УДК 621.372

И. Г. Ханыков – магистрант кафедры вычислительных систем и сетей
Л. А. Мироновский (д-р техн. наук, проф.) – научный руководитель

МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ В ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Известны различные методы обнаружения и локализации параметрических дефектов динамических систем, например метод дублирования, метод избыточных переменных, тестовые методы. В этой работе рассматриваются константные параметрические дефекты динамических систем, приводящие к изменению коэффициентов передаточной функции системы на постоянную величину [1]. Ставится задача локализации однократных параметрических дефектов путем составления системы диагностических уравнений.

Для диагностирования используется подход к локализации параметрических дефектов, изложенный в работе [2]. Пусть линейная система с одним входом и одним выходом описывается уравнением:

$$y(p) = W(p) \cdot u(p), \tag{1}$$

где $W(p)$ – передаточная функция (ПФ) системы порядка m; $y(p)$, $u(p)$ – изображение по Лапласу входного и выходного сигналов.

Предполагается, что система состоит из нескольких блоков с известными передаточными функциями $W_1(p), \ldots, W_n(p)$. Тогда общая передаточная функция схемы может быть алгебраически выражена через них $W(p) = F(W_1, \ldots, W_n)$. Коэффициенты числителя и знаменателя общей ПФ α_k, β_l ($k = \overline{0, \ldots, m}$, $l < k$) будут являться функциями аналогичных коэффициентов блоков.

Связь коэффициентов блоков и коэффициентов общей ПФ можно записать в матричном виде:

$$A_i \cdot r_i = R, \quad i = \overline{1, \ldots, n}, \tag{2}$$

где R – вектор коэффициентов ПФ системы, r_i – вектор коэффициентов ПФ блока W_i, A_i – матрица связи коэффициентов i-го блока с коэффициентами α_k, β_l.

В случае однократного дефекта уравнения получаются линейными по каждому из параметров. Это справедливо как для систем автоматического управления, так и для электрических цепей.

Если в результате идентификации было установлено, что по причине изменения коэффициентов одного из блоков, изменилась ПФ всей схемы, то чтобы определить номер неисправного блока, для каждого из n матричных уравнений (2) выполняется проверка рангового критерия

$$rank[A_i, R] = rank A_i, \quad i = \overline{1, \ldots, n}, \tag{3}$$

где в качестве вектора R используется вектор идентифицированных коэффициентов ПФ $W(p)$.

Ранговый критерий имеет недостатки. Вследствие допустимых погрешностей равенство (3) может не выполниться. Вместо него будем подсчитывать нормы векторов невязки по формуле:

$$\|\delta_i\| = \|A_i r_i - R\| = \|(A_i A^+ - E)R\|,$$

где δ_i – вектор невязки, A^+ – псевдообратная матрица связи коэффициентов равная $(A^T A)^{-1} A^T$.

Неисправным считается тот блок, чья норма вектора невязки минимальна.

Пример 1. Пусть дана схема из трех блоков со своими передаточными функциями (см. рисунок 1).

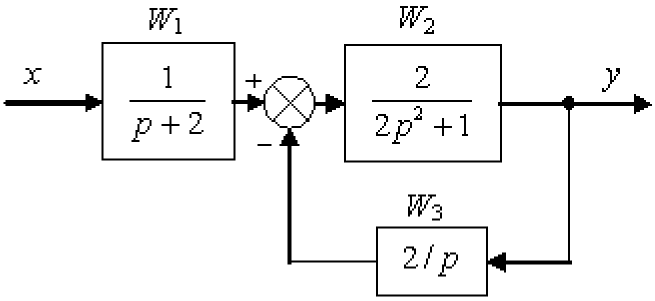

Рис. 1. Схема с тремя передаточными блоками

Номинальная ПФ схемы $W(p)$ равна $\dfrac{2p}{2p^4+4p^3+p^2+6p+8}$.

