УДК 681.3.06

В. Е. Бевзик – магистрант кафедры компьютерной математики и программирования
Д. В. Богданов (канд. техн. наук, доц.) – научный руководитель

МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ МНОЖЕСТВА ПЛАНОВ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО ПРОЕКТА

В настоящее время под разработкой программной системы понимается комплекс взаимосвязанных мероприятий (действий), направленных на достижение цели – создания системы с заданными характеристиками качествами и в условиях ограниченных ресурсов. Комплекс взаимосвязанных мероприятий – некоторый технологический процесс, преобразующий ресурсы, выделенные на реализацию проекта, в конечный результат – надежную и качественную систему.

Технологический процесс достижения цели представляется как совокупность двух типов объектов реального мира – работ (операций, мероприятий, действий) и объектов. Под работой понимается некоторое преобразование, в результате которого из объектов, являющихся входными, формируется выходные объекты, представляющие результат выполнения данной работы. В качестве входных и выходных объектов могут выступать как осязаемые объекты (сырье, полуфабрикаты, материалы, промежуточные изделия, конечный продукт, компьютерная программа и т.д.), так и не осязаемые (требования к изделию, различного рода информация и т.д.). В процессе такого преобразования объекты и работы взаимодействуют друг с другом, достигая новых состояний. При этом выходные объекты (промежуточные результаты) одной работы могут выступать в роли входных для других работ, пока не будет получен результат, соответствующий цели. Описание структур моделей технологии и предметной области, являющейся формализованным представлением знаний о технологическом процессе и объекте разработки – программной системе, приведено в [2].

Модель плана (без учета ресурсов) формируется как результат взаимодействия моделей предметной области и технологии. Построение данной модели является предварительным этапом формирования спецификаций плана реализации проекта, на основе которой происходит распределение ресурсов. Основная цель данного этапа состоит в получении альтернативных вариантов плана, выполнение которого позволит создать сложную систему с заданными показателями качества. Здесь, под вариантом понимается некоторое множество операций (работ) с отношениями упорядоченности между элементами данного множества. Таким образом, модель плана (без учета ресурсов) является непосредственным источником информации, на основании которой происходит генерация альтернативных вариантов плана.

Спецификации работ, заключенные в модель плана (без учета ресурсов) используются для представления плана реализации проекта с учетом максимально возможного параллелизма. Кроме того, данные спецификации являются источником информации для формирования множества вариантов плана, т.е. некоторого множества альтернатив. Альтернативные последовательности операций возникают из-за наличия в модели плана отношения иерархии типа классификации, а также в возможности выбора альтернатив на множестве операций, подчиненных операции верхнего уровня отношением иерархии типа композиции и связанных между собой отношением упорядочивания. Для классификационного отношения, если не использовать избыточность в описании, элемент верхнего уровня определяется только одним элементом нижнего уровня. Исходя из этого, количество вариантов плана, которые можно синтезировать, будет не меньше, чем число элементов, входящих в классификационное отношение. Дополнительные варианты возможны вследствие того, что для композиционного отношения необходимо определить действия над всеми элементами нижнего уровня, связанными друг с другом отношением упорядоченности. В силу того, что для выполнения каждой операции необходимо время, то анализ временных характеристик операций, входящих в композиционное отношение позволяет получить дополнительные альтернативы. Процедура выбора единственной последовательности, являющейся прообразом будущего плана разработки, осуществляется на основе некоторого критерия, например минимального времени выполнения. Таким образом, на основе модели плана возможна генерация множества альтернативных последовательностей (списков) операций, требующих выполнения для реализации проекта.

В целях описания максимально возможного параллелизма в выполнении операций, определенных в модели плана, и обеспечения возможности автоматической генерации множества вариантов плана, применим аппарата сетей Петри. Сеть Петри, позволяющая моделировать динамику модели плана и применяемая для генерации возможных альтернативных последовательностей работ, должна удовлетворять следующим требованиям: включать понятие одновременности выполнения работ; описывать длительности выполнения работ в заданном масштабе времени; должна быть предусмотрена возможность иерархического представления выполняемых работ; в данной сети должна быть разрешима проверка на нулевую маркировку; должна быть разрешима проблема достижимости.

