с.256
2. Алмазов А.А. Фрактальная теория. Как поменять взгляд на финансовые рынки. - Обнинск: Экономическая литература, 2006. – с.209
3. Илющенко К., Михайлова Е. Время управлять рисками // Д'(Д-Штрих) № 1-2. 2009.