Проведенная процедура идентификации показала, что текущая ПФ отлична от номинальной:

$$W^*(p)=\frac{p}{2p^4+4p^3+p^2+4p+4}.$$

Для того чтобы установить, какой блок неисправен, составим векторы коэффициентов r_i для блоков схемы

$$r_1=(b_{10},a_{11},a_{10})=(1,1,2);\;\; r_2=(b_{20},a_{22},a_{20})=(2,2,1);\;\; r_3=(b_{30},a_{31})=(2,1).$$

Коэффициенты общей ПФ связаны с коэффициентами блоков уравнениями:

$$R_1=\beta_1=b_{10}b_{20}a_{31}=1,\; R_2=\alpha_4=a_{11}a_{22}a_{31}=2,\; R_3=\alpha_3=a_{22}a_{31}a_{10}=4,$$

$$R_4=\alpha_2=a_{11}a_{20}a_{31}=2,\; R_5=\alpha_1=a_{20}a_{31}a_{10}+b_{20}b_{30}a_{11}=4,\; R_6=\alpha_0=b_{20}b_{30}a_{10}=4.$$

Составляем три системы символьных и численных уравнений (2) по количеству блоков:

(сист.1)
$$\begin{array}{cc} \text{стр.}\backslash\text{стб.} & \begin{array}{ccc} b_{10} & a_{11} & a_{10} \end{array} \\ \begin{array}{c} R_1\\ R_2\\ R_3\\ R_4\\ R_5\\ R_6 \end{array} & \begin{bmatrix} b_{20}a_{31} & 0 & 0\\ 0 & a_{22}a_{31} & 0\\ 0 & 0 & a_{22}a_{31}\\ 0 & a_{20}a_{31} & 0\\ 0 & b_{20}b_{30} & a_{20}a_{31}\\ 0 & 0 & b_{20}b_{30} \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{10}\\ a_{11}\\ a_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1\\ \alpha_4\\ \alpha_3\\ \alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{10} & a_{11} & a_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{10}\\ a_{11}\\ a_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\\ 2\\ 4\\ 1\\ 4\\ 4 \end{bmatrix};$$

(сист.2)
$$\begin{array}{cc} \text{стр.}\backslash\text{стб.} & \begin{array}{ccc} b_{20} & a_{22} & a_{20} \end{array} \\ \begin{array}{c} R_1\\ R_2\\ R_3\\ R_4\\ R_5\\ R_6 \end{array} & \begin{bmatrix} b_{10}a_{31} & 0 & 0\\ 0 & a_{11}a_{31} & 0\\ 0 & a_{10}a_{31} & 0\\ 0 & 0 & a_{11}a_{31}\\ b_{30}a_{11} & 0 & a_{31}a_{10}\\ b_{30}a_{10} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{20}\\ a_{22}\\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1\\ \alpha_4\\ \alpha_3\\ \alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{20} & a_{22} & a_{20} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 2\\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{20}\\ a_{22}\\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\\ 2\\ 4\\ 1\\ 4\\ 4 \end{bmatrix};$$

$$
\text{(сист.3)}\quad
\begin{array}{c}
\textit{стр.}\backslash\textit{стб.}\\ R_1\\ R_2\\ R_3\\ R_4\\ R_5\\ R_6
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} b_{30} & a_{31} \end{array}\\
\begin{bmatrix} 0 & b_{10}b_{20}\\ 0 & a_{11}a_{22}\\ 0 & a_{22}a_{10}\\ 0 & a_{11}a_{20}\\ b_{20}a_{11} & a_{20}a_{10}\\ b_{20}a_{10} & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
\cdot\begin{bmatrix} b_{30}\\ a_{31}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \alpha_4\\ \alpha_3\\ \alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_0\end{bmatrix},\quad
\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} b_{30} & a_{31} \end{array}\\
\begin{bmatrix} 0 & 2\\ 0 & 2\\ 0 & 4\\ 0 & 1\\ 2 & 2\\ 4 & 0\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot\begin{bmatrix} b_{30}\\ a_{31}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 4\\ 1\\ 4\\ 4\end{bmatrix}.
$$

Проверка рангового критерия для каждого из блоков показала, что система 2 является совместной (см. таблицу 1). Присоединенный столбец R равен линейной комбинации столбцов матрицы связи A_2. Значит, в блоке W_2 имеется неисправный элемент. С добавлением нового столбца ранги прочих матриц коэффициентов связи увеличились.