Для выполнения данных требований, преобразуем граф, описывающий модель плана, в иерархически временную сеть Петри. Для снижения сложности комбинаторных задач преобразование графа, представляющего модель плана, в сеть Петри данного вида будем осуществлять по фрагментам, включающим два соседних уровня иерархии. При этом отношения иерархии представляются иерархической сетью Петри [3], а отношение упорядоченности – временной СП. Временные сети Петри [5], являясь альтернативой синхронным сетям, позволяющим учитывать одновременность выполнения работ, обладают возможностью более точных оценок временных характеристик. Полученные временные характеристики вариантов плана (с учетом максимально возможного параллелизма) в последующем могут сравниваться по различным временным критериям.

Модель плана есть совокупность иерархически временных сетей Петри $C = \{C_0, C_1, \ldots, C_n\}$, где C_n – частная иерархически временная сеть Петри, представляющая два соседних уровня модели плана.

Определение 1. Каждая частная СП определяется как набор вида $C_i = \{P_i, T_i, I_i, O_i, M_{oi}, C_o, \lambda, T\}$, где P_i – множество позиций сети; T_i – множество переходов сети ($T_i = T^n \cup T^c$, где T^n - простой переход, T^c – составной переход); I_i – функция входов ($I_i : P_i \to T_i$); O_i – функция выходов ($O_i : T_i \to P_i$); M_{oi} – начальная маркировка сети; C_o – сеть верхнего уровня; T_i – функция времени ($\text{T}_i : T_i \to \text{N}$, где N- множество натуральных чисел);λ – функция иерархии (λ: $\text{T}^c \to \text{C}$), обладающая следующими свойствами:

- $\lambda(t_i) \neq \lambda(t_j)$ для всех $i \neq j$;
- существует только одна сеть C_o, для которой $\lambda(t_i) = C_o$;
- существует $C_j \in C : (C_j\ \lambda\ C_i)$, где $C_i \neq C_o$.

В [1] рассматриваются несколько моделей временных сетей Петри. В данной статье рассматриваются временные сети Петри с фиксированными длительностями срабатывания переходов Т, для которых задается неотрицательное целое число, определяющее задержку в срабатывании перехода. При этом срабатывание возбужденного перехода не является неделимым действием, а состоит из фазы активизации, срабатывания и окончания активности. Срабатывание отдельных переходов временной сети Петри привязывается к общесетевому времени. Все возбужденные и неконкурирующие переходы временной сети Петри должны начать свои срабатывания одновременно. Конкурирующие переходы - переходы, которые лишают друг друга условий возбуждения после своего срабатывания.

Каждому составному переходу частной сети Петри соответствует иерархическая сеть, заменяющая работу данного перехода на следующем уровне иерархии. По аналогии с временной сетью, срабатывание возбужденного составного перехода не является неделимым актом и состоит из фазы активизации, выполнения внутренней сети, деактивации.

Сопоставим вершины графа G_{MB}, описывающего модель плана, переходам сети Петри, а дуги – позициям. Множество переходов T иерархически временной сети Петри $T = T^c \cup T^n$, где T^n – простые переходы, а T^c – составные переходы. Множеству переходов $T = \{t_i\}$, не имеющих входных позиций, сопоставим множество позиций $p \in P'$ (стартовые позиции), так чтобы каждому переходу $t \in T$ соответствовала одна стартовая позиция $p \in P'$. По аналогии, множеству переходов $\{t_n\}$, не имеющих выходных позиций, определим позицию $p \in P''$, где P''- множество заключительных позиций.

Сформулируем условия возбуждения переходов иерархически временных сетей Петри.

1. Если $t_i \in T^c{}_i$, C_i является сетью самого высокого уровня, для t_i выполнены условия возбуждения простой сети Петри [5], t_i не является активизированным.
2. Если $t_i \in T^c{}_j$, C_j не является сетью высокого уровня, переход t_k такой, что $\lambda(t_k) = C_j$ является активизированным, для t_i выполнены условия возбуждения простой сети Петри, и t_i не является активизированным.
3. Если для перехода t_i выполнены условием возбуждения простой сети Петри и условие: $T_z \geq T_i$,где T_i – функция времени, T_z – время таймера, показывающего время нахождения маркера в фазе срабатывания перехода.

