

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

---

На правах рукописи

Михайлов Николай Викторович

АВТОНОМНАЯ НАВИГАЦИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Специальность 05.12.14 – Радиолокация и радионавигация

Диссертация на соискание учёной степени  
доктора технических наук

Санкт-Петербург - 2015

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>4</b>
<b>1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ</b> .....	<b>20</b>
1.1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ .....	20
1.2 ЗНАЧЕНИЕ И РОЛЬ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ В ОСВОЕНИИ КОСМОСА .....	21
1.3 ИОНИЗИРУЮЩЕЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В КОСМОСЕ ( [20]) .....	29
1.4 ВОЗДЕЙСТВИЕ ИОНИЗИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА АППАРАТУРУ СПУТНИКОВОГО БАЗИРОВАНИЯ.....	35
1.5 РАДИАЦИОННАЯ СТОЙКОСТЬ ЭЛЕМЕНТНОЙ БАЗЫ ПРИЕМНИКОВ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ .....	43
1.6 ОСОБЕННОСТИ КОСМИЧЕСКОГО БАЗИРОВАНИЯ ПРИЕМНИКОВ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ .....	46
1.7 ТРЕБОВАНИЯ К БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ.....	78
1.8 НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, КОТОРЫЕ НУЖНО РЕШИТЬ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ БОРТОВОЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ .....	79
1.9 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 1 .....	80
<b>2 РАЗРАБОТКА АРХИТЕКТУРЫ БОРТОВОЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ.....</b>	<b>82</b>
2.1 АППАРАТНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МНОГОКАНАЛЬНОГО КОРРЕЛЯТОРА.....	82
2.2 ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МНОГОКАНАЛЬНОГО КОРРЕЛЯТОРА .....	95
2.3 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 2 .....	131
<b>3 РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ</b> .....	<b>133</b>
3.1 МЕТОДЫ ПОИСКА СИГНАЛОВ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ .....	133
3.2 МЕТОДЫ СЛЕЖЕНИЯ ЗА СИГНАЛАМИ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ.....	165
3.3 ПРИЕМ СИМВОЛОВ НАВИГАЦИОННОГО СООБЩЕНИЯ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ .....	188
3.4 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 3 .....	198
<b>4 РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ</b>	<b>201</b>
4.1 ОСОБЕННОСТИ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ В БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ .....	201
4.2 ОБЗОР МЕТОДОВ НАВИГАЦИИ СТАЦИОНАРНОГО ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ.....	204
4.3 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ.....	210
4.4 МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СИГНАЛОВ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ.....	221
4.5 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ РАЗРАБОТАННОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ СИГНАЛОВ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ.....	254
4.6 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 4 .....	268
<b>5 РАЗРАБОТКА МЕТОДА АВТОНОМНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ</b> .....	<b>270</b>
5.1 ЗАДАЧА АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ ГРУППЫ СПУТНИКОВ.....	270
5.2 ПРИНЦИПЫ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ПО СИГНАЛАМ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ .....	273
5.3 ОСОБЕННОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ .....	285
5.4 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ .....	288
5.5 МЕТОД ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ .....	291
5.6 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ РАЗРАБОТАННОГО МЕТОДА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ ..	327
5.7 ВЫВОДЫ ПО РАЗДЕЛУ 5 .....	348
<b>6 РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОЛОГИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ БОРТОВОЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ В БАСН MOSAIC GNSS.....</b>	<b>351</b>
6.1 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ .....	351
6.2 АРХИТЕКТУРА MOSAICGNSS .....	351
6.3 ХАРАКТЕРИСТИКИ MOSAIC GNSS.....	362

6.4	РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ В КОСМИЧЕСКИХ ПОЛЕТАХ .....	364
6.5	Вывод по разделу 6 .....	370
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>		<b>372</b>
<b>ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ.....</b>		<b>374</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>		<b>377</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А ПРИРАЩЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ, ФОРМУЛА ЦИОЛКОВСКОГО .....</b>		<b>400</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б МИНИМАЛЬНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К БОРТОВОЙ АППАРАТУРЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ .....</b>		<b>403</b>

## **Введение**

### **Актуальность и степень разработанности темы исследования**

Навигация искусственных спутников Земли (ИСЗ) традиционно осуществляется при помощи контрольных станций слежения (КСС). На Земле создается сеть территориально разнесенных КСС, которые проводят высокоточные измерения текущих параметров движения ИСЗ. Результаты измерений собираются в центре управления, где производится расчет параметров орбиты и осуществляется прогноз движения ИСЗ.

Существует большой положительный опыт обеспечения навигации ИСЗ сетью наземных станций траекторных измерений. Тем не менее, имеются сложности в применении этой сети. Сеть наземных станций России размещена на ограниченной территории и не может обеспечить проведение измерений в любой точке орбиты. Поддержание, развитие и эксплуатация наземного сегмента управления составляют значительную часть стоимости космических проектов. Навигационное планирование и контроль орбиты требуют значительных трудозатрат квалифицированного персонала. Если в зоне видимости одной КСС находится несколько спутников и для каждого из них нужно осуществлять планирование и контроль, задача становится не только сложной даже для опытных инженеров, но и возникает существенный риск ошибки, которая может привести к нежелательным отклонениям от орбиты и даже к потере спутников.

Таким образом, использование КСС имеет ряд существенных недостатков, к которым относят:

1. высокие затраты на создание и обслуживание КСС;
2. невозможность маневра спутника вне зоны видимости КСС;
3. значительное время на подготовку маневров ИСЗ и невозможность автоматизированных маневров.

Навигация ИСЗ, осуществляемая на борту спутника автономно, т. е. независимо от КСС, лишена вышеуказанных недостатков навигации с использованием наземных станций.

Принципиальное отличие автономной навигации от методов, использующих наземную инфраструктуру, в том, что по определению ИСЗ с автономной навигацией требуют минимального взаимодействия с КСС. При использовании автономной навигации основная часть навигационных задач решается на борту ИСЗ. Спутники в любой момент могут определять собственное местоположение и самостоятельно управлять бортовой аппаратурой без долгосрочного прогноза своего движения.

Преимущества автономной навигации отражены в российском радионавигационном плане [1]: «Для перспективных КА (космических аппаратов) различного целевого назначения предусматривается значительное повышение эффективности решения целевых задач с одновременным повышением автономности их функционирования. Это вызывает резкое возрастание требований к навигационному обеспечению (НО) КА, которые не могут быть обеспечены традиционными наземными средствами НО и требуют использования бортовых средств НО».

Традиционно средствами автономной навигации являлись инерциальные навигационные системы, чувствительные элементы которых, измеряя приращения углов и линейной скорости, позволяют определить все параметры ориентации и навигации. Однако любой, даже самой высокоточной инерциальной системе присуще накопление погрешностей траекторных измерений с течением времени. Накопление погрешностей приводит к тому, что работа инерциальных средств без коррекции не удовлетворяет требованиям по точности.

Решению задач автономной навигации ИСЗ посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных исследователей, среди которых выделяется монография [2], в которой рассматриваются методы решения задачи автономной навигации, методы обработки навигационной информации, методы оценивания достижимых показателей точности. В этом научном труде рассмотрены не только традиционные инерциальные, но и такие перспективные бортовые системы, как система навигации по магнитному полю Земли и системы, основанные на использовании орбитальных ориентиров и протяжённых наземных ориентиров.

Важно отметить, что авторы работы [2] указывают на то, что в их книге рассмотрены системы, созданные или исследованные в эпоху, предшествующую вводу в строй спутниковых радионавигационных систем. Такое упоминание спутниковой радионавигации как новой эпохи в создании навигационных систем для ИСЗ не случайно. Применение спутниковых радионавигационных систем (СРНС) привело к качественно новому уровню навигации наземных, воздушных и морских объектов за счет повышения точности, доступности, надежности и достоверности навигационной информации. Аналогичное повышение качества навигации ожидается от применения аппаратуры потребителей СРНС на борту ИСЗ. Согласно российскому радионавигационному плану [1] «навигационные приемники ГНС ГЛОНАСС становятся неотъемлемой частью бортового комплекса управления (БКУ) КА, информация от которых используется как для уточнения орбитальных параметров движения центра масс (ПДЦМ) КА, но и для планирования целевых задач в БКУ».

От внедрения СРНС на спутниках можно ожидать значительное снижение стоимости, потребляемой мощности и массы, а также расширение спектра выполняемых задач. Расширение спектра выполняемых задач достигается за счет того, что аппаратура потребителей СРНС способна без связи с наземными станциями определять в реальном масштабе времени не только местоположение ИСЗ, но и его скорость, угловое положение (ориентацию), точное время и расстояние до других спутников. Эти данные можно использовать при автономном планировании маневров и для удержания спутника на орбите, что существенно уменьшает эксплуатационные расходы. Среди других преимуществ СРНС, обеспечивающих бортовую автономию, отметим автономное временное обеспечение ИСЗ и автономное определение пространственной ориентации спутников. Таким образом, аппаратура потребителей СРНС, предназначенная для использования на борту ИСЗ, позволяет существенно повысить эффективность эксплуатации спутников за счет решения навигационной задачи без участия наземных систем управления. Мы будем называть аппаратуру потребителей

СРНС, предназначенную для использования на борту спутников, бортовой аппаратурой спутниковой навигации (БАСН).

На сегодняшний день как в России, так и за рубежом, накоплен богатый опыт проектирования и применения спутниковой радионавигации. Аппаратура потребителей, использующая американскую СРНС GPS и российскую СРНС ГЛОНАСС широко применяется сегодня для навигации наземных, воздушных и морских объектов. Однако создание БАСН является сложной научно-технической задачей, поскольку существующие СРНС не предназначены для использования на борту ИСЗ. Использование радионавигационных приемников на борту космических кораблей не получало развития по ряду причин. В их числе отсутствие опыта разработки БАСН у предприятий космической отрасли и сосредоточение носителей инженерно-технического ноу-хау на рынке аппаратуры спутниковой навигации массового применения. Но основной причиной, по которой БАСН пока не стала аппаратурой массового применения, является сложность научно-технических задач, которые нужно решить проектировщикам БАСН. Для создания БАСН необходимо решение задач радионавигации, статистической радиотехники, микроэлектроники, цифровой обработки сигналов и астрономии. Решение этих задач требует методологии проектирования БАСН. Методология проектирования БАСН должна представлять собой применяемый одновременно и во взаимной связи набор методов проектирования архитектуры БАСН, первичной и вторичной обработки сигналов в БАСН, а также методов решения задачи относительной навигации при помощи БАСН.

Таким образом, сложилась ситуация, при которой эффективность эксплуатации спутников оказывается весьма низкой. Под эффективностью эксплуатации следует понимать эксплуатационные расходы, стоимость спутников и их массу, спектр выполняемых задач и ряд других показателей.

Следовательно можно сформулировать в следующем виде **крупную научную проблему**, требующую решения. Это проблема повышения эффективности эксплуатации спутников за счет решения навигационной задачи без участия наземных систем управления путем применения БАСН. Для решения

этой проблемы необходима разработка методологии проектирования БАСН и создание БАСН на основе этой методологии. Разработка методологии проектирования БАСН и создание БАСН открывает новую эру в освоении околоземного пространства. При этом обеспечивается высокоточное предсказание следа спутника на поверхности Земли и управление орбитой по заданному закону, что существенно снижает стоимость маневров. БАСН позволяет решить задачи предупреждения столкновений и минимизации нежелательного радиочастотного взаимодействия между спутниками за счет реализации планирования маневров и раннего упреждения. Использование автономной навигации при помощи БАСН обеспечивает уменьшение потребления ракетного топлива как при удержании спутника на орбите, так и при перестроении на орбите по разным причинам. Кроме того снижается стоимость и масса спутника за счет уменьшения размеров двигателей малой тяги и упрощения системы контроля и поддержания орбиты. Наконец, при использовании БАСН конечному потребителю может поставляться информация уже с набором эфемерид ИСЗ, что обеспечивает планирование научных исследований на основе знания, где и при каких условиях будут видны спутники.

Таким образом, разработка методологии проектирования БАСН и создание БАСН на основе этой методологии имеют важное хозяйственное значение.

В настоящее время методологии проектирования БАСН не существует не только в России, но и за рубежом, что определяет актуальность темы исследования диссертации. Актуальность задачи создания БАСН также определяется политическими аспектами. Исследователи из немецкого авиакосмического агентства отмечают экспортные ограничения на американские радионавигационные приемники космического базирования, проблемы с документацией и высокие затраты на их внедрение [3]. Если даже близкие союзники США озабочены созданием собственной технологии автономной навигации космических кораблей на основе СРНС, то российским ученым и российской промышленности и подавно необходимо в ближайшее время проектировать и производить отечественные БАСН.



Отдельные аспекты создания БАСН рассматривались в работах российских [4,5] и зарубежных авторов [3,6,7]. Следует, однако, сказать, что в перечисленных работах и исследованиях затрагиваются, как правило, лишь отдельные аспекты автономной навигации при помощи СРНС, не учитываются, например, такие сложности как взаимосвязь архитектуры приемника с методами первичной и вторичной обработки сигналов СРНС. Достаточно заметить, что до настоящего времени разработчики не имеют полноценного методического аппарата для проектирования БАСН. Таким образом, созрела необходимость создания методологии проектирования БАСН.

Указанные выше положения делают актуальной **проблему повышения эффективности эксплуатации искусственных спутников Земли путем применения БАСН за счет разработки методологии проектирования БАСН и создания БАСН на основе этой методологии**. Ее решению посвящена данная диссертационная работа.

**Цель диссертационной работы** – решение проблемы повышения эффективности эксплуатации искусственных спутников Земли при помощи СРНС на основании разработки методологии проектирования и технических средств, позволяющих решить навигационную задачу без участия наземных систем управления.

Для достижения сформулированной цели необходимо решить следующие **задачи диссертационной работы**:

1. Разработка архитектуры приемника спутниковой навигации на базе программного коррелятора, реализуемой на вычислительной платформе с низкопроизводительным центральным процессорным устройством (ЦПУ).
2. Разработка методов первичной и вторичной обработки сигналов СРНС, которые позволяют снизить требования к производительности ЦПУ.
3. Разработка методов первичной обработки сигналов СРНС, которые обеспечивают обнаружение сигналов в условиях широкого диапазона изменения доплеровского смещения частоты, а также обеспечивают

слежение за задержкой огибающей и фазой несущей частоты сигнала в условиях высокого уровня внутрисистемных помех.

4. Разработка метода вторичной обработки сигналов СРНС, который не предъявляет высоких требований к взаимному геометрическому расположению спутника-потребителя и навигационных спутников, в том числе обеспечивающего решение навигационной задачи в условиях, когда в зоне радиовидимости находятся не более трех навигационных спутников одновременно.
5. Разработка вычислительно эффективного метода относительной навигации по фазовым измерениям СРНС, который не использует модель ионосферных задержек прохождения сигнала СРНС в атмосфере и способен работать в условиях короткого времени прохождения навигационных спутников.

#### **Методы и методология исследования**

Для решения задач исследования в диссертационной работе применялись теоретические и экспериментальные методы исследований. Теоретические методы включали теории проектирования цифровых и радиотехнических систем, методы статистической радиотехники, теории калмановской фильтрации и прикладной астрономии. Также использовались основные положения математической статистики, статистического анализа и линейной алгебры. Для проверки теоретических положений применено математическое моделирование и экспериментальные исследования при помощи имитаторов сигналов СРНС, а также натурные испытания в условиях космического полета.

**Научная новизна** проведенных исследований заключается в том, что в результате их выполнения:

- предложена архитектура приемника спутниковой навигации, отличающаяся динамически изменяемым числом каналов коррелятора, что позволяет реализовать многоканальную обработку сигналов на вычислительной платформе с низкопроизводительным ЦПУ;

- предложен метод поиска сигналов СРНС, отличающийся возможностью обнаружения сигналов в условиях широкого диапазона изменения доплеровского смещения частоты и при низких отношениях сигнал-шум;
- предложен вычислительно эффективный метод слежения за задержкой огибающей и фазой несущей частоты сигнала СРНС, отличающийся применимостью в условиях высокого уровня внутрисистемных помех;
- предложен вычислительно эффективный метод вторичной обработки сигналов СРНС, отличающийся тем, что делает возможным решение навигационной задачи в условиях, когда в зоне радиовидимости находятся не более трех навигационных спутников одновременно;
- предложен вычислительно эффективный метод относительной навигации по фазовым измерениям СРНС, отличающийся тем, что он может быть использован на борту низкоорбитальных спутников.

**Теоретическая значимость работы** заключается в развитии теории обработки сигналов, теории проектирования аппаратуры цифровой обработки сигналов, методов определения орбит космических объектов и методов нелинейной фильтрации.

**Практическая значимость работы** заключается в том, что результаты диссертационного исследования представляют собой методологию проектирования, которая может использоваться разработчиками БАСН при разработке навигационных приемников, используемых для навигации ИСЗ. Разработанные в исследовании методы проектирования успешно реализованы в БАСН MosaicGNSS, которая успешно прошла лётные испытания и находится в коммерческой эксплуатации.

В результате проведенных исследований получены следующие **основные научные положения, выносимые на защиту**:

1. методология проектирования БАСН, включающая в себя:
  - концепцию проектирования навигационной аппаратуры потребителей СРНС на основе программного коррелятора;

- архитектуру БАСН на основе низкопроизводительных ЦПУ космического исполнения;
  - метод проектирования БАСН на основе программного коррелятора.
2. Совокупность методов первичной обработки сигналов СРНС в БАСН, включающая в себя:
- метод поиска сигналов СРНС в БАСН, включающий алгоритм поиска сигналов и аналитические соотношения для расчета параметров поиска;
  - метод слежения за сигналами СРНС в БАСН, включающий вычислительно эффективный алгоритм слежения за параметрами сигналов в приемнике с программным коррелятором и аналитические зависимости параметров следящих систем от длительности интервала корреляции и соотношения уровней полезного сигнала и помехи.
3. Метод вторичной обработки сигналов СРНС в БАСН, включающий в себя:
- алгоритм решения задачи навигации ИСЗ по измерениям СРНС, в котором используются нелинейные уравнения динамики ИСЗ и применяется метод калмановской итерационной фильтрации на основе линеаризованного представления уравнений динамики и измеряемых параметров — дальностей и скоростей;
  - методику и рекомендации по применению алгоритма решения задачи навигации ИСЗ по измерениям СРНС.
4. Метод автономной относительной навигации ИСЗ при помощи БАСН, включающий в себя:
- алгоритм разрешения фазовой неоднозначности сигналов СРНС в БАСН;
  - методику и рекомендации по применению алгоритма разрешения фазовой неоднозначности сигналов СРНС в БАСН.
5. Результаты экспериментальных исследований, включающие в себя:

- результаты исследований на симуляторе сигналов СРНС алгоритмов решения задачи навигации ИСЗ по измерениям СРНС;
- результаты решения задачи относительной автономной навигации по данным полетного эксперимента спутников GRACE (двухчастотные измерения, база 250 км и одночастотные измерения, база менее 10 км);
- результаты полетных экспериментов БАСН MosaicGNSS на спутнике TerraSAR.

### **Степень достоверности и апробация результатов**

Результаты диссертационных исследований использованы компанией EADS Astrium (Германия) при разработке БАСН MosaicGNSS [8]. MosaicGNSS прошла успешную проверку в ходе натурных испытаний приемника, проведенных немецким центром аэрокосмических исследований в рамках проекта TerraSAR-X [9]. В настоящее время на околоземной орбите функционирует 8 экземпляров БАСН с общим сроком службы 20 лет. Кроме того, имеется заказ на изготовление еще более 40 экземпляров MosaicGNSS для решения различных целевых задач на орбите [8].

Основные теоретические и практические результаты диссертации изложены в 46 публикациях, среди которых 2 монографии, 18 статей в изданиях, включенных в перечень ВАК, патент на изобретение, 2 зарегистрированные программы для ЭВМ и 23 выступления на российских и международных конференциях.

### **Структура и объем диссертационной работы**

Работа состоит из введения, 6 разделов, заключения, списка использованных источников, включающего 187 наименований, и двух приложений. Основная часть работы изложена на 399 страницах машинописного текста. Работа содержит 131 рисунок и 35 таблиц.

В разделе 1 сформулированы суть и принципы автономной навигации ИСЗ. Рассмотрена постановка задачи автономной навигации, показано значение создания теоретических основ проектирования БАСН, обеспечивающих

реализацию автономной навигации, и проанализированы требования к БАСН. Рассмотрено значение автономной навигации искусственных спутников Земли и показана актуальность решения задачи автономной навигации. Обоснованы преимущества автономной навигации по сравнению с существующими способами навигации ИСЗ. Показано, что основные преимущества БАСН заключаются в повышении эффективности использования спутников, снижении эксплуатационных расходов спутниковых систем и предоставлении новых, до сих пор недоступных функциональных возможностей. Проанализирован один из основных факторов, влияющих на БАСН, — космическая радиация, даны физические основы воздействия ионизирующих лучей на аппаратуру спутникового базирования. Исследованы особенности космического базирования приемников СРНС и влияние этих особенностей на БАСН. Из анализа особенностей космического применения приемников СРНС следует, что использование СРНС на борту ИСЗ представляет собой сложную научно-техническую задачу. Главным результатом раздела 1 стали выявление и формулирование научно-технических задач, которые нужно решить для разработки методологии проектирования и создания БАСН, а также определение требований к БАСН гражданского применения. Следующие разделы посвящены решению сформулированных в этом разделе научно-технических задач и разработке методологии проектирования БАСН.

В разделе 2 исследована архитектура БАСН и проведен анализ способов построения радиационно стойкой бортовой аппаратуры спутниковой навигации. В разделе приведено подробное описание решения задачи проектирования БАСН на основе доступных радиационно стойких электронных компонентов. Показана принципиальная возможность отказа от аппаратных корреляторов сигнала и построения БАСН на основе программного коррелятора. Доказанные преимущества предложенной архитектуры по сравнению с классической состоят в упрощении аппаратной части приемника, снижении времени и стоимости разработки, а также гибкости, адаптируемости и простоты легкость модификации. Рассмотрена реализация предложенной архитектуры БАСН на базе программного

коррелятора, Найдены методы реализации программного многоканального коррелятора (МКК), позволяющие в разы уменьшить число операций, необходимых для вычисления свертки, и снизить таким образом требования к производительности ЦПУ. Получена оценка суммарных потерь в предложенной архитектуре и показано, что потери в наихудшем случае составят 1,5 дБ. Предложена архитектура программного МКК с переменным временем интегрирования. Проанализирован принцип работы МКК с переменным временем интегрирования, который заключается в использовании неполного ансамбля входных отсчетов для вычисления корреляции входного сигнала с опорным (при этом число отсчетов, используемых при обработке, зависит от уровня принимаемого сигнала). Проведен анализ характеристик квадратурных отсчетов на выходе МКК и получена зависимость отношения локального максимума автокорреляционной функции сигнала к глобальному от длительности интервала корреляции. Предложен метод, позволяющий в режиме когерентного слежения за фазой несущей частоты восстановить кросс-корреляционные свойства укороченной псевдослучайной последовательности (ПСП). Таким образом, в разделе 2 разработан и детально описан метод проектирования архитектуры БАСН на основе доступных гражданским потребителям радиационно стойких электронных компонентов.

В разделе 3 исследованы методы первичной обработки сигналов СРНС с учетом особенностей космического базирования. В первой части раздела 3 представлен метод проектирования поиска сигналов в БАСН. Показано, что большой диапазон неопределенности по частоте Доплера и ограниченность вычислительных ресурсов на борту ИСЗ не позволяют использовать в общем случае методы параллельного или последовательного поиска сигналов. Из-за этого предложено использовать комбинированный поиск, где вместо одного типа поиска применяется несколько, при этом в каждый момент времени наиболее эффективный тип поиска выбирается автоматически на основании априорной информации о частоте Доплера. Для процедуры усеченного последовательного анализа Вальда получена аналитическая зависимость вероятности ложной тревоги

и пропуска сигнала от значения начального порога обнаружения и скорости его изменения. На основе этой аналитической зависимости разработан метод проектирования поиска сигналов СРНС в БАСН. Во второй части раздела 3 предложены методы проектирования следящих систем в БАСН, построенной на основе программного коррелятора. Разработанный метод проектирования схемы слежения за задержкой (ССЗ) позволяет существенно снизить загрузку ЦПУ по сравнению с традиционным подходом за счет временного разделения работы петель слежения за несущей и огибающей сигнала СРНС. Для этого метода проведен анализ влияния внутрисистемной помехи на оценку фазы ПСП при использовании неполного ансамбля отсчетов входного сигнала. Получены аналитические зависимости для флюктуационной погрешности и смещения оценки фазы ПСП от параметров помехи в наихудшей ситуации, когда доплеровские сдвиги полезного сигнала и помехи совпадают. Показано, что на практике при выборе минимальной длительности интервала, на котором осуществляется свертка входного и опорного сигналов, кроме отношения сигнал/шум необходимо учитывать влияние внутрисистемной помехи на величину оценки фазы ПСП при близких доплеровских сдвигах частоты полезного сигнала и помехи. Проведен анализ характеристик системы слежения за несущей частотой в режиме фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) при использовании неполного ансамбля входных отсчетов. Показано, что характеристики ФАПЧ определяются двумя факторами: увеличением флюктуационной погрешности оценки фазы из-за уменьшения интервала вычисления квадратурных составляющих свертки и снижением помехоустойчивости, вызванным ухудшением ортогональных свойств укороченной ПСП. Первый фактор является платой за увеличение числа каналов приема. Путем выбора значения отношения сигнал/шум, начиная с которого допускается использование неполного ансамбля отсчетов, может быть достигнут разумный компромисс между погрешностью оценки фазы несущей частоты и числом каналов слежения. Снижение помехоустойчивости системы ФАПЧ проявляется в увеличении флюктуационной погрешности и появлении смещения



оценки фазы несущей частоты при наличии во входной смеси внутрисистемной помехи. Получены аналитические зависимости для погрешностей оценки фазы при воздействии на сигнал внутрисистемной помехи в наименее благоприятных условиях. Показано, что система ФАПЧ остается устойчивой даже при этих условиях, а максимальные энергетические потери не превосходят 3.5 дБ. Кроме того, в разделе 3 исследована и решена задача оценки влияния внутрисистемной помехи на методы приема символов навигационного сообщения.

Раздел 4 посвящен вторичной обработке сигналов в БАСН. Особое внимание уделено решению навигационной задачи на борту высокоорбитальных спутников в условиях ограниченной радиовидимости. Разработан метод решения навигационной задачи, который не требует четырех и более навигационных спутников в зоне радиовидимости. С позиций теории стохастического оценивания сформулирована постановка задачи навигации СИСЗ по измерениям СРНС. С расчетом на бортовую реализацию разработан субоптимальный алгоритм ее решения, в котором используются исходные нелинейные уравнения динамики СИСЗ и в то же время применяется метод калмановской итерационной фильтрации на основе линеаризованного представления уравнений динамики и измеряемых параметров — дальностей и скоростей. Полученные с помощью фильтра Калмана оценки текущих координат и составляющих скорости учитываются при интегрировании уравнений движения СИСЗ до следующего момента решения. Приведены результаты апробации метода решения навигационной задачи. Показана не только принципиальная пригодность метода для решения задачи навигации СИСЗ в составе БАСН, но и продемонстрировано, что потенциальная точность метода удовлетворяет точностным требованиям к БАСН. Показано также, что предложенный метод свободен от недостатков существующих решений, т. е. полностью автономный и вычислительно эффективный, с одной стороны, и позволяющий оценивать координаты СИСЗ в условиях воздействия возмущающих факторов — с другой.

Относительная навигация космических кораблей при помощи СРНС исследована в разделе 5. Задача относительной навигации возникает, в частности

при решении проблемы высокоточных измерений гравитационного поля в труднодоступных районах Земли. Рассмотрена постановка задачи автономной навигации группы спутников и показано, что для осуществления автономной относительной навигации необходимо разработать метод определения вектора взаимного положения двух космических кораблей на борту (без связи с наземными станциями) и в реальном масштабе времени. Проанализированы особенности автономной относительной навигации БАЧН, показано, что к особенностям следует отнести невысокую эффективность фильтрационных методов обработки измерений и малую долю слабо коррелированных измерений фазы несущей, сложность учета ионосферных погрешностей для одночастотных приемников, а также ограниченность бортовых вычислительных ресурсов. Предложен метод автономной относительной навигации (т. е. определения вектора взаимного положения ИСЗ) с использованием измерений фазы несущей сигнала СРНС. Приведены математические детали метода, подробно разобран алгоритм разрешения фазовой неоднозначности и обсуждены практические аспекты реализации метода в программном обеспечении БАЧН. Приведены результаты тестирования метода на реальных двухчастотных измерениях GPS, полученных на низкоорбитальных спутниках GRACE предназначенных для уточнения модели гравитационного поля Земли. Погрешность оценки относительных координат (расхождение с эталонным решением) находится на уровне 3...5 см. Также проведено моделирование одночастотного решения для различных предполагаемых баз. Результаты моделирования показывают удовлетворительное качество оценки относительных координат на базах до 30 км

Раздел 6 завершает работу: в нем представлены результаты внедрения методов из разделов 1–5 в БАЧН MosaicGNSS. Приведены результаты испытания MosaicGNSS на борту немецкого спутника TerraSAR-X. В полетных испытаниях измерения Mosaic GNSS полностью удовлетворяют требованиям, предъявляемым к точности определения орбиты спутника TerraSAR-X - среднеквадратическая погрешность (СКП) определения орбиты при помощи сырых измерений Mosaic GNSS не превышала 70 сантиметров. Раздел 6 позволяет сделать вывод о том, что

создание бортовой аппаратуры спутниковой навигации MosaicGNSS путем использования разработанной методологии проектирования БАСН доказывает справедливость разработанной теории. Кроме того, результаты проведенных летных испытаний подтверждают факт создания автономной системы спутниковой навигации и тем самым доказывают решение крупной научной проблемы — повышение эффективности эксплуатации искусственных спутников Земли.

# **1 Формулировка задач для реализации автономной навигации искусственных спутников Земли**

## Equation Section (Next)

В данном разделе сформулированы суть и принципы автономной навигации ИСЗ. Рассмотрена постановка задачи автономной навигации, показано значение создания теоретических основ проектирования БАСН, обеспечивающих реализацию автономной навигации, и проанализированы требования к БАСН. Здесь также сформулированы основные научно-технические задачи, решение которых необходимо для автономной навигации.

### ***1.1 Определение автономной навигации искусственных спутников Земли***

Понятие автономной навигации имеет различные значения в разных областях знаний. В научно-технической литературе с недавнего времени стало встречаться понятие автономной навигации космических объектов, но авторы не дают строгого определения, полагаясь на интуитивную очевидность термина.

Обратимся к Большой советской энциклопедии, где в статье «Космонавтика» находим: «Если определение фактической орбиты производится на борту летящего аппарата, то оно является составной частью автономной навигации и состоит из измерения углов между звездами и планетами, расстояний до планет, времени захода и восхода Солнца и звезд относительно края планет и т. п. и обработки измеренных данных по методам небесной механики на бортовой вычислительной машине» [10]. Иными словами, согласно БСЭ, суть автономной навигации состоит в определении орбиты спутника на борту ИСЗ. Этой же логике следовало, очевидно, и Федеральное космическое агентство,

когда объявляло конкурс «на разработку бортовой системы автономной навигации для космических средств с использованием глобальных навигационных спутниковых систем» [11]. Целью является «разработка бортовой интегрированной инерциально-спутниковой системы автономной навигации объектов ракетно-космической техники, обеспечивающей решение задач навигации и ориентации с точностью и продолжительностью автономного функционирования, значительно превосходящими существующие, и формирование выходной информации в виде, приспособленном для оперативного управления объектом». Отметим, что Роскосмос, кроме того что определяет автономную навигацию как навигацию, осуществляемую на борту искусственного спутника Земли, выделяет в автономной навигации следующие особенности: точность, продолжительность автономного функционирования и интегрированность в существующие цепи оперативного управления ИСЗ.

Исходя из вышесказанного, определим автономную навигацию искусственных спутников Земли как способность ИСЗ решать навигационную задачу на борту без участия наземных систем управления, непрерывно и точно.

Автономная навигация ИСЗ может производиться при помощи инерциальных систем, датчиков звездного неба, СРНС и других методов, а также комплексированием данных от разных навигационных датчиков. В работе рассматривается автономная навигация ИСЗ при помощи СРНС.

## ***1.2 Значение и роль автономной навигации в освоении космоса***

### **1.2.1 Технические основы повышения эффективности использования искусственного спутника Земли за счет применения автономной навигации**

Использование автономной навигации открывает новую эру в освоении околоземного пространства: она позволяет автоматически и автономно определять местоположения ИСЗ и параметры его орбиты. Это означает, что ИСЗ может двигаться по полностью предсказуемой орбите, т. е. по такой орбите, где

положение ИСЗ в будущем можно предсказать с высокой точностью. Из полностью предсказуемого характера орбиты следует несколько практически важных выводов:

- след движения ИСЗ по поверхности Земли также предсказуем;
- след движения ИСЗ по поверхности Земли может быть, если требуется, изменен в любой момент времени;
- предсказание положения ИСЗ и его следа на Земле упрощается настолько, что может быть выполнено на микропроцессоре общего назначения.

Кроме того, высокоточное определение орбит ИСЗ позволяет упростить планирование полетов: в частности, облегчается планирование использования полезной загрузки, навигационное планирование (включая планирование маневров), планирование взаимодействия с другими ИСЗ (радиочастотное взаимодействие и др.).

Важно отметить, что все вышеуказанные преимущества не увеличивают потребление ракетного топлива. Наоборот, они достигаются при меньшем расходе топлива. Основная причина уменьшения расхода топлива заключается в том, что для снижения его потребления необходимо начинать маневры как можно раньше. На рисунке 1.1 (рисунок 4 из работы [12]) приведена зависимость приращения характеристической скорости (см. приложение А) от времени упреждения. Время упреждения — это время от начала планирования маневра до окончания маневра. Для увеличения времени упреждения необходим точный прогноз местоположения ИСЗ в будущем. При использовании автономной навигации такой прогноз может быть осуществлен не на несколько часов или суток, а на десятки суток, уменьшая тем самым требуемое приращение характеристической скорости ИСЗ на один-два порядка. Соответственно изменится и расход топлива. Так, из рисунка 1.1 видно, что приращение характеристической скорости может быть сокращено с 10 м/с до 10 см/с при увеличении времени упреждения с 2,5 часов до 10 суток.

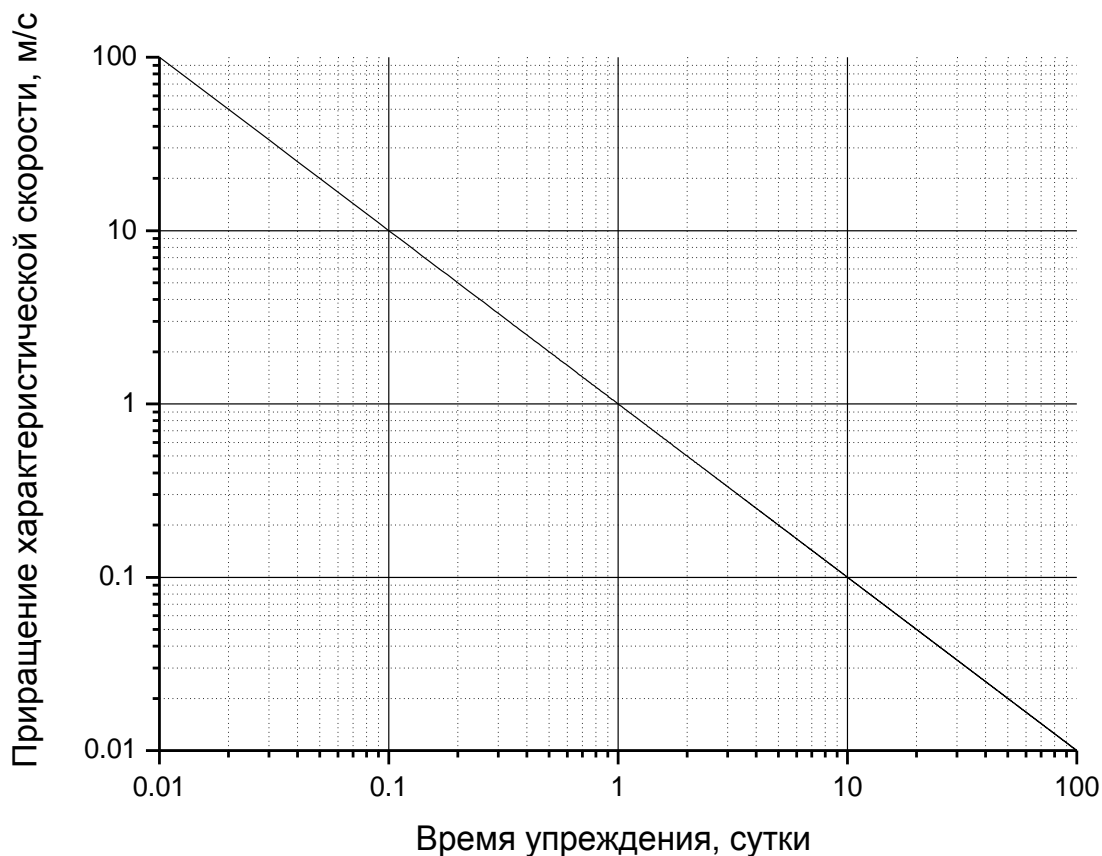


Рисунок 1.1 — Зависимость приращения характеристической скорости от времени упреждения

Другая причина повышения эффективности расхода топлива на борту ИСЗ заключается в том, что ИСЗ с автономной навигацией способен поддерживать максимально допустимый радиус своей орбиты. Поскольку плотность атмосферы Земли уменьшается экспоненциально с увеличением высоты, поддержание максимально допустимого радиуса орбиты означает фактически минимизацию влияния атмосферы. Традиционные методы контроля орбиты ИСЗ, не имеющие возможности непрерывного и точного определения местоположения, позволяют ИСЗ опускаться до минимально допустимых высот с последующим включением двигателей и набором высоты. Преимущества поддержания максимального радиуса орбиты были показаны на спутнике UoSAT-12, разработанном компанией Surrey Satellite Technology Limited [12,13].

## 1.2.2 Снижение эксплуатационных расходов

Несмотря на важность и практическую значимость вышеперечисленных преимуществ автономной навигации, основным экономический эффект от применения БАСН заключается в снижении расходов на использование ИСЗ. Рассмотрим основные пути снижения расходов и повышения эффективности при использовании БАСН.

Эксплуатационные расходы на поддержание и контроль орбиты включают в себя расходы на наземный сбор навигационных данных, определение орбит ИСЗ с Земли, генерацию команд управления двигателями малой тяги и передачу команд управления с Земли на борт. В принципе, наземные операции если не исключаются полностью из цикла управления ИСЗ, то ограничиваются только периодическим мониторингом.

Стоимость и сложность передачи пользователям постоянно обновляемых эфемерид ИСЗ сводится к нулю: эфемериды становятся известными на все время полета и их обновление не требуется.

Стоимость операций по навигационному планированию, которые составляют для некоторых типов ИСЗ 50% эксплуатационных расходов [12], существенно уменьшается по следующим причинам.

Больше не требуется дополнительного навигационного планирования, вызванного отклонением элементов орбиты от заданных. Поскольку местоположение ИСЗ становится известным на все время его существования, то отпадает необходимость дополнительного навигационного планирования при появлении новых эфемерид ИСЗ.

Навигационное планирование диктуется не соображениями астродинамики, но экономическими интересами организации — владельца ИСЗ. Навигационное планирование делается тогда, когда удобно, а не тогда, когда это позволяют условия видимости, расписание и пр.

Поскольку влияние импульсов тяги двигателя минимально (импульсы становятся малыми и существенно не влияют на динамику полета), становится



ненужной координация навигационного планирования и планирование работы полезной загрузки. Большинство аппаратуры полезной загрузки сможет работать непрерывно, не останавливаясь на время включения импульсов тяги.

Уменьшение потребления ракетного топлива (и следовательно, увеличение срока эксплуатации ИСЗ) и снижение эксплуатационных расходов достигаются как при удержании ИСЗ на орбите, так и во время маневров, включая перестроения на орбите для того, чтобы избежать столкновения с космическим мусором или нежелательного радиочастотного взаимодействия с другими ИСЗ.