Нормы векторов невязок предыдущего примера вышли равными $1.693,\ 0,\ 0.871$. Следовательно, неисправен блок с ПФ $W_2(p)$. Дополнительный анализ показывает, что числитель этого блок стал равным единице.

Таблица 1

Результаты рангового критерия

Блок W_1	Блок W_2	Блок W_3
>> rank(A1) 3	>> rank(A2) 3	>> rank(A3) 2
>> rank([A1,R]) 4	>> rank([A2,R]) 3	>> rank([A3,R]) 3

Основной недостаток изложенного подхода к локализации параметрических дефектов связан с необходимостью полной идентификации передаточной функции объекта для определения номера неисправного блока.

Для преодоления этого недостатка предлагается обойтись частичной идентификацией, определяя только коэффициенты знаменателя ПФ объекта. Если эти коэффициенты зависят не от всех физических параметров системы, то ее на время проверки можно охватить обратной связью. Тогда коэффициенты числителя попадают в знаменатель характеристического полинома ПФ. Это следует из формулы для ПФ $W_{зам}(p)$ замкнутой схемы:

$$
W_{зам}(p)=\frac{W(p)}{1+W(p)W_{OC}(p)}=\frac{\dfrac{B(p)}{A(p)}}{1+\dfrac{B(p)}{A(p)}\dfrac{B_{OC}(p)}{A_{OC}(p)}}=\frac{B(p)A_{OC}(p)}{A(p)A_{OC}(p)+B(p)B_{OC}(p)},
$$

где $W_{çàì}(p)$ – ПФ замкнутой системы; $A(p)$, $B(p)$ – числитель, знаменатель ПФ объекта $W(p)$; $A_{OC}(p)$, $B_{OC}(p)$ – числитель, знаменатель ПФ обратной связи $W_{OC}(p)$.

В результате становится возможным построение систем диагностических уравнений (2) без выполнения полной идентификации.

Пример 2. Пусть дана схема из трех блоков, показанная на рисунке 2.

Ее номинальная ПФ равна $\dfrac{12p+6}{5p^3+56p^2+161p+30}$.

После охватывания единичной обратной связью она принимает вид $\dfrac{12p+6}{5p^3+56p^2+173p+36}$.

Векторы коэффициентов r_i блоков схемы равны

$$
r_1=(b_{10},a_{11},a_{10})=(-9,1,2);\ r_2=(b_{20},a_{21},a_{20})=(11,1,6);\ r_3=(b_{30},a_{31},a_{30})=(6,5,1).
$$

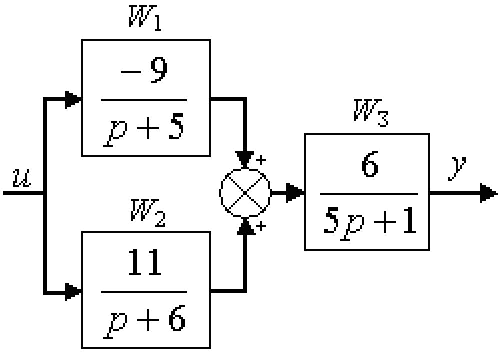

Рис. 2. Параллельно-последовательная схема

Частичная идентификация показала, что знаменатель отличен от номинального: $5p^3+56p^2+227p+360$. Чтобы выяснить номер неисправного блока, составим уравнения связи (2) без учета коэффициентов числителя:

$$\text{(Сист.1 для } W_1\text{)}\quad \begin{array}{c} стр.\backslash стб. \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{10} & a_{11} & a_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & a_{31}a_{21} & 0 \\ 0 & (a_{30}a_{21}+a_{31}a_{20}) & a_{31}a_{21} \\ a_{21}b_{30} & (a_{30}b_{20}+b_{20}b_{30}) & (a_{30}a_{21}+a_{31}a_{20}) \\ a_{20}b_{30} & 0 & (a_{20}b_{30}+b_{20}b_{30}) \end{bmatrix} \end{array} * \begin{bmatrix} b_{10} \\ a_{11} \\ a_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_0 \end{bmatrix},$$

$$\text{(Сист.2 для } W_2\text{)}\quad \begin{array}{c} стр.\backslash стб. \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{20} & a_{21} & a_{20} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & a_{31}a_{11} & 0 \\ 0 & (a_{30}a_{11}+a_{31}a_{10}) & a_{31}a_{11} \\ a_{11}b_{30} & (a_{31}a_{10}+b_{10}b_{30}) & (a_{30}a_{11}+a_{31}a_{10}) \\ a_{10}b_{30} & 0 & (a_{30}a_{10}+b_{10}b_{30}) \end{bmatrix} \end{array} * \begin{bmatrix} b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_0 \end{bmatrix},$$

$$\text{(Сист.3 для } W_3\text{)}\quad \begin{array}{c} стр.\backslash стб. \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{30} & a_{31} & a_{30} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & a_{21}a_{11} & 0 \\ 0 & (a_{21}a_{10}+a_{20}a_{10}) & a_{21}a_{11} \\ (a_{21}b_{10}+a_{11}b_{20}) & a_{20}a_{10} & (a_{21}a_{10}+a_{20}a_{11}) \\ (a_{20}b_{10}+a_{10}b_{20}) & 0 & (a_{30}a_{10}+b_{10}b_{30}) \end{bmatrix} \end{array} * \begin{bmatrix} b_{30} \\ a_{31} \\ a_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_0 \end{bmatrix}.$$

В численном виде системы 1-3 имеют вид

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{10} & a_{11} & a_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 0 & 31 & 5 \\ 6 & 72 & 31 \\ 36 & 0 & 72 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{10} \\ a_{11} \\ a_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 56 \\ 227 \\ 360 \end{bmatrix}; \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{10} & a_{11} & a_{10} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 0 & 26 & 5 \\ 6 & -29 & 26 \\ 30 & 0 & -49 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 56 \\ 227 \\ 360 \end{bmatrix}; \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} b_{30} & a_{31} & a_{30} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 11 & 1 \\ 2 & 30 & 11 \\ 1 & 0 & 30 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} b_{30} \\ a_{31} \\ a_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 56 \\ 227 \\ 360 \end{bmatrix}.$$

Результаты проверки рангового критерия (3) приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты рангового критерия примера 2

Блок W_1	Блок W_2	Блок W_3
>> rank(A1) 3	>> rank(A2) 3	>> rank(A3) 3
>> rank([A1,R]) 3	>> rank([A2,R]) 4	>> rank([A3,R]) 4

С добавлением нового столбца ранг матрицы связи блока $W_1(p)$ остался прежним. Векторы невязки дали результаты: $0,\ 0.6972,\ 1.0365$. Значит, искажен один из коэффициентов блока $W_1(p)$.

Заключение. Предложена новая модификация метода локализации параметрических дефектов в линейных системах, основанная на частичной идентификации ПФ системы и применении рангового критерия. Для реализации метода были разработаны необходимые функции на языке Matlab. Показано, что для обеспечения полноты контроля в тестовом режиме схему целесообразно охватывать дополнительной обратной связью.

Библиографический список

1. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем: Научное издание/СПб., 1998. 256с.: ил.
2. Парамонова Г.Г. Поиск неисправных компонент в линейных динамических системах. - Автоматика и телемеханика, 1985, № 6. с. 143.-148.