Условия 1 и 2 являются условиями возбуждения для иерархических сетей (составных переходов), а условие 3 – временных сетей.

Активизированные переходы деактивизируется, если: они не являются составными; в сети $\lambda(t)$ нет возбужденных и активизированных переходов.

Для моделирования динамики концептуальной модели плана, кроме условий возбуждения переходов, необходимо сформулировать правила изменения маркировки иерархически временной сети. Для этой цели найдем функцию изменения маркировки в простой сети Петри:

$$\alpha : M \times T \to M,$$
$$\beta : M \times T \to M,$$

где М – маркировка простой сети Петри; α (M_1, t) + M_2 – если M_2 получена из M_1 после той части срабатывания t, которая удаляет маркеры для входных позиций перехода t; $\beta(M_1, t) + M_2$ – если M_2 получена из M_1 после той части срабатывания t, которая добавляет маркеры в выходные позиции перехода t.

Активизация и прекращение активности перехода сопровождается сменой маркировки сети. После активизации перехода t_i маркировка M_{i1} сети преобразуется в маркировку M_{i2} , $M_{i2} + \alpha (M_{i1}, t_i)$. Деактивация перехода t_i приводит к смене маркировки M_{i1} сети на маркировку M_{i2} , $M_{i2} + \beta (M_{i1}, t_i)$ и, в случае, если t_i – составной переход, маркировка M_j в сети $C_j + \lambda(t_i)$ изменится на M_{oj}. Выполнение каждой сети изменяет ее собственную маркировку в соответствии с правилами простой сети Петри.

Перед началом моделирования, иерархически временная сеть Петри имеет маркировку M_0, называемой начальной. Если после срабатывания перехода t_i маркировка изменится на M_1, то M_1 называют непосредственно достижимой из M_0. Если M_1 непосредственно достижима из M_0 , а M_2 из M_1, то M_2 достижима из M_0. Множество всех маркировок иерархически временной сети, достижимых из M_0, обозначим как $R(C,M_0)$. Процесс изменения маркировок можно описать графом достижимых маркировок, представляющий собой ориентированный граф, множество вершин которого являются $R(C,M_0)$ и дуги, помеченная как t_i ,соединяют вершины, если M_1 непосредственно достижима из M_0.

Рассмотрим последовательность шагов перехода от модели плана к графу иерархически временной сети.

1. Преобразование графа G_{MB} , описывающего модель плана, в иерархическую сеть Петри, для чего сопоставим вершины графа G_{MB} переходам, а дуги – позициям, причем, если вершина графа имеет подчиненные вершины, связанные между собой отношением иерархии (дуга H_v), то ей соответствует составной переход, в противном случае – простой переход. В результате такого преобразования, графу G_{MB} , будет соответствовать сеть Петри $C=\{C_0, C_1,..., C_n\}$.
2. Из множества $C=\{C_0, C_1,..., C_n\}$ выбираются частные сети Петри, включающие только простые переходы. Данным сетям ставится в соответствие временные сети Петри.
3. Каждая временная сеть Петри преобразуется в простую сеть Петри с тем же графом и начальной маркировкой с целью анализа ограниченности.

4. В случае положительного результата (простая СП – ограничена), строится граф достижимости временной сети Петри и оцениваются временные характеристики, что возможно вследствие ацикличности модели плана.

5. Из множества $C=\{C_0, C_1,..., C_n\}$ выбираются частные сети Петри, включающие сложные переходы, содержащие одну из обработанных простых временных сетей и для каждой такой частной сети выполняются действия, соответствующие шагам 3 и 4.

6. Из множества $C=\{C_0, C_1,..., C_n\}$ выбираются частные сети Петри, включающие простые переходы и переходы, для которых построены графы достижимости и оценены временные характеристики. Для каждой такой частной сети выполняются действия, соответствующие шагам 3 и 4.

7. Если рассмотрены все частные сети Петри, то строится граф достижимости для сети верхнего уровня и рассчитываются временные характеристики сети в целом, что соответствует временным характеристикам модели плана.

Структура иерархически временной сети Петри полностью описывает модель плана. Наличие отношения иерархии типа классификации, а также отношений упорядоченности на множестве операций, входящих в композиционное отношение, вносящих избыточность в описание модели плана, позволяет решить задачу синтеза множества альтернативных вариантов плана.