Наконец, снижается стоимость и масса ИСЗ за счет:

- уменьшения размеров двигателей малой тяги;
- уменьшения возмущающих моментов, значения которых определяют стоимость системы контроля и поддержания орбиты;
- упрощения системы контроля и поддержания орбиты (например, исключение гироскопов и звездных датчиков).

Особо следует отметить упомянутое выше уменьшение возмущающих моментов, создаваемых двигателями малой тяги. Обычно включение двигателей малой тяги создает наибольший возмущающий момент на борту ИСЗ, что отрицательно влияет на функционирование бортовой аппаратуры. Из-за этого в работе ИСЗ предусматривают режим удержания на орбите. В этом режиме действие аппаратуры полезной загрузки останавливается, включаются двигатели малой тяги, выполняется маневр и потом работа бортовой аппаратуры полезной загрузки возобновляется. Очевидно, что для минимизации неблагоприятных последствий такого рода перерывы в работе должны согласовываться с потребителями услуг, предоставляемых ИСЗ.

Автономная навигация решает вышеуказанные задачи, поскольку возмущающие моменты, создаваемые двигателями малой тяги, незначительны. В большинстве случаев они могут быть уменьшены до значений, полностью обрабатываемых системой контроля орбиты и не приводящих к остановке работы аппаратуры полезной загрузки. Это делает ненужным не только режим удержания

на орбите, но и согласование операций полезной нагрузки с навигационным планированием станции.

### **1.2.3 Новые функциональные возможности, предоставляемые автономной навигацией**

Автономная навигация не только предоставляет возможность высокоточного предсказания следа спутника на поверхности Земли, но и обеспечивает такое управление орбитой, при котором след спутника меняется по заданному закону. Принципиально то, что изменение параметров орбиты может производиться с небольшим приращением характеристической скорости за счет большого времени упреждения. Небольшое изменение характеристической скорости означает малую стоимость маневра; без использования автономной навигации высокая стоимость маневров служила существенным ограничением эксплуатационных свойств ИСЗ.

Наземному оборудованию, использующему спутниковые системы, автономная навигация предоставляет следующую возможность: оно может поставляться конечному пользователю уже с набором эфемерид ИСЗ. Таким образом, например, научные исследования с участием спутниковых систем могут быть запланированы заранее на основе знания, где на Земле и в каких условиях будут видны спутники. Для того чтобы провести планирование эксперимента в примере выше (или планирование другого использования связи с ИСЗ), не требуется прямого контакта между наземным потребителем и спутником. Это может быть важно и в военных применениях когда, к примеру, находящаяся в автономном подледном плавании подводная лодка неспособна получить обновленные эфемериды спутника.

Автономная навигация позволяет решить задачу предупреждения столкновений и минимизации нежелательного радиочастотного взаимодействия между спутниками, которым посвящены многочисленные работы (например, [14-19]). В данных работах показано, что принципиальным для решения этих задач

является раннее упреждение. Оно требуется для экономии топлива и координации маневров спутников, принадлежащих разным операторам. Если оба ИСЗ используют автономную навигацию, то задача решается просто: маневры планируются заранее или даже периодически. Если же только один из спутников оборудован аппаратурой автономной навигации, то задача усложняется, но тем не менее возможность точного предсказания местоположения ИСЗ помогает предупреждать столкновения и минимизировать нежелательное радиочастотное взаимодействие между спутниками. Наконец, автономная навигация позволяет владельцам и операторам ИСЗ публиковать прогноз местоположения спутника, чтобы операторы других спутниковых систем могли заранее рассчитать возможные нежелательные взаимодействия.

Все вышесказанное хотя и имеет важное практическое значение, но затмевается перспективами создания космических группировок для полета строем: автономная навигация внесет решающий вклад в их создание. Таблица 1.1 дает представление о задачах, которые нужно решить при создании космических группировок для полета строем; трудностях, возникающих в процессе решения этих задач; решениях, предлагаемых автономной навигацией, включая снижение расходов, экономию топлива и уменьшение рисков. Последние четыре столбца таблицы 1.1 обозначены следующим образом: 1 — снижение периодических затрат, 2 — снижение разовых затрат, 3 — экономия топлива, 4 — снижение риска.

Таблица 1.1 — Роль автономной навигации в создании космических группировок

Задача	Сложности	Решение	1	2	3	4
Удержание на орбите	Сложная техническая задача, риск ошибок, высокие затраты	Минимизация стоимости и риска путем автономного решения задачи на борту каждого из ИСЗ	X	X	X	X

		в группировке				
Предупреждение столкновений (внутри группировки)	Риск лавинообразных столкновений	Минимизация риска за счет автономности решения задачи на борту каждого из ИСЗ в группировке	X	X	X	X
Нежелательное радиочастотное взаимодействие	Может вызвать перерывы в работе	Минимизация риска за счет раннего упреждения	X	X	X	X
Управление запасами топлива	Интенсивное использование топлива сокращает жизнь ИСЗ	Минимизация использования топлива за счет раннего упреждения			X	
Гармоники высокого порядка	Разные периоды орбиты ИСЗ внутри группировки	Автоматическое поддержание периода орбиты у каждого из ИСЗ	X	X	X	X
Управление	Высокая стоимость, высокий риск	Минимизация стоимости и риска путем исключения многочисленных циклов наземного навигационного планирования	X	X		X

Задача учета гармоник высокого порядка требует пояснения. В отличие от других задач из таблицы 1.1 она является специфической для космических группировок. Гармоники высокого порядка вводятся в уравнения движения спутника для учета неравномерности гравитационного поля Земли. Такая неравномерность приводит к тому, что ИСЗ с одинаковыми полуосями, но

разными плоскостями орбиты будут иметь разный орбитальный период. Если один и тот же процесс контроля орбиты используется для всех спутников, то разные периоды их орбит будут вызывать необходимость периодического перестроения группировки. Автономная навигация позволяет избежать перестроения: период орбиты контролируется отдельно для каждого из спутников таким образом, что средний период остается одинаковым для всех ИСЗ в группировке.

Итак, применение автономной навигации должно революционизировать пути исследования звездного пространства и открыть новую эру в развитии космических технологий. Почему же, когда СРНС успешно используется в авиации, на Земле и на борту судов уже не первое десятилетие, БАСН до сих пор не стала таким же привычным элементом управления космических кораблей, как приборы спутниковой навигации на борту самолетов? Ответ на этот вопрос прост: создание БАСН до недавнего времени считалось если не нерешаемой, то чрезвычайно сложной научно-технической задачей. Для понимания трудностей создания БАСН необходимо оценить условия, в которых должна работать аппаратура космического базирования. Далее последовательно рассмотрены факторы, влияющие на проектирование БАСН. Сначала вводятся понятия об основных типах орбит ИСЗ и потом, начиная с радиационной стойкости, анализируются особенности разработки БАСН.

### ***1.3 Ионизирующее излучение в космосе ([20])***

Под космической радиацией понимаются потоки ионизирующего излучения, а именно: галактические космические лучи, частицы радиационных поясов Земли, солнечные космические лучи и ионизирующее электромагнитное излучение Солнца.

### 1.3.1 Космическая радиация

О потоках приходящего к нам из космоса ионизирующего излучения в атмосфере Земли известно с начала XX века, после пионерских работ Гесса. В 20-х годах прошлого столетия советский ученый Д. В. Скобельцын установил корпускулярную природу этого излучения, порожденного потоками частиц очень высоких энергий — космическими лучами. Дальнейшие исследования показали, что энергетический спектр космических лучей является падающим степенным и тянется в область сверхвысоких энергий — до 10<sup>20</sup> электронвольт (эВ). Сейчас считается, что космические лучи — протоны и другие ядра — ускоряются во вспышках сверхновых звезд, которые постоянно происходят в нашей Галактике, поэтому на сегодняшний день потоки таких частиц принято называть галактическими космическими лучами (ГКЛ).

На своем пути к поверхности Земли ГКЛ встречаются несколько основных препятствий. В первую очередь это межпланетное магнитное поле, вмороженное в плазму, истекающую от Солнца (солнечный ветер). Максимум потока ГКЛ в межпланетной среде наблюдается в области нескольких сотен мегаэлектронвольт, при этом их поток может достигать десятков частиц на квадратный метр в секунду.

Вторым, еще более мощным препятствием на пути ГКЛ является собственное магнитное поле Земли — магнитосфера, которая способна отражать протоны ГКЛ с энергиями в несколько гигаэлектронвольт (10<sup>9</sup> эВ), их поток составляет несколько частиц на квадратный метр в секунду.

И, наконец, третьим и самым мощным препятствием для космических лучей является атмосфера, которая способна поглощать ГКЛ с энергиями до нескольких гигаэлектронвольт.

Таким образом, можно утверждать, что ГКЛ пронизывают и заполняют собой все окружающее пространство — от межпланетной среды и околоземного космического пространства до нижних слоев атмосферы.

ГКЛ своей высокой ионизирующей способностью вызывают функциональные сбои в работе электроники, или, как их обычно называют в зарубежной печати, SEE (Single Events Effects) — эффекты одиночных сбоев, возникающих в результате выделения энергии высокоионизирующими частицами, созданными ГКЛ в активной области отдельных микросхем. С начала XXI века во всем мире (не исключая России) авиация и космонавтика все более широко используют относительно дешевые коммерческие микросхемы высокой степени интеграции, однако они более чувствительны к воздействию ионизирующего воздействия ГКЛ. Такая тенденция ведет к усилению зависимости устойчивой работы бортовой электроники от потоков космических лучей, которые, несмотря на относительную малость, существуют постоянно (с некоторыми изменениями по величине, о чем будет сказано ниже). Вследствие этого суммарный эффект от воздействия ГКЛ оказывается довольно существенным.

### Радиационные пояса Земли

На заре космической эры первые ИСЗ обнаружили другой источник энергичных заряженных частиц — радиационные пояса Земли (РПЗ). Прежде всего это протонный пояс, простирающийся от верхней границы атмосферы (около 100 км) до трех-четырех радиусов Земли  $R_E$  и заполненный в основном протонами с энергиями до сотен мегаэлектронвольт. Кроме того, существует электронный РПЗ, внешняя граница которого лежит значительно выше — на высотах до (5–6)  $R_E$ . Энергия электронов в РПЗ достигает десятков мегаэлектронвольт. Частицы РПЗ не могут проникать глубоко в атмосферу, поскольку лишены достаточной для того энергии: они поглощаются в верхних атмосферных слоях. В этом смысле частицы РПЗ безопасны для авиации, однако они представляют серьезную опасность для ИСЗ и пилотируемых орбитальных станций, так как достаточно энергичны для проникновения сквозь обшивку вглубь аппарата. Потоки таких частиц, называемые проникающей радиацией, в зависимости от толщины обшивки ИСЗ могут достигать значительных значений.

Так, поток проникающей радиации на орбитальной станции МИР (это прежде всего электроны с энергией более 5 МэВ и протоны с энергией более 60 МэВ) составляет порядка  $10^5$  частиц на квадратный метр в секунду. Следует отметить, что частицы РПЗ обладают меньшим ионизирующим эффектом, чем ГКЛ, поскольку в среднем имеют существенно меньшую энергию. Но вследствие очень больших потоков частицы оказывают отрицательное и порой губительное воздействие на материалы ИСЗ. Они также способны вызывать сбои в работе электронных узлов космического аппарата.

Другой поражающий фактор связан с потоками релятивистских электронов, способных проникать сквозь обшивку ИСЗ и по-разному накапливаться в материалах с различной проводимостью, в результате чего внутри ИСЗ образуется так называемый объемный заряд. При большой экспозиции в интенсивных потоках релятивистских электронов объемный заряд может достигать критических значений, что приводит к пробое диэлектриков и нарушению работы электроники на борту ИСЗ.

Кроме высокоэнергичных элементов РПЗ заполнены потоками заряженных частиц с низкими энергиями (десятки и тысячи электронвольт). Потоки этих частиц настолько велики, что способны создавать достаточно большой поверхностный заряд, неоднородно распределенный на обшивке ИСЗ. При этом между различными частями обшивки спутника возникает разность потенциалов, способная при определенных условиях достигать нескольких десятков килоэлектронвольт, что приводит к электрическому разряду на поверхности ИСЗ. Образующиеся в момент разрядов электромагнитные помехи, проникая в электронные цепи бортовых приборов ИСЗ, искажают электронные сигналы и нарушают работу аппаратуры.

Более чем за тридцать лет космической эры был разработан целый комплекс моделей, позволяющих вычислять средние потоки ГКЛ и захваченной радиации для практически любой околоземной орбиты. Современные ИСЗ сконструированы с учетом существующих моделей, однако большое число сообщений о сбоях в работе ИСЗ и даже их потере за последнее десятилетие



говорит о том, что существующие средние модели космической радиации не учитывают важные факторы, которые оказывают решающее влияние на современную электронику ИСЗ. В первую очередь к таким факторам относятся солнечные космические лучи.

### **Солнечные космические лучи**

В отличие от ГКЛ и частиц РПЗ, солнечные космические лучи (СКЛ), генерируемые в солнечных протонных событиях (см. ниже), не имеют постоянного потока, а приходят к Земле спорадически. Их главными свойствами являются очень большая интенсивность, на много порядков превышающая фоновые значения потоков ГКЛ, и достаточно высокие энергии, иногда до нескольких гигаэлектронвольт. Проникая в магнитосферу и атмосферу Земли, СКЛ вызывают те же эффекты, что и ГКЛ, однако в гораздо большей степени. С приходом СКЛ увеличивается количество SEE.

### **Ионизирующее электромагнитное излучение**

Солнце постоянно излучает в широком спектре электромагнитных волн. Ионизирующее электромагнитное излучение (ИЭИ) от Солнца, включающее в себя рентгеновские лучи и  $\gamma$ -излучение, практически полностью поглощается в атмосфере Земли на больших высотах, вызывая ионизацию атомов воздуха. Во время солнечных вспышек потоки ИЭИ от Солнца возрастают на несколько порядков, что приводит к сильному разогреву и ионизации верхней атмосферы. Можно указать две основные сложности, возникающие в результате воздействия ИЭИ.

Во-первых, вследствие разогрева атмосфера «раздувается», т. е. ее плотность на фиксированной высоте сильно увеличивается. Это представляет серьезную опасность для низковысотных ИСЗ и пилотируемых орбитальных станций, поскольку, попадая в плотные слои атмосферы, ИСЗ может быстро потерять высоту и упасть.

Другая сложность связана с сильным увеличением ионизации внешней области атмосферы (ионосферы) из-за прихода интенсивного ИЭИ, что приводит к существенному изменению условий прохождения радиосигналов через ионосферу и их отражения от нее.

### **1.3.2 Геомагнитные возмущения**

Во время геомагнитных возмущений происходит наибольшее число отказов в работе бортовой электроники, возникают сбои в ориентации ИСЗ. В данном случае геомагнитные возмущения не являются прямым агентом, непосредственно влияющим на ИСЗ, а выступают в роли катализатора силы воздействия других факторов космической погоды. По своей природе геомагнитные возмущения можно разделить на два типа: геомагнитные бури и суббури.

#### **Геомагнитные бури**

Геомагнитной бурей называется сильное (десятки и сотни нанотесла) изменение горизонтальной составляющей геомагнитного поля, измеренного на поверхности Земли на низких широтах. Средняя длительность магнитной бури составляет десятки часов и состоит из двух фаз — главной фазы магнитной бури и фазы восстановления. Во время главной фазы, которая длится несколько часов, наблюдается быстрое, часто немонотонное уменьшение напряженности геомагнитного поля до своего минимального значения. После этого наступает фаза восстановления: напряженность низкоширотного геомагнитного поля постепенно возвращается к своему прежнему значению в течение десятков часов.

За последнее десятилетие обнаружено и описано множество негативных последствий на Земле и в космосе, связанных с геомагнитными бурями. С точки зрения проектирования БАСН важен следующий эффект. В результате глобальной перестройки геомагнитного поля во время главной фазы магнитной бури условия проникновения в магнитосферу энергичных частиц ГКЛ и СКЛ становятся более благоприятными, а значит, их потоки могут существенно

возрастать. Это в свою очередь ведет к увеличению числа сбоев в бортовой электронике и росту дозовых нагрузок на ИСЗ. Особенно опасно сочетание начала магнитной бури с приходом СКЛ от мощного протонного события на Солнце. Во время очень сильных магнитных бурь может происходить прямой заброс энергичных заряженных частиц из межпланетной среды внутрь магнитосферы, вследствие чего формируется новый радиационный пояс, способный просуществовать несколько месяцев и тем самым существенно увеличить радиационные эффекты на ИСЗ.

### **Суббури**

Суббуриями принято называть возмущения геомагнитного поля с амплитудой до нескольких тысяч нанотесла и длительностью до часа, наблюдаемые на поверхности Земли на высоких геомагнитных широтах (более  $70^\circ$ ). Суббури вызываются мощной перестройкой геомагнитного поля на ночной стороне, которая сопровождается ускорением заряженных частиц (в первую очередь электронов) до высоких энергий.

Суббури являются, пожалуй, наиболее мощным источником электронов во внешней магнитосфере. Сильно возрастают потоки низкоэнергичных электронов, что приводит к существенному усилению электризации ИСЗ. Во время сильной суббуревой активности на несколько порядков возрастают потоки релятивистских электронов во внешнем РПЗ, что представляет серьезную опасность для ИСЗ, орбиты которых пересекают эту область, поскольку внутри ИСЗ накапливается большой объемный заряд, приводящий к выходу бортовой электроники из строя.

#### ***1.4 Воздействие ионизирующего излучения на аппаратуру спутникового базирования***

Радиационная стойкость материалов — это их способность сохранять начальные характеристики под воздействием ионизирующего облучения. Различают два типа воздействия на радиоэлектронные компоненты, находящиеся

на борту спутника: постепенное ухудшение характеристик, вызванное поглощенной дозой радиации, и функциональные сбои в работе электроники, возникающие в результате выделения энергии высокоионизирующими частицами в активной области отдельных микросхем. Рассмотрим оба фактора воздействия и проанализируем вклад каждого из них для разных типов орбит ИСЗ.

### 1.4.1 Поглощенная доза радиации

Поглощенная доза определяется как отношение поглощенной энергии ионизирующего излучения к массе облученного вещества. Поглощенная доза измеряется в грэях. Один грэй равен поглощенной дозе излучения, при которой облученному веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения 1 Дж. На практике применяется рад — внесистемная единица дозы излучения, поглощенной веществом (от английского Radiation Absorbed Dose — доза поглощенного излучения). 1 рад — доза радиации на 1 кг массы тела, эквивалентная энергии в 0,01 Дж.  $1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}$ . Поскольку поглощенная доза зависит от вещества, указывают, к какому химическому элементу или соединению относится поглощенная доза, например, 5 рад (Si).

Практически поглощенная доза может быть вычислена на основе энергетических спектров частиц. Так, разработанный в NASA пакет программ Shieldose [21] позволяет на основании имеющейся базы данных с результатами предварительно проведенных методом Монте-Карло расчетов вычислять накопление дозы космических ионизирующих излучений для случая облучения электронами и протонами при произвольных энергетических спектрах частиц. Данные, полученные при моделировании по программе Shieldose, являются надежными с физической точки зрения и широко используются при разработке методики расчета поглощенной дозы на борту ИСЗ [22]. Европейское космическое агентство рекомендует использование этой программы для расчета накопленной дозы [23].

Как видно из рисунка 1.2, для ИСЗ поглощенная доза зависит от типа орбиты ИСЗ и времени облучения (принято рассчитывать годовую поглощенную дозу). Для НОС основным источником поглощенной дозы являются протоны нижнего радиационного пояса, в то время как для СИСЗ таким источником являются электроны верхнего радиационного пояса.

На рисунке 1.3 (репродукция Fig.3 из работы [22]) приведена зависимость дозы, поглощенной за год в центре сферы радиусом 4 мм при полете по круговой экваториальной орбите. Здесь ясно видны структура РПЗ и вклад протонного и электронного излучений в зависимости от высоты. Для орбит НОС высотой 1000 км годовая доза составит 1 крад (Si), а для СИСЗ — 20 крад (Si). Дополнительное экранирование уменьшает поглощенную дозу, но в силу спектрального распределения протонов на низких орбитах оно не слишком эффективно для НОС (см., например, рисунок на с. 82 [24]). Для СИСЗ дополнительное экранирование гораздо эффективнее, поскольку электронная составляющая излучения экранируется лучше, нежели протонная, но в этом случае возрастает вклад тормозного излучения, вызванного взаимодействием электронов с экранирующим материалом (рисунок на с. 82 [24]).

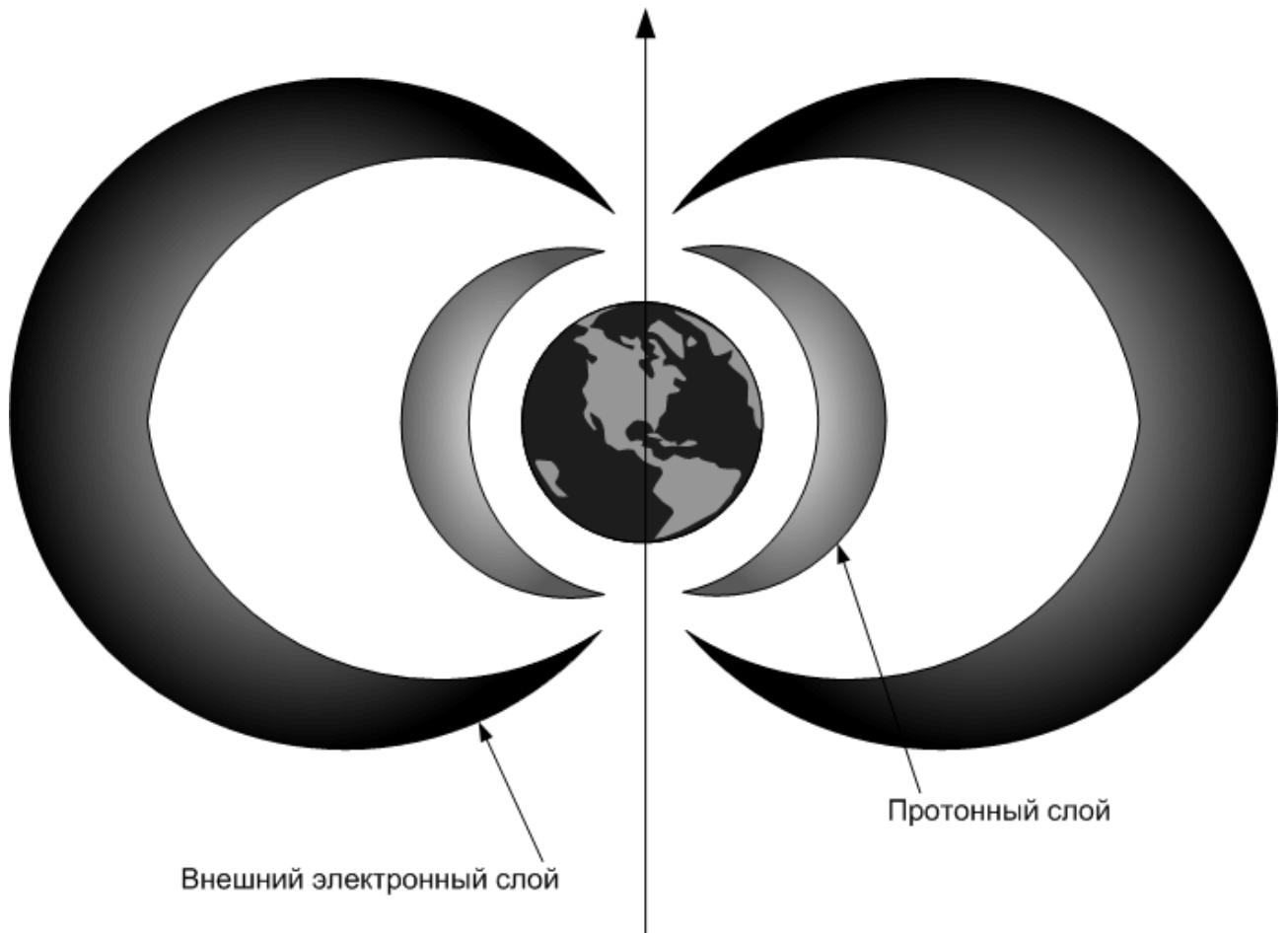


Рисунок 1.2 — Околоземные радиационные пояса

Расчет годовой поглощенной дозы для ВЭО сложнее, чем для НОС и СИСЗ, но очевидно, что она может быть выше, чем для СИСЗ, поскольку орбита ВЭО может проходить через РПЗ.

В работе [23] специалисты Европейского космического агентства привели данные о годовой поглощенной дозе ( $S_i$ ) для разных типов орбит при наличии четырехмиллиметрового алюминиевого защитного экрана. В таблице 1.2 приведены значения годовой поглощенной дозы для орбит, на которых предполагается использование БАСН (данные взяты из Fig.22 в работе [23]).

Таблица 1.2 — Значения годовой поглощенной дозы для разных типов орбит

Тип орбиты	Годовая поглощенная доза ( $S_i$ ), крад
НОС	0,4
НОС (полярная орбита)	2,5

СИСЗ	20
ВЭО (Тундра)	40

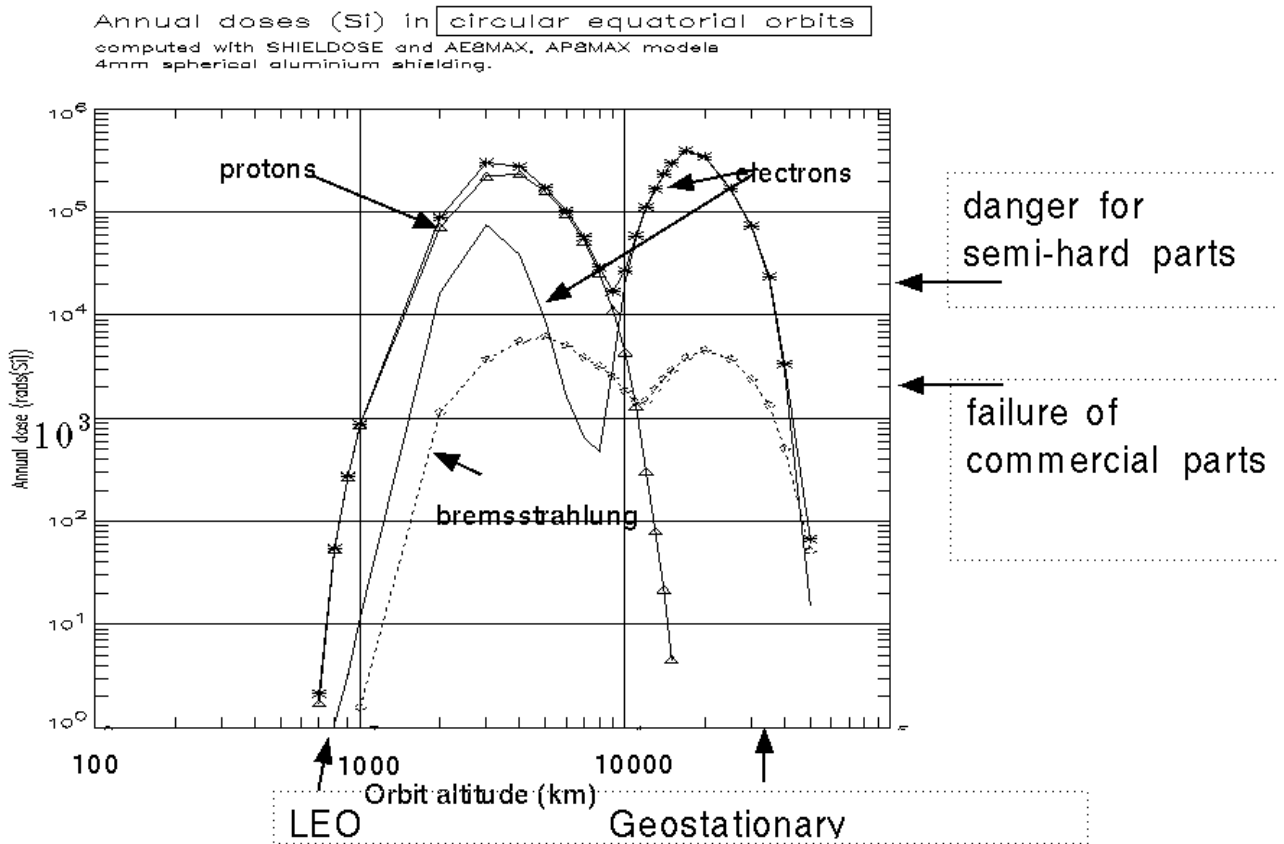


Рисунок 1.3 — Поглощенная доза за год в зависимости от радиуса орбиты ИСЗ [22]

### 1.4.2 Эффекты одиночных сбоев

Различают три типа эффектов одиночных сбоев<sup>1</sup>:

- single event upset (SEU) — одиночный сбой;
- single event latchup (SEL) — одиночное «защелкивание» схемы;
- single event burnout (SEB) — одиночное выгорание схемы.

SEL возникает в результате такого воздействия заряженных частиц, при котором создается паразитная структура внутри материала, действующая как цепь короткого замыкания. SEL может быть как некритичным сбоем, так и критичным, т. е. приводящим к выводу элемента из строя.

<sup>1</sup> В этом параграфе мы будем пользоваться терминологией, сложившейся в иностранной литературе.

SEB возникает в результате такого воздействия заряженных частиц, при котором создается цепь короткого замыкания внутри элемента, вызывающая прекращение его работы.

SEE представляют собой одно из главных препятствий для использования микроэлектронных компонентов на борту ИСЗ. Развитие микроэлектроники приводит к меньшим зарядам, требующимся для SEE, и к увеличению плотности транзисторов в СБИС, а следовательно, к большей вероятности SEE.

Подверженность SEE определяется энергией, необходимой для того, чтобы произвести один SEE. В качестве меры подверженности используют порог линейной передачи энергии (Linear Energy Transfer, LET), определяемый как минимальное значение LET, достаточное, чтобы вызывать один SEE при интегральной плотности потока  $10^7$  ионов/см<sup>2</sup>. LET обычно выражают в  $\frac{\text{МэВ} \cdot \text{см}^2}{\text{мг}}$ , что физически означает отношение потери энергии иона в материале на заданном пути  $\left(\frac{\text{МэВ}}{\text{см}}\right)$  к плотности материала  $\left(\frac{\text{мг}}{\text{см}^3}\right)$ . Как и в случае поглощенной дозы, указывают, к какому химическому элементу или соединению относится LET, например  $10 \frac{\text{МэВ} \times \text{см}^2}{\text{мг}}(\text{Si})$ .

Для тестирования электронных компонент подсчитывается количество SEE при контролируемом числе ионизирующих частиц. Вероятность того, что одна ионизирующая частица вызывает SEU, вычисляется как отношение SEU к количеству частиц. В ядерной физике пользуются понятием дифференциального сечения (cross section), которое определяется как отношение SEU к количеству ионизирующих частиц на квадратный сантиметр, обозначается  $\sigma$  и измеряется в квадратных сантиметрах. Целью тестирования является получения зависимости  $\sigma$  от LET.

На рисунке 1.4 представлена типичная зависимость  $\sigma$  от LET. В ней различают пороговое значение, до которого ионизация не вызывает SEE, зону роста, длящуюся до точки изгиба, и зону насыщения, где увеличение



интенсивности потока частиц не приводит к увеличению числа SEE. Заметим, что такая зависимость может быть достаточно точно аппроксимирована распределением Вейбулла, интегральная функция распределения которого имеет вид

$$P(x) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k}, \quad (1.1)$$

где  $\lambda$  определяет масштаб (при ее изменении кривая распределения сжимается или растягивается по оси абсцисс);  $k$  определяет форму кривой. Нас интересуют случаи при  $k > 1$ , когда функция распределения монотонно возрастает.

Распределение Вейбулла широко используется в теории надежности систем при описании отказов, возникающих по причине усталости тела или поверхностных слоев. Для подсчета вероятности и интенсивности отказов можно воспользоваться методами теории надежности.

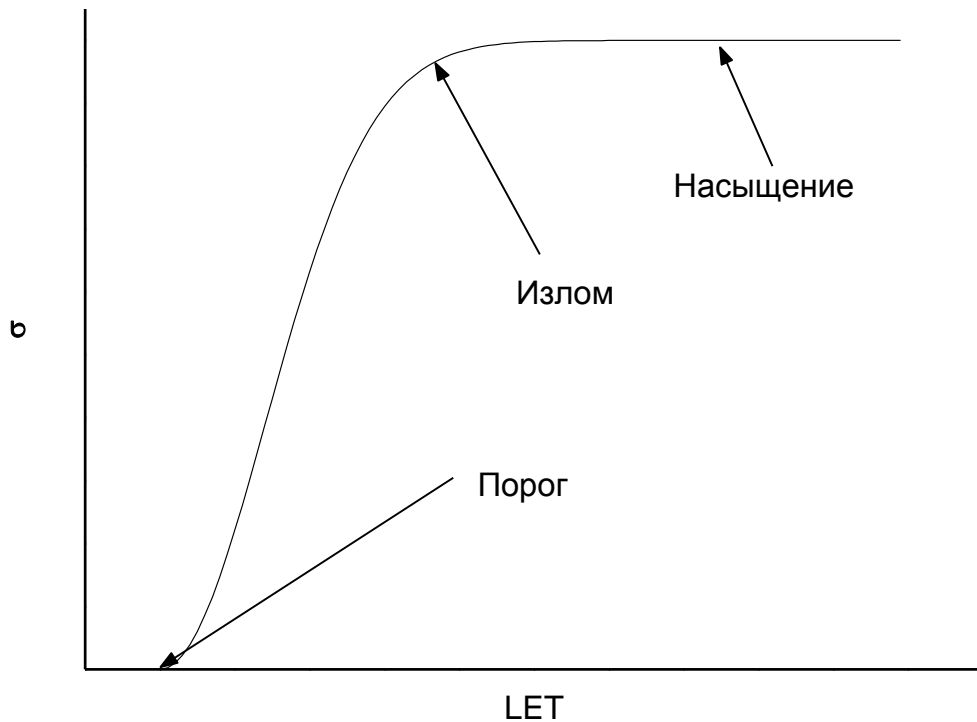


Рисунок 1.4 — Типичная зависимость дифференциального сечения от линейной передачи энергии

Для получения частоты появления эффектов необходимо проинтегрировать полученную зависимость  $\sigma$  от LET по всему спектру LET. Для НОС ионы с низкими значениями LET преобладают, поскольку основной причиной SEE является влияние протонов из нижнего РПЗ. Согласно работе [25] для НОС наибольшая интенсивность SEU наблюдается при значительном увеличении интенсивности СКЛ, т. е. при довольно редких событиях с вероятностью около 1 %. Половина СКЛ вызывает существенно меньше SEU, чем ГКС. Для СИСЗ основным поражающим фактором с точки зрения SEE являются ГКС и СКЛ.

Экранирование не является эффективным средством увеличения защиты от SEE, особенно трудно экранировать высокоэнергетичные ГКС.

Приведем также рекомендации Европейского космического агентства [23], которые обобщают европейский опыт построения радиационно стойкой аппаратуры для разных типов орбит.

*Геостационарная орбита.* На СИСЗ доминирует электронное излучение, характеризующееся выраженной временной зависимостью с длительными периодами относительной низкой радиационной активности и короткими периодами высокой радиационной активности. Солнечные протоны и космические лучи беспрепятственно проникают на геостационарную орбиту. При этом солнечные протоны вносят краткосрочный, но существенный вклад как в поглощенную дозу, так и в SEE, а космическое излучение представляет собой стационарный фактор, влияющий в основном на SEE.

*Средневысотная и эллиптическая орбита.* Находящиеся на этих орбитах ИСЗ не только испытывают воздействие электронов, как СИСЗ, но и пересекают во время орбитального движения внутренний (протоновый) радиационный пояс (см. рисунок 1.2). Поэтому для СОС и ВЭО нужно учитывать вклад протонов в SEE.

*Низковысотная орбита (кроме полярной орбиты).* ИСЗ на орбитах радиусом до 500...600 км и наклоном орбиты до  $55^\circ$  проводят часть времени в нижней части внутреннего радиационного пояса Земли, особенно если орбиты проходят в районе Южно-Атлантической аномалии. В результате доминирующим

фактором для НОС являются высокоэнергетичные протоны из внутреннего радиационного пояса Земли. Несмотря на то, что геомагнитное поле Земли защищает спутники на низковысотных орбитах от воздействия солнечных космических лучей, такая защита не обеспечивает полного экранирования.

*Низковысотная полярная орбита.* Полярные орбиты имеют радиус, не превышающий 1000 км, а угол их наклона составляет  $80^\circ$  и выше. Спутники на этих орбитах подвержены влиянию высокоэнергетичных протонов из внутреннего радиационного пояса Земли. На высоких широтах практически отсутствует геомагнитная защита от солнечных космических лучей.

### ***1.5 Радиационная стойкость элементной базы приемников спутниковой радионавигационной системы***

Рассмотрим архитектуру РНП. На рисунке 1.5 представлена типичная структурная схема приемника СРНС, состоящего из антенно-фидерного устройства, радиоприемного устройства, цифрового многоканального коррелятора, цифрового программируемого устройства, на котором исполняется специализированное программное обеспечение (ПО), а также периферийных компонентов, таких как постоянное запоминающее устройство (ПЗУ), оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), устройств ввода-вывода и таймеров.

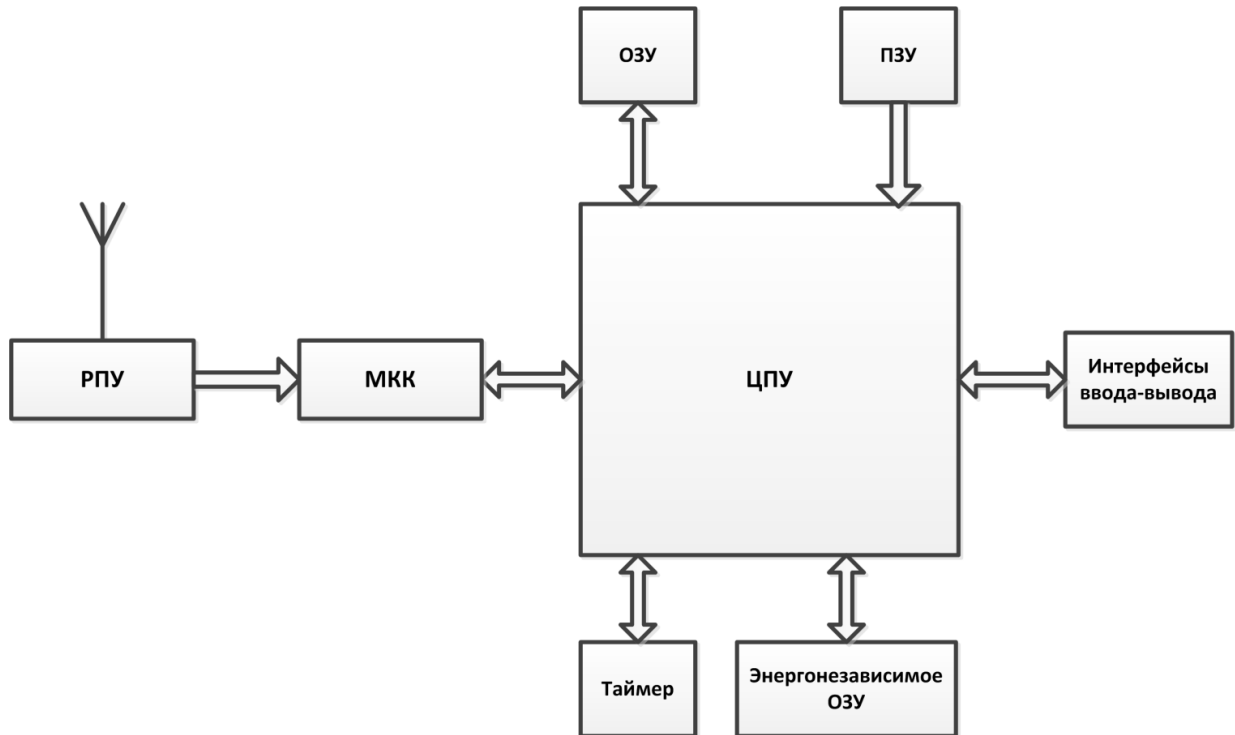


Рисунок 1.5 — Схема приемника СРНС

В радиочастотной части высокочастотный сигнал СРНС преобразуется в сигнал промежуточной частоты и оцифровывается. Цифровой сигнал подается на вход МКК, который вычисляет свертку входного сигнала с опорным сигналом. Результаты свертки интегрируются и подаются в ЦПУ. Программное обеспечение ЦПУ управляет МКК и реализует алгоритмы обработки сигналов. В современных приемниках РПУ, МКК и ЦПУ исполняются в виде сверхбольших интегральных схем.