Пусть позициям p_i сети сопоставлены дуги графа $G_{МВ}$, переходам t_i – соответственно вершины данного графа. Вершины графа, связанные с подчиненные вершины отношением иерархии типа классификации, представляются в сети конкурирующими составными переходами, а вершины, связанные с подчиненными вершины отношением иерархии типа композиции, составными переходами, между которыми вводятся позиции, соответствующие дугам отношения упорядоченности.

Зададим начальную разметку иерархически временной сети Петри в виде вектора запуска M_o (1,1,...,1) для всех $p \in P'$. Конечная разметка соответствует попаданию маркеров в позиции $p \in P''$. В этом случае цикл формирования варианта плана заканчивается. Каждое слово языка, порожденное данной сетью, будет содержать все переходы сети, т.е. будут учтены все операции, требующие выполнения. Количество циклов соответствует количеству конкурирующих переходов в сети. На основании выше изложенного можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. Иерархически временная сеть Петри, моделирующая вариант корректной модели плана, не содержит конкурирующих переходов.

Доказательство. Допустим, что во временной сети Петри, представляющей операции некоторого уровня иерархии модели плана, существуют конкурирующие переходы. Тогда, слово языка, порожденное данной сетью, не будет содержать все переходы, а следовательно, не будут учтены все работы, требующие выполнения. Следовательно, модель плана не является корректной, что противоречит условию утверждения. Конец доказательства.

Помимо использования временных сетей, имеется возможность представлять частные сети Петри, включающие только простые переходы, синхронными сетями. Синхронные сети можно использовать, если требуется выявление оценок, связанных с максимальным параллелизмом задачи. В таких сетях все разрешенные и не конфликтующие переходы срабатывают одновременно в том смысле, что из некоторой маркировки M_1 происходит переход в такую маркировку M_2, которая является результатом срабатывания всех разрешенных и не конфликтующих переходов в маркировке M_1. Дерево достижимости данной сети содержит информацию обо всех множествах переходов, способных выполниться одновременно и строится по аналогии с обычной сетью, за исключением того, что вместо одного перехода, изменяющего маркировку, рассматривается множество переходов.

Временные сети позволяют учитывать одновременность выполнения событий, а также получить более точные оценки свойств параллелизма. Временные сети предназначены для моделирования систем с конкретными временными характеристиками и позволяют оценить максимальное, минимальное, среднее время выполнения. Дерево достижимости для временной сети содержит конкретные значения времен срабатывания переходов, так как эти значения оказывают влияние на последовательность срабатывания временной сети. Граф достижимости временной сети позволяет представить не только множество достижимых маркировок, но и множество достижимых временных состояний в виде вектора состояния переходов. На основании графа легко могут быть построены временные диаграммы работ.

Рассмотренные выше модели временных сетей Петри, основанные на задании каждому переходу неотрицательного целого числа, определяющего задержку срабатывания данного перехода и методы расчета временных характеристик, обладают существенным недостатком: трудность установления конкретной задержки срабатывания перехода сети и, соответственно, расчет временных параметров. Устранить указанный недостаток можно задав каждому переходу сети, описывающей модель плана, следующие параметры: минимальное и максимальное время срабатывания.

Для получения временных характеристик выполнения всей сети целесообразно воспользоваться аппаратом интервальной арифметики [4]. При детальном рассмотрении данного аппарата просматриваются некоторые аналогии с вышесказанным. Так, минимальная величина срабатывания перехода выступает как нижняя граница интервального числа, а максимальная – как верхняя. Среднее значение срабатывания перехода определяется как середина интервального числа, т.е. полусумма концов интервального числа.

При такой постановке, функция времени частной иерархически временной сети Петри задается в виде $T_i : T_i \rightarrow A_i$, где T_i – переход сети; $A_i \in I(R)$, $I(R) = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$, $A_i = [a_i', a_i'']$, A_i – интервальное число, a_i' – минимальное время срабатывания перехода, a_i'' – максимальное время.

Одной из основных операций, выполняемых над интервальными числами при оценке времени работы всей сети является операция сложения. Так сумма интервальных чисел, определяющих задержку срабатывания простых переходов, является интервальным числом, характеризующим время срабатывания составного перехода. Напомним, что в [4] данная операция определяется как $A+B = [a',a''] + [в',в''] = [a'+в', a''+в'']$, обладающая свойствами ассоциативности и коммутативности.

Основным свойством интервальной арифметики является свойство монотонности по включению. Приведем основную теорему интервальной арифметики, вытекающую из свойства монотонности, определенную в [4].

Теорема. Если $F(X_1, X_2,..., X_n)$ является рациональным выражением от конечной комбинации интервалов $X_1, X_2,..., X_n$ и конечного набора постоянных интервалов, между которыми определены интервальные арифметические операции, то из $X^{(1)}_i \subset X^{(2)}_i$, $i = \{1,2,..,n\}$ следует $F(X^{(1)}_1, X^{(1)}_2, ..., X^{(1)}_n) \subset F(X^{(2)}_1, X^{(2)}_2, ..., X^{(2)}_n)$ при любом наборе интервальных чисел $X^{(2)}_1, X^{(2)}_2, ..., X^{(2)}_n$, для которого интервальные арифметические операции в выражении имеют смысл.

Символ включения в интервальной арифметике обозначает не обязательно строгое включение, а допускает равенство интервалов.

В случае отсутствия конкурирующих переходов во временной сети, интервальные числа, определяющие задержку срабатывания простых переходов, монотонны по включению к сумме, являющейся интервальным числом, характеризующим время срабатывания составного перехода. Длительность критического пути в данном случае выступает как время срабатывания составного перехода и является интервальным числом.

Утверждение 2. Длительность критического пути, определяемого как сумма значений нижних границ интервальных чисел, характеризующих время срабатывания переходов иерархически временной сети, не содержащей конкурирующих переходов, монотонна по включению к длительности пути для значений верхних границ данных интервальных чисел, т.е. выполняется следующее $\tau (X^{(1)}_n) \subset \tau (X^{(2)}_n)$, где $\tau (X^{(1)}_n)$ – длительность работы сети при нижних значениях интервальных чисел; $\tau (X^{(2)}_n)$ – длительность работы сети при верхних значениях интервальных чисел.

Доказательство. В силу основной теоремы интервальной арифметики данное утверждение для случая отсутствия конкурирующих переходов очевидно, так как длительность критического пути является рациональным выражением от интервальных чисел, характеризующих длительности срабатывания переходов и операции сложения на данном множестве чисел.

Предположим, что в сети имеются конкурирующие переходы. В данном случае граничные оценки времени срабатывания перехода не будут оказывать непосредственного воздействия на длительность критического пути всей сети, т.е. возникнет ситуация, когда $\tau (X^{(1)}_n) \not\subset \tau (X^{(2)}_n)$.

Данное предположение противоречит утверждению 1.

Оценка временных характеристик сети осуществляется по графу достижимости иерархически временной сети Петри. При этом каждая компонента $A(t_i)$ вектора активности **A** представляется интервальным числом. Методика расчета временных характеристик с использованием интервальных чисел аналогична приведенной выше.

Библиографический список

1. Бестужева Н.И., Руднев В.В. Временные сети Петри. Классификация и сравнительный анализ. Автоматизация и телемеханика. 1989г. N6. 56-62 с.
2. Богданов Д.В., Мазаков Е.Б., Неилко О.Б., Чекинов С.Г. Модели и алгоритмы концептуального проектирования автоматизированных систем управления. Москва, Компания Спутник, 2004, 78-87 стр.
3. Игнатьев М.Б., Фильчаков В.В., Осовецкий Л.Г. Активные методы обеспечения надежности алгоритмов и программ. СПб: Политехника. 1992г. 288с.
4. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. - Новосибирск: Наука, 1986. - 223 с.
5. Котов В.Е. Сети Петри. - М.: Наука, 1984, - 158 с.

Статья рекомендована к публикации в сборнике
«Научная сессия ГУАП 2012 г.»

Заведующий кафедрой № 43
д-р техн. наук, проф. В. И. Хименко

Научный руководитель
канд. техн. наук, доцент Д.В. Богданов

Автор

Контактная информация
Тел. 8 921 188 2797
vikdet@gmail.com