В последние 10 лет были проведены эксперименты, направленные на исследование радиационной стойкости элементной базы СРНС приемников и изучение функционирования приемников СРНС в условиях воздействия ионизирующего излучения ([7,26-33]). Ниже приведен краткий обзор результатов, полученных в вышеупомянутых исследованиях.

Прежде всего отметим, что СБИС общего назначения (а именно ЦПУ и периферия) производятся в радиационно стойком исполнении и часть этих СБИС доступны на рынке без ограничений. Поэтому исследования элементной базы приемников СРНС сосредоточились на изучении радиационной стойкости

элементов, специфических для СРНС, а именно РПУ и МКК. Они рассмотрены в следующих параграфах.

Все авторы отмечают, что СБИС РПУ, обычно исполняемые по биполярной технологии, во-первых, будучи аналоговыми микросхемами, не подвержены эффектам одиночных сбоев и, во-вторых, являются относительно радиационно стойкими. Данные по радиационной стойкости СБИС РПУ варьируются от «35 крад (Si), после чего эксперимент был прекращен», до 100 крад (Si). На этом основании делается вывод, что СБИС РПУ стандартного исполнения пригодны для использования на борту ИСЗ. Следует отметить, что исследования [20-26] в основном рассматривают использование на борту НОС, в то время как нашей задачей является построение БАСН, пригодной к использованию на борту всех типов ИСЗ, включая СИСЗ и ВЭО. Тем не менее, основываясь на данных вышеупомянутых исследований, мы соглашаемся с выводами европейских и американских коллег: по крайней мере, при наличии защитных экранов СБИС РПУ могут быть использованы на борту ИСЗ.

Иначе обстоит дело с МКК. Разные авторы приводят разные результаты, но тем не менее можно с уверенностью сказать, что радиационная стойкость распространенных СБИС МКК не превышает 10...15 крад. Обратимся к таблице 1.2 и рисунку 1.3, из которых следует, что при отсутствии защитных экранов доза в 10...15 крад, например, на СИСЗ будет поглощена менее чем за год. Авторы исследований [20-25] уповают на два фактора, которые могли бы сделать возможным применение СБИС МКК стандартного исполнения в БАСН: использование БАСН только на борту НОС и защитное экранирование. Мы не можем воспользоваться первым фактором по определению, поскольку наша задача заключается в построении БАСН, пригодной к работе на борту всех типов ИСЗ, включая СИСЗ и ВЭО. Что касается защитных экранов, то, по нашему мнению, их эффективность преувеличена. Рассмотрим в качестве примера таблицу 3 из работы [28], часть которой составляет таблица 1.3.

Таблица 1.3 — Поглощенная доза для разных типов орбит [28]

Тип орбиты	Экранирование, г/см <sup>2</sup>	Дневная поглощенная доза, рад
Полярная	3	1,0
Полярная	5	0,6
Переходная	3	8,5
Переходная	5	7,0
«Молния»	3	1,1
«Молния»	5	0,9

Из сравнения таблиц 1.3 и 1.2 следует, что авторы работы [28] полагают, что, например, для полярной орбиты при использовании алюминиевого защитного экрана плотностью 3 г/см<sup>2</sup> поглощенная доза снижается почти в 8 раз (2500/365), что является довольно реалистичным предположением. Для переходной же орбиты эффективность защитного экрана превышает 30 [100 000/(365 · 8,5)], что не может быть справедливым. В любом случае, аргументация авторов работ [20-25] ограничивается возможностью использования СБИС МКК на борту НОС, применимость к другим типам орбит не оценивается. Для использования на борту высокоорбитальных спутников необходимы радиационно стойкие СБИС МКК.

## ***1.6 Особенности космического базирования приемников спутниковых радионавигационных систем***

### **1.6.1 Ограниченный выбор элементной базы**

Еще раз отметим, что мы рассматриваем методологию проектирования гражданской аппаратуры, предназначенной для коммерческой реализации на гражданском рынке. Это требование косвенно противоречит требованиям на космическую пригодность аппаратуры, особенно требованиям на повышенную радиационную стойкость элементной базы. Элементная база, обладающая такой радиационной стойкостью, как правило, доступна в военном исполнении или в исполнении для двойного применения. Выделим три сложности, вызванные

ограниченным выбором элементной базы: отсутствие на рынке радиационно стойких МКК, низкая производительность радиационно стойких ЦПУ и высокая стоимость радиационно стойких опорных генераторов.

Характерно, что информация о разрабатываемых перспективных МКК космического базирования зачастую отсутствует, несмотря на сообщения о ведении таких разработок как в США, так и в Европе. Отсутствие радиационно стойких интегральных схем МКК долгое время служило препятствием для создания БАСН. В конце 1990-х гг. Европейский союз завершил разработку МКК AGGA (Advanced GPS GLONASS ASIC) [33] — 12-канального коррелятора GPS/ГЛОНАСС с радиационной стойкостью 100 крад. К сожалению, этот коррелятор попадает под экспортные ограничения ЕС и не может быть применен в отечественных разработках. Известно также, что приемник Topstar 3000, разработанный французскими компаниями CNES и Alcatel и установленный на борту СИС3 Stentor2, тоже использует МКК с радиационной стойкостью 100 крад, но он не доступен для покупателей даже внутри ЕС.

Поскольку ЦПУ является краеугольным камнем любого бортового вычислительного комплекса, радиационно стойкие процессоры разрабатываются уже десятки лет. Основное затруднение заключается в том, что ЦПУ с радиационной стойкостью свыше 50–100 крад или попадают под экспортно-импортные ограничения, или не обладают высокой производительностью. Низкая производительность доступных и пригодных к космическому использованию ЦПУ накладывает серьезные ограничения на алгоритмы обработки сигналов и на программное обеспечение БАСН в целом.

Еще одной сложностью, с которой сталкиваются проектировщики БАСН, является дороговизна радиационно стойких опорных генераторов (ОГ). В отличие от МКК и ЦПУ ОГ в радиационно стойком исполнении доступны, однако их стоимость не только существенно отличается от стоимости ОГ наземного базирования, но и резко дифференцирована в зависимости от характеристик. Так,

---

2 Stentor был потерян в декабре 2002 г., когда французский ЦУП принял решение об уничтожении ракетоносителя Ariane 5 после 3 мин полета вне заданной траектории.

разница между относительно высококачественными ОГ и ОГ с пониженными характеристиками может составлять тысячи и даже десятки тысяч долларов США<sup>3</sup>. Такой уровень цен комплектующих естественным образом влияет как на конечную стоимость БАСН, так и на бюджет разработки. Разработчики БАСН должны быть готовы к тому, что из экономических соображений им придется использовать относительно дешевые ОГ со сравнительно плохими характеристиками.

### **1.6.2 Особенности приема сигналов спутниковой радионавигационной системы на борту спутников**

Условия приема сигналов СРНС для космического и наземного потребителей имеют ряд существенных различий. Их следует учитывать при разработке методологии проектирования БАСН и в частности при проектировании алгоритмов обработки сигналов в БАСН. Например, взаимная динамика приемника и НС, определяющая диапазон изменения доплеровского сдвига частоты, зависит в основном от динамики НС. В случае с БАСН значительный вклад во взаимную динамику вносит динамика самого потребителя. При этом доплеровский сдвиг частоты, а также скорость его изменения увеличивается в разы. Кроме того, в зависимости от расположения потребителя относительно орбиты НС существенно меняются условия геометрической видимости НС и уровень сигнала НС на входе приемной антенны БАСН.

В данном разделе анализируются особенности эксплуатации БАСН космического базирования, вытекающие из условий приема сигналов на борту разных типов ИСЗ. Для этого решаются задачи вывода соотношений, описывающих параметры сигналов СРНС на входе БАСН, а также задачи анализа результатов моделирования условий приема сигналов для ИСЗ с разными типами орбиты. Работа автора [34] содержит подробное изложение этой тематики.

---

<sup>3</sup> Для понимания уровня цен: автор участвовал в переговорах, в которых радиационно стойкие термокомпенсированные ОГ предлагались по цене 25 000 долларов США за штуку при минимальной закупочной партии 10 штук.



## Классификация орбит искусственного спутника Земли

По геометрическому характеру движения ИСЗ различают следующие основные классы орбит:

- круговые и близкие к круговым;
- слабоэллиптические;
- высокоэллиптические.

Круговые и близкие к круговым орбиты имеют эксцентриситет в пределах  $0...0,03$ . В зависимости от высоты полета спутники этого класса орбит подразделяют на низкоорбитальные (НОС), среднеорбитальные (СОС) и высокоорбитальные (ВОС).

Высота орбит НОС лежит в пределах  $200...1500$  км, период обращения спутников составляет около 2 ч, скорость движения — несколько километров в секунду. Примерами НОС являются пилотируемые космические корабли, спутниковые связные системы и ИСЗ для дистанционного зондирования Земли.

Спутники ВОС движутся на орбитах выше  $30\ 000$  км, период их обращения — около 24 ч, скорость — около 4 км/с. Особое место среди ВОС занимают стационарные искусственные спутники Земли (СИСЗ). Геостационарные спутники, двигаясь со скоростью вращения Земли, «зависают» над определенной точкой земной поверхности, которая располагается на экваторе. Это определяет основное использование СИСЗ как систем связи. Так, система связи ИНМАРСАТ построена на основе четырех геостационарных спутников.

Высокоэллиптические орбиты характеризуются большими значениями эксцентриситетов. Такая орбита представляет собой вытянутый эллипс, в одном из фокусов которого находится Земля. Апогей орбиты составляет  $10\ 000...100\ 000$  км, а перигей —  $400...700$  км. Период обращения спутника на высокой эллиптической орбите (ВЭО) в зависимости от параметров орбиты составляет от 3 до 48 ч. Для ВЭО характерно то, что их скорость в апогее значительно меньше, чем в перигее. Следовательно, такой ИСЗ будет находиться в зоне видимости определенного региона в течение более длительного времени, чем спутник с

круговой орбитой. ВЭО используются в основном для обеспечения связи. Выведенный на орбиту ИСЗ «Молния» (апогей 40 000 км, перигей 460 км, наклонение  $63,50^\circ$ ) обеспечивает сеансы связи продолжительностью 8...10 ч, причем система всего из трех спутников поддерживает глобальную круглосуточную связь. Эллиптические орбиты с более низким апогеем, например Borealis (апогей 7840 км, перигей 520 км) или Archimedes (апогей 26 737 км, перигей 1000 км), предназначены для обеспечения региональной связи.

### **Программно-моделирующий комплекс для оценки приема сигналов СРНС на борту спутников**

Для моделирования условий приема сигналов СРНС на ИСЗ разных типов орбит был разработан и реализован специализированный программный комплекс. Целью моделирования являлось получение оценок уровня мощности сигнала НС на входе БАСН, радиовидимости НС, а также взаимной динамики БАСН и НС.

Моделирование проводилось для спутников, чьи параметры орбит приведены в таблице 1.4. Предполагалось, что ИСЗ движутся по идеальным невозмущенным орбитам. Информация о параметрах орбит ИСЗ в формате TLE доступна по адресу: <http://celestrak.com/NORAD/elements/>. В качестве исходных данных о параметрах орбит НС использовались альманахи систем GPS и ГЛОНАСС в форматах YUMA и AGL. Для сравнения был использован опорный наземный потребитель, расположенный в Санкт-Петербурге.

Таблица 1.4 — Параметры опорных орбит

Параметр	МКС (НОС)	ИНМАРСАТ 4-F1 (СИСЗ)	«Молния 3-50» (ВЭО)
Опорное время (UTC)	28.02.2012 13:12:09	29.02.2012 13:41:54	28.02.2012 08:14:01
Наклонение	51°6432'	2°4944'	63°4594'
Долгота восходящего узла	311°8853'	342°8091'	161°5145'

Эксцентриситет	0,0019879	0,0003052	0,6863464
Аргумент перигея	93°9868'	351°7809'	259°7567'
Средняя аномалия	266°3560'	173°13'	22°6137'
Среднее движение, витков в день	15,59376864	1,00272738	2,00604318
Ориентация ИСЗ	К Земле	К Земле	Ось вращения перпендикулярна плоскости эклиптики
Конфигурация антенн	В зенит	В надир	Две антенны, направленные в зенит и надир

### Моделирование энергетических характеристик сигнала

Для оценки энергетических характеристик сигнала использовалась модель радиолинии НС — БАСН с активной приемной антенной, изображенная на рисунке 1.6. Энергетические характеристики условий приема сигналов в БАСН принято обозначать параметром  $C/N_0$ , представляющим отношение мощности полезного сигнала к спектральной односторонней плотности шума.

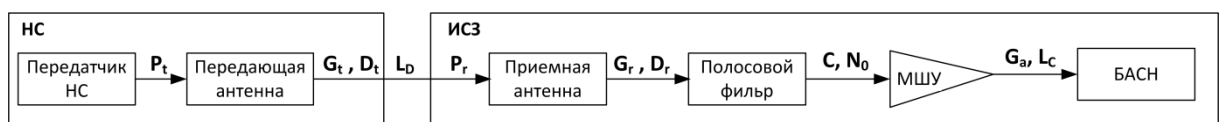


Рисунок 1.6 — Модель радиолинии НС — БАСН

При расчете энергетического бюджета межспутниковой радиолинии затуханием радиосигнала в атмосфере можно пренебречь. Следовательно, в соответствии с принятой моделью радиолинии НС — БАСН мощность сигнала НС на входе приемной антенны БАСН определяется соотношением

$$P_r = P_t + G_t + D_t + L_D, \quad (1.2)$$

где  $P_t$  — мощность сигнала передатчика НС, дБВт;  $G_t$  — коэффициент усиления излучающей антенны НС, дБ;  $D_t$  — диаграмма направленности (ДН) излучающей антенны НС, дБ;  $L_D$  — затухание мощности сигнала в свободном пространстве, дБ.

На выходе передатчика НС гарантированная мощность С/А сигнала на частоте  $L_1$  составляет 27 Вт, или 14,3 дБВт. Коэффициент усиления излучающей антенны может быть оценен исходя из ширины основного лепестка ДН антенны. Для спутников серии GPS Block II половина ширины основного лепестка ДН  $\theta = 21,3^\circ$  [35]. Следовательно, коэффициент усиления антенны, который определяется как отношение площадей сферы и поверхности на этой сфере, вырезаемой конусом с углом  $\theta$ , равен 14,6 дБ.

Аналитической зависимости, описывающей ДН излучающей антенны НС во всем диапазоне углов отклонения от оси ДН, в доступной литературе не найдено. Поэтому была использована модель ДН, полученная путем интерполяции кубическими сплайнами коэффициента усиления в узловых точках. Для этого взяты характеристики ДН в диапазоне, превышающем ширину основного лепестка, полученные экспериментально в работе [36]. Модельная ДН излучающей антенны НС как функция угла отклонения от оси ДН представлена на рисунке 1.7. Там же приведена ДН типичной полусферической всенаправленной антенны, предназначенной для приема сигналов СРНС. Коэффициент эллиптичности такой антенны — не более 3,5 дБ, а коэффициент усиления для углов в диапазоне  $\pm 75^\circ$  — не менее  $-2$  дБ [37]. ДН приемной и передающих антенн считаются равномерными в азимутальной плоскости.

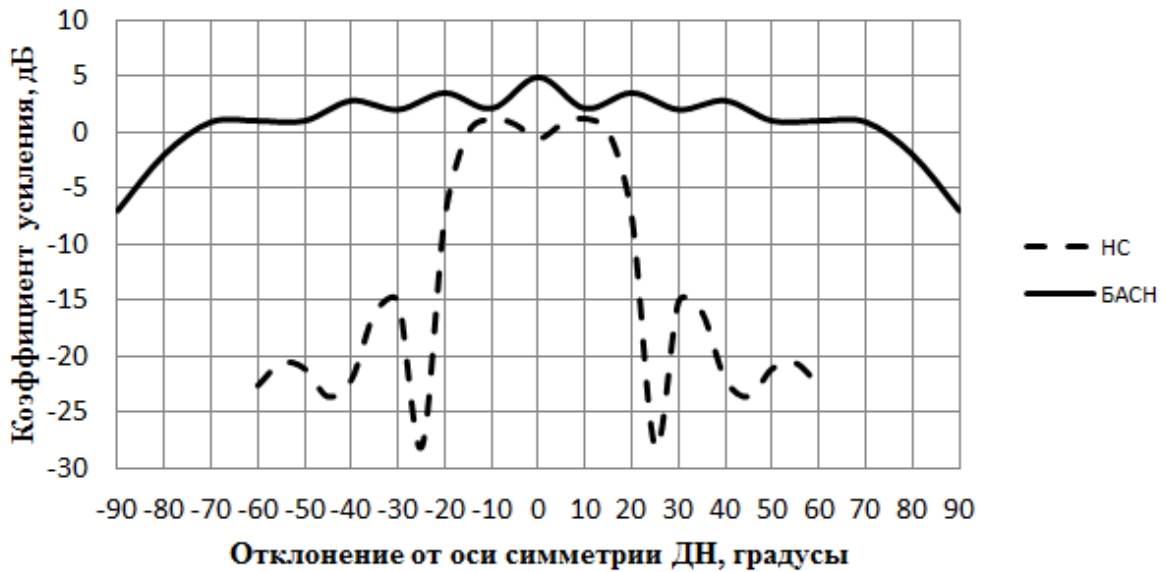


Рисунок 1.7 — Диаграммы направленности излучающей и приемной антенн  
Затухание мощности сигнала в свободном пространстве описывается соотношением

$$L_D = 20 \lg \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right), \quad (1.3)$$

где  $d$  — расстояние между НС и ИСЗ, м;  $\lambda$  — длина волны несущей частоты  $L_1$ , м.

В идеальном случае, когда потерь при передаче мощности сигнала от приемной антенны к МШУ нет, мощность принятого сигнала на входе МШУ может быть найдена следующим образом:

$$C = P_r + G_r + D_r, \quad (1.4)$$

где  $G_r$  — коэффициент усиления приемной антенны, дБ;  $D_r$  — ДН приемной антенны, дБ.

Для приемной антенны с ДН, изображенной на рисунке 1.7,  $G_r = 0$  дБ.

Односторонняя спектральная плотность шума  $N_0$  на входе МШУ определяется соотношением

$$N_0 = 10 \lg kT_{sys}, \quad (1.5)$$

где  $T_{sys}$  — эквивалентная шумовая температура, К;  $k$  — постоянная Больцмана.

Эквивалентная шумовая температура зависит от ориентации антенны БАСН по отношению к Земле. При моделировании величину  $T_{sys}$  выбирали из двух значений:  $T_{sys} = 290$  К, если антенна ориентирована к центру Земли, и  $T_{sys} = 180$  К, если антенна ориентирована в космос.

Таким образом, отношение  $C/N_0$  в децибелах на входе МШУ может быть найдено как разность мощности принятого сигнала  $C$  и односторонней спектральной плотности шума  $N_0$ . Отношение  $C/N_0$  на входе цифровой части БАСН зависит от конкретной реализации радиоприемного устройства БАСН. При моделировании считалось, что РПУ реализован на основе СБИС GEC Plessey GP2015, которая разработана для использования совместно с активной антенной. Коэффициент шума радиочастотного тракта, включающего МШУ антенны и РПУ, в первом приближении может быть найден по формуле из работы [38]

$$L_{Nf} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_a - L_c}, \quad (1.6)$$

где  $F_1$  — коэффициент шума МШУ активной антенны, дБ;  $F_2$  — коэффициент шума СБИС GP2015, дБ;  $G_a$  — коэффициент усиления МШУ активной антенны, дБ;  $L_c$  — потери в кабеле после МШУ, дБ.

Типичные значения этих параметров, указанные в работе [38],  $G_a = 26$  дБ,  $L_c = 2$  дБ,  $F_1 = 2,5$  дБ и  $F_2 = 9$  дБ. Подставив эти значения в (1.6), получим  $L_{Nf} = 3$  дБ.

Суммарные потери  $L_1$ , связанные с реализацией РПУ и аналого-цифровым преобразованием сигнала, не превышают 4 дБ [39]. Таким образом, окончательное выражение для расчета отношения  $C/N_0$  на входе цифровой части БАСН, которое использовалось при моделировании, выглядит следующим образом:

$$C / N_0 = P_t + G_t + D_t + L_D + G_r + D_r - 10 \lg T_{sys} + 228,6 - L_{Nf} - L_1. \quad (1.7)$$

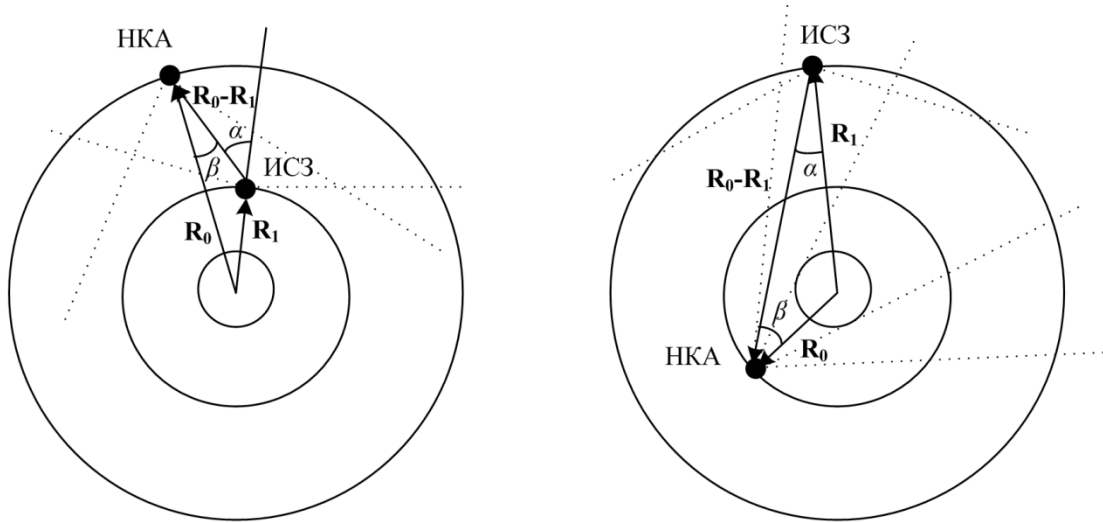
### *Моделирование радиовидимости и геометрического фактора*

При моделировании радиовидимости и геометрического фактора в расчет принимались следующие соображения. Критерием геометрической видимости НС для потребителя является одновременное выполнение следующих условий:

1. линия, соединяющая НС и потребителя, не пересекает сферу с центром, расположенным в центре Земли, и радиусом, равным радиусу Земли;
2. углы возвышения НС и потребителя не меньше минимально допустимых углов возвышения для приемной и передающей антенн соответственно.

При моделировании считалось, что для ИСЗ, имеющих орбиту ниже орбиты НС, приемная антенна БАСН конфигурирована в зенит, а для ИСЗ с высокой орбитой — к центру Земли. Критерий геометрической видимости для обоих случаев поясняется рисунком 1.8, на котором границы ДН приемной и передающих антенн изображены пунктирными линиями. Для определения геометрической видимости НС использовались соотношения, учитывающие взаимное расположение НС и ИСЗ относительно Земли, а также ДН приемной и передающей антенн, изображенные на рисунке 1.7.

Кроме геометрического критерия для определения радиовидимости НС использовалась оценка отношения  $C/N_0$  на входе цифровой части БАСН, которая для видимых НС должна быть не меньше порога обнаружения сигнала. Иными словами, для использования сигнала НС в навигационном приемнике НС должен не только находиться в зоне радиовидимости. Мощность излучаемого им сигнала должна быть достаточной, чтобы приемник смог осуществить захват сигнала и слежение за его параметрами.



а) Орбита ИСЗ ниже орбиты НКА

б) Орбита ИСЗ выше орбиты НКА

Рисунок 1.8 — Геометрическая видимость НС в зависимости от высоты орбиты потребителя: *a* — орбита ИСЗ ниже орбиты НКА; *b* — орбита ИСЗ выше орбиты НКА

Для математического описания критерия геометрической видимости НС введем следующие обозначения:

$\alpha$  — угол между вектором ИСЗ — НС и осью симметрии ДН антенны БАСН;

$\beta$  — угол между вектором НС — ИСЗ и осью симметрии ДН антенны НС;

$\alpha_{max}$  — половина ширины главного лепестка ДН антенны БАСН;

$\beta_{max}$  — половина ширины главного лепестка ДН антенны НС;

$\beta_{min}$  — половинный угол затенения Землей ДН антенны НС.

Тогда условие геометрической видимости НС для случаев, изображенных на рисунке 1.8, определяется системами неравенств

$$\begin{cases} \alpha < \alpha_{max}; \\ \beta < \beta_{max} \end{cases} \quad (a) \quad \text{и} \quad \begin{cases} \alpha < \alpha_{max}; \\ \beta < \beta_{max}; \\ \beta > \beta_{min} \end{cases} \quad (b) \quad (1.8)$$

соответственно. Так как при моделировании положение ИСЗ и НС задается координатами в географической системе координат, преобразуем эти неравенства к виду, удобному для вычислений. Учитывая монотонно убывающий характер



функции косинус на интервале  $[0, \pi/2]$ , системы неравенств эквивалентны системам

$$\begin{cases} \cos \alpha > \cos \alpha_{\max}; \\ \cos \beta > \cos \beta_{\max} \end{cases} \quad (a) \quad \text{и} \quad \begin{cases} \cos \alpha > \cos \alpha_{\max}; \\ \cos \beta > \cos \beta_{\max}; \\ \cos \beta < \cos \beta_{\min}. \end{cases} \quad (b) \quad (1.9)$$

Пусть  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_1$  — радиус-векторы НС и ИСЗ соответственно. Тогда косинусы углов  $\alpha$  и  $\beta$  определяются следующим образом:

$$\cos \alpha = \frac{(\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_1)}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1| |\mathbf{R}_1|}; \quad \cos \beta = \frac{(\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0)}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1| |\mathbf{R}_0|}, \quad (1.10)$$

где  $(x, y)$  — скалярное произведение векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$ ;  $|\mathbf{x}|$  — модуль вектора  $\mathbf{x}$ .

### *Моделирование взаимных динамических характеристик ИСЗ и НС*

Доплеровское смещение частоты прямо пропорционально радиальной скорости сближения потребителя и НС

$$f_d = v_r \times \frac{f_{L_1}}{c}, \quad (1.11)$$

где  $f_d$  — доплеровское смещение несущей частоты, Гц;  $v_r$  — радиальная скорость сближения потребителя и НС, м/с;  $f_{L_1}$  — номинальное значение несущей частоты  $L_1$ , Гц;  $c$  — скорость света, м/с.

Радиальная скорость сближения потребителя и НС определяется соотношением

$$v_r = \frac{(\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1, \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0)}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1|}, \quad (1.12)$$

где  $\mathbf{v}_0$  и  $\mathbf{v}_1$  — векторы скорости НС и потребителя.

Скорость изменения доплеровского сдвига частоты может быть найдена путем дифференцирования соотношения (1.11)

$$\dot{f}_d = \frac{(\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1, \dot{\mathbf{v}}_1 - \dot{\mathbf{v}}_0) + v_r^2 - |\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_1|^2}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_1|} \times \frac{f_{L_1}}{c}. \quad (1.13)$$

Взаимные динамические характеристики ИСЗ и НС моделировались с использованием формул невозмущенного движения спутников.

В следующих разделах обсуждаются результаты моделирования условий приема сигналов СРНС на борту разных типов ИСЗ.

### *Высокие динамические характеристики*

Одним из основных и наиболее очевидных различий между космическими и наземными объектами являются динамические характеристики потребителя. Наземные потребители по сравнению с НС низкодинамичны, а скорости ИСЗ сравнимы со скоростями НС.

Доплеровский эффект влияет на методы обработки сигналов в навигационных приемниках, определяя диапазон поиска сигнала и параметры следящих петель. Для наземного потребителя доплеровский сдвиг частоты определяется в основном динамикой НС и находится в пределах  $\pm 5$  кГц. Для определения диапазона поиска сигнала в БАСН необходимо оценить максимальное значение взаимной скорости ИСЗ и НС.

В таблице 1.5 даны диапазоны изменения частоты Доплера и ее производной для разных типов орбит ИСЗ.

Таблица 1.5 — Диапазон изменения частоты Доплера и ее производной для разных типов орбит ИСЗ

Потребитель	Диапазон изменения частоты Доплера, кГц	Диапазон изменения производной частоты Доплера, Гц/с
НП	$\pm 4,5$	$-0,7 \dots 0$
МКС	$\pm 45$	$-65 \dots 0$
ИНМАРСАТ 4-F1	$\pm 10$	$\pm 2$
«Молния 3-50»	$\pm 50$	$-50 \dots 20$

Диапазон изменения доплеровского сдвига частоты, указанный в таблице 1.5, не учитывает нестабильность опорного генератора, которая для распространенных кварцевых генераторов составляет от 4 ppm для

термокомпенсированных опорных генераторов до 23 ppm. Нестабильность генератора увеличивает неопределенность по частоте из-за неточности формирования опорной частоты в процессе преобразования входного сигнала. Наибольшая ошибка возникает на первой стадии преобразования, когда опорная частота близка к частоте входного сигнала и равна  $\pm 6$  кГц для термокомпенсированных ОГ и  $\pm 35$  кГц для ОГ. Таким образом, чтобы получить диапазон изменения доплеровского сдвига частоты с учетом нестабильности ОГ, необходимо указанный в таблице диапазон увеличить на  $\pm 6$  кГц для термокомпенсированных ОГ и  $\pm 35$  кГц для ОГ.

На рисунке 1.9 приведены зависимости частоты Доплера и его производной от времени для НОС. На рисунке 1.10 показаны аналогичные зависимости для наземного потребителя. Из этих графиков следует, что для НОС доплеровский сдвиг частоты почти на порядок (а производная на два порядка) больше, чем для наземного потребителя. Следует отметить также, что характерные особенности поведения частоты Доплера и ее производной у НОС и наземного потребителя сходны, что объясняется направленностью антенны в зенит. Для обоих потребителей производная частоты Доплера практически всегда отрицательна. Она достигает минимума при нулевом значении частоты Доплера и стремится к нулю при значениях, близких к максимуму. Поскольку частота Доплера максимальна для надгоризонтных спутников и близка к нулю для зенитных, то можно сделать вывод, что производная Доплера максимальна для спутников, близких к зениту. Многие алгоритмы захвата сигнала начинают поиск со спутников со значениями частоты доплеровского сдвига, близкими к нулю. Для космических приложений такая стратегия поиска должна быть пересмотрена, так как сигналы с производной частоты Доплера порядка 70 Гц/с являются высокодинамичными целями и их захват затруднен.

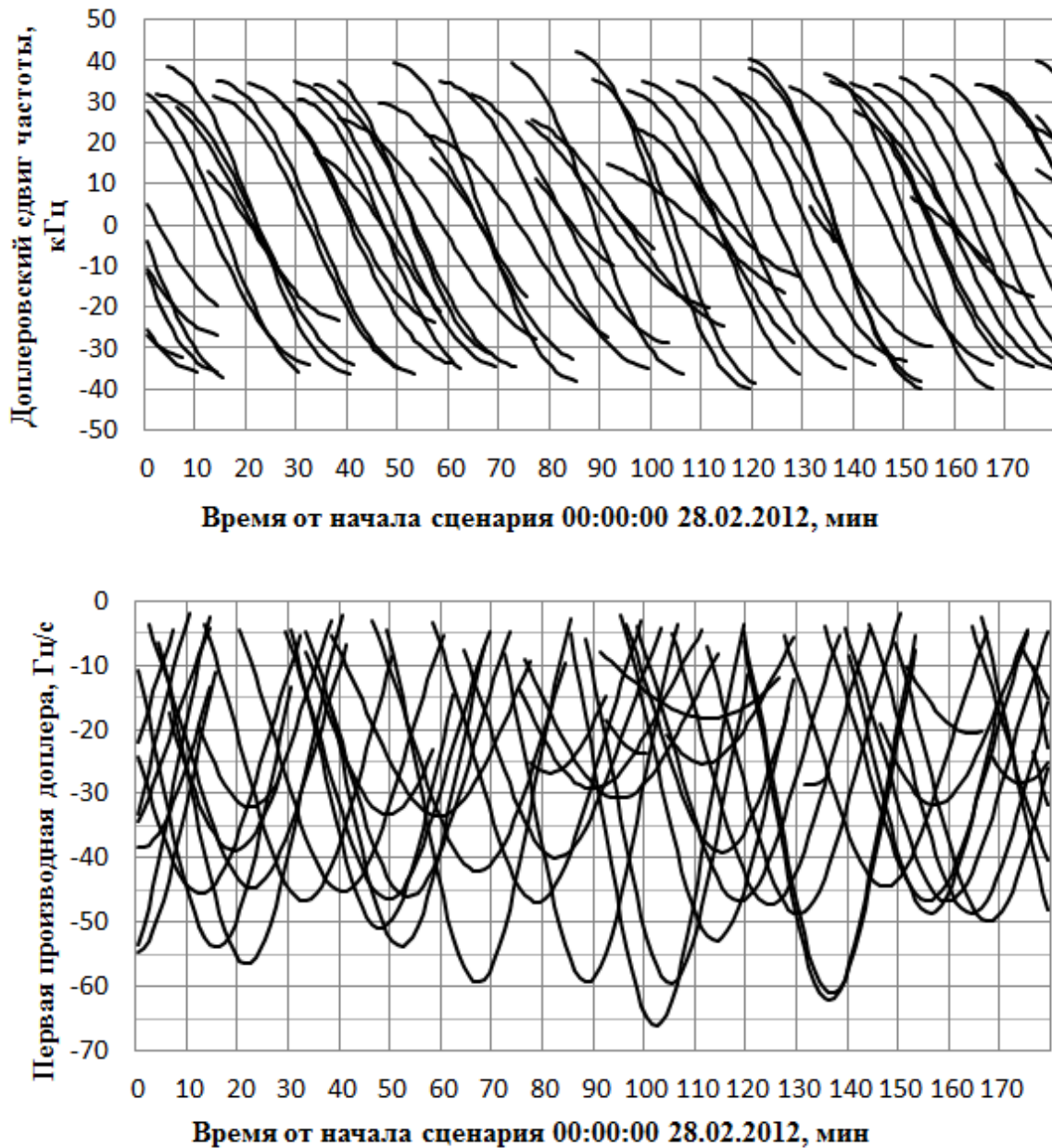


Рисунок 1.9 — Доплеровский сдвиг частоты и его производная для НОС (МКС)

На рисунке 1.11 представлена зависимость частоты Доплера и ее производной для СИСЗ. Из приведенного графика видно, что сдвиг Доплера не превышает  $\pm 6$  кГц, а производная — 1,5 Гц/с. Из особенностей динамических характеристик СИСЗ следует отметить положительный знак производной, обусловленный ориентацией приемной антенны к Земле, а также перерывы в радиовидимости НС, вызванные затенением Земли. Прием сигналов боковых лепестков диаграммы направленности передающей антенны НС, с одной стороны, увеличивает время радиовидимости НС, а с другой — расширяет диапазон

изменения доплеровского сдвига частоты и его производной. В целом для СИСЗ диапазон существенно не превышает значений частоты Доплера и его производной для наземного потребителя.

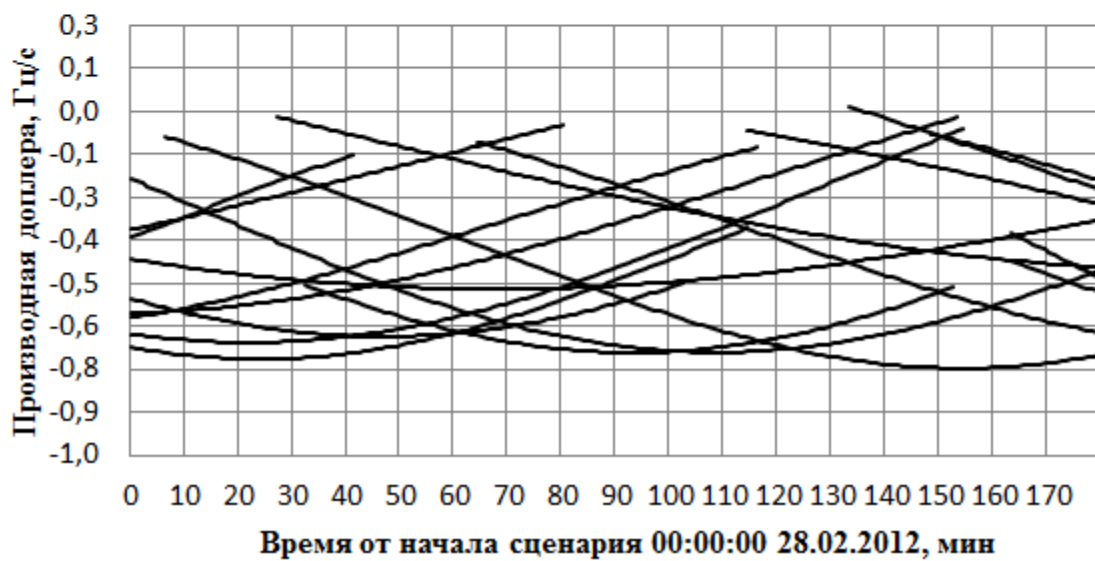
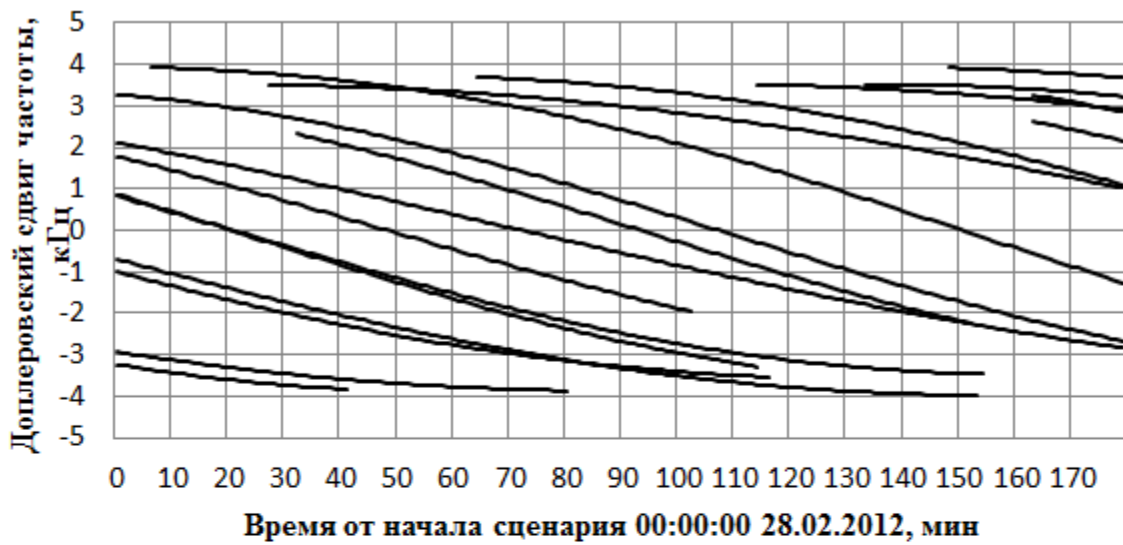


Рисунок 1.10 — Доплеровский сдвиг частоты и его производная для наземного потребителя

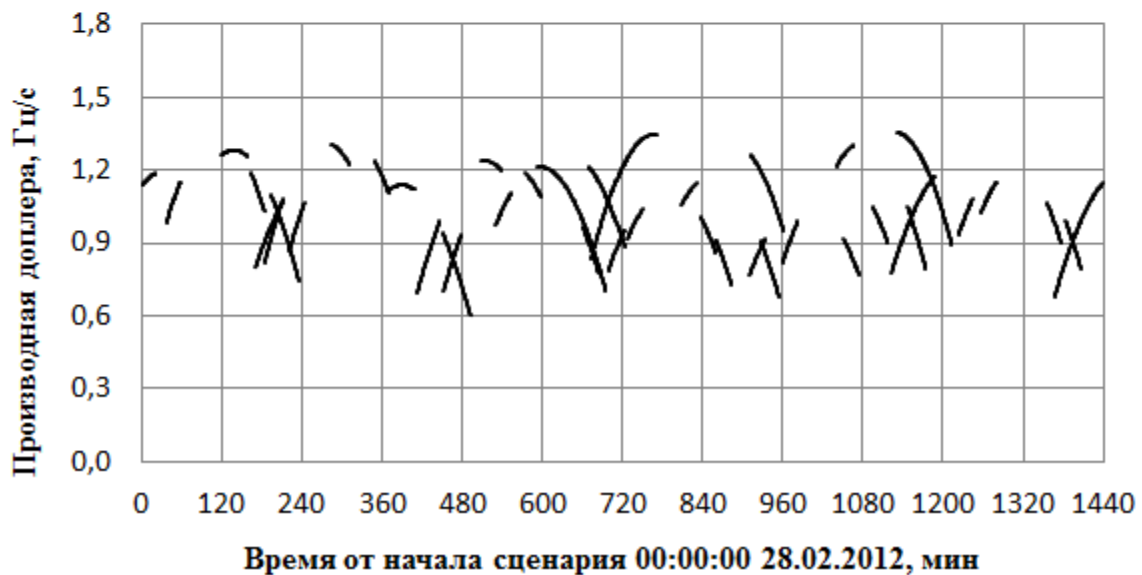
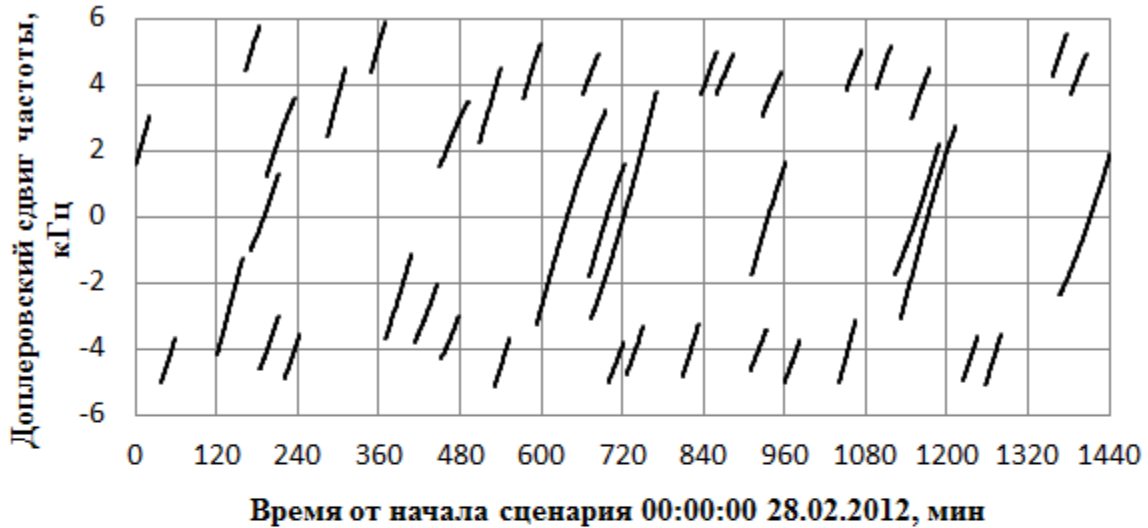


Рисунок 1.11 — Доплеровский сдвиг частоты и его производная для СИСЗ (ИНМАРСАТ 4-F1)

С точки зрения взаимной динамики орбита ВЭО представляет собой наибольшую трудность при проектировании алгоритмов БАСН, так как диапазон изменения значений частоты Доплера и ее производной в этом случае превосходит диапазоны для НОС и СИСЗ, что видно на рисунке 1.12. Максимальное значение частоты Доплера составляет примерно 50 кГц и достигается около перигея. Производная частоты Доплера меняется от 20 до 50 Гц/с.

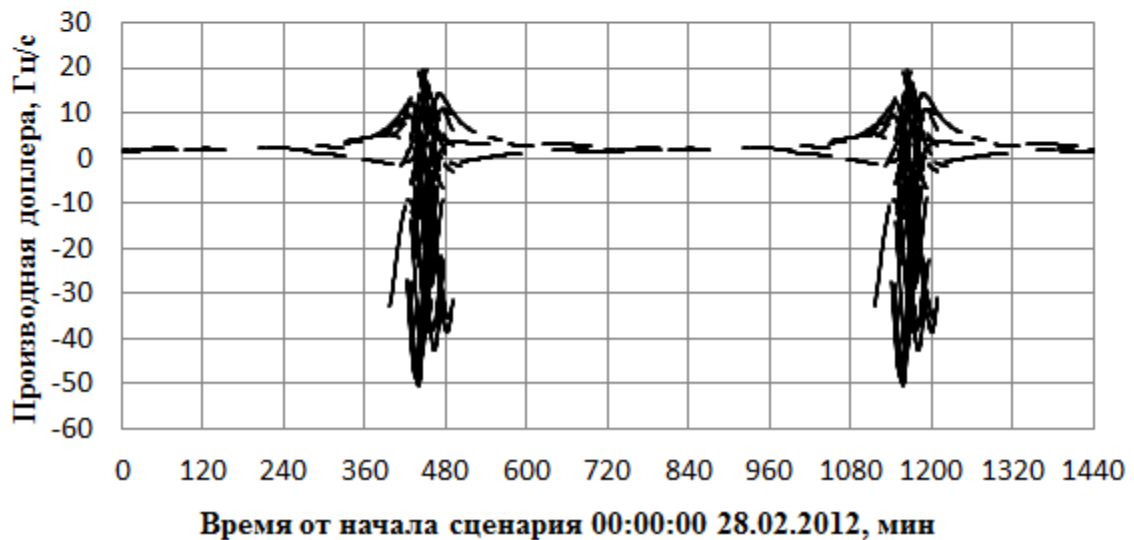
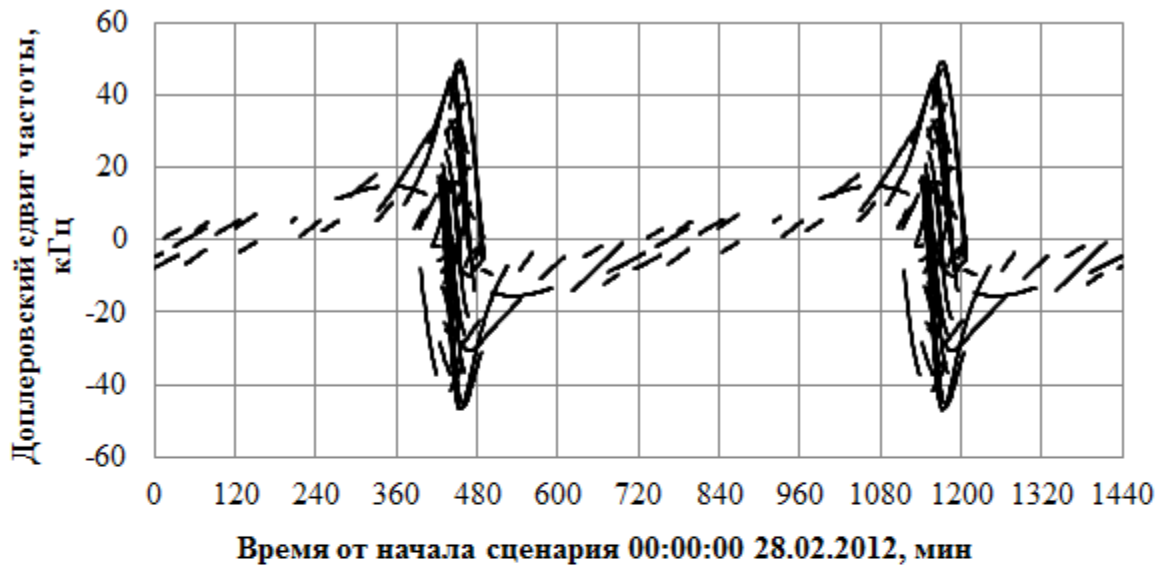


Рисунок 1.12 — Доплеровский сдвиг частоты и его производная для ВЭО («Молния 3-50»)

Таким образом, высокая динамика космических аппаратов определяет еще одну задачу, которую необходимо решить при проектировании БАСН. Требуется разработать методы поиска сигналов в широком диапазоне изменения частоты. Кроме того, следует учитывать высокие динамические характеристики потребителя при проектировании следящих петель.

#### *Пониженное отношение сигнал/шум*

Полученное в результате моделирования на интервале 24 ч распределение отношения мощности сигнала к спектральной мощности шума  $C/N_0$  на входе цифровой части БАСН для потребителей, приведенных в таблице 1.5, изображено

на рисунке 1.13. Для сравнения там же представлено распределение  $C/N_0$  для неподвижного наземного потребителя.

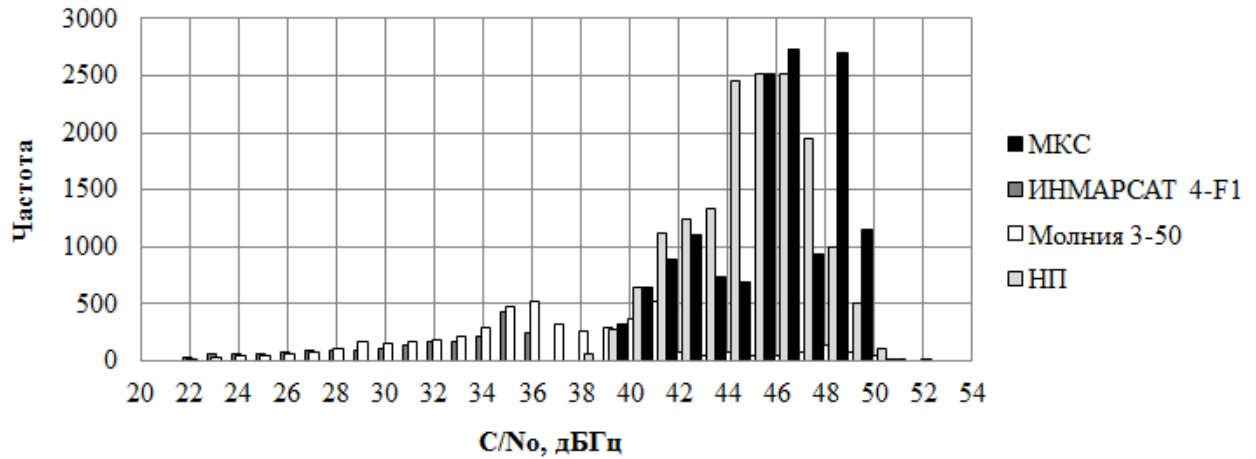


Рисунок 1.13 — Частотное распределение  $C/N_0$  на входе цифровой части БАСН

Для наземных потребителей величина  $C/N_0$  составляет около 38...52 дБГц, что означает сравнительно равномерное распределение мощности сигналов, принимаемых от разных НС, как показано на рисунке 1.14.

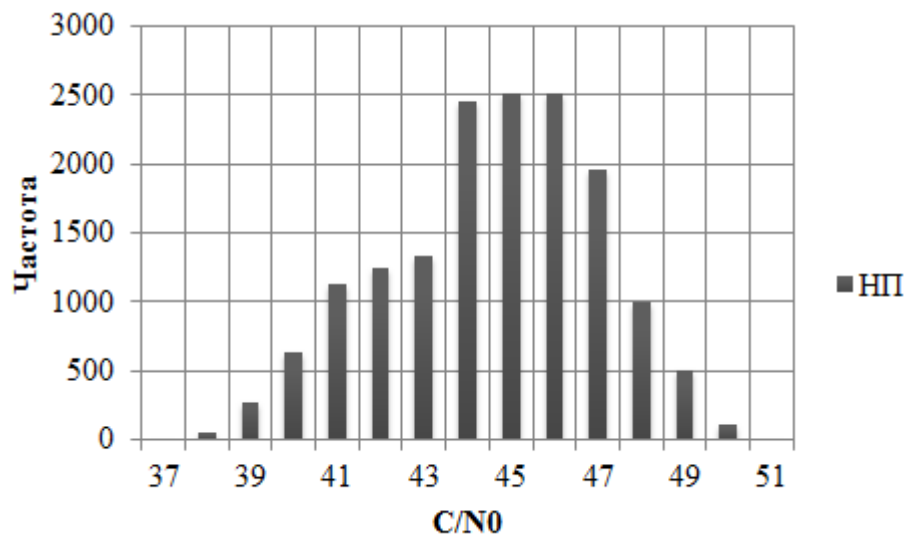


Рисунок 1.14 — Частотное распределение  $C/N_0$  для наземного потребителя

Для НОС распределение  $C/N_0$  по форме и характеру совпадает с распределением  $C/N_0$  для наземного потребителя (рисунок 1.15). В силу меньшего геометрического расстояния значения  $C/N_0$  для НОС несколько выше по сравнению с наземными потребителями. Отношение  $C/N_0$ , измеренное на входе



цифровой части БАСН для НОС и наземного потребителя, находится в пределах 39...50 дБГц, при этом наиболее вероятные значения  $C/N_0$  45...47 дБГц.

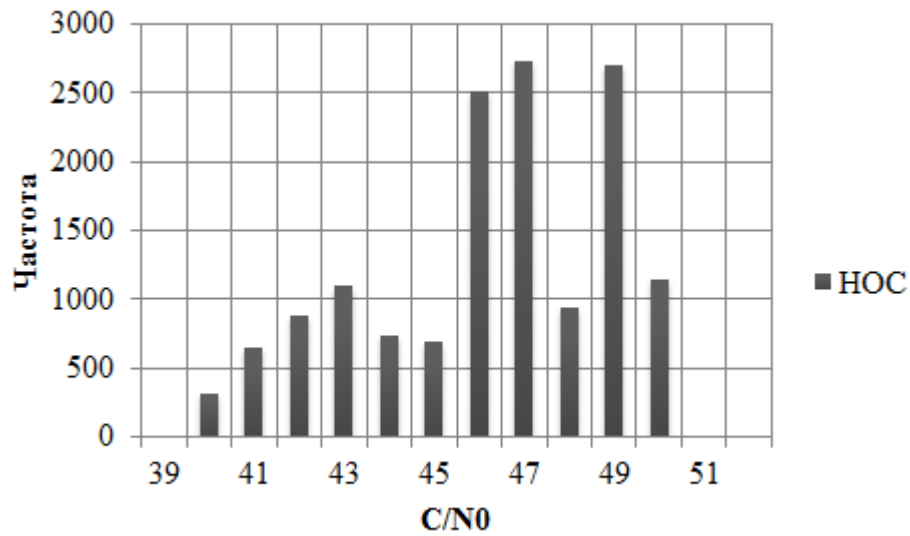


Рисунок 1.15 — Частотное распределение  $C/N_0$  для НОС

Для СИСЗ распределение  $C/N_0$  сдвинуто в сторону пониженной мощности более чем на 10 дБ (рисунок 1.16), диапазон изменения отношения  $C/N_0$  на СИСЗ составляет 22...36 дБГц. Этого следовало ожидать, принимая во внимание, что расстояние от НС до наземного потребителя составляет примерно 20 000 км, а расстояние от НС GPS до СИСЗ — около 65 000 км. Кроме того, в силу ограниченной радиовидимости на СИСЗ есть периоды времени, когда в зоне радиовидимости нет ни одного НС.

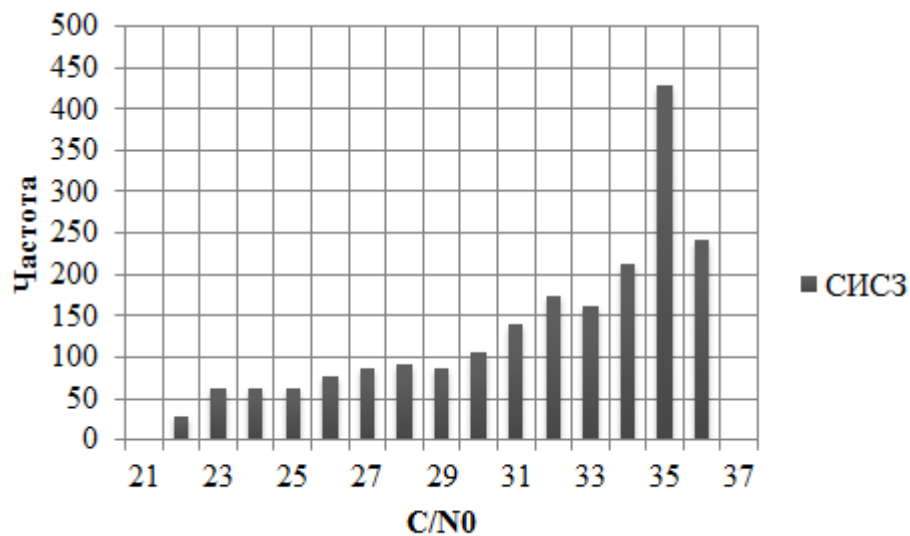


Рисунок 1.16 — Частотное распределение  $C/N_0$  для СИСЗ

Поведение  $C/N_0$  на ВЭО характеризуется свойствами, присущими как НОС, так и СИСЗ (рисунок 1.17): в перигее уровень сигнала близок к НОС, а в апогее сигнал еще слабее, чем на СИСЗ.

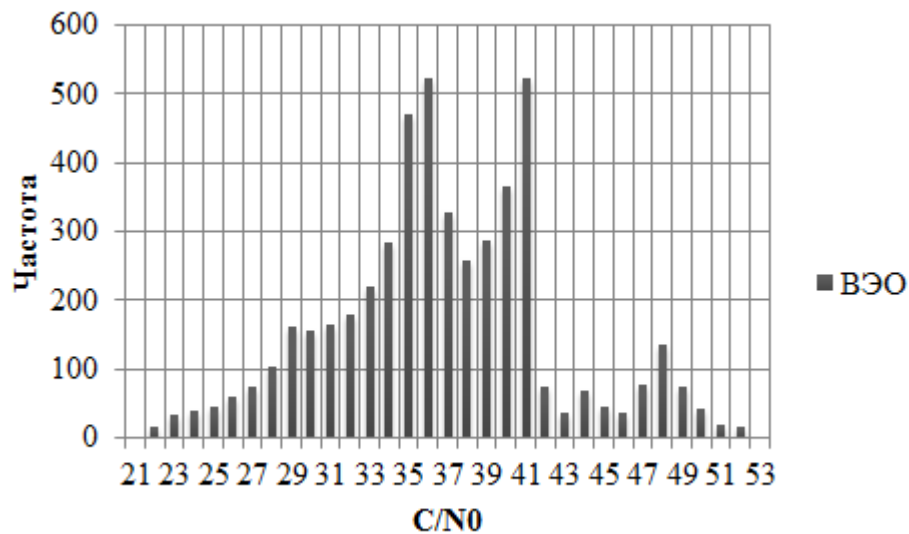


Рисунок 1.17 — Частотное распределение  $C/N_0$  для ВЭО

Низкий уровень  $C/N_0$  на ВЭО является не единственной сложностью, которые проектировщики БАСН должны преодолеть. Поскольку орбита ВЭО может проходить рядом с орбитами СРНС, при проектировании БАСН необходимо учитывать так называемое ближнее взаимодействие, с которым наземные потребители сталкиваются вблизи псевдоспутников. Мощность сигнала от НС растет таким образом, что  $C/N_0$  становится близким к 60 дБГц.

Присутствие в принимаемой смеси сигналов с существенно разным уровнем вызывает две трудности: недостаток динамического диапазона приемника и внутрисистемные помехи. Первая трудность относительно легко преодолима путем выбора параметров АРУ, а решение второй представляет собой непростую задачу. Суть внутрисистемных помех заключается в следующем. Уровень бокового лепестка функции автокорреляции кодов Голда составляет минус 23 дБ [40], т. е. при превышении уровня сигнала одного навигационного спутника сигналом другого навигационного спутника более чем на 23 дБ возможен прием сильного сигнала. Такого рода «перепутывание» сигналов приводит к ложным измерениям, нарушению логики работы программного обеспечения и неверному

определению вектора потребителя. За последние годы для решения проблемы внутрисистемных помех в аппаратуре спутниковой навигации для массового рынка был предложен ряд методов (в работе [41] дан обзор методов борьбы с кросс-корреляционными помехами).

Для оценки вероятности возникновения внутрисистемной помехи в БАСН было проведено моделирование разных типов орбит ВЭО на значительном (26 недель) временном интервале. Уровень  $C/N_0$ , превышающий 60 дБГц наблюдался от 1 до 5 раз в неделю. Был зарегистрирован один случай превышения уровня сигнала 70 дБГц. Время аномально высокой мощности сигнала составляло от 10 до 25 минут.

#### *Плохая радиовидимость и высокий геометрический фактор*

Как было отмечено выше, высота орбиты СИСЗ составляет около 35 000 км, высота орбиты ВЭО в апогее — 10 000...100 000 км, в то время как высоты орбиты GPS и ГЛОНАСС — около 20 000 км. Иными словами, СИСЗ и ВЭО находятся выше орбиты НСНС, и в зоне их радиовидимости находятся только НС, расположенные за Землей.

На рисунке 1.18 показано взаимное геометрическое расположение НС и СИСЗ, НОС, ВЭО. На рисунке 1.18 показана незатененная Землей часть основного лепестка диаграммы направленности излучающей антенны НС.

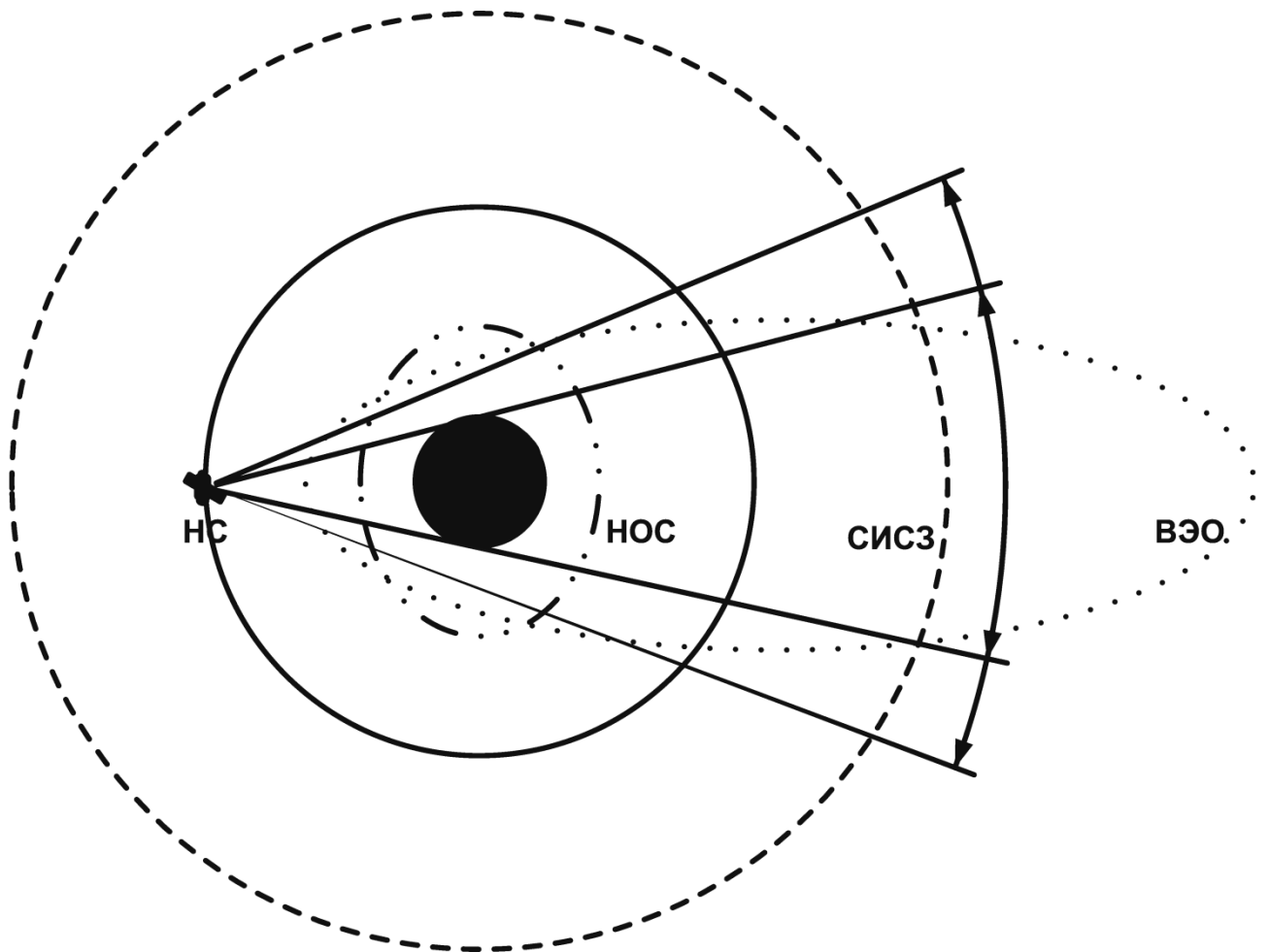


Рисунок 1.18 — Взаимное геометрическое расположение НС и СИСЗ, НОС, ВЭО

На рисунке 1.19 представлены результаты моделирования условий радиовидимости НС для разных потребителей при  $\alpha_{\max} = 85^\circ$ ,  $\beta_{\max} = 21,3^\circ$  и  $\beta_{\max} = 13,9^\circ$  [см. формулы (1.8) – (1.10)].

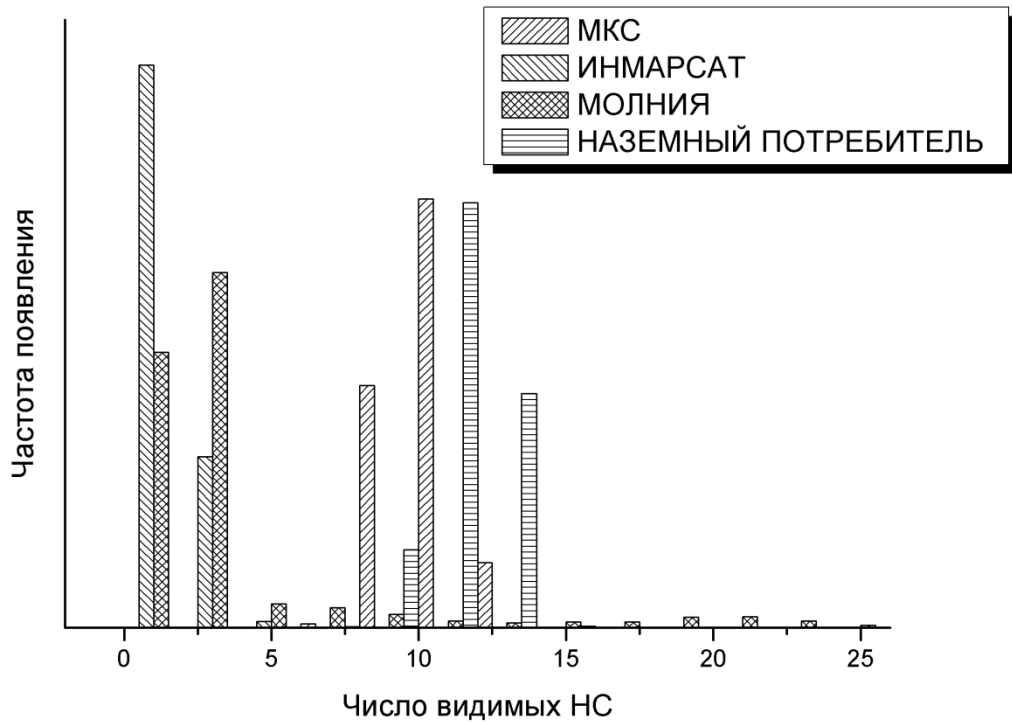


Рисунок 1.19 — Частотное распределение числа видимых НС для разных типов орбит

Сначала мы рассмотрим условия радиовидимости на НОС (очевидно, они мало отличаются от таковых для наземного потребителя), а потом сосредоточимся на особенностях радиовидимости спутников, которые расположены над созвездием СРНС, т. е. ВЭО и СИСЗ. На рисунке 1.20 приведены распределения числа НС GPS в зоне радиовидимости наземного потребителя и НОС. Как и следовало ожидать, распределения существенно не различаются. Среднее число видимых НС для НОС меньше, чем для НП. Однако в зоне радиовидимости НОС всегда находится не менее шести НС, что позволяет осуществлять непрерывное позиционирование по набору одномоментных измерений РНП.

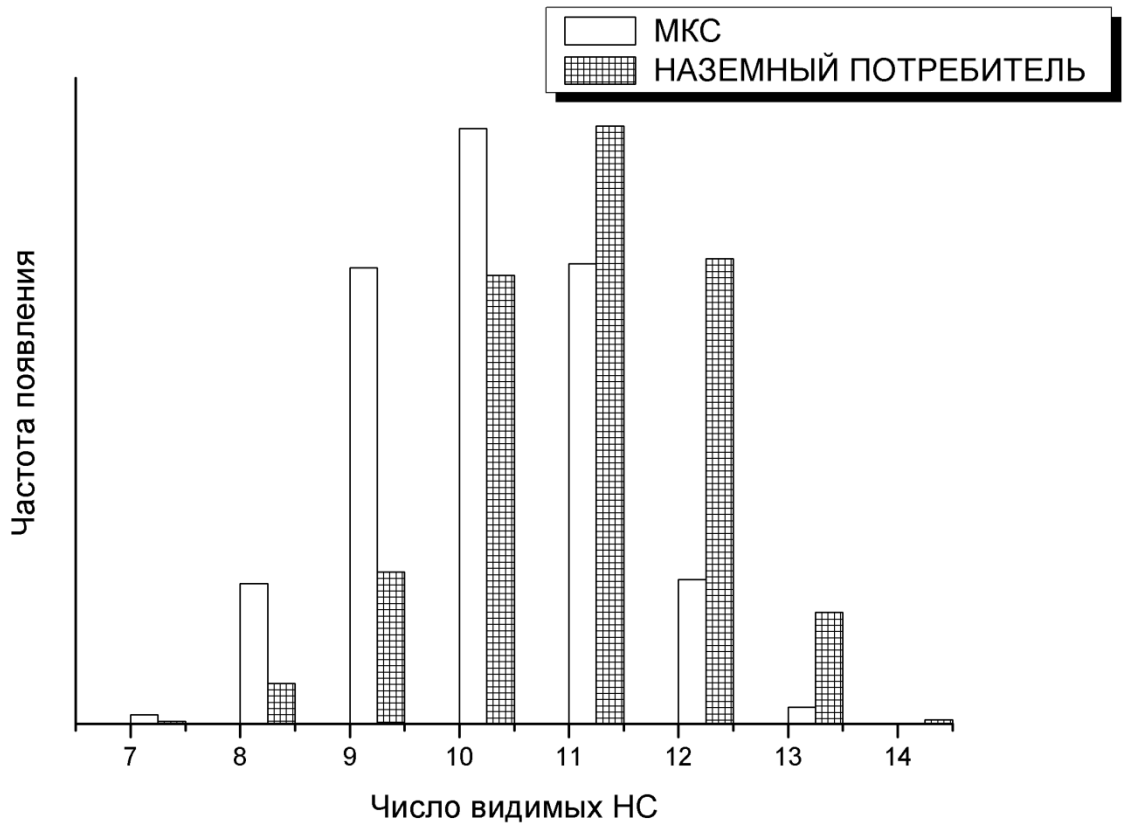


Рисунок 1.20 — Частотное распределение числа НС в зоне радиовидимости наземного потребителя и НОС

Несмотря на сходство распределений числа видимых спутников, НОС по сравнению с наземным потребителем обладают особенностью — частотой смены видимого созвездия СРНС. Высокую частоту смены созвездия необходимо учитывать при проектировании алгоритмов навигационного планирования и особенно при разработке методов относительной навигации ИСЗ.

На рисунке 1.21 приведена зависимость числа видимых НС от времени для наземного потребителя, а на рисунке 1.22 — такая же зависимость для НОС.

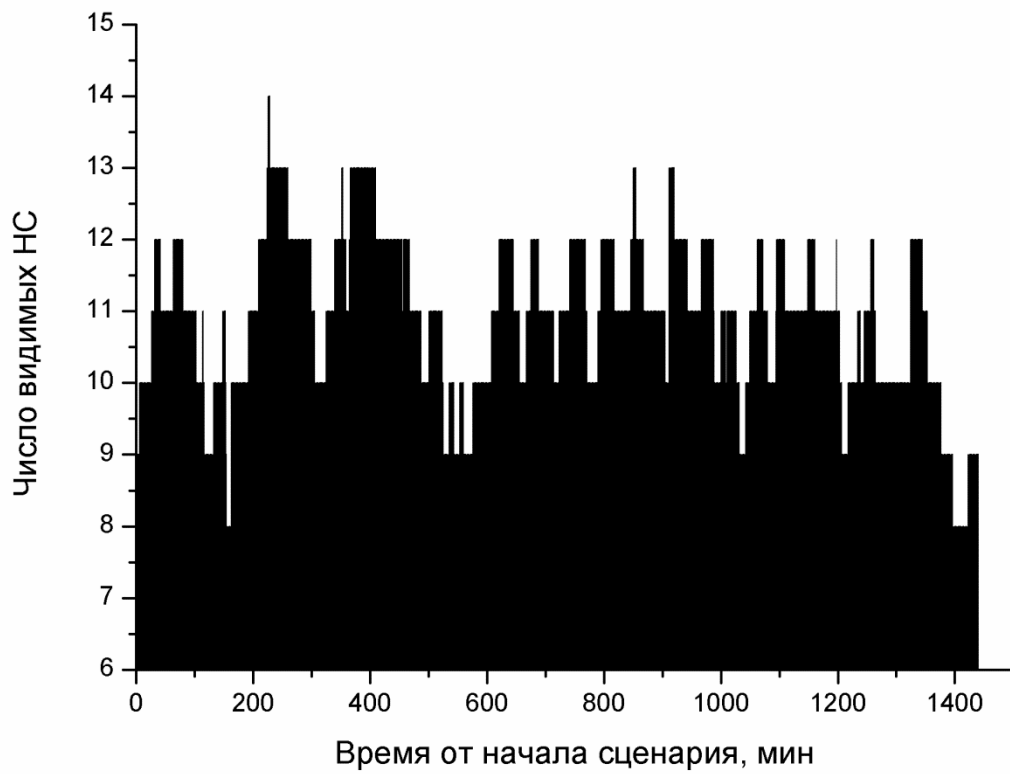


Рисунок 1.21 — Зависимость числа видимых НС от времени (для наземного потребителя)

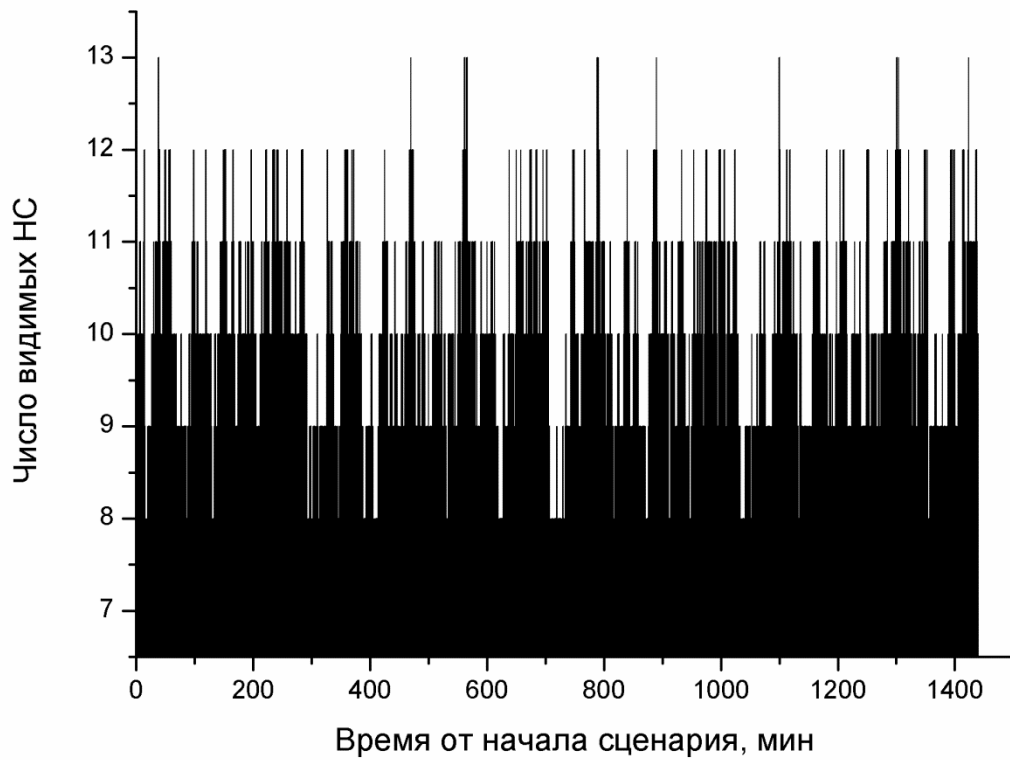


Рисунок 1.22 — Зависимость числа видимых НС от времени (для НОС)

Введем понятие длительности прохода — продолжительность нахождения навигационного спутника в видимом созвездии. На рисунках 1.23 и 1.24 приведены гистограммы длительности прохода для наземного потребителя и для НОС соответственно. Из сравнения рисунков 1.23 и 1.24 видно, что для наземного потребителя средняя длительность прохода составляет 5...7 ч, в то время как для НОС длительность прохода не превышает 1 ч.

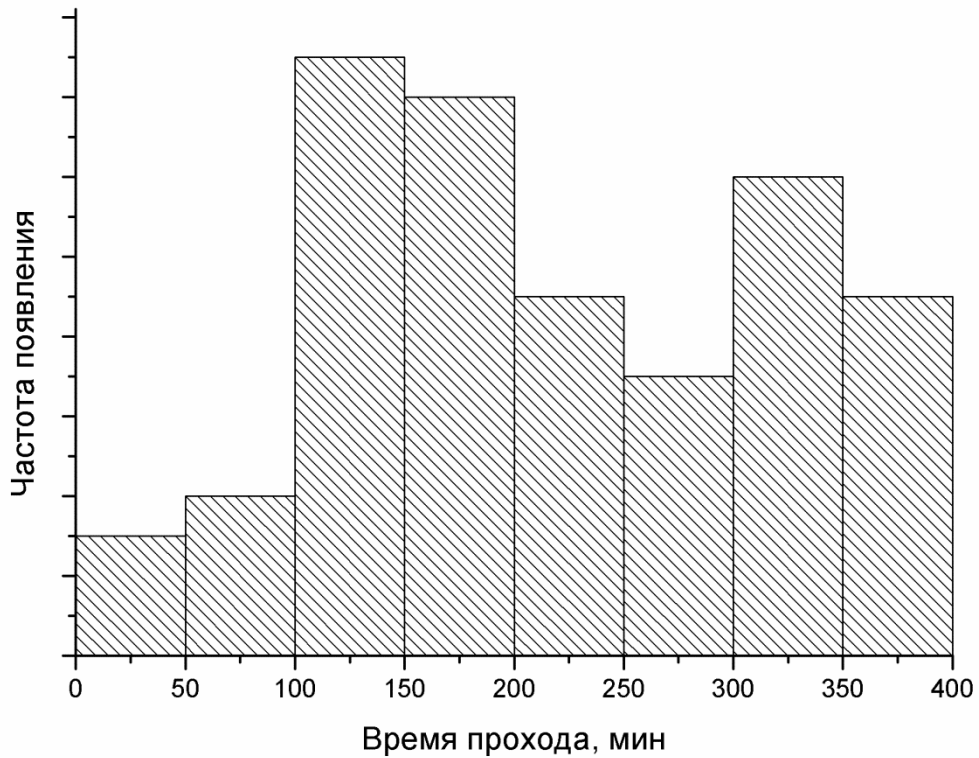


Рисунок 1.23 — Частотное распределение времени прохода для наземного потребителя



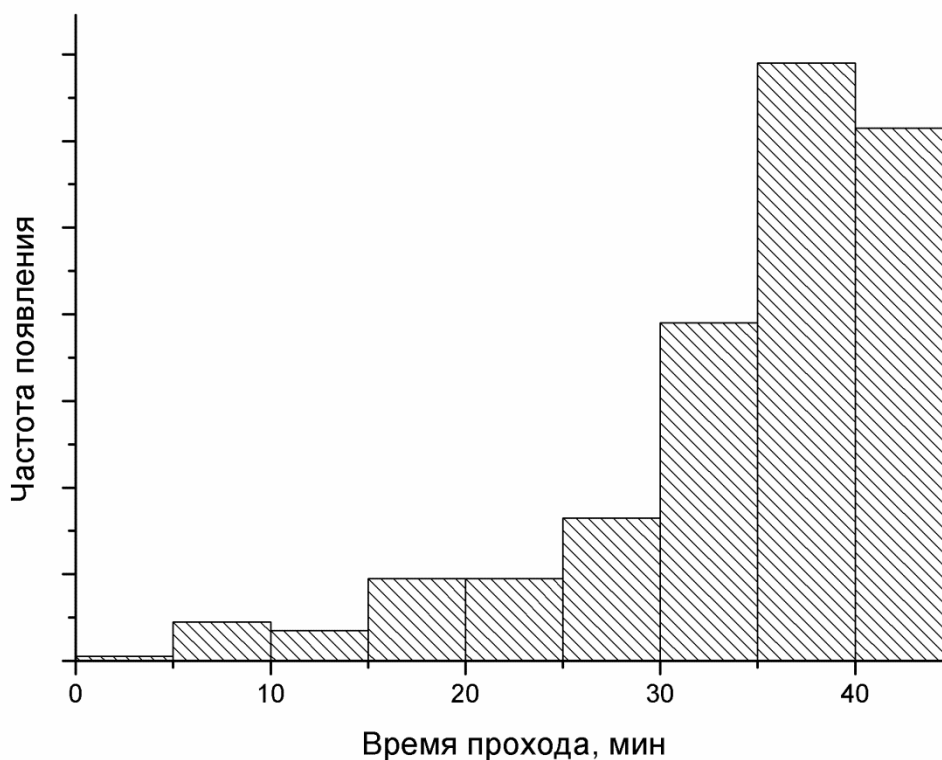


Рисунок 1.24 — Частотное распределение времени прохода для НОС

Результаты моделирования условий радиовидимости для ВЭО и СИСЗ приведены на рисунках 1.25 и 1.26. Для решения навигационной задачи необходимо наличие минимум четырех спутников СРНС в зоне радиовидимости потребителя. На рисунках 1.25 и 1.26 показано, что это условие практически никогда не выполняется для геостационарных спутников, а для ВЭО условие соблюдается только на коротком промежутке около перигея. Более того, и для СИСЗ, и для ВЭО характерны периоды времени длительностью в несколько часов, когда в зоне радиовидимости нет ни одного НС GPS, т. е. навигационное поле для СИСЗ и ВЭО не является непрерывным. Таким образом, следующая задача, решить которую предстоит разработчикам БАСН, — обеспечение решения навигационной задачи в условиях ограниченной радиовидимости на СИСЗ и ВЭО, которая делает невозможным применение классических методов решения навигационной задачи.

Использование сигналов от боковых лепестков ДН антенны НС при пороге обнаружения, равном 30 дБГц, характер распределения не меняет. Число видимых НС существенно возрастает, если при этом порог обнаружения сигнала опустить до 20-22 дБГц. В этом случае наиболее вероятное число видимых НС для ВОС равно четырем, а радиовидимость НС становится практически непрерывной.

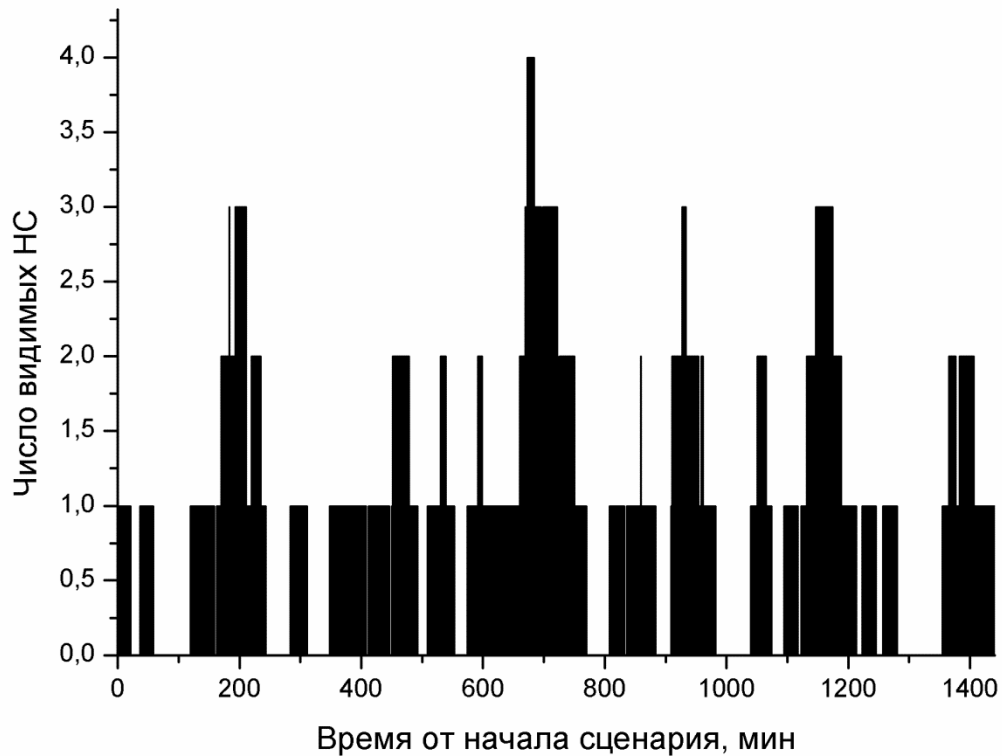


Рисунок 1.25 — Зависимость числа видимых НС GPS от времени (для СИСЗ)

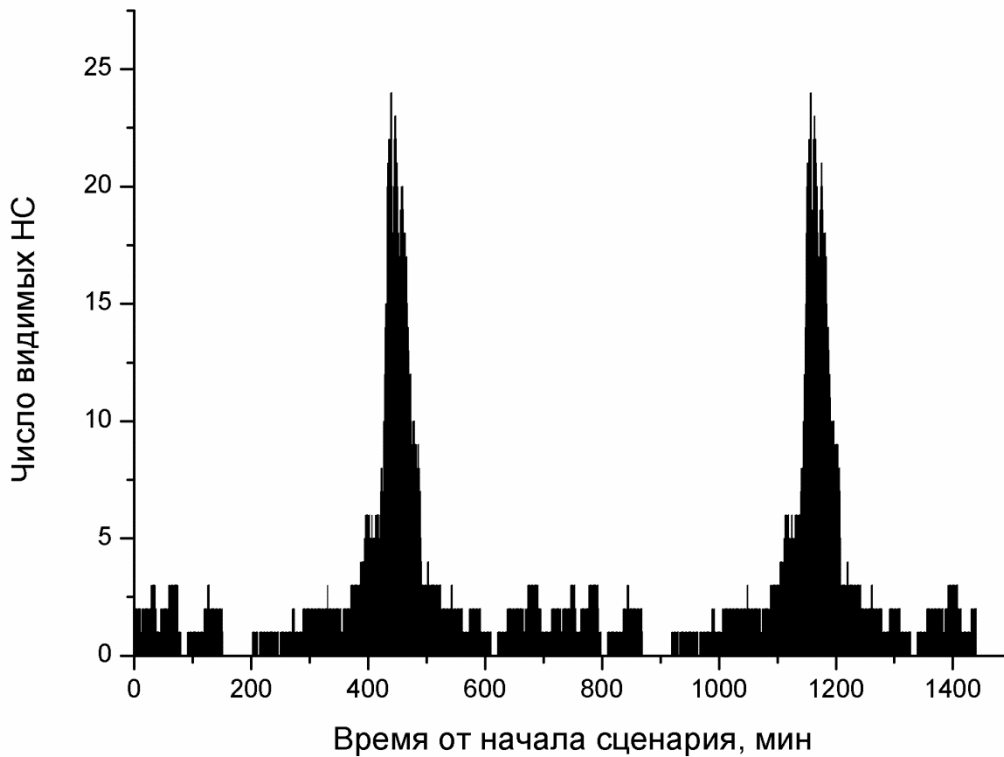


Рисунок 1.26 — Зависимость числа видимых НС GPS от времени (для ВЭО)

Важной характеристикой набора видимых НС, определяющей точность позиционирования с использованием измерений сигналов этих НС, является геометрический фактор рабочего созвездия. На рисунке 1.27 изображено распределение трехмерного геометрического фактора для НП и НОС. Из приведенных графиков видно, что распределения геометрического фактора для НОС и НП практически совпадают. При этом наиболее вероятное значение геометрического фактора для этих потребителей примерно 1,2.

Для потребителей, находящихся над орбитой НС, значение трехмерного геометрического фактора редко опускается ниже 30. Для геостационарного потребителя все видимые спутники СРНС сконцентрированы в одном сегменте. Легко показать, что максимальный пеленг между СИСЗ и НС составляет  $19,8^\circ$ , что соответствует для наземного приемника маске угла возвышения  $470,2^\circ$ .

4 Маска угла возвышения: сигналы от спутников с углами возвышения меньшими, чем маска, не обрабатываются приемником. Для наземных приемников СРНС маска угла места составляет обычно  $3...7^\circ$ .

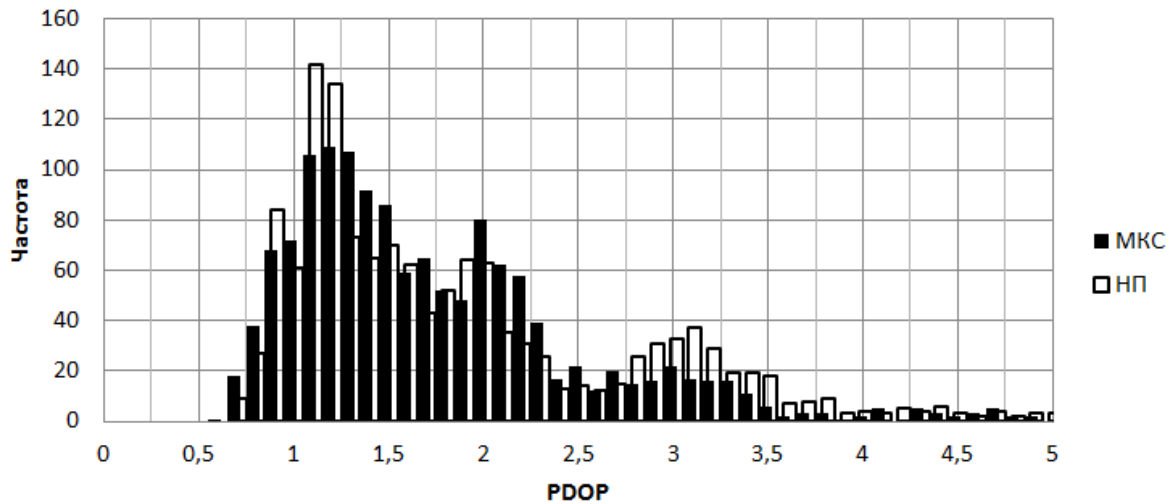


Рисунок 1.27 — Частотное распределение трехмерного геометрического фактора для НОС и наземного потребителя

### 1.6.3 Особенности приема сигналов СРНС на борту спутников

Как видно из таблицы 1.6, для БАСН, устанавливаемой на высокоорбитальных ИСЗ, первым и главным отличием от аппаратуры спутниковой навигации наземного базирования является ограниченная радиовидимость. Присутствие четырех НС в зоне радиовидимости является редким событием. Более того, значительные периоды НС там отсутствуют вовсе. Мощность сигналов СРНС на высокоорбитальных ИСЗ существенно ниже, чем на поверхности Земли, а излучающие их спутники СРНС зачастую расположены близко друг к другу, образуя созвездия с геометрическим фактором, увеличивающим погрешность местоопределения в десятки раз.

Для БАСН, базирующейся на низкоорбитальных ИСЗ, основным отличием от аппаратуры спутниковой навигации наземного расположения являются высокая взаимная динамика с группировкой спутников СРНС и быстроменяющееся созвездие видимых НС.

Таблица 1.6 — Особенности приема сигналов в космосе: итоговая таблица

Потребитель	Частота Доплера, кГц	Длительность прохода, мин	$C/N_0$ , дБГц	Более четырёх НС
-------------	-------------------------	------------------------------	----------------	---------------------

Наземный	$\pm 5$	7...350	39...50	Всегда
НОС	$\pm 48$	1...40	40...52	Всегда
СИСЗ	$\pm 6$	1...58	28...38	Никогда
ВЭО	$\pm 50$	1...64	28...52	Периодически в перигее

#### 1.6.4 Прочие эксплуатационные особенности работы БАСН

Отсутствие методологии проектирования БАСН объясняется сложными условиями их эксплуатации и особенностями приема сигнала СНРС на борту ИСЗ. Эти факторы были проанализированы ранее. Здесь рассмотрим еще ряд аспектов, вызывающих особые сложности при проектировании БАСН

Еще одна сложность проектирования БАСН — невозможность натурального макетирования, которое предусматривает испытание аппаратуры в условиях, близких к рабочим. Для натурального макетирования БАСН потребовался бы запуск макета на борту ИСЗ, что, естественно, невозможно. Поэтому в процессе проверки и верификации БАСН необходимо создать стенд для функционального тестирования, который позволил бы имитировать алгоритмы и условия радионавигационного поля для космических приложений. В последние годы методы создания таких стендов были описаны в литературе, см., например, работы [42], [43].

Другой сложностью использования БАСН на околоземных орбитах остается существенным влияние ионосферы, которая простирается до высот порядка 1500 км и вызывает погрешности измерения задержки сигнала от НС. Известно, что ионосфера вызывает искривление траектории сигнала (эффект рефракции), что приводит к дополнительной задержке времени распространения сигнала от НС до приемника. В одночастотной аппаратуре пользователей для расчета ионосферной задержки используют функциональную зависимость задержки от параметров ионосферы на участке радиотрассы «НС — аппаратура потребителя» (метод моделирования трассы [44]). Радиотрасса «НС — ИСЗ» принципиально

отличается от радиотрассы «НС — наземный потребитель», и в настоящий момент не существует доступных моделей ионосферы для космических потребителей, что увеличивает погрешность решения навигационной задачи. При этом следует иметь в виду, что разработанные для наземных потребителей алгоритмы расчета поправок на ионосферную погрешность не годятся для ИСЗ. Причина в следующем: при расчете поправок для наземных пользователей берется допущение, что ионосфера представляет собой тонкий слой, расположенный на высоте максимальной плотности электронного содержания. Такое допущение неприемлемо для ИСЗ, где плотность электронного содержания по линии распространения сигнала от НС к ИСЗ меняется сложным образом. В частности, линия распространения сигнала может дважды пересекать уровень наибольшей плотности электронного содержания. Наконец, для решения задач относительной навигации точное знание модели ионосферы является существенным фактором, влияющим на сходимость алгоритмов разрешения фазовой неоднозначности.

### ***1.7 Требования к бортовой аппаратуре спутниковой навигации***

С учетом выявленных и проанализированных факторов, воздействующих на аппаратуру космического базирования, с учетом особенностей сигналов на входе БАСН, с учетом параметров орбит, на которых может быть использована БАСН были разработаны требования к характеристикам БАСН. Эти требования приведены в Приложении Б. По этим требованиям был разработан GPS-приемник космического базирования MosaicGNSS [8]. Основные характеристики этого приемника приведены ниже. Приемник предназначен для реализации на открытом рынке коммерческой аппаратуры, прошедшего испытания и успешно эксплуатируемого на нескольких европейских спутниках.

	<b>СКО погрешности решения</b>		
	<b>НОС</b>	<b>СОС</b>	<b>ГЕОС</b>
Координаты, м, не более	10	10	10

Скорость, м/с, не более	0,01	0,01	0,01
Время, нс, не более	200	200	200

#### Время первого решения, мин, не более

Холодный старт	8
Теплый старт	4

#### Массогабаритные характеристики

	Масса, г, не более	Габаритные размеры, мм
Приемник	800	250×250×25
Антенна	200	Ø100×20

#### Динамические характеристики

Частота Доплера, кГц	±65
Скорость изменения частоты Доплера, Гц/с	±65
Скорость вращения ИСЗ,...°/с	0,5

#### Чувствительность, дБГц

Слежение	26
Захват	30

#### Диапазон температур, °С

Рабочих	-25...+60
Нерабочих	-40...+75

### ***1.8 Научно-технические задачи, которые нужно решить для построения бортовой аппаратуры спутниковой навигации***

Выше было показано, что решение проблемы повышения эффективности использования искусственных спутников Земли возможно лишь путем использования автономной навигации при применении БАСН. В свою очередь создание БАСН требует разработки методологии их проектирования. Проведенный анализ видов и характеристик космического излучения и характера их воздействия на аппаратуру космического базирования, выполненный анализ

особенностей проектирования БАСН, проведенное моделирование условий приема сигналов СРНС GPS для потребителей с разной высоты орбиты и исследование особенностей приема сигналов СРНС в БАСН, выполненных на специально разработанном программном комплексе, позволили сформулировать задачи, решение которых обеспечивает разработку методологии проектирования БАСН. Такими задачами являются разработка

- архитектуры навигационного приемника, отличающейся тем, что в ней используется радиационно стойкая элементная база, доступность которой ограничена;
- методов и алгоритмов обработки сигналов, не предъявляющих высоких требований к производительности ЦПУ;
- алгоритмов поиска сигналов, которые способны работать при низком отношении «сигнал — шум»;
- алгоритмов поиска сигналов в широком диапазоне частот;
- методов решения навигационной задачи, отличных тем, что они не требуют четырех и более НС в зоне радиовидимости;

Кроме того, для построения БАСН необходима разработка методов решения задачи относительной навигации, при которых не используется модель ионосферных задержек и не предъявляются высокие требования к производительности ЦПУ.

### ***1.9 Выводы по разделу 1***

1. Актуальность решения задачи автономной навигации искусственных спутников Земли по сигналам СРНС определяется требованиями навигационного плана, потребностями космической отрасли, отсутствием методологии проектирования БАСН и политическими факторами.
2. Преимущества БАСН по сравнению с существующими способами навигации ИСЗ заключаются в повышении эффективности



использования спутников, снижении эксплуатационных расходов спутниковых систем и предоставлении новых, до сих пор недоступных функциональных возможностей использования спутников

3. Использование СРНС на борту ИСЗ представляет собой сложную научно-техническую задачу из-за необходимости использования радиационно стойкой элементной базы для создания БАСН; низкой производительности процессорных устройств космического базирования; низкого отношения сигнал/шум и плохих условий радиовидимости на борту геостационарных спутников; большого диапазона изменения частоты Доплера на борту низкоорбитальных спутников.

## **2 Разработка архитектуры бортовой аппаратуры спутниковой навигации**

В разделе 1 показано, что архитектура навигационного приемника космического базирования должна строиться на основе радиационно стойких элементов. Также выделены три сложности, вызванные ограниченным выбором элементной базы: отсутствие на рынке радиационно стойких МКК, низкая производительность радиационно стойких ЦПУ и высокая стоимость радиационно стойких опорных генераторов. С архитектурной точки зрения определяющим является отсутствие подходящих МКК, в то время как низкая производительность ЦПУ космического базирования и низкие характеристики доступных радиационно стойких опорных генераторов представляют собой факторы, влияющие на характеристики БАСН и требующие разработки новых алгоритмов, но не определяющие архитектуру БАСН. Поэтому данный раздел посвящен решению задачи проектирования БАСН на основе доступных гражданским потребителям радиационно стойких электронных компонентов.

### ***2.1 Аппаратная реализация многоканального коррелятора***

Естественным решением для проектировщиков БАСН могут стать разработка и производство радиационно стойкой интегральной схемы (ИС) МКК. Рассмотрим пути создания радиационно стойких сверхбольших интегральных схем (СБИС), а далее проанализируем возможности разработки и производства СБИС МКК.

Как показано в разделе 1, различают два фактора воздействия ионизирующего излучения на радиоэлектронные компоненты, находящиеся на борту спутника: постепенное ухудшение характеристик, вызванное поглощенной

дозой радиации, и функциональные сбои в работе электроники, возникающие в результате выделения энергии высокоионизирующими частицами в активной области отдельных микросхем.

В материалах ЕКА [45] и NASA [46] дано достаточно полное представление об организации процесса проектирования СБИС, пригодных для использования в условиях космической радиации. Ниже дан краткий обзор тех особенностей разработки радиационно стойких СБИС, которые проектировщики БАСН должны принимать во внимание при решении начать разработку СБИС МКК космического применения.

Отметим, что в настоящее время большинство фирм — разработчиков СБИС являются так называемыми фаблесс-компаниями (то есть не имеют собственной производственной базы). В этом случае изготовление кристаллов осуществляется на мощностях специализированных кремниевых фабрик. При таком разделении труда компания-разработчик проектирует СБИС [как правило, при помощи средств автоматизированного проектирования (САПР) и библиотек для логического синтеза, предоставленных фабрикой], а специалисты фабрик осуществляют окончательную доработку фотошаблонов и изготовление кристалла. Ниже проанализированы три этапа полного жизненного цикла разработки СБИС от концепции до внедрения: проектирование, производство и тестирование. Кроме этого, показано влияние требований к радиационной стойкости СБИС на каждом из этапов жизненного цикла разработки.

### **2.1.1 Проектирование при помощи средств автоматизированного проектирования**

Электронная промышленность — очень динамично развивающаяся отрасль. Число транзисторов на кристалле увеличивается за год в разы, соответственно уменьшаются проектные нормы. Такая тенденция приводит к тому, что физические явления, которые ранее не учитывались при проектировании СБИС, стали существенными: они требуют новых физических моделей и новых САПР.

Хотя производители САПР вкладывают огромные денежные средства в совершенствование аппаратного, математического, информационного и программного обеспечения для учета новых физических процессов и явлений, заметных в современных СБИС, анализ рынка общедоступных средств автоматизации проектирования показывает, что ни одно из них не позволяет учесть или заложить в проект какие-либо аспекты радиационной стойкости (см. также [47,48]).

Европейское космическое агентство составляет списки сертифицированных производителей — Qualified Manufacturers List (QML). Единственный в Европе производитель СБИС, входящий в QML ЕКА, — компания Atmel [49]. Она предлагает не только специальные библиотеки для логического синтеза радиационно стойких СБИС [50], но и специальную методику проектирования [51]. Эта методика основана на встраивании в САПР функции моделирования радиационного облучения и моделирования ухудшения характеристик элементов. При использовании такой методики разработчик может в процессе проектирования найти самый ненадежный стандартный элемент и заменить его радиационно стойким. Atmel утверждает, что их САПР позволяет смоделировать облучение заданной дозой радиации, провести синтез, сформировать список цепей (gate level netlist), осуществить временную (timing verification) и поведенческую (behavioral testing) верификации.

Кроме того, в библиотеке логических компонентов содержится несколько подобных триггерных ячеек с различной чувствительностью. В зависимости от технических требований к разрабатываемому устройству порог переключения может варьироваться в напряжении.

Для защиты от жесткого ионизирующего излучения также может применяться механизм внутренней коррекции. Применение кодов с проверкой на четность или других помехоустойчивых алгоритмов позволяет существенно снизить количество ошибок. Тогда защита от одиночных случайных ошибок становится системной задачей, что позволяет минимизировать такие сбои

применением высокочастотных заградительных фильтров и управляемой системой прерываний.

Казалось бы, использование методики и САПР Atmel (или аналогичных зарубежных решений) должно открыть дорогу к разработке радиационно стойких СБИС вообще и к разработке радиационно стойких МКК. Тем не менее этого не происходит на практике, и причина не столько в чрезвычайно высоких ценах на САПР, поддерживающих разработку радиационно стойких СБИС, сколько в политике компаний-производителей. САПР. Разработка радиационно стойких СБИС оказывается на порядок дороже стандартных версий, т. е. их стоимость может достигать сотен тысяч евро и даже миллионов евро. Но не сверхвысокая цена представляет собой главный барьер, препятствующий использованию этих САПР. Автор принимал участие в российско-немецком проекте, где рассматривалась возможность разработки радиационно стойкой СБИС МКК. Переговоры с компанией Atmel зашли в тупик после того, как выяснилось, что планируется участие российских специалистов — пользователей САПР Atmel. К сожалению, это не случайность, а система, отражающая позицию компаний — производителей САПР. Как писал наш российский коллега, «несмотря на то что они [зарубежные компании — разработчики САПР] предлагают свои программные продукты, приобрести современное проблемно-ориентированное программное обеспечение практически невозможно. Ведущие зарубежные фирмы считают, что такой подход позволит им сохранить лидерство в ближайшей и долгосрочной перспективе. Даже создавая совместные предприятия в тех странах, которые целенаправленно проводят политику создания национальной элементной базы, эти фирмы стремятся максимально сохранить за собой ведущую роль» [48].

Наконец, у нас есть все основания полагать, что методика САПР Atmel (как и другие методы схемотехнического проектирования) не может гарантировать радиационную стойкость разрабатываемых СБИС. Сошлемся на руководства для проектировщиков радиационно стойких СБИС. Наиболее полным из находящихся в открытом доступе руководств является, очевидно, «Обеспечение космической

пригодности СБИС», выпущенное специалистами NASA [46]. Авторы этого исчерпывающего документа признают, что «методы проектирования оказывают определенное воздействие на радиационную стойкость, но только ограниченные улучшения [радиационной стойкости] могут быть достигнуты на схемотехническом уровне. Схемотехнические решения не могут помочь в преодолении таких фундаментальных проблем, как пробой транзисторов в результате инверсии защитного слоя оксида и эффект одиночного сбоя в результате накопления большого пространственного заряда»<sup>5</sup> [52]. С этим высказыванием нельзя не согласиться.

### 2.1.2 Производство

В период холодной войны военные заказы требовали радиационно стойких ИС, изготавливаемых по специальным технологиям. Радиационно стойкие изделия, выпуск которых осуществлялся в достаточно больших объемах, использовались не только в военной, но и в космической технике гражданского назначения (спутники связи, навигации и т. п.). Однако с окончанием этого периода резко снизились заказы на радиационно стойкие ИС, и их производство стало нерентабельным. Этот процесс характерен для всех ведущих производителей радиационно стойких изделий, включая американские. Он принял массовый характер начиная с 1994 г. В мае 1995 г. фирмы MOTOROLA и AMD прекратили поставки интегральных схем с военной приемкой. В 1996 г. фирма HARRIS фактически перестала выпускать микросхемы по технологии «кремний на сапфире». Сокращение (а в ряде случаев и прекращение) производства радиационно стойких ИС привело к значительному их удорожанию. Поэтому в последнее время применение дорогих радиационно стойких изделий стало экономически невыгодным [53].

---

<sup>5</sup> Перевод автора.

В результате «ни одна из доступных зарубежных кремниевых фабрик не ориентирована на изготовление радиационно стойких изделий и не гарантирует стабильность уровня стойкости СБИС» [47]. В России положение не лучше: с распадом СССР за пределами Российской Федерации осталось более 50 % предприятий электронной промышленности, производивших радиационно стойкие интегральные схемы [54]. Далее последовали экономический спад и резкое снижение объемов государственного оборонного заказа, что привело к сокращению (и в большинстве случаев к прекращению) производства существенной части номенклатуры радиационно стойких схем. С недавнего времени в России наметилась тенденция к возобновлению выпуска ИС в радиационно стойком и пригодном для космического использования исполнении, что открывает потенциальную возможность тиражирования СБИС МКК. Вероятно, основным сдерживающим фактором для такого производства станет высокая себестоимость радиационно стойких СБИС и, следовательно, высокая цена для конечного потребителя.

### 2.1.3 Тестирование

Для любых изделий, которые должны сохранять работоспособность под воздействием радиации, необходимо проводить тестирование на радиационную стойкость. Правила и процедуры таких тестов стандартизованы (например, американская MIL [55], европейская ESA/SCC [56]). Тестирование производится фабрикой-производителем и включает проверки как на поглощенную дозу радиации, так и на эффекты одиночных сбоев (см., например, [51]). Также по согласованию с заказчиком могут проводиться дополнительные тесты. Необходимо понимать следующее: фабрики, производящие радиационно стойкие микросхемы, входят в QML крупнейших заказчиков, таких как космические агентства, министерства обороны и др. Для того чтобы войти в QML, компания должна доказать способность не только выпускать продукты с требуемыми характеристиками, но и организовать тестирование производимых продуктов в

соответствии со стандартами. Поэтому тестирование радиационно стойких СБИС не представляет ни технической, ни организационной сложности, хотя и приводит к удорожанию продукта (см. раздел 2.1.4).

#### **2.1.4 Экономические аспекты проектирования и производства радиационно стойких сверхбольших интегральных схем**

Чтобы оценить, насколько радиационно стойкие СБИС дороже, чем СБИС в стандартном исполнении, рассмотрим экономические основы производства СБИС. Затраты на производство складываются из постоянных и переменных затрат. Согласно определению из Современного экономического словаря [57], «постоянные затраты — расходы предприятия, не зависящие непосредственным образом от объема производимой продукции, которые не могут быть в течение короткого периода времени ни увеличены, ни уменьшены с целью роста или сокращения выпуска продукции. Переменные затраты — затраты, величина которых зависит прежде всего от объемов производства товаров и услуг».

Запишем в соответствии с этими определениями

$$\Lambda = \Lambda_{\text{fixed}} + \Lambda_{\text{var}} N, \quad (2.1)$$

где  $\Lambda$  — затраты;  $\Lambda_{\text{fixed}}$  — постоянные затраты;  $\Lambda_{\text{var}}$  — переменные затраты;  $N$  — количество единиц продукции.

Себестоимость СБИС выражается затратами на единицу продукции  $\Lambda_N$ , которые определяются как

$$\Lambda_N = \Lambda_{\text{fixed}N} + \Lambda_{\text{var}}, \quad (2.2)$$

где  $\Lambda_{\text{fixed}N}$  — постоянные затраты на единицу продукции.

Перед тем как рассмотреть, из каких составляющих складываются постоянные и переменные затраты на производство СБИС, и оценить влияние требований к радиационной стойкости на каждую из составляющих, следует привести важную цитату из Майкла Дж. С. Смита (Michael J. S. Smith), признанного эксперта, автора прекрасного учебного пособия по разработке СБИС



[58]. «Сравнение стоимости [производства СБИС] — опасное занятие, поскольку стоимость быстро меняется, а полупроводниковая промышленность печально известна тем, что надежно держит в секрете издержки, цены и ценовую политику» [59]<sup>6</sup>. Полностью принимая точку зрения эксперта, мы подчеркнем, что все данные о затратах, себестоимости, стоимости и ценах являются приблизительными, устареют на момент выхода работы и используются только в качестве иллюстративного материала. Наконец, следует помнить, что задачей этого раздела является не количественная оценка затрат на разработку радиационно стойких СБИС, но качественная оценка увеличения стоимости разработки и производства, вызванного требованиями на радиационную стойкость.

Следуя подходу из [58], выделим следующие составляющие постоянных затрат:

- затраты на подготовку персонала: обучение персонала работе с новыми инструментами для проектирования, внедрение новых схемотехнических подходов и т. д.;
- затраты на приобретение и использование инструментов для проектирования: не только стоимость САПР, но и стоимость инфраструктуры для развертывания САПР (рабочие станции и пр.);
- затраты на проектирование: оплата труда проектировщиков и все сопутствующие расходы (аренда помещений, аренда оборудования, налоги на фонды оплаты труда и пр.);
- однократные затраты на внедрение в производство (Non-Recurring Engineering cost, NRE); включают в себя стоимость производства металлизированного фотошаблона, часто называемого маской, и стоимость услуг фабрики-изготовителя. К услугам фабрики-изготовителя обычно относят услуги по предпроизводственному

---

<sup>6</sup> Перевод автора.

тестированию (см., например, [58] для подробного описания тестирования при помощи тестовых векторов);

- однократные затраты на производственное (фабричное) тестирование ИС; для выпуска радиационно стойких СБИС фабрика-производитель должна организовать тестирование на стойкость к воздействию радиации (см. раздел 2.1.3).

В таблице 2.1 приведены результаты сравнения постоянных затрат на проектирование СБИС для обычного и радиационно стойкого исполнения.

Таблица 2.1 — Сравнительный анализ постоянных затрат на проектирование СБИС

Вид затрат	СБИС стандартного исполнения	Радиационно стойкие СБИС
Подготовка персонала	Низкие или даже нулевые — при наличии инженеров-разработчиков с опытом работы в нужной САПР	Необходимы затраты на обучение методикам проектирования радиационно стойких СБИС, на обучение специализированным САПР и библиотекам логического синтеза
Инструменты проектирования	Стоимость САПР может достигать сотен тысяч долларов США	Стоимость САПР для разработки радиационно стойких СБИС значительно превышает стоимость стандартных САПР, если они вообще доступны (см. раздел 2.1.1)
Внедрение в производство	Существенно не различаются при использовании одинакового производственного процесса <sup>7</sup>	

<sup>7</sup> Мы не рассматриваем использование специализированных процессов, таких как кремний на сапфире и БикМОП, которые используются для изготовления интегральных схем с радиационной стойкостью, значительно превышающей требуемую в БАСН — более 1 Мрад.

(Non-Recurring Engineering cost, NRE)		
Тестирование	Нет	Существенные затраты, покрываемые покупателем

Видно, что основными факторами, влияющими на постоянные затраты, являются необходимость приобретения и внедрения специализированных САПР и специфическое производственное тестирование. Затруднительно точно оценить увеличение себестоимости за счет использования специализированных САПР, но, зная политику производителей средств проектирования, разумно предположить, что специализированная САПР может увеличить бюджет проекта на сотни тысяч долларов. Сходный рост затрат вызывается тестированием СБИС на радиационную стойкость.

Переменные затраты включают в себя

- затраты на подложку — полупроводниковую пластину (монокристалл), из которой при помощи маски производится кристалл;
- затраты на корпусирование (упаковку кристалла в пластиковый или керамический корпус с контактами);
- затраты на тестирование.

Для радиационно стойких СБИС затраты на подложку и корпусирование не отличаются существенно от аналогичных расходов на СБИС в стандартном исполнении, если не принимать во внимание специальные типы корпусов, используемых для интегральных схем с радиационной стойкостью, избыточной для БАСН.

Кроме значительного увеличения постоянных затрат, на себестоимость СБИС также существенно влияют объемы выпуска. Рынок БАСН — типичный пример рынка верхнего эшелона (high-end market), т. е. дорогих высококачественных товаров, выпускаемых малым тиражом. Например, БАСН

MosaicGNSS была изготовлена всего в нескольких десятках экземпляров, что не помешало ей стать одним из самых продаваемых РНП космического базирования в мире. Все более широкое использование спутниковой навигации на борту ИСЗ, увеличение количества запусков и другие благоприятные для БАСН тренды не позволяют тем не менее говорить, что БАСН будут производиться в тысячах экземпляров; реалистичной можно полагать оценку размера партии МКК СБИС равной 100. В таблице 2.2 приведены очень приблизительные оценки затрат. Выбирая 1 500 000 долларов в качестве иллюстративной оценки постоянных затрат, получим постоянные затраты на единицу продукции  $\Lambda_{\text{fixed}N} = \$15000$ . При такой величине постоянных затрат в расчете себестоимости (2.2) можно пренебречь переменными затратами.

Таблица 2.2 — Примерные постоянные затраты на производство радиационно стойких СБИС

Вид затрат	Стоимость, тыс. \$
Подготовка персонала	1...10
Инструменты проектирования	100...1000
NRE	300...1200
Тестирование	20...200
<i>Итого</i>	420...2400

Таким образом, себестоимость одной микросхемы многоканального коррелятора составит десятки тысяч долларов, в то время как себестоимость СБИС общетехнического производства колеблется от единиц до сотен долларов. Этот вывод также соответствует оценкам, опубликованным в России и за рубежом. По утверждению одного из мировых лидеров в области разработки и производства радиационно стойких микросхем Harris Semiconductor (США), «стоимость радиационно стойких интегральных схем примерно в 100 раз выше стоимости аналогичных изделий общетехнического исполнения» (цитируется по

работе [54]). В исследовании [53] указывается, что затраты на производство высоконадежных и радиационно стойких интегральных схем увеличивают их стоимость на два-три порядка.

Напомним, что одной из целей настоящей работы является разработка такой методики проектирования архитектуры БАСН, которая может быть применена к созданию РНП космического базирования, предназначенных для реализации на открытом рынке. Все продукты в свободном обращении проходят единый жизненный цикл — от выхода на рынок до прекращения реализации на рынке. Жизненный цикл товара описывает изменения объема продаж и прибыли по времени и включает в себя следующие стадии:

- выход на рынок;
- рост;
- зрелость;
- спад.

Эти стадии обычно иллюстрируют так называемой S-кривой. Мы будем следовать упрощенной модели из работы [58], которая предполагает, что рост и спад продаж зависят линейно от времени. Жизненные циклы двух продуктов с разным временем выхода на рынок показаны на рисунке 2.1. Тогда площадь под ломаной, демонстрирующей зависимость объема продаж продукта в единицу времени с течением времени, представляет собой объем продаж за все время жизненного цикла. Видно, что для второго продукта, который был выведен на рынок позже, объем продаж меньше. На рисунке показана область, иллюстрирующая разность объемов продаж, обусловленную поздним выходом на рынок второго продукта.

При разработке БАСН время, затраченное на проектирование, производство и тестирование, определяет дату выхода продукта на рынок, и, следовательно, подлежит минимизации. Из приведенного выше анализа очевидно, что цикл «проектирование — производство — тестирование» для радиационно стойких СБИС существенно дольше, чем тот же цикл для СБИС общего применения. Это обусловлено большими временными затратами на подготовку персонала,

проектирование при помощи САПР и тестирование. По оценке автора, основанной на опросе представителей европейской космической промышленности, а также на анализе данных о сроках разработки СБИС МКК AGGA-2 [33], создание микросхемы многоканального радиационно стойкого коррелятора занимает около 4 лет. Такая задержка способна существенно снизить прибыль от продаж БАСН.

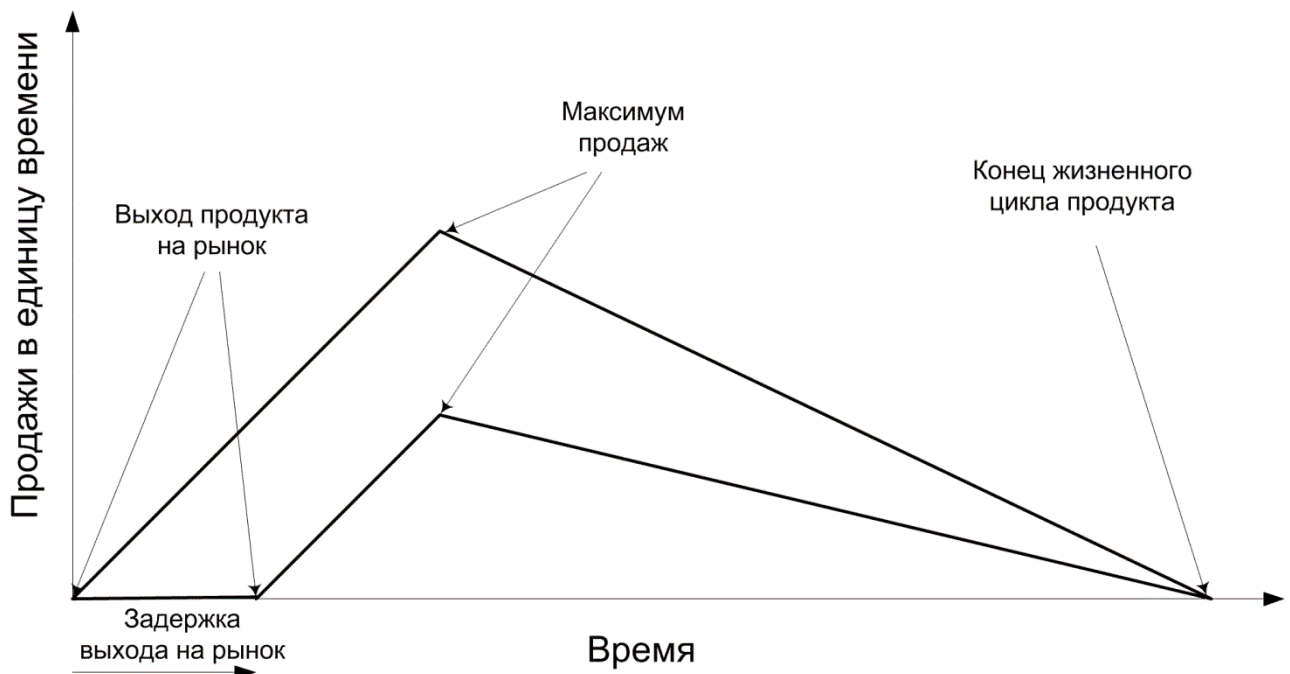


Рисунок 2.1 — Жизненный цикл СБИС

### 2.1.5 Анализ целесообразности аппаратной реализации многоканального коррелятора

Из предыдущих разделов следует вывод, что разработка микросхемы МКК занимает годы и стоит миллионы долларов, что неприемлемо во многих практических проектах. Этот вывод усиливается двумя практическими соображениями. Во-первых, мы оставили почти вне рассмотрения еще один этап цикла разработки — получение сертификата пригодности для использования в

космосе. Процедуры сертификации различаются в зависимости от страны покупателя. Независимо от страны и процесса сама сертификация приводит к дальнейшему увеличению сроков разработки и еще большему удорожанию БАСН. Далее, изучение руководств по проектированию радиационно стойких СБИС (например, [46]) показывает, что для достижения радиационной стойкости необходимо идти на ухудшение характеристик: у радиационно стойких микросхем или выше энергопотребление, или больше размер кристалла.

## ***2.2 Программная реализация многоканального коррелятора***

Итак, разработка микросхемы МКК и получение сертификата пригодности для космоса занимают годы и стоят миллионы долларов, что недопустимо с точки зрения затрат и сроков. Требуется новое научно-техническое решение, которое позволяет на практике проектировать БАСН, оставаясь в рамках разумного бюджета и минимального времени на разработку. Автором и его коллегами была предложена архитектура БАСН на основе программного коррелятора [60-65]. Именно это научно-техническое решение позволило создать один из самых успешных в мире приемников спутниковой навигации космического базирования — MosaicGNSS [8, 60, 66-69].

### **2.2.1 Принципы построения программных корреляторов**

В середине 1990-х годов появились новые высокопроизводительные процессоры, такие как Pentium IV, TMS320C62xx или новое поколение ADSP фирмы Analog Devices серии Tiger Shark, на которых стало возможно выполнять цифровую обработку сигналов спутниковых радионавигационных систем за практически приемлемое время. В те же годы стало формироваться целое направление исследований в целях создания радионавигационных приемников на основе программной реализации функций корреляции. В нашей стране пионерскими в этой области, вероятно, следует считать патент [63], зарегистрированную программу для ЭВМ [64] и публикацию российских ученых

на конференции Института навигации (Institute of Navigation, ION) в Теннесси, США, в 1999 г. [61]. Примерно в то же время или позже появились схожие работы российских [70,71] и зарубежных авторов [72,73,74]. Через 15 лет после начала исследований радионавигационные приемники СРНС с программной реализацией функций корреляции уже рассматривались многими авторами в качестве прямого конкурента приемникам с коррелятором, реализованным аппаратно. Использование программной реализации коррелятора в аппаратуре спутниковой навигации выходит далеко за рамки данной работы – программные корреляторы успешно применяются не только в аппаратуре космического базирования, но и в приемниках для массового рынка, авиации, а также экспериментальных и исследовательских приемниках. Обзор состояния дел в этой области можно найти в работе [75] мы же сосредоточимся на методе проектирования бортовой аппаратуры спутниковой навигации.

Каноническая структурная схема РНП, показанная на рисунке 2.5, при использовании программного коррелятора изменяется и превращается в схему на рисунке 2.2:



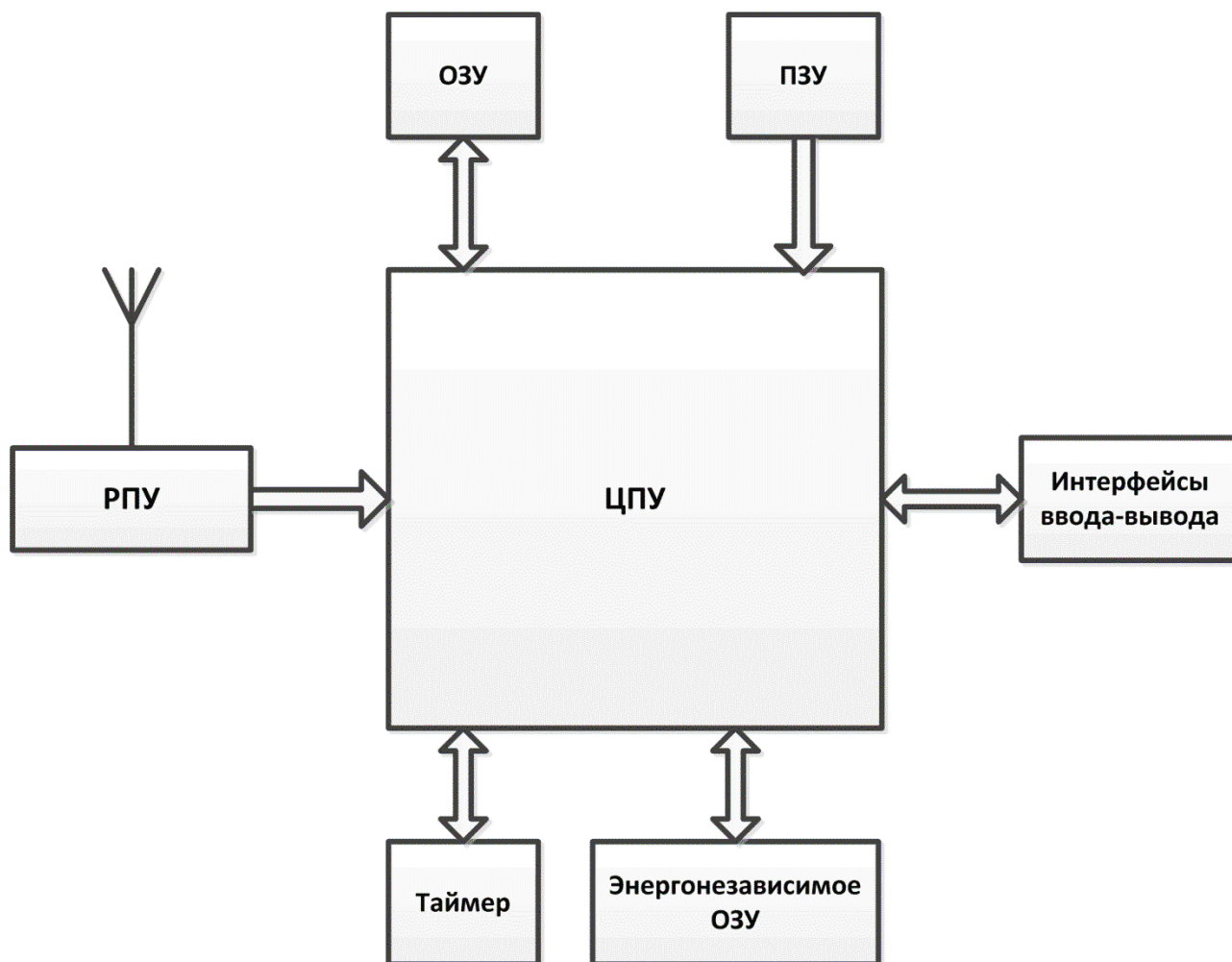


Рисунок 2.2 — Структурная схема приемника СРНС на основе программного коррелятора

Как следует из названия и из рисунка 2.2, принципиальная особенность архитектуры БАСН на основе программного коррелятора заключается в том, что функции корреляции в ней реализуются программно, а не аппаратно. Эти функции включают в себя:

- формирование вектора отсчетов опорной псевдослучайной последовательности;
- формирование векторов квадратурных отсчетов опорной частоты;
- сложение/вычитание/умножение этих векторов с вектором отсчетов промежуточной частоты (ПЧ);
- вычисление суммы элементов векторов, полученных на предыдущем шаге.

На рисунке 2.3 приведена структурная схема программного коррелятора, представляющего собой многоканальное устройство, в котором на вход каждого из каналов подается сигнал после квадратурного преобразования, а на выходе образуются синфазная I и квадратурная Q составляющие свертки опорного сигнала с входным. В программном корреляторе различают операции, исполняемые с высоким темпом, и операции, совершаемые с низким темпом. С высоким темпом исполняются операции, необходимые для получения демодулированного сигнала – формирование отсчетов опорной ПСП и их свертка с входными отсчетами. К операциям, исполняемым с низким темпом, относятся генерация опорной частоты и ее свертка с демодулированным сигналом.

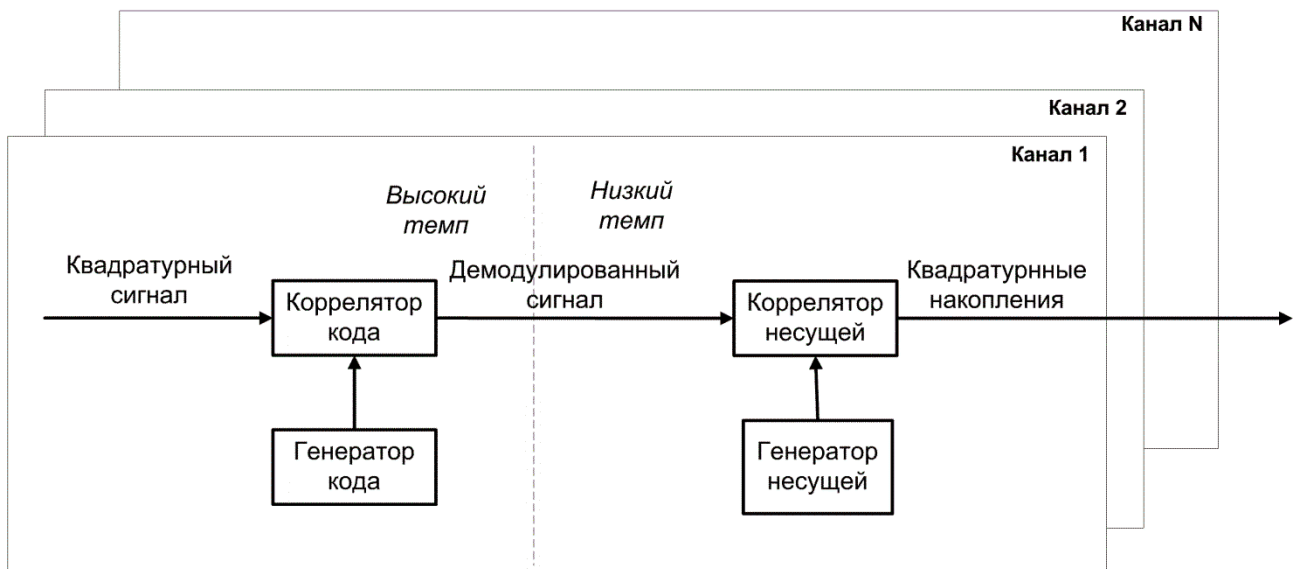


Рисунок 2.3 — Схема программного коррелятора

Схема канала программного МКК изображена на рисунке 2.4. Одноразрядные квадратурные отсчеты сигнала поступают на вход МКК с частотой  $f_s/2$ , где  $f_s$  — частота дискретизации. Эти отсчеты в корреляторе кода перемножаются с опорной кодовой последовательностью (блок XOR), а результат интегрируется. Накопление результатов свертки входных отсчетов с опорной ПСП осуществляется в интеграторе, полоса пропускания которого согласована с частотным диапазоном, содержащим возможные значения доплеровского сдвига и смещение частоты, вызванное уходом опорного генератора. Для БАСН этот диапазон не превышает  $\pm 60$  кГц. Выходы интеграторов коррелятора кода

представляют собой отсчеты демодулированного сигнала, которые поступают на вход коррелятора несущей с частотой  $f_s/32$ . Коррелятор несущей состоит из комплексного смесителя демодулированного и опорного сигналов со следующим за ним интегратором. Таким образом, в корреляторе несущей формируются синфазная и квадратурная компоненты свертки входного сигнала с опорным.

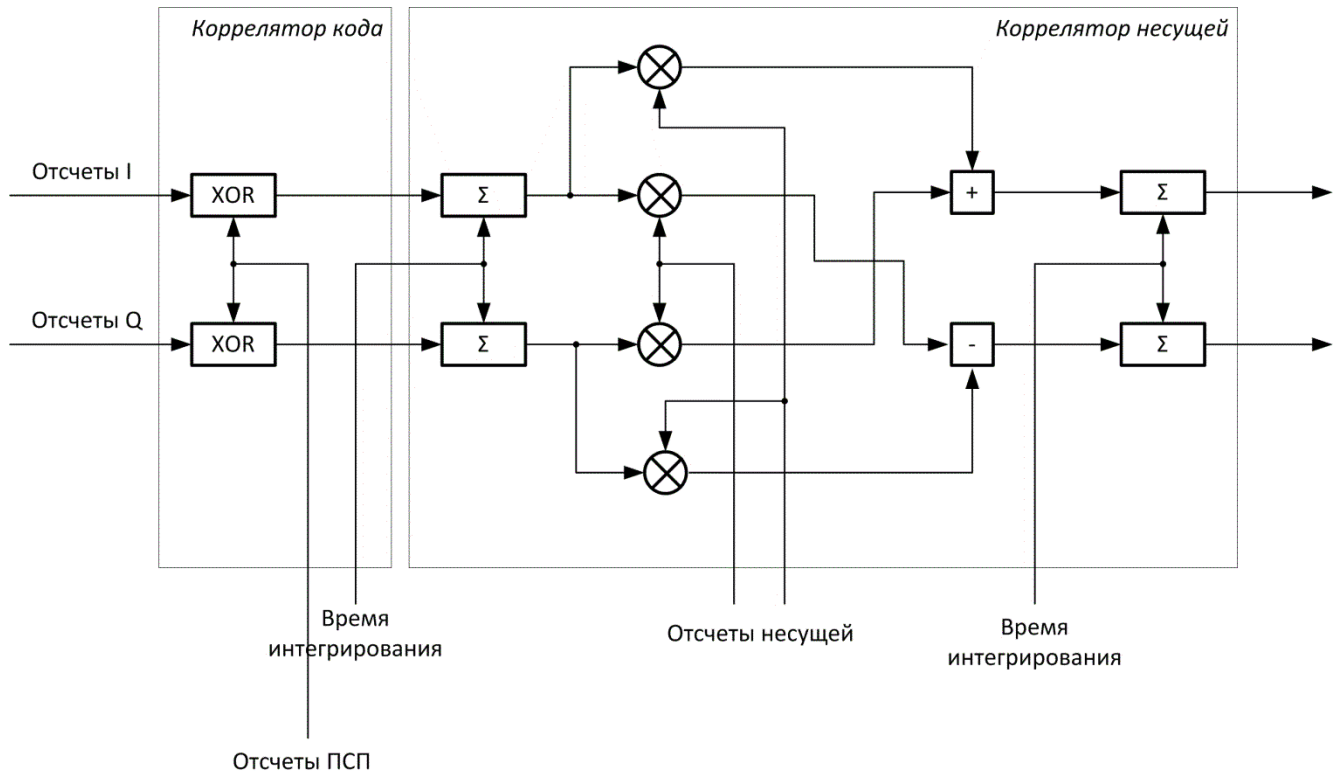


Рисунок 2.4 — Схема канала МКК

При практической реализации программного коррелятора перед проектировщиками стоит задача эффективной организации вычислений, которая должна решаться в каждом случае по-своему, исходя из таких особенностей, как частотный план приемника, представление входных данных, используемый ЦПУ, размеры доступного ОЗУ и ПЗУ и системные требования, такие как целевые чувствительности захвата и слежения.

## 2.2.2 Расчет потребной производительности центрального процессорного устройства для программного коррелятора

В настоящее время опубликован ряд работ, содержащих расчет потребной производительности ЦПУ для реализации программного коррелятора [67,68,76].

В качестве ЦПУ космического базирования рассматривались два процессора, изготавливаемых компанией Temic, ныне Atmel — ERC32 [77] и TSC21020 [78]. Первый из них представлял собой радиационно стойкую версию процессора LEON [79], а второй являлся процессором ADSP 21020 компании Analog Devices в стойком к радиации исполнении.

На практике приходится принимать решение о целесообразности использования того или иного ЦПУ, не имея доступа к образцам ЦПУ и не имея возможности провести натурные эксперименты. Такая ситуация может быть вызвана высокой стоимостью ЦПУ, большими сроками поставки, особенностями контракта и др. В этих условиях можно воспользоваться доступным эталонным процессором, а потом пересчитать полученную оценку производительности для целевого ЦПУ. Для оценивания производительности ERC32 и TSC21020, образцы которых были недоступны, мы воспользовались процессором TMS320C31 компании Texas Instruments. Оценивание производилось в четыре этапа:

1. исполнение тестовой программы для оценки производительности TMS320C31;
2. получение оценки удельного веса операций, выполняемых тестовой программой в общей загрузке процессора;
3. сравнительный анализ TMS320C31, ERC32 и TSC21020;
4. пересчет оценок, полученных на TMS320C31, для ERC32 и TSC21020.

На первом этапе была разработана тестовая программа для TMS320C31, выполнявшая операции, входящие в программный коррелятор

- чтение входных отсчетов синфазной и квадратурной составляющих;
- вычисление отсчетов локальной копии псевдослучайной последовательности;

- перемножение входных отсчетов синфазной и квадратурной составляющих с локальной копией ПСП и последующая фильтрация результатов фильтром низких частот с полосой пропускания 60 кГц;
- вычисление отсчетов опорного сигнала несущей;
- перемножение отсчетов опорного сигнала несущей с выходом предыдущей операции с последующей фильтрацией фильтром НЧ с полосой пропускания 1 кГц.

В тестовой программе был реализован только один канал корреляции, настроенный на сигнал от одного НС. Тестирование проводилось для одно- и двухбитного квантования входных отсчетов. Результаты приведены в таблице 2.3, из которой видно, что один канал корреляции на TMS320C31 может быть надежно реализован только для одноразрядного представления входных данных (95 % загрузки на практике недопустимы).

Таблица 2.3 — Загрузка TMS320C31 одним каналом программного коррелятора

Разрядность входного АЦП, бит	Загрузка процессора, %
1	65
2	95

В приемнике с программным МКК собственно программный коррелятор является самым большим, но не единственным потребителем производительности процессора. В классических приемниках корреляция выполняется аппаратно, а программно реализуются алгоритмы первичной и вторичной обработки сигналов, функции обмена, операционной системы и т. п. Следовательно, для того чтобы получить более точную оценку загрузки ЦПУ при программной реализации коррелятора, необходимо к загрузке из таблицы 2.3 прибавить загрузку, вызываемую остальной программно реализованной функциональностью. Для этого было взято программное обеспечение приемника ASN-22 [80], использующего аппаратный коррелятор компании GEC Plessey и TMS320C31, и была произведена оценка того, какую загрузку процессора вызывает обработка

данных одного канала корреляции. Как видно из таблицы 2.4, на TMS320C31 один канал при аппаратной реализации коррелятора занимает 17% производительности процессора.

Таблица 2.4 — Загрузка TMS320C31 на один канал при аппаратной реализации коррелятора

Программный модуль	Загрузка, %	Комментарий
Операционная система	8	Включает в себя обмен данными с хостом
Первичная обработка сигналов	2	От выхода аппаратного коррелятора до производства сырых измерений и подкадров навигационного сообщения
Вторичная обработка сигналов	7	Для 12 каналов
<i>Итого</i>	17	

Тогда, суммируя данные из таблиц 2.3 и 2.4, получим оценку загрузки TMS320C31 для реализации одноканального приемника с программным коррелятором для разных разрядностей входного АЦП (таблица 2.5).

Таблица 2.5 — Загрузка TMS320C31 при реализации одноканального приемника с программным коррелятором

Разрядность входного АЦП, бит	Загрузка процессора, %
1	82
2	112

Результаты сравнительного анализа TMS320C31, ERC32 и TSC21020 даны в таблице 2.6. Значение коэффициента в последней строке таблицы соответствует производительности ЦПУ относительно TMS320C31. Очевидно, что этот

коэффициент зависит от структуры программы, которая используется для оценки производительности. Если исходный код такой программы содержит только команды типа «регистр-регистр», то коэффициент будет определяться отношением тактовых частот. Увеличение быстродействия процессора дает использование параллельных команд, переключения контекста и встроенной поддержки циклических буферов. Однако доля этих команд в структуре ПО приемника невелика. Поэтому эти возможности процессора не учитывались при сравнении. Существенным фактором, влияющим на быстродействие, является наличие отдельных шин данных и команд, что позволяет за один цикл работы процессора осуществить выборку команды, а также операндов из памяти данных и памяти команд. В зависимости от доли команд типа «регистр-память» в структуре тестовой программы благодаря отдельным шинам можно достичь двукратного увеличения быстродействия по сравнению с архитектурой на основе объединенной шины. В качестве тестовой программы для оценки производительности использовалась процедура вычисления корреляции, в которой доля команд типа «регистр-память» составляет примерно 60 %. Поэтому для TSC21020, кроме соотношения тактовых частот, учтен множитель 1,6, обусловленный наличием отдельных шин данных и команд в этом процессоре.

Таблица 2.6 — Сравнение характеристик TMS320C31, ERC32 и TSC21020

Характеристика	TMS320C31	ERC32	TSC21020
Тактовая частота, МГц	16	10	20
Количество инструкций	113	64	22
Количество условных команд и кодов завершения	20	48	32
Длина инструкций, бит	32	32	48
40-битная арифметика с плавающей точкой	Есть	Есть	Есть
Переключение контекста	Нет	Есть	Есть

Конвейер	Есть	Есть	Есть
Параллельные операции	Есть	Нет	Есть
Кэш инструкций	Есть	Нет	Есть
Поддержка циклических буферов	Есть	Нет	Есть
Перемножитель	Есть	Нет	Есть
Раздельные шины данных и команд	Нет	Нет	Есть
Коэффициент	1,0	0,6	2,0

Учитывая коэффициент из таблицы 2.6 в таблице 2.5, получим окончательно таблицу 2.7, из которой видно, что одноканальный приемник с программным коррелятором невозможно реализовать на ERC32, а на TSC21020 такая реализация возможна как для одно-, так и для двухбитного квантования входного сигнала. Более того, на TSC21020 возможна реализация двух параллельных каналов корреляции.

Таблица 2.7 — Загрузка ERC32 и TSC21020 для реализации одноканального приемника с программным коррелятором

Разрядность входного АЦП, бит	Загрузка ERC32, %	Загрузка TSC21020, %
1	136	41
2	186	56

В работе [68] была произведена оценка потребной производительности для слежения за сигналом одного спутника при программной реализации коррелятора и было выведено соотношение, связывающее производительность ЦПУ, выраженную в MIPS, с частотой модулирующей ПСП

$$\text{MIPS} = 3,5 + 2,2f_c, \quad (2.3)$$

где MIPS — производительность в MIPS, а  $f_c$  — тактовая частота ПСП в мегагерцах. Эта формула была получена эмпирически и подтверждена моделированием. Для частоты следования кода GPS 1 МГц необходимая для



слежения за одним спутником производительность процессора составляет 5,7 MIPS. Производительность TSC21020 — 20 MIPS, и он согласно (2.3) сможет обрабатывать сигнал не более чем от трех спутников. На практике требуется решить и другие задачи первичной и вторичной обработки: вычислительные ресурсы потребляются также операционной системой, интерфейсами и другими задачами, и максимальное число каналов слежения не превысит двух. Такая оценка совпадает с полученной ранее.

### **2.2.3 Методы реализации программного коррелятора**

Основным потребителем ресурсов ЦПУ в навигационном приемнике СРНС с программным МКК является алгоритм вычисления свертки входного сигнала с опорным. Как показано в предыдущем разделе, прямолинейная реализация МКК предъявляет к производительности ЦПУ чрезмерно высокие требования. Поэтому основные усилия разработчиков приемников с программным МКК направлены на оптимизацию вычислений при реализации алгоритма корреляции. Данный раздел представляет собой обзор наиболее известных методов и рекомендации, позволяющие в разы уменьшить количество операций, необходимых для реализации МКК.

Очевидный способ ускорить вычисление корреляции — использовать SIMD-команды. Некоторые разработчики ЦПУ (такие как Intel, AMD, ARM, MIPS) к основному набору инструкций процессора добавили ряд специализированных команд, позволяющих осуществлять одновременную и независимую обработку сразу нескольких элементов данных. К ним относятся, например, MMX-команды (а также их расширение SSE для процессоров серии Pentium и 3DNow, для процессоров AMD, начиная с K6 3D). Хотя выполнение одной такой инструкции занимает больше времени, чем процедура аналогичной инструкции из основного набора команд, их грамотное использование при реализации алгоритмов позволяет увеличить быстродействие ЦПУ в 4–6 раз [81] и реализовать обработку сигналов в реальном масштабе времени на этих платформах.

Алгоритм корреляции включает в себя следующие этапы:

1. формирование вектора отсчетов опорной ПСП;
2. формирование векторов квадратурных отсчетов опорной частоты;
3. сложение/вычитание/умножение этих векторов с вектором отсчетов ПЧ;
4. вычисление суммы элементов векторов, полученных на предыдущем шаге.

Для ускорения вычислений на третьем и четвертом этапах могут быть использованы MMX-команды, а также их расширение SSE. Примерами удачного применения SIMD-команд для реализации программного МКК являются GPS-приемники на платформах Intel Xeon 2,4 [81], Pentium IV 1,7 ГГц [82] и Pentium II 266 МГц [70]. Существенный недостаток этого подхода — привязка SIMD-команд к архитектуре ЦПУ, что делает практически невозможным портирование кода на другую платформу.

Эффективным методом ускорения вычисления корреляции служит использование битовых операций [83,84]. В отличие от SIMD-команд битовые операции универсальны и реализованы в большинстве ЦПУ, используемых для цифровой обработки. К таким операциям относятся, например, логические битовые операции XOR, AND и OR, позволяющие организовать параллельную обработку входного потока данных. Для этого разряды отсчетов ПЧ с выхода РПУ упаковываются в отдельные слова — обычно в одно слово, содержащее знаковые разряды, и в несколько слов, содержащих разряды амплитуды. В зависимости от компоновки разрядов корреляция входного сигнала с опорным может осуществляться одновременно — для множества последовательных отсчетов сигнала одного НС или одномоментных отсчетов сигналов нескольких НС. Варианты упаковки для двухразрядного представления отсчетов ПЧ изображены на рисунке 2.5. Для такой организации входных данных умножение отсчетов ПЧ и опорной ПСП можно выполнить с использованием операции XOR.

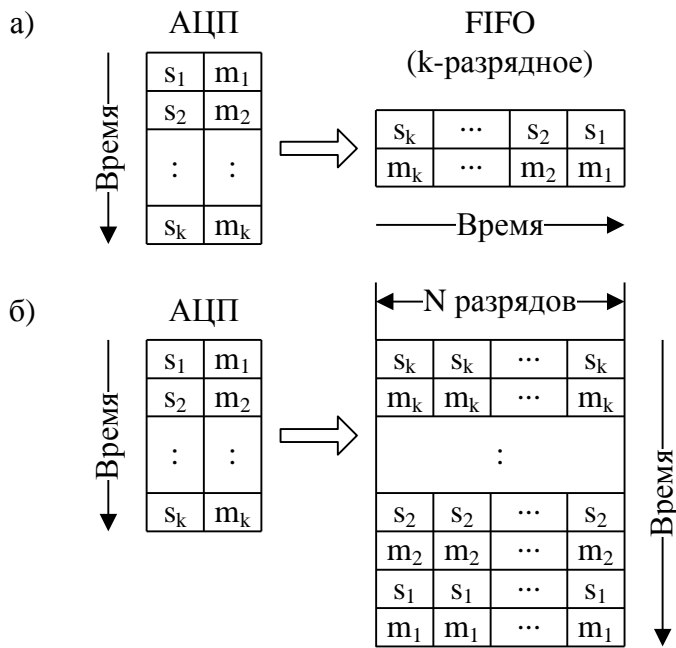


Рисунок 2.5 — Варианты упаковки отсчетов ПЧ для двухразрядного квантования

При этом за одну операцию осуществляется умножение сразу нескольких отсчетов. Выигрыш в быстродействии зависит от разрядности FIFO (рисунок 2.5, а) или числа параллельных каналов МКК (рисунок 2.5, б). Умножение отсчетов демодулированного сигнала и опорной частоты для каждого квадратурного канала реализуется с помощью одной логической операции XOR и переопределения разрядов, содержащих амплитуду [83].

Максимальная эффективность использования битовых операций достигается при одноразрядном квантовании входного сигнала. Однако в этом случае наблюдаются и максимальные энергетические потери (2 дБ). Очевидно, что при увеличении разрядности представления отсчетов ПЧ эффективность параллельной обработки снижается. Примерами РНП (с программным МКК), использующих данный подход, являются приемники сигналов СРНС GPS на платформах AMD Athlon 1,73 ГГц [83,84,85] и TMS320C6201 200 МГц [70,86].

Снижение требований к производительности ЦПУ также достигается за счет пакетной обработки отсчетов [87,88]. На небольших интервалах времени опорные сигналы меняются медленно и поэтому могут считаться постоянными (в рамках интервалов). Следовательно, операции умножения отдельных отсчетов ПЧ и опорного сигнала можно заменить операцией умножения пакета отсчетов ПЧ на

среднее значение опорного сигнала на этом интервале. Различают два типа пакетной обработки при вычислении корреляции. На рисунке 2.6 изображена функциональная схема одного канала МКК, где пакетная обработка используется при вычислении корреляции с опорной частотой.

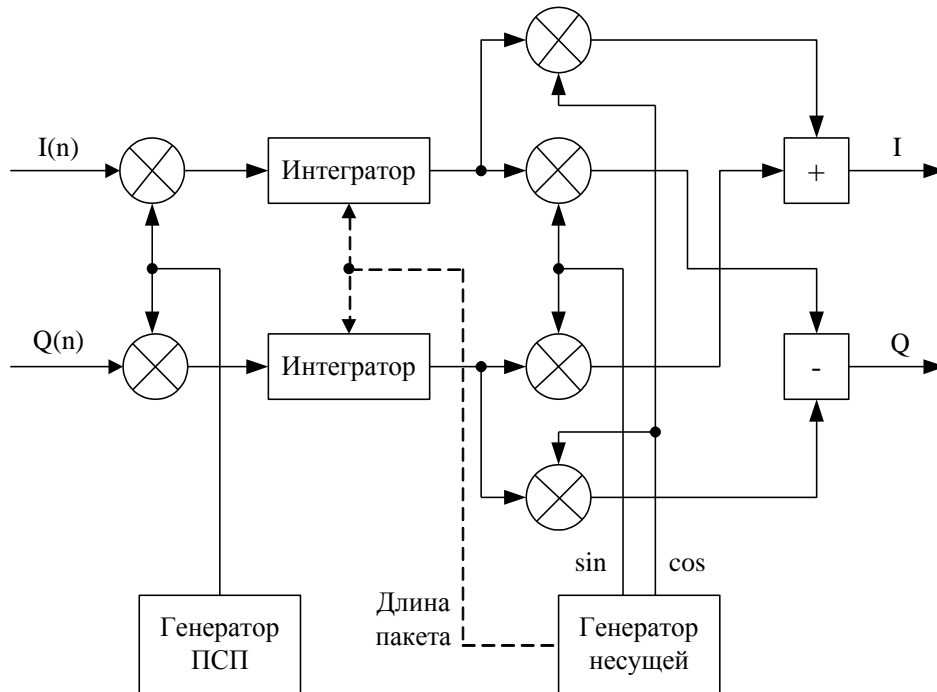


Рисунок 2.6 — Пакетная обработка при вычислении корреляции с опорной частотой

После умножения отсчетов ПЧ и опорной ПСП в каждом квадратурном канале формируются частичные суммы отсчетов демодулированного сигнала, которые затем умножаются на отсчеты опорной частоты. Таким образом, вместо  $4N$  операций умножения (где  $N$  — длина пакета) при вычислении корреляции с опорной частотой достаточно выполнить всего четыре операции. Дополнительное ускорение вычислений можно получить, если формирование частичных сумм реализовать аппаратно на основе программируемых интегральных схем или использовать табличный метод. Второй подход имеет ограничения из-за объема памяти, необходимой для хранения таблицы; ее размер для пакета длины  $N$  равен  $2^N$  байт. Очевидно, что такая схема приводит к энергетическим потерям, величина которых зависит от доплеровского сдвига несущей частоты и длины пакета.

На рисунке 2.7 приведен пример пакетной обработки при вычислении корреляции с опорной ПСП. В данной схеме формируются частичные суммы произведений отсчетов ПЧ и опорной частоты. Суммирование осуществляется на

интервалах между сменами знака символов ПСП. Далее частичные суммы интегрируются с учетом знака для получения окончательных результатов. Длина пакета при таком подходе является переменной, что усложняет вычисление частичных сумм. Достоинство этой схемы — в отсутствии энергетических потерь при вычислении корреляции.

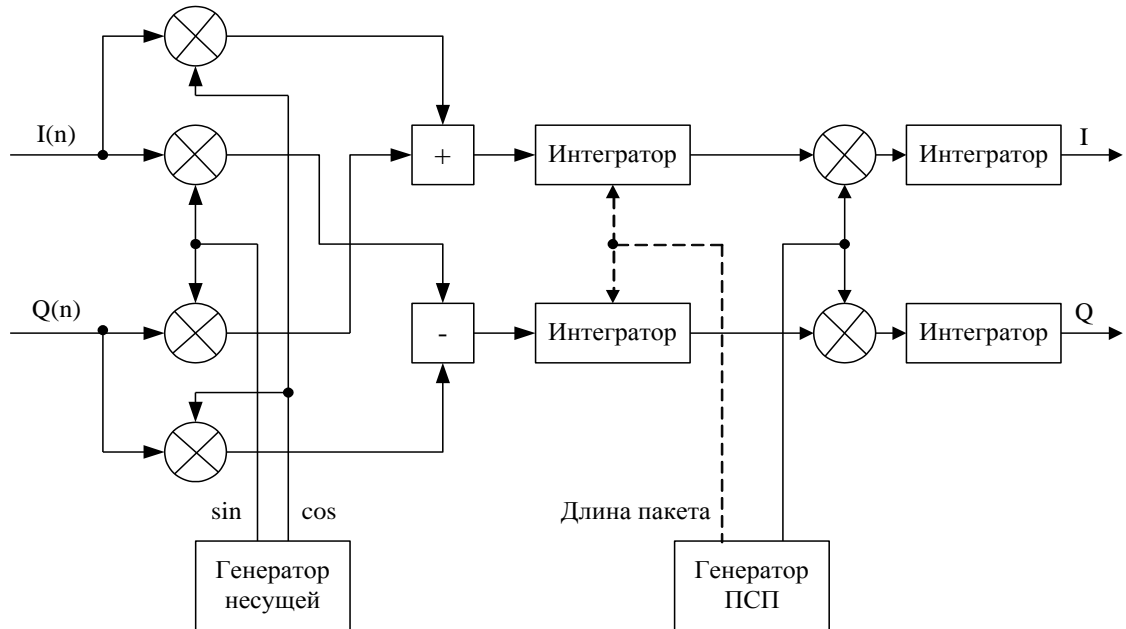


Рисунок 2.7— Пакетная обработка при вычислении корреляции с опорной ПСП

Эффективность вышеописанных методов увеличивается, если использовать их комбинации. Например, в работе [89] показано, что совместное использование SIMD-команд и битовых операций позволяет реализовать на платформе Pentium M с тактовой частотой 600 МГц 12-канальный приемник сигналов GPS с частотой дискретизации входного сигнала, равной 5,71 МГц, и двухразрядным квантованием отсчетов ПЧ. При этом алгоритм вычисления корреляции потребляет менее 70 % ресурсов ЦПУ.

Оптимизация организации вычислений в программном корреляторе известными путями, такими как использование SIMD команд, битовых операций и пакетной обработки недостаточно для преодоления фундаментальной трудности низкой производительности ЦПУ космического базирования. Как писал в своей диссертационной работе разработчик одного из радионавигационных приемников на основе программного коррелятора, «практическая реализация программных навигационных приемников наталкивается на существенные трудности из-за

того, что возможности программируемых процессоров по многоканальной обработке широкополосных сигналов, в том числе навигационных, все еще, как правило, недостаточны» [86]. Отметим, что в работе [86] рассматривалась реализация программного коррелятора на таких ЦПУ, как ADSP 2189 с тактовой частотой 80 МГц и TMS320C6201 с тактовой частотой 200 МГц, в то время как проектировщики БАСН до недавнего времени имели в распоряжении лишь радиационно стойкий аналог ADSP 21020 с тактовой частотой, не превышающей 20 МГц.

Ширина спектра входного сигнала составляет единицы мегагерц. Частота взятия отсчетов, согласно теореме Котельникова, должна превышать ширину спектра входного сигнала как минимум в два раза. Таким образом, программный коррелятор должен сформировать опорный сигнал и вычислить его свертку с миллионами отсчетов входного сигнала в секунду. Как было показано выше, такая задача не всегда по силам даже современным ЦПУ общего назначения, не говоря уже о низкопроизводительных процессорах, используемых на борту ИСЗ.

#### **2.2.4 Использование неполного ансамбля входных отсчетов**

Автором и коллегами был предложен простой и эффективный метод [61], позволяющий осуществлять одновременную обработку сигналов нескольких навигационных спутников за счет избыточной помехоустойчивости при приеме сигналов. Идея метода состоит в экономии ресурсов ЦПУ благодаря использованию неполного ансамбля входных отсчетов при обработке сигналов НС в МКК. При этом освободившиеся ресурсы ЦПУ могут быть использованы для обработки сигнала следующего НС.

Похожий метод использовался при проектировании мультиплексных приемников СРНС GPS/ГЛОНАСС [90]. Особенностью этих приемников является переключение одного канала коррелятора на прием сигнала каждого следующего НС через интервалы времени в несколько миллисекунд. Целью мультиплексирования было улучшение эксплуатационных характеристик

приемника при сохранении возможности работы одновременно по нескольким НС. Наименьшая допустимая частота переключения канала при мультиплексировании определяется скоростью передачи символов навигационного сообщения и составляет  $50n$  (Гц), где  $n$  — число НС, чьи сигналы обрабатываются одновременно. Следовательно, для обработки сигнала одного НС в мультиплексном приемнике используется в  $n$  раз меньше отсчетов входного сигнала, что позволяет реализовать на основе одного канала коррелятора  $n$  виртуальных каналов без потери символов навигационного сообщения. При этом энергетические потери в каждом виртуальном канале составляют  $10\lg n$  (дБ) независимо от уровня принимаемого сигнала.

### 2.2.5 Метод SoftFlex

В приемниках с программным многоканальным коррелятором использование неполного набора входных отсчетов может быть усовершенствовано таким образом, чтобы перераспределить потери между каналами МКК в зависимости от уровня принимаемых сигналов. Это означает, что потери в каналах с низким уровнем сигнала можно уменьшить за счет тех каналов, в которых имеется некоторый запас помехоустойчивости. Благодаря программной реализации МКК использование входных отсчетов в каждом канале коррелятора может осуществляться порциями с разной длительностью и периодичностью. Допустимое количество пропущенных отсчетов в канале МКК определяется уровнем мощности принимаемого сигнала.

Пусть  $q_i$  — отношение сигнал/шум (ОСШ) для  $i$ -го НС, а  $q_0$  — минимальное значение ОСШ, начиная с которого целесообразно прореживание входных отсчетов. Тогда коэффициент использования сигнала  $i$ -го НС, который определяется как отношение количества входных отсчетов, использованных при вычислении свертки на некотором интервале времени  $T$  к общему числу отсчетов на этом интервале

$$k_i = \begin{cases} 1, q_i \leq q_0 \\ q_0 / q_i, q_i > q_0 \end{cases}.$$

Таким образом, потери в  $i$ -м канале МКК при прореживании составят  $10\lg(q_i/q_0)$  (дБ), что соответствует превышению ОСШ в этом канале относительно выбранного порогового значения. Следовательно, чем меньше ОСШ в канале МКК, тем меньше величина потерь в данном канале. Для тех каналов, в которых ОСШ меньше  $q_0$ , при вычислении свертки используются все входные отсчеты. Таким образом, в отличие от мультиплексного приемника, в приемнике с программным МКК, реализующем метод SoftFlex, число каналов является переменным и зависит от условий приема сигналов.

SoftFlex — патентованное решение цифрового приемника спутниковой навигационной системы. Оно отличается дополнительно введенным измерителем загрузки процессора и блоком управления коррелятором. Фактически это означает реализацию обратной связи от измерителя загрузки к коррелятору, как показано ниже.

На рисунке 2.8 представлена архитектура программного обеспечения (т. е. основные модули ПО и потоки данных между ними) для реализации технологии SoftFlex. На рисунке не показаны входные отсчеты, вектор потребителя и набор видимых НС, которые не являются поканальными, но едины для всего приемника, в то время как остальные данные (такие как фаза кода и несущей, ОСШ и пр.) относятся к одному каналу.

Для реализации SoftFlex используются четыре основных блока — коррелятор, блок первичной обработки, блок вторичной обработки и менеджер каналов. Коррелятор производит первичные накопления  $I$  и  $Q$ . В блоке первичной обработки накопления  $I$  и  $Q$  в каждом из каналов используются для того, чтобы получить оценки фазы кода, фазы несущей, а также ОСШ. На основании оценок фазы кода и фазы несущей проводятся так называемые сырые измерения — псевдодальность и псевдоскорость. В блоке вторичной обработки осуществляется вычисление вектора потребителя на основании сырых измерений, полученных в разных каналах. Кроме того, на основании альманаха системы, передаваемого в



навигационном сообщении, и положении потребителя вычисляется набор видимых НС, сообщаемый менеджеру каналов. Менеджер каналов, используя данные о наборе видимых спутников, статусе и ОСШ в каждом из каналов, управляет коррелятором, устанавливая для каждого из каналов коэффициент использования сигнала.

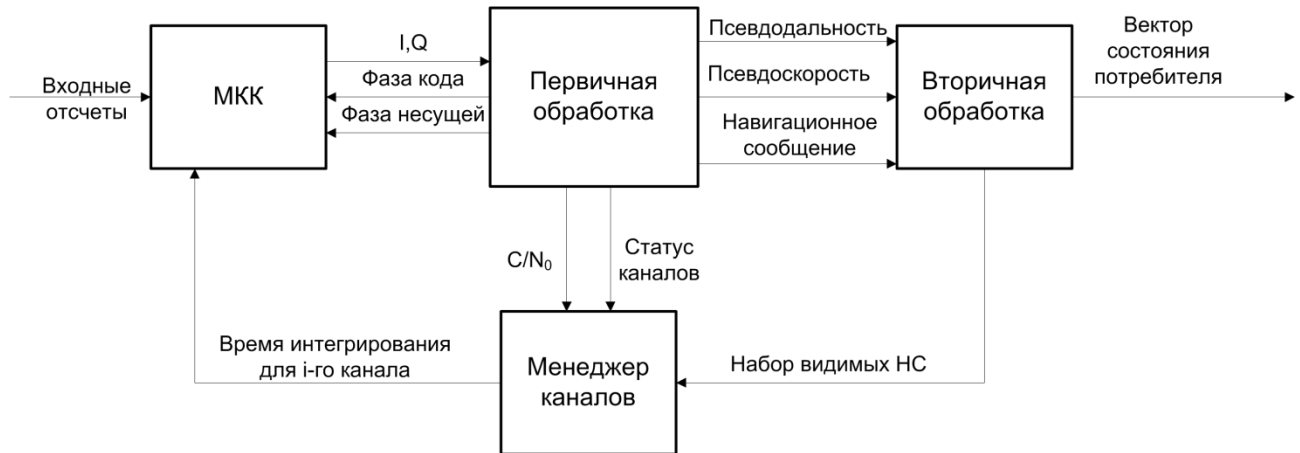


Рисунок 2.8 — Программное обеспечение для технологии SoftFlex

Пусть  $T_i = k_i T$  — интервал времени, на котором осуществляется вычисление свертки входного сигнала с опорным сигналом  $i$ -го НС. На рисунке 2.9 представлена временная диаграмма работы канала ММК при обработке сигналов  $n$  НС. Заштрихованные области на диаграмме соответствуют порциям входных отсчетов, которые используются для вычисления свертки в  $i$ -м виртуальном канале. При таком способе применения отсчетов входного сигнала в ММК средняя и максимальная загрузки ЦПУ, обусловленные вычислением свертки, совпадают и не зависят от длительности интервала времени  $T$ . Кроме того, период вычисления свертки для всех НС одинаков и равен  $T$ . Для приема сигналов НС без потери символов навигационного сообщения период вычисления свертки должен быть меньше длительности символа. Более жесткое ограничение на  $T$  накладывает темп замыкания петли слежения за фазой несущей частоты, определяемый полосой фильтра схемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Для динамичных объектов темп замыкания ФАПЧ не превосходит 5 мс.

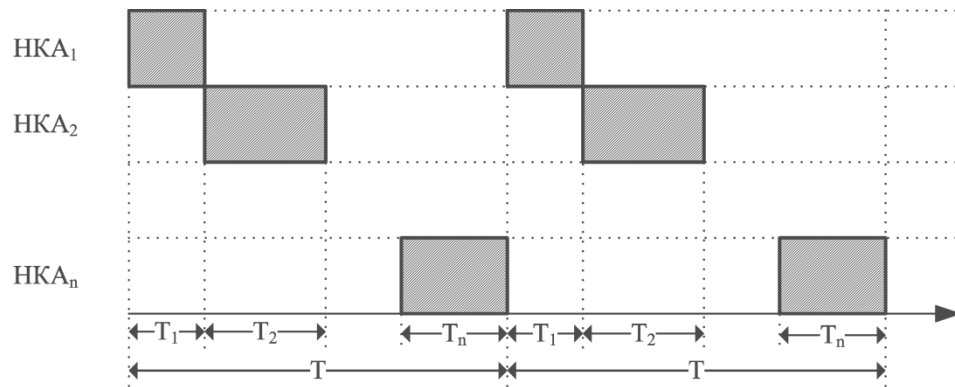


Рисунок 2.9 — Временная диаграмма работы канала МКК при обработке сигналов  $n$  НС

Требование к кратности  $T_i$  эпохам кода существенно сужает множество возможных значений коэффициентов  $k_i$  из-за ограничений на  $T$ . При  $T = NT_c$ , где  $T_c$  — период эпохи кода, коэффициенты  $k_i$  могут принимать только  $N$  возможных значений, что при небольших значениях  $N$  снижает эффективность использования ресурсов ЦПУ. С другой стороны, при  $T_i$  меньше эпохи кода ухудшаются кросс-корреляционные свойства ПСП, так как для вычисления свертки используется укороченная ПСП. Однако, как показано далее, кросс-корреляционные свойства укороченной ПСП могут быть восстановлены в режиме когерентного слежения за фазой несущей частоты. Поэтому целесообразным представляется выбор периода вычисления свертки, равного 1 мс, а прореживание отсчетов входного сигнала лучше осуществлять внутри эпохи кода.

Таким образом, схема коррелятора в архитектуре SoftFlex меняется по сравнению с канонической: в него для каждого из каналов вводится коэффициент использования сигнала, который применяется как в генераторах (ПСП и несущей), так и в корреляторах (рисунок 2.10).

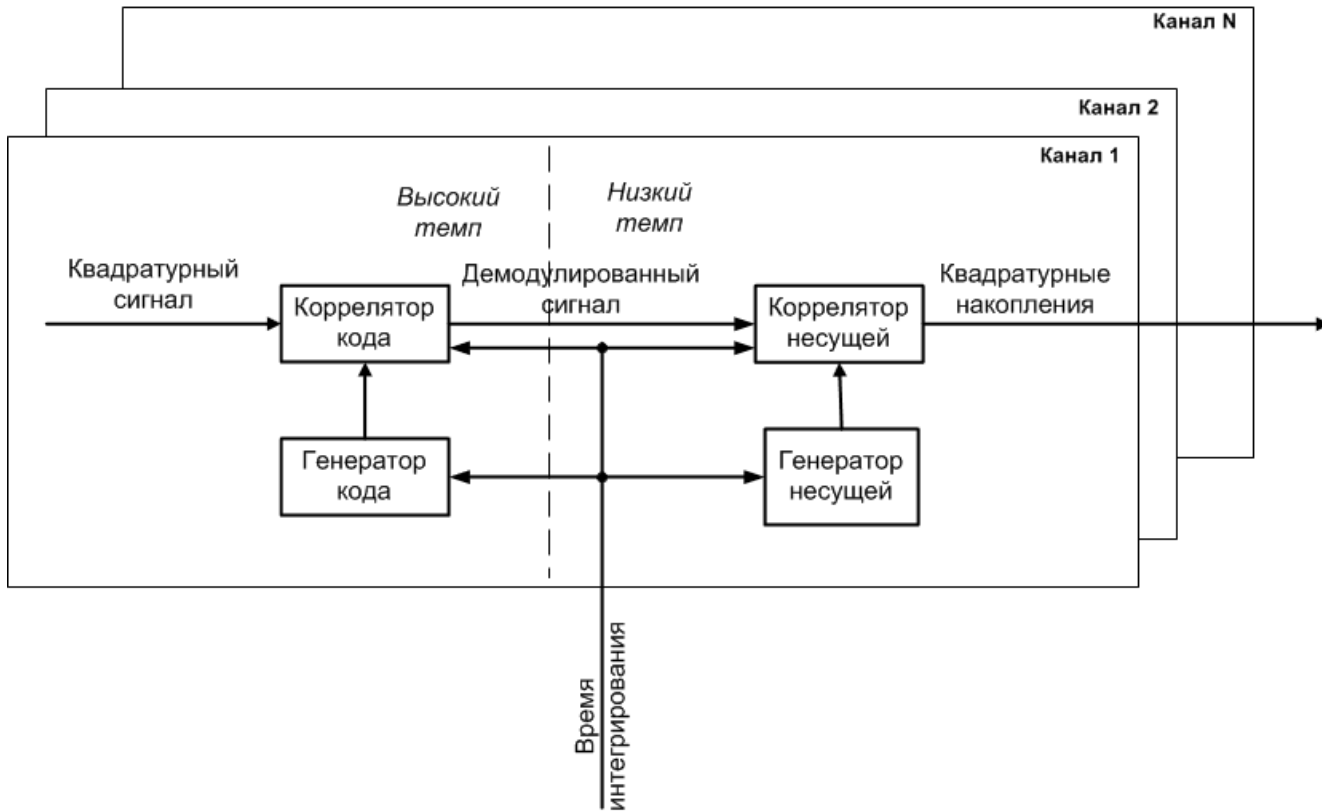


Рисунок 2.10 — Схема программного коррелятора при использовании метода SoftFlex

### 2.2.6 Проектирование бортовой аппаратуры спутниковой навигации с использованием метода SoftFlex

С целью минимизации загрузки ЦПУ при формировании отсчетов опорной ПСП предлагается использовать табличный метод. Он заключается в предвычислении значений ПСП с шагом, заданным частотой  $f_s/2$ , и последующем использовании этих значений для корреляции с отсчетами входного сигнала.

При реализации данного метода возникают два источника энергетических потерь. Первый — квантование фазы опорной ПСП, требуемое для того, чтобы обеспечить совпадение фаз входной и опорной ПСП с точностью до единиц метров. Второй источник потерь — использование нулевого доплеровского сдвига частоты при формировании опорной ПСП, необходимое для минимизации вычислительных расходов. Ниже получены соотношения для оценки энергетических потерь в генераторе кода, использующем табличный метод.

Отсчеты опорной ПСП вычисляются при нулевом доплеровском сдвиге частоты для  $N = 2^n$  значений начальной фазы кода. Квантование фазы приводит к энергетическим потерям, которые определяются уменьшением корреляции опорной и входной ПСП. Если  $\delta = T_s / N$  — шаг квантования фазы ПСП, где  $T_s = 2 / f_s$  — интервал дискретизации, то максимальная ошибка представления фазы ПСП равна  $\delta/2$ , а величина энергетических потерь, вызванных квантованием, определяется соотношением

$$\eta = -20 \lg R\left(\frac{\delta}{2}\right), \quad (2.4)$$

где  $R(\tau)$  — нормированная АКФ ПСП.

Максимальные потери наблюдаются для ПСП, имеющих наиболее узкий корреляционный пик. В этом случае корреляционный пик на интервале  $\pm 1$  символа ПСП описывается соотношением

$$R(\tau) = 1 - \left(1 + \frac{65}{1023}\right) \left|\frac{\tau}{\tau_c}\right|, \quad -\tau_c \leq \tau \leq \tau_c, \quad (2.5)$$

где  $\tau_c$  — длительность символа ПСП.

Из соотношений (2.4) и (2.5) следует, что

$$\eta = -20 \lg \left[ 1 - \left(1 + \frac{65}{1023}\right) \frac{f_c}{N f_s} \right], \quad (2.6)$$

где  $f_c = \frac{1}{\tau_c} = 1,023$  МГц,  $f_s$  — частота дискретизации.

В таблице 2.8 приведены результаты расчета энергетических потерь, вызванных квантованием фазы опорной ПСП, для  $f_s = 5,71$  МГц.

Таблица 2.8 — Энергетические потери, вызванные квантованием фазы опорной ПСП

$N$	$\eta$ , дБ
1	1,84
2	0,87
4	0,42

8	0,21
16	0,1
32	0,1

Выбор числа уровней квантования фазы кода опорной ПСП определяется разумным компромиссом между объемом памяти, требуемым для хранения отсчетов ПСП, и энергетическими потерями, вызванными квантованием фазы.

Потери от использования нулевого доплеровского сдвига частоты определяются доплеровским сдвигом частоты входного сигнала  $f_d$  и длительностью интервала корреляции  $T$ . Если фазы опорной и входной ПСП в начале интервала корреляции совпадают, то в конце интервала фазы отличаются на величину

$$\Delta\varphi = \frac{f_c}{f_{L_1}} f_d T,$$

где  $f_{L_1} = 1575,42$  МГц — номинальное значение несущей частоты  $L_1$ . В силу свойств АКФ разность фаз не должна превышать одного символа ПСП. Следовательно, максимальная длительность интервала корреляции при использовании опорной ПСП с нулевым доплером определяется соотношением  $T < \frac{1}{f_c / f_{L_1} \times |f_d|}$ . При этом условии корреляция опорной и входной ПСП на

интервале  $T$  определяется соотношением

$$R(f_d, T) = 1 - \frac{\Delta\tau}{T} \sum_{k=1}^n k \xi_k, \quad (2.7)$$

где  $\Delta\tau = \frac{1}{f_c} \left( 1 - \frac{1}{1 + f_d / f_{L_1}} \right)$  — разность длительностей символов входной и опорной ПСП;  $n$  — число эпох опорной ПСП на интервале  $T$ ;  $\xi_k = 1$ , если на  $k$ -й эпохе произошла перемена знака символа, и  $\xi_k = 0$  — в противном случае.

Соотношение (2.7) поясняется рисунком 2.11, на котором приведен пример корреляции входной и опорной ПСП при ненулевом доплеровском сдвиге частоты входного сигнала.

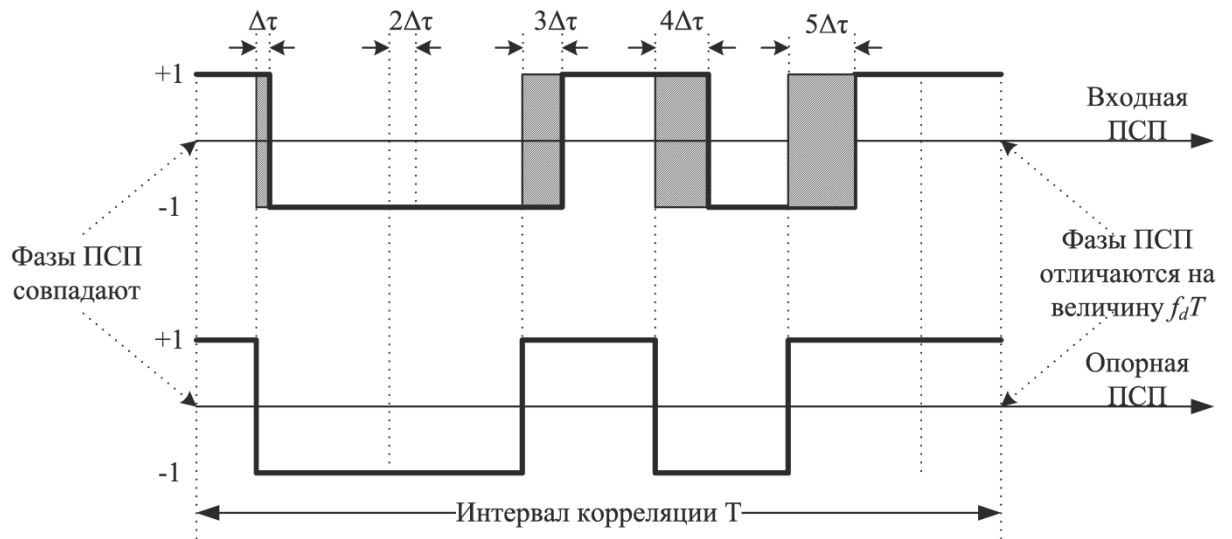


Рисунок 2.11 — Корреляция входной и опорной ПСП при ненулевой частоте Доплера

Оценка сверху энергетических потерь на интервале  $T = n\tau_c$  может быть получена следующим образом. Максимальное количество эпох ПСП на интервале  $n$  символов равно  $n+1$ . Наибольшие потери получаются, если перемена знака происходит на каждой эпохе. При этом потери определяются соотношением

$$\eta = -20 \lg \left[ 1 - \frac{(n+1)}{2} \left( 1 - \frac{1}{1 + f_d / f_L} \right) \right]. \quad (2.8)$$

На рисунке 2.12 представлены результаты расчета энергетических потерь, полученных в соответствии с (2.8), в зависимости от доплеровского сдвига частоты и длительности интервала корреляции. Для сравнения там же маркерами показаны результаты моделирования. Из них следует, что соотношение (2.8) достаточно точно описывает функцию потерь. Разница между результатами моделирования и расчетными не превосходит 0,01 дБ.

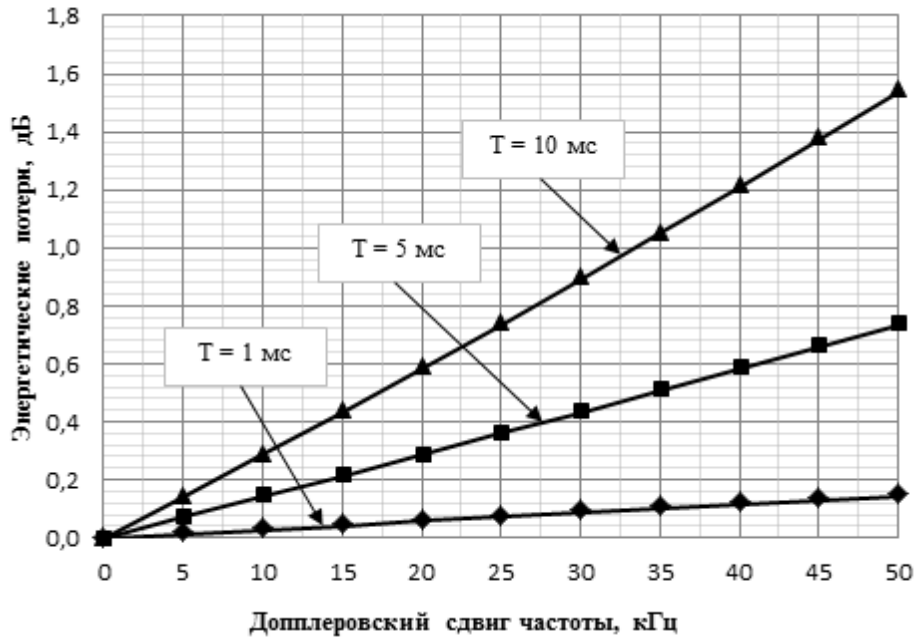


Рисунок 2.12 — Энергетические потери при вычислении свертки в зависимости от доплеровского сдвига частоты входного сигнала

Так как к формированию таблицы отсчетов опорной ПСП не предъявляется жестких требований по времени выполнения, то в целях экономии памяти таблица может формироваться динамически, т. е. для каждого канала МКК отдельно при очередном назначении спутника на канал. Таким образом, размер таблицы будет прямо пропорционален числу каналов МКК. На рисунке 2.13 приведен пример организации такой таблицы для одного канала МКК при  $f_s = 5,71$  МГц. Таблица состоит из  $N$  блоков по  $M$  32-разрядных слов, содержащих одноразрядные отсчеты опорной ПСП для двух последовательных эпох C/A кода. Такая организация таблицы позволяет для заданной фазы кода сформировать 32 отсчета опорной ПСП, используя два обращения к памяти, две операции арифметического сдвига и одну операцию логического сложения. В приведенном примере  $N = 180$ ,  $M = 16$ . Следовательно, размер таблицы для одного канала МКК составляет 11,25 Кбайт.

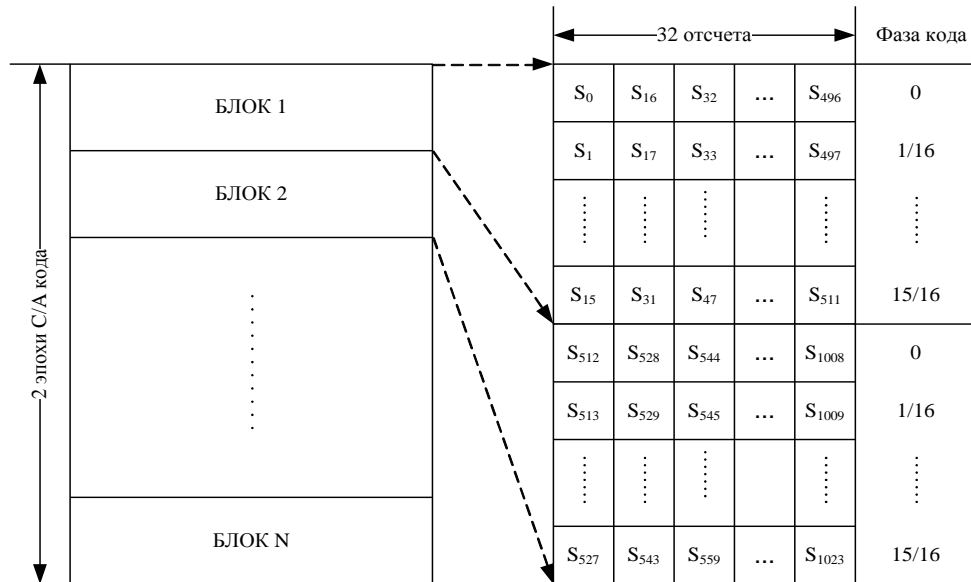


Рисунок 2.13 — Организация таблицы отсчетов опорной ПСП для одного канала МКК

Как и для генерации опорного кода, для генерации опорной несущей предлагается использовать табличный метод. В данном случае производится предвычисление комплексных отсчетов значений несущей и последующее использование этих значений для корреляции с отсчетами демодулированного сигнала.

Табличная реализация генератора несущей, имея очевидные преимущества перед традиционным способом формирования опорной частоты с помощью генератора управляемого кодом, предъявляет жесткие требования к объему памяти, необходимому для хранения отсчетов. Действительно, здесь требуется предвычисление комплексных отсчетов для множества частот  $\{f_k\}_{k=1}^M$  с нулевой начальной фазой (включающего диапазон изменения доплеровского сдвига входного сигнала) на всем интервале корреляции  $T$ . При этом шаг по частоте  $\delta f$  определяется длительностью интервала корреляции: чем больше интервал, тем меньше должен быть шаг. Максимальная погрешность представления несущей частоты входного сигнала для такой таблицы равна  $\delta f/2$ . Ниже приведена оценка минимально допустимого шага  $\delta f$  в зависимости от интервала корреляции и получена оценка энергетических потерь в зависимости от погрешности представления частоты.



Пусть  $S(k) = e^{i(2\pi f k T_s + \varphi)}$  и  $S_r(k) = e^{i2\pi f_r k T_s}$ ,  $k = 0 \dots N-1$  — комплексные отсчеты несущей частоты входного и опорного сигналов соответственно, где  $\varphi$  — фаза несущей частоты входного сигнала на начало интервала корреляции,  $T = (N-1)T_s$  и  $f$  — доплеровский сдвиг частоты. Тогда комплексная свертка входного сигнала с опорным определяется соотношением

$$R(\Delta f, T) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S(k) S_r^*(k) = \frac{1}{N} e^{i\varphi} \frac{1 - e^{2\pi i \Delta f N T_s}}{1 - e^{2\pi i \Delta f T_s}}, \quad (2.9)$$

где  $\Delta f = f - f_r$  — погрешность представления входной частоты.

Следовательно, потери, получаемые уменьшением модуля свертки из-за неточности представления входной частоты, могут быть найдены следующим образом:

$$\eta(\Delta f, T) = -20 \lg \left( \frac{1}{N} \left| \frac{\sin(\pi \Delta f N T_s)}{\sin(\pi \Delta f T_s)} \right| \right). \quad (2.10)$$

На рисунке 2.14 показаны результаты расчета энергетических потерь в зависимости от погрешности представления входной частоты для интервала корреляции, равного эпохе кода, и  $f_s = 5,71$  МГц.



Рисунок 2.14 — Энергетические потери при вычислении свертки на интервале эпохи кода

Из приведенного графика следует, что для максимально допустимых потерь, равных 0,1 дБ, погрешность представления входной частоты не должна превышать 85 Гц, т. е.  $\delta f = 170$  Гц. Таким образом, для диапазона частот  $\pm 50$  кГц размер таблицы  $M$  равен 589, что при восьмиразрядном квантовании амплитуды опорной частоты составляет примерно 3,2 Мбайт.

Оценим теперь требуемую производительность процессора для реализации генератора несущей и компенсации доплеровского сдвига частоты. Для вычисления свертки на интервале корреляции  $T$  в одном канале МКК в соответствии с (2.9) требуется  $4N$  операций умножения и  $2N + 2(N-1)$  операций сложения. Если выполнение операции сложения/умножения осуществляется за один такт работы ЦПУ, то для реализации одного канала МКК производительность ЦПУ должна быть не ниже  $4f_s$ . Для частоты взятия отсчетов  $f_s = 5,71$  МГц производительность ЦПУ должна быть выше 20 МГц, что недопустимо для БАСН.

Для снижения требований к ЦПУ предлагается использовать пакетную обработку входных отсчетов при вычислении свертки. Идея пакетной обработки состоит в использовании одного отсчета опорной несущей частоты для нескольких последовательных отсчетов несущей частоты входного сигнала. Это возможно, если изменение фазы опорной несущей частоты за время пакета незначительно. В таком случае соотношение (2.9) примет вид

$$R(\Delta f, T) \approx \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N_1-1} \left\{ \sum_{n=0}^{N_2-1} S(N_2 m + n) \right\} S_r^*(N_2 m), \quad (2.11)$$

где  $N = N_1 N_2$ . Тогда для вычисления свертки в одном канале МКК необходимо  $4N_1$  операций умножения и  $2N_1 + 2(N_1 - 1)$  операций сложения, т. е. требования к производительности ЦПУ можно снизить в  $4N_2 / (N_2 + 3)$  раз. Например, при  $N_2 = 16$  производительность ЦПУ должна быть не ниже  $1,1875 f_s$ .

Оценим теперь энергетические потери при вычислении свертки, вызванные пакетной обработкой. Заметим, что длина пакета зависит от доплеровского сдвига несущей частоты входного сигнала: чем больше сдвиг, тем короче должен быть пакет. Для внутренней суммы в (2.11) справедливо соотношение

$$\sum_{n=0}^{N_2-1} S(N_2m+n) = e^{i(2\pi f N_2 m T_s + \varphi)} \frac{1 - e^{i2\pi f N_2 T_s}}{1 - e^{i2\pi f T_s}}. \quad (2.12)$$

В предположении, что погрешность представления несущей частоты входного сигнала равна нулю и с учетом (2.12), соотношение (2.11) может быть записано в виде

$$R(\Delta f, T) = \frac{1}{N_2} e^{i\varphi} \frac{1 - e^{i2\pi f N_2 T_s}}{1 - e^{i2\pi f T_s}}. \quad (2.13)$$

Следовательно, энергетические потери определяются соотношением

$$\eta(f, N_2) = -20 \lg \left( \frac{1}{N_2} \left| \frac{\sin(\pi f N_2 T_s)}{\sin(\pi f T_s)} \right| \right). \quad (2.14)$$

На рисунке 2.15 представлены результаты расчета энергетических потерь при пакетной обработке в зависимости от доплеровского сдвига частоты входного сигнала для  $f_s = 5,71$  МГц.

Принимая во внимание бинарное квантование входного сигнала, вычисление внутренней суммы в соотношении (2.11) может быть осуществлено с использованием таблицы размера  $2^{N_2}$  байт, содержащей предвычисленные значения частичных сумм. Таким образом, для вычисления свертки в одном канале МКК потребуется  $4N_1$  операций умножения,  $2N_1 + 2(N_1 - 1)$  операций сложения и  $2N_1$  обращений к таблице, что вполне приемлемо для БАСН.

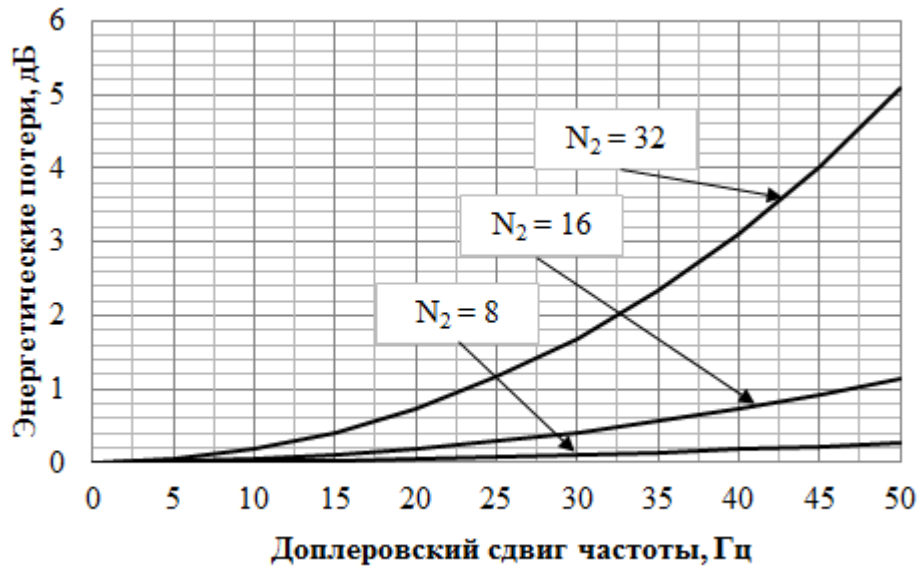


Рисунок 2.15 — Энергетические потери при пакетной обработке отсчетов демодулированного сигнала

### 2.2.7 Восстановление кросс-корреляционных свойств укороченной псевдослучайной последовательности

Следует отметить, что при уменьшении длительности интервала корреляции увеличивается уровень боковых лепестков АКФ, что является следствием ухудшения ортогональных свойств укороченных кодов Голда. Очевидно, что уменьшение соотношения между глобальными и локальными максимумами АКФ ведет к ухудшению кросс-корреляционных свойств укороченной ПСП и, следовательно, к снижению помехоустойчивости БАСН в условиях широкого динамического диапазона уровня входного сигнала (свойственного, например, ЭОС). В этом разделе мы получим соотношения для анализа характеристик квадратурных отсчетов на выходе МКК с переменным временем интегрирования, а потом предложим метод, позволяющий восстановить свойства ПСП в режиме когерентного слежения за несущей частотой.

Пусть  $T = NT_s$  — длительность интервала корреляции. Обозначим через  $\tau, f_d, \varphi$  (соответственно) задержку фазы ПСП, доплеровское смещение и фазу

несущей частоты на начало интервала корреляции. Комплексные отсчеты сигнала на входе МКК  $S$  и отсчеты опорного сигнала МКК  $S_r$  запишем в виде

$$\begin{aligned} S(n) &= c(nT_s - \tau) e^{i(2\pi f_d n T_s + \varphi)}; \\ S_r(n) &= c(nT_s - \tilde{\tau}) e^{i(2\pi \tilde{f}_d n T_s + \tilde{\varphi})}, \quad n = 0 \dots N-1, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где  $c(t_n)$  — отсчет ПСП входного сигнала в момент времени  $t_n$ ;  $\tilde{\tau}, \tilde{f}_d, \tilde{\varphi}$  — оценки  $\tau, f_d, \varphi$  на начало интервала корреляции, полученные в результате работы ССЗ и ФАПЧ. Тогда комплексный выход МКК определяется соотношением

$$R = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) S_r^*(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c(nT_s - \tau) c(nT_s - \tilde{\tau}) e^{i(2\pi \Delta f n T_s + \Delta \varphi)}, \quad (2.16)$$

где  $\Delta f = f_d - \tilde{f}_d$  и  $\Delta \varphi = \varphi - \tilde{\varphi}$  — погрешности оценки доплеровского смещения и фазы несущей частоты.

При условии  $\Delta f T \ll 1$ , которое выполняется в фазе установленного режима работы следящих систем, третий сомножитель в сумме (2.16) является медленно меняющейся функцией времени. Поэтому его можно заменить средним значением этой функции в интервале корреляции. Соответственно (2.16) преобразуется к виду

$$R \approx \rho_\tau(\Delta \tau) e^{i(\pi \Delta f T + \Delta \varphi)} \text{sinc}(\Delta f T), \quad (2.17)$$

где  $\rho_\tau(\Delta \tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c(nT_s - \tau) c(nT_s - \tilde{\tau})$  — АКФ ПСП;  $\Delta \tau = \tau - \tilde{\tau}$  — погрешность оценки фазы ПСП.

Квадратурные накопления на выходе МКК определяются как вещественная и мнимая части результата свертки:  $I = \text{Re}\{R\}, Q = \text{Im}\{R\}$ .

Если длительность интервала корреляции кратна периоду ПСП, то функция  $\rho_\tau(\Delta \tau)$  не зависит от  $\tau$ . Действительно, пусть для простоты  $\tau = mT_s$ . Тогда выражение для АКФ с учетом периодичности ПСП может быть записано в виде  $\rho_\tau(\Delta \tau) = S_1 + S_2$ , где

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{m-1} c[(n-m+N)T_s] c[(n-m+N)T_s + \Delta\tau]; \\ S_2 = \frac{1}{N} \sum_{n=m}^{N-1} c[(n-m)T_s] c[(n-m)T_s + \Delta\tau]. \end{cases}$$

Сделав замену индексов суммирования, получим

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=N-m}^{N-1} c(nT_s) c(nT_s + \Delta\tau); \\ S_2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} c(nT_s) c(nT_s + \Delta\tau). \end{cases}$$

Следовательно,  $\rho_\tau(\Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c(nT_s) c(nT_s + \Delta\tau)$  зависит только от погрешности

оценки фазы ПСП. Если длительность интервала корреляции меньше периода ПСП, то при анализе характеристик квадратурных отсчетов на выходе МКК необходимо учитывать фазу ПСП на начало интервала корреляции. На рисунке 2.16 приведены примеры нормированной мощности сигнала на выходе МКК, полученной при нулевом доплеровском смещении частоты для интервалов корреляции, равных 1 и 0,5 мс.

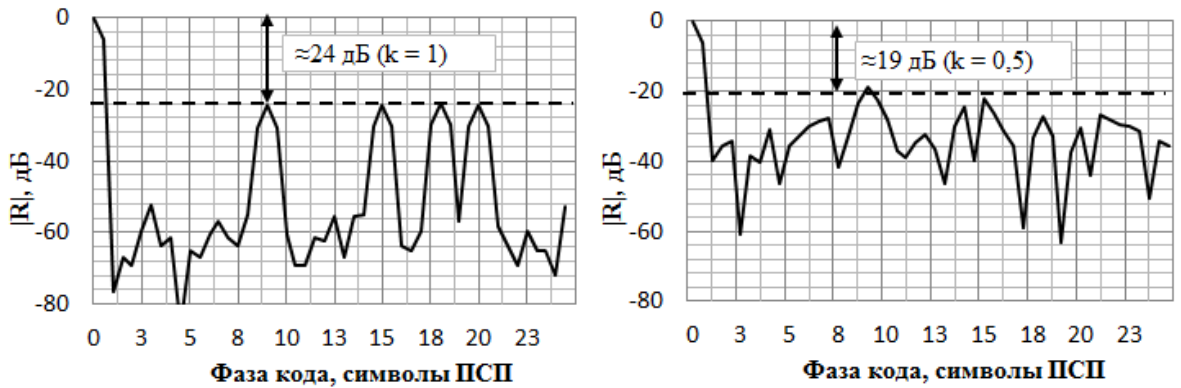


Рисунок 2.16 — Нормированная мощность на выходе МКК

Из представленных графиков видно, что при уменьшении интервала корреляции в два раза уровень боковых лепестков АКФ для выбранной ПСП увеличился примерно на 5 дБ. В таблице 2.9 приведена зависимость уровня боковых лепестков АКФ от длительности интервала корреляции, полученная путем моделирования при нулевом доплеровском смещении частоты. Результаты, представленные в таблице, соответствуют наибольшему значению локального максимума АКФ по всем начальным фазам и номерам ПСП.

Таблица 2.9 — Зависимость уровня боковых лепестков АКФ от длительности интервала корреляции

Время корреляции, мс	Локальный максимум АКФ, дБ
0,1	-6,9
0,2	-9,2
0,3	-1,5
0,4	-13,1
0,5	-13,6
0,6	-15,7
0,7	-16,5
0,8	-18,2
0,9	-19,4
1	-23,3

В целях повышения помехоустойчивости алгоритмов слежения за параметрами входного сигнала в установившемся режиме работы ФАПЧ и при известном положении границы символа навигационных данных относительно внутренней шкалы времени БАСН результат свертки (2.17) усредняют на интервале, равном нескольким эпохам кода. Погрешности оценок задержки фазы ПСП, частоты и фазы несущей частоты в этом режиме меняются медленно, поэтому их можно считать постоянными на данном интервале. Пусть  $R_m$  — свертка входного сигнала с опорным, вычисленная на  $m$ -й эпохе кода в соответствии с (2.17). Тогда выражение для среднего значения свертки на интервале  $M$  эпох кода может быть записано в виде

$$\bar{R} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} R_m = \frac{1}{M} \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} \rho_{\tau_m}(\Delta\tau) \right\} e^{i(\pi\Delta f T + \Delta\phi)} \text{sinc}(\Delta f T), \quad (2.18)$$

где  $\rho_{\tau_m}(\Delta\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c(nT_s - \tau_m) c(nT_s - \tilde{\tau}_m)$  и  $\tilde{\tau}_m$  — задержка фазы ПСП и ее оценка на начало  $m$ -го интервала корреляции. Предположим, что начало  $m$ -го интервала

корреляции выбирается таким образом, что выполняется соотношение  $\tau_m = \tau_{m-1} - T$ .

Тогда

$$\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \rho_{\tau_m}(\Delta\tau) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} c[(n+mN)T_s - \tau_0] c[(n+mN)T_s - \tilde{\tau}_0].$$

Заменяв индексы суммирования  $m$  и  $n$  на  $k = n + mN$ , получим

$$\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \rho_{\tau_m}(\Delta\tau) = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{MN-1} c(kT_s - \tau_0) c(kT_s - \tilde{\tau}_0),$$

т. е. среднее значение суммы  $M$  корреляций на интервале  $T$  равно значению корреляции входной и опорной ПСП на интервале  $MT$ . Следовательно, соотношение глобального и локального максимумов среднего значения суммы АКФ для укороченной ПСП такое же, как у АКФ для ПСП в  $M$  раз длиннее. Например, если  $M$  кратно  $T_c / T$ , где  $T_c$  — длительность эпохи кода, то усредненная АКФ будет иметь такие же характеристики, как АКФ исходной ПСП.

Описанный алгоритм схематично изображен на рисунке 2.17, где  $k$  обозначает долю отсчетов, используемых в вычислении свертки.

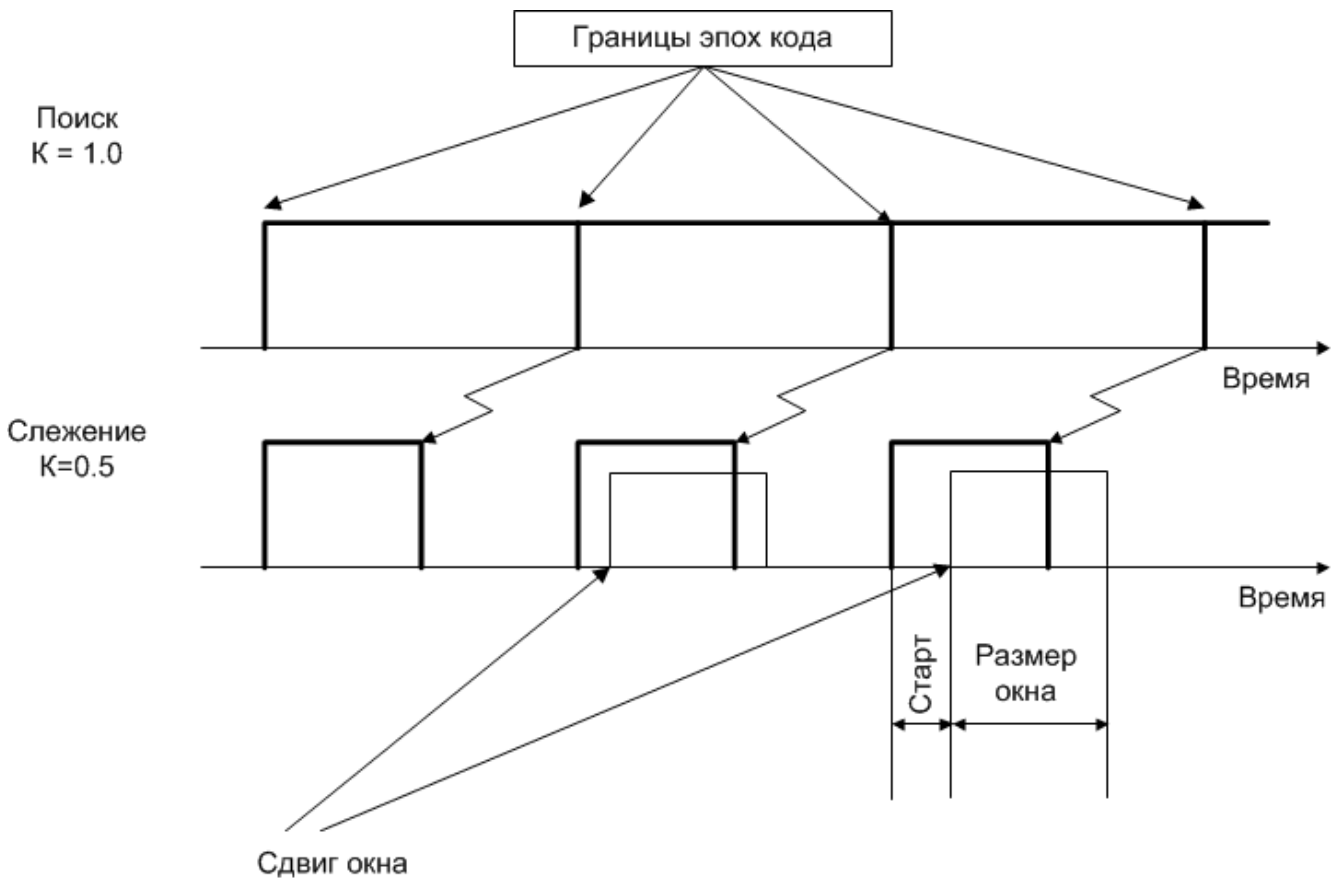


Рисунок 2.17 — Временная диаграмма работы канала МКК



Следует отметить, что принципы построения программных корреляторов и использование метода SoftFlex выходят за рамки космических применений. Примеры можно найти в работах автора, посвященных проектированию приемников сигналов системы Galileo [91] и GPS/ГЛОНАСС приемникам массового применения [92-97]....

### 2.2.8 Оценка характеристик радионавигационного приемника на основе метода SoftFlex

Оценим при помощи математического моделирования количество спутников, за которыми можно осуществить слежение, используя SoftFlex.. Для этого нужно задаться опорной орбитой ИСЗ и производительностью ЦПУ, установленного на борту БАСН. На основе параметров опорной орбиты нужно моделировать ОСШ таким же образом, как это было сделано в разделе 1, а на основе производительности ЦПУ — оценить количество реализуемых каналов. Здесь и далее каналы корреляции, которые можно реализовать «прямолинейно», т. е. без использования SoftFlex, мы будем называть физическими каналами. НС; за чьими параметрами сигналов осуществляется слежение, мы будем называть следимыми.

Ниже приведены параметры орбиты НОС, которые использовались для моделирования:

Полуоси, км	7500
Эксцентриситет	0
Склонение, °	70
Прямое восхождение, °	60
Средняя аномалия	0

На рисунке 2.18 и рисунке 2.19 показаны результаты моделирования. Рисунок 2.18 отображает число следимых спутников в зависимости от числа физических каналов и порогового  $C/N_0$ , при котором имеет смысл проводить прореживание отсчетов. Пороговое  $C/N_0$  зависит от того, как спроектированы

следающие цепи: если задаться порогом 34 дБГц, то даже для двух-трех физических каналов количество следимых спутников составляет от семи до девяти.

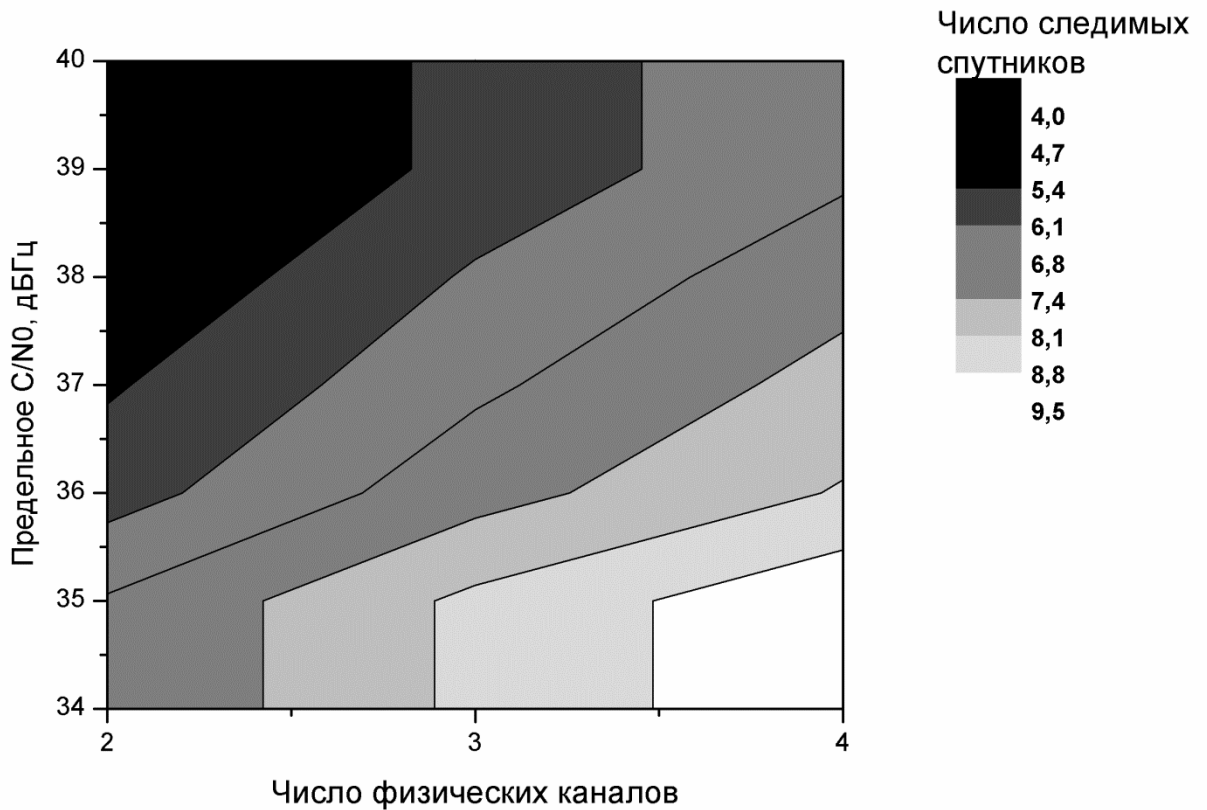


Рисунок 2.18 — Число следимых спутников в зависимости от  $C/N_0$  и числа физических каналов

В рамках проверки архитектуры БАСН на основе программного коррелятора было также проведено моделирование важнейшей системной характеристики БАСН, которая зависит от числа каналов слежения, — времени первого решения. Как видно из рисунка 2.19, время первого решения в условиях холодного старта для порогового отношения 34 дБГц и числа физических каналов, не превышающего три, не будет более 220 с, что приемлемо для БАСН.

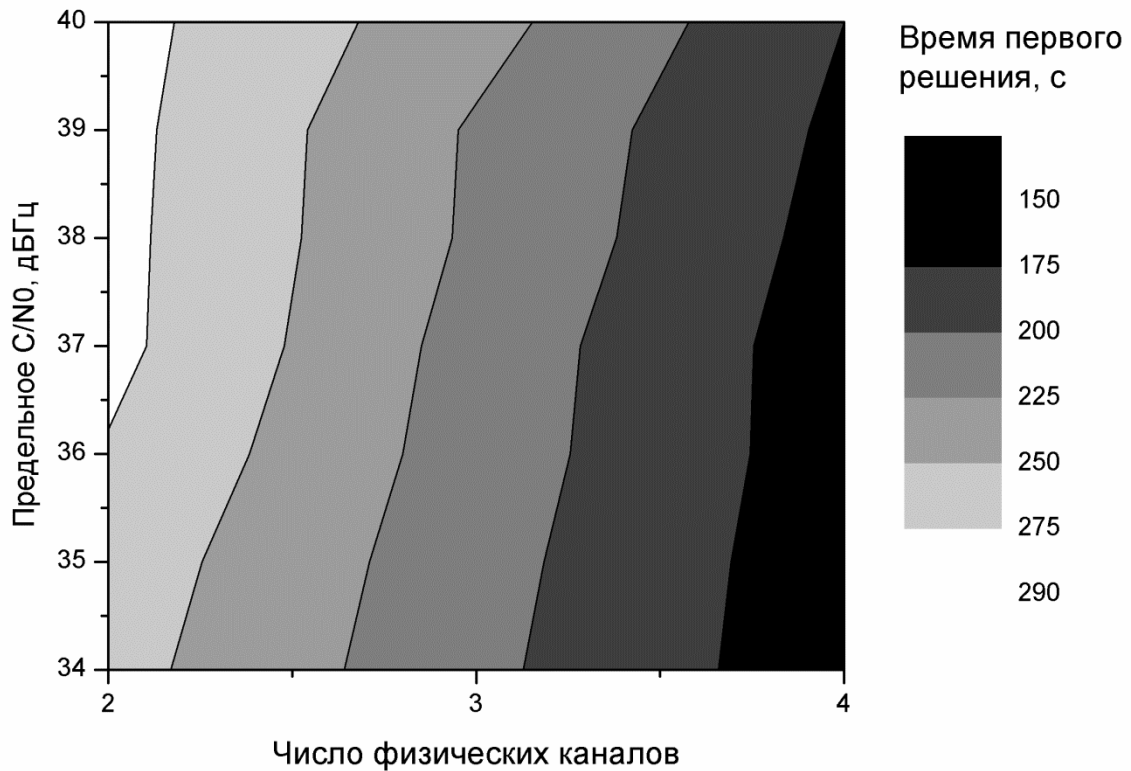


Рисунок 2.19 — Время первого решения в зависимости от  $C/N_0$  и числа каналов корреляции

### 2.3 Выводы по разделу 2

1. Каноническая архитектура радионавигационного приемника основана на аппаратной реализации корреляции, осуществляемой в микросхеме многоканального коррелятора. Разработка такой микросхемы и получение сертификата ее пригодности для космоса требуют неопустимых затрат и сроков разработки. Таким образом, требуется найти новое научно-техническое решение, которое позволяет на практике проектировать БАСН, оставаясь в рамках разумного бюджета и минимального времени на разработку.
2. Исследование архитектуры БАСН на основе программного коррелятора показывает ее преимущества по сравнению с архитектурой на основе

аппаратного коррелятора: упрощение аппаратной части приемника, снижение стоимости и времени разработки, а также гибкость, адаптируемость и легкость модификации.

3. В результате исследования методов реализации программного МКК, позволяющих снизить требования к производительности ЦПУ, показано, что использование SIMD-команд, битовых логических операций, а также пакетной обработки отсчетов позволяет осуществлять обработку сигналов с темпом поступления отсчетов. При максимальном доплеровском смещении частоты потери, связанные с пакетной обработкой, не превосходят 1,2 дБ, а суммарные потери разработанной реализации МКК в наихудшем случае составят 1,5 дБ.
4. Дальнейшая оптимизация архитектуры для снижения требований к производительности ЦПУ возможна благодаря использованию неполного ансамбля входных отсчетов. Освободившиеся ресурсы ЦПУ могут быть использованы для обработки сигнала следующего навигационного спутника.
5. В приемниках с программным коррелятором использование неполного набора входных отсчетов может быть усовершенствовано таким образом, чтобы перераспределить потери между каналами МКК в зависимости от уровня принимаемых сигналов. Благодаря программной реализации МКК использование входных отсчетов в каждом канале коррелятора может осуществляться порциями с разной длительностью и периодичностью. Допустимое количество пропущенных отсчетов в канале МКК определяется уровнем мощности принимаемого сигнала.
6. Восстановление кросс-корреляционных свойств укороченной ПСП в режиме когерентного слежения за фазой несущей частоты возможно с использованием метода скользящего окна корреляции.

### **3 Разработка методов первичной обработки сигналов в бортовой аппаратуре спутниковой навигации**

В предыдущем разделе была представлена архитектура БАСН на основе программного коррелятора. Настоящий раздел посвящен разработке методов первичной обработки сигналов в БАСН на базе предложенной архитектуры. Эти методы частично изложены в работах автора [34, 98-100]. Выделяют два режима работы радионавигационных систем: поиск сигнала и слежение за ним [37]. В режиме поиска сигнала осуществляется грубая (и в то же время достаточная для дальнейшего захвата следящей системой) оценка параметров сигнала (фазы ПСП и частоты Доплера), а в режиме слежения реализуется непрерывное и точное их измерение. Этот раздел состоит из двух частей. Первая часть посвящена методам поиска сигналов в БАСН, а вторая — методам слежения за сигналами.

#### ***3.1 Методы поиска сигналов в бортовой аппаратуре спутниковой навигации***

##### **3.1.1 Принципы поиска сигналов в спутниковой радионавигационной системе**

Целью поиска сигналов СРНС является обнаружение сигнала заданного НС в принимаемой смеси сигналов и шума, а также оценка фазы ПСП и доплеровского сдвига несущей частоты с точностью, достаточной для инициализации петель слежения за параметрами сигнала этого НС. Поиск сигнала осуществляется в двумерной области, определяемой погрешностями априорных оценок фазы ПСП и доплеровского сдвига несущей частоты. Задача поиска решается на ограниченном интервале времени, длительность которого выбирают исходя из двух противоречащих друг другу критериев. С одной стороны, для большей точности оценок фазы ПСП и частоты Доплера необходимо удлинить

интервал времени поиска. С другой стороны, при увеличении времени может перестать выполняться условие постоянства (или малости изменения) оцениваемых параметров на интервале поиска. Для стандартных значений мощности сигнала и внутреннего шума приемника относительная точность предварительных оценок параметров сигнала достигается при времени обработки сигнала одного НС, равном 5...10 мс [37]. В такие интервалы времени задержка и доплеровское смещение частоты сигнала меняются незначительно, т. е. их можно считать константами.

Измерение задержки сигнала основано на обработке ПСП, которая является периодическим сигналом (с периодом 1 мс). Следовательно, временная задержка сигнала однозначно может быть определена лишь при ее изменении в пределах одного периода ПСП. Поэтому целесообразно задать статистические характеристики задержки в виде равномерного распределения значений на интервале 0...1 мс.

Диапазон возможных значений доплеровских частот зависит от взаимного движения НС и потребителя, а также от характеристик ОГ. С учетом возможного движения для наземного потребителя обычно полагают, что диапазон вероятных значений доплеровского смещения частоты равен  $\pm 5$  кГц, и в пределах этого диапазона задают равномерное распределение частоты Доплера [37].

Поскольку априорные плотности вероятного распределения искомых параметров сигнала принято считать равномерными в заданных диапазонах значений, их роль сводится к фиксации двумерной области, где задаются возможные изменения задержки и частоты Доплера.

Можно показать [37], что при использовании критерия максимального правдоподобия в качестве решающей статистики берется мощность выходного сигнала коррелятора  $X(\tau, f)$ , зависящая от двух искомых параметров — задержки  $\tau$  и частоты Доплера  $f$ . Для оптимальной оценки выбирается та комбинация параметров  $\{\hat{\tau}, \hat{f}\}$ , которой соответствует максимальное значение статистики  $X(\tau, f)$

$$\{\hat{\tau}, \hat{f}\} = \arg \max_{\tau, f_D \in [\Delta T, \Delta F]} X(\tau, f), \quad (3.1)$$

где  $\arg \max$  — аргумент максимизации — значение аргумента, при котором функция достигает максимума;  $\Delta T$  — область возможного изменения задержки;  $\Delta F$  — область возможного изменения частоты.

Таким образом, задача сводится к процедуре поиска максимума в двумерной области параметров. Эта задача может быть решена методом перебора всех возможных значений задержки и частоты Доплера и вычисления решающей статистики (3.1) для каждой из комбинаций параметров сигнала.

Область возможных значений задержки и частоты Доплера на практике дискретизируется, т. е. считается, что параметры  $\tau$  и  $f$  в диапазонах  $\Delta T \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$  и  $\Delta F \in [f_{\min}, f_{\max}]$  (соответственно) могут принимать дискретные значения  $\tau_i = \Delta \tau i$  и  $f_j = \Delta f j$ , где  $i = \overline{1, N_\tau}$  и  $j = \overline{1, N_F}$ , а  $N_\tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{\Delta \tau}$  и  $N_F = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\Delta f}$ .

При дискретизации поиск по непрерывным аргументам (3.1) заменяется более простой процедурой поиска по конечному числу значений двух аргументов,  $\tau_i$  и  $f_j$ .

Обоснование размеров выбора ячейки поиска  $\Delta \tau$  и  $\Delta f$  можно найти в работе [37]. Там же показано, что для размера ячейки  $\Delta \tau$ , равного половине символа ПСП, энергетические потери из-за дискретизации области поиска по фазе ПСП не превышают 2,5 дБ. При возрастании размеров ячейки на ее краях ухудшаются условия обнаружения сигнала. Поэтому  $\Delta \tau$  и  $\Delta f$  выбирают из условия допустимого ухудшения характеристик обнаружения. Максимальный шаг поиска по частоте  $\Delta f_{\max}$  зависит от времени когерентного накопления отсчетов в корреляторе  $T$ . Допуская двукратное уменьшение мощности на выходе коррелятора, получим  $f = \frac{2}{3T}$  [37]. Например, при  $T = 1$  мс шаг поиска должен быть не более 667 Гц. На практике при  $T = 1$  мс шаг выбирают равным 500 Гц. Наибольшее значение энергетических потерь, вызванных дискретизацией области поиска по частоте, при шаге, равном  $\Delta f_{\max}$ , составляет 1,65 дБ и достигается в

случае, когда доплеровский сдвиг частоты находится посередине между соседними ячейками.

То, что шаг поиска по частоте обратно пропорционален времени когерентного накопления, является одним из существенных ограничений при выборе конкретного значения данного параметра. При приеме слабых сигналов необходимо увеличивать значение отношения сигнал/шум за счет времени накопления  $T$  до 10 мс и более. А при увеличении  $T$  следует помнить, что одновременно необходимо уменьшать размер ячейки разрешения по частоте  $\Delta f$ , а это удлиняет период поиска сигнала. Увеличение времени наблюдения существенно — более чем на 1 мс — порождает еще одну сложность. Навигационный сигнал, кроме модуляции дальномерным кодом, модулирован еще и навигационным сообщением. При  $T \gg 1$  мс возникают ситуации, когда на интервале когерентного накопления происходит смена знака информационного символа навигационного сообщения, что вызывает скачок фазы результирующей фазоманипулирующей последовательности. Оптимальное правило обнаружения (3.1) не предусматривает возможность такого скачка, и, следовательно, не является оптимальным в этих условиях. Показано [37], что при увеличении времени накопления возрастает вероятность смены (за данное время) значения символа навигационного сообщения. Это может вызвать пропуск сигнала в обнаружителе. Решение задачи синтеза оптимального обнаружителя при возможных случайных скачках фазы сигнала за время наблюдения приводит к очень сложным алгоритмам обработки сигнала, которые не реализуются на практике [37].

### **Обзор схем поиска сигналов спутниковой радионавигационной системы**

В данном разделе приведен краткий обзор основных схем поиска, используемых в приемниках сигналов СРНС [40,86-88,101-106].

#### ***Последовательный поиск***



Данная схема поиска предполагает последовательный анализ ячеек двумерной области в соответствии с принятой стратегией перебора кодовых и частотных позиций. Схема вычисления решающей статистики для одной ячейки изображена на рисунке 3.1.

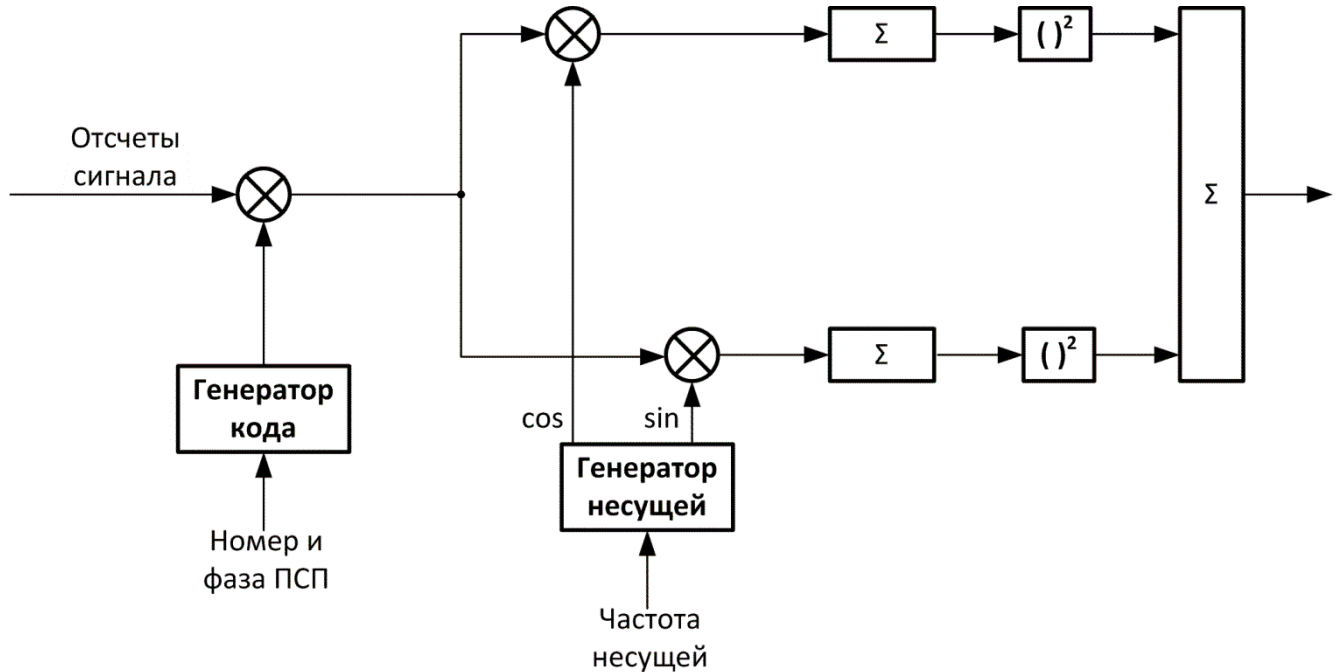


Рисунок 3.1 — Схема вычисления решающей статистики для одной ячейки

В соответствии с этой схемой для заданной фазы ПСП генератор кода формирует отсчеты опорной ПСП, которые перемножаются с отсчетами входного сигнала. Если фазы входной и опорной ПСП совпадают, то в результате перемножения получается гармонический сигнал, частота которого смещена относительно ПЧ на значение доплеровского сдвига. В противном случае результатом произведения является шумоподобный сигнал. Для определения положения сигнала НС в частотной области используется классическая схема приемника с двумя квадратурными каналами. Для заданной частотной позиции генератор несущей формирует квадратурные отсчеты опорного сигнала, которые перемножаются с отсчетами демодулированного сигнала и интегрируются в течение времени  $T$ . Решающая статистика, определяемая как сумма квадратов накоплений в квадратурных каналах, сравнивается с порогом обнаружения. Если сигнал не обнаружен, то процедура повторяется для следующей частотной

позиции. На рисунке 3.2 представлен пример стратегии перебора кодовых и частотных позиций. Под бином понимается часть области поиска, заключенная между соседними кодовыми (частотными) позициями (на рисунке обозначенные крупной штриховкой).

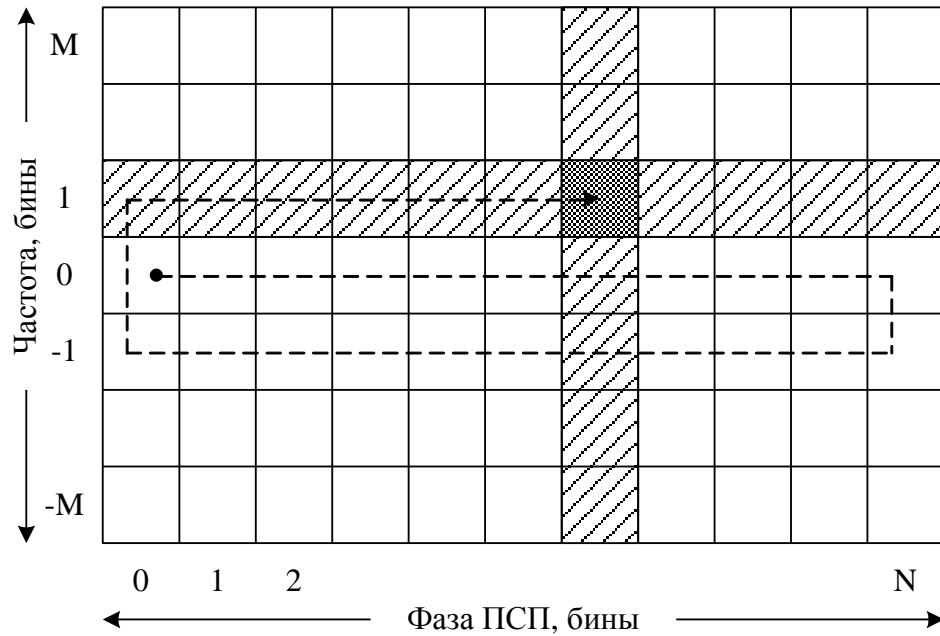


Рисунок 3.2 — Стратегия последовательного анализа ячеек двумерной области поиска

В случае априорной неопределенности положения сигнала в кодовой области число анализируемых позиций по фазе кода определяется размером бина и длиной ПСП. Чем меньше размер бина, тем выше чувствительность поиска. Обычно размер бина задержки выбирают равным половине длины символа ПСП, что приводит к необходимости поиска в 2046 ячейках задержки.

Выше отмечалось, что диапазон изменения доплеровского сдвига частоты зависит от динамики потребителя и характеристик ОГ и для наземного потребителя обычно полагается равным  $\pm 5$  кГц. Как показано в разделе 1, для БАСН этот диапазон составляет около  $\pm 50$  кГц. Следовательно, для поиска сигнала во всем диапазоне частот при шаге 500 Гц требуется проверить 201 частотную позицию. Таким образом, общее число ячеек «код/частота» составляет более 400 тысяч. Для вычисления статистики в соответствии со схемой, изображенной на рисунке 3.1, необходимо выполнить  $(3f_s T + 2)N$  операций

умножения и  $(2f_s T + 1)N$  операций сложения без учета затрат на формирование отсчетов опорных сигналов, где  $f_s$  — частота дискретизации входного сигнала;  $N$  — число циклов поиска. Например, при  $f_s = 5,71$  Гц,  $T = 1$  мс и  $N = 32$  (общее время поиска 32 мс) для проверки всей двумерной области поиска потребуется выполнить примерно  $3,7 \times 10^{11}$  операций сложения/умножения.

В связи со значительными затратами ресурсов ЦПУ реализация последовательной схемы поиска в условиях полной априорной неопределенности («холодный старт») в приемнике с программным МКК для космического потребителя представляется нецелесообразной.

### ***Параллельный поиск в частотной области***

В этой схеме поиск корреляционного пика в двумерной области осуществляется одновременно по всем частотным бинам для фиксированной фазы ПСП. Схема вычисления вектора решающих статистик представлена на рисунке 3.3. Как и в схеме последовательного поиска, отсчеты входного сигнала перемножаются с отсчетами опорной ПСП, сформированными генератором кода для заданной фазы ПСП. Результаты произведения суммируются на интервале времени  $T$ , согласованном с диапазоном изменения доплеровского сдвига частоты. Частичные суммы запоминаются в массиве длиной  $N$ . После заполнения массива вычисляется  $M$  — точечное БПФ, где  $M \geq N$  — ближайшая к  $N$  степень двойки. При необходимости ( $N < M$ ) массив дополняется нулями. В результате БПФ для фиксированной фазы ПСП получаются  $M$  корреляций входного и опорного сигналов с шагом, по частоте равным  $\frac{1}{MT}$ . Если фазы входной и опорной ПСП совпадают, то на выходе БПФ будут наблюдаться максимум пропорциональный мощности нового сигнала на частоте, соответствующей ПЧ, плюс доплеровский сдвиг несущей. Если корреляционный пик не обнаружен, то процедура повторяется для следующей фазы ПСП

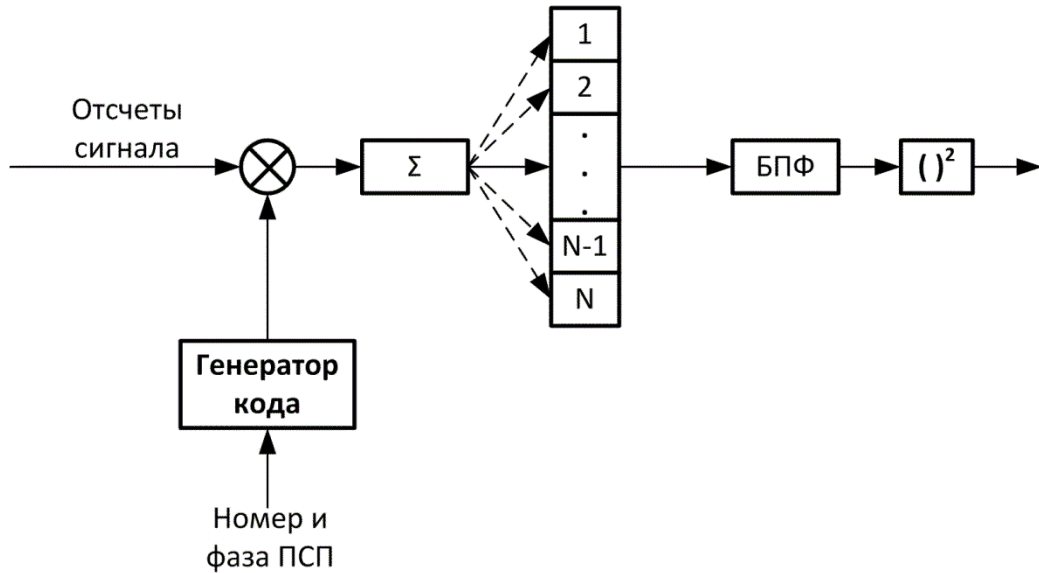


Рисунок 3.3 — Схема вычисления вектора решающих статистик для заданной фазы ПСП

Формирование частичных сумм вызвано необходимостью уменьшения объема входных данных для БПФ. Если применить БПФ к отсчетам, взятым с исходной частотой дискретизации, то для получения достаточного разрешения по частоте число точек БПФ должно быть очень большим. Например, для  $f_s = 5,71$  МГц и шага по частоте 500 Гц (время когерентного накопления 1 мс)  $M = 16384$ . Учитывая, что для вычисления  $M$  — точечного комплексного БПФ — требуется  $\frac{M}{2} \log_2 M - \frac{3}{2} M + 2$  операций комплексного умножения и  $M \log_2 M$  операций комплексного сложения [88], для проверки одной позиции по фазе ПСП необходимо выполнить порядка одного миллиона обычных операций сложения/умножения. Следовательно, для перебора всех позиций по фазе ПСП потребуется около двух миллиардов операций сложения/умножения, т. е. реализация этой схемы поиска без децимации частоты дискретизации предъявляет чрезмерные требования к производительности ЦПУ в БАСН. Еще одним аргументом в пользу уменьшения числа точек БПФ является увеличение относительной погрешности БПФ с ростом  $M$  в случае представления данных в формате с фиксированной точкой [107].

Чувствительность такой схемы поиска по частоте определяется двумя факторами: параметрами БПФ и временем когерентного накопления  $T$ . БПФ можно рассматривать как набор цифровых фильтров с центральными частотами  $f_k = \frac{k}{MT}$ ,  $k = 0, \pm 1, \dots, \pm \frac{M}{2}$  и имеющих АЧХ, описываемые соотношением  $\text{sinc}^2[\pi(f - f_k)NT]$ . Тогда АЧХ БПФ представляет собой огибающую АЧХ отдельных фильтров. Наибольшие энергетические потери при использовании БПФ получаются, когда доплеровский сдвиг частоты находится посередине между соседними бинами и составляет  $20\lg\left[\text{sinc}\left(\frac{\pi N}{2M}\right)\right]$  дБ. Например, при  $f_s = 5,71$  МГц,  $T = 32/f_s$  и  $M = 256$  шаг поиска по частоте составляет 667,5 Гц, а максимальные энергетические потери равны 1,8 дБ. Дополнительные потери связаны с децимацией частоты дискретизации  $f_s$  и составляют  $20\lg[\text{sinc}(\pi\Delta f T)]$  (дБ), где  $-\frac{1}{2T} \leq \Delta f \leq \frac{1}{2T}$  — рассогласование частот входного и опорного сигналов. Наибольшие потери наблюдаются на границе интервала изменения  $\Delta f$  (при больших значениях доплеровского сдвига частоты) и составляют 3,9 дБ. Таким образом, максимальные суммарные энергетические потери для данной схемы поиска составляют примерно 6 дБ.

### ***Параллельный поиск в кодовой области***

Наиболее привлекательной с точки зрения минимизации вычислительных затрат является схема параллельного поиска по фазе кода. Действительно, если в предыдущей схеме для поиска корреляционного пика требуется проверить  $1023/\Delta\tau$  позиции в кодовой области, где  $\Delta\tau$  — шаг по фазе ПСП, то в этой схеме достаточно проверить  $\Delta F/\Delta f$  позиций в частотной области, где  $\Delta F$  и  $\Delta f$  — диапазон поиска и шаг по частоте. Например, при  $\Delta F = 100$  кГц,  $\Delta\tau = 0,5$  символа ПСП и  $\Delta f = 500$  Гц число проверяемых позиций в этой схеме на порядок меньше, чем в предыдущей. Схема вычисления вектора решающих статистик для параллельного поиска в кодовой области представлена на рисунке 3.4.

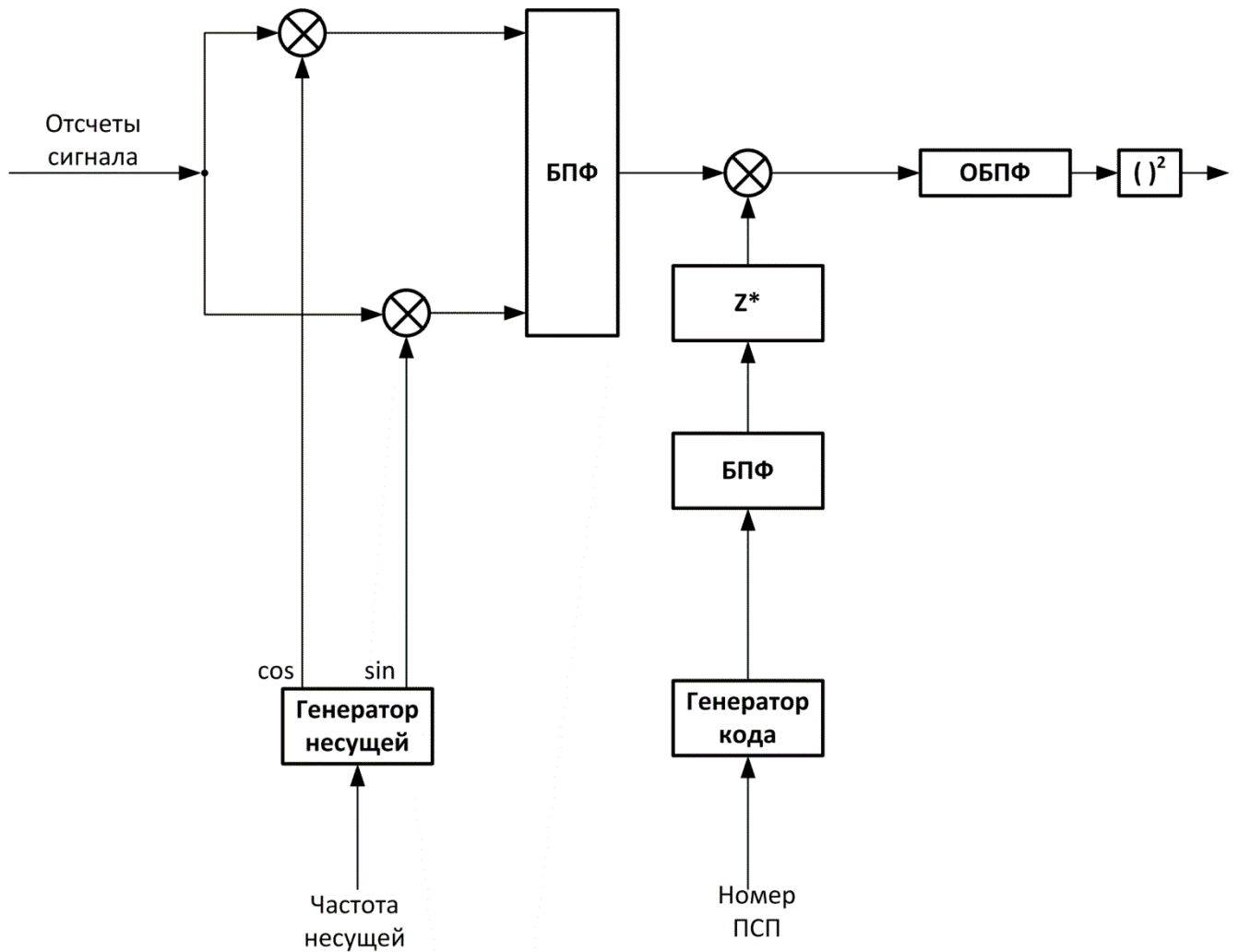


Рисунок 3.4 — Схема вычисления вектора решающих статистик  
для заданной частоты

Идея поиска основана на теореме о свертке, связывающей дискретное преобразование Фурье (ДПФ) циклической свертки двух последовательностей с ДПФ самих последовательностей. Пусть  $z_n = \sum_{m=0}^{N-1} x_m y_{n+m}$  — циклическая свертка последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  длины  $N$ , а  $X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i k n / N}$ ;  $Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{-2\pi i k n / N}$ ;  $Z_k = \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{-2\pi i k n / N}$  — ДПФ  $\{x_n\}$ ,  $\{y_n\}$  и  $\{z_n\}$  соответственно. Тогда  $Z_k = X_k^* Y_k$ , где  $X_k^*$  — комплексное сопряжение  $X_k$ . Откуда следует, что обратное ДПФ  $\{Z_k\}$  представляет собой свертку последовательностей  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$ .

Если пренебречь влиянием доплеровского сдвига частоты на фазу ПСП, то вычисление БПФ опорной ПСП достаточно выполнить однократно при

назначении НС на канал, а результат хранить в ОЗУ. Тогда для каждой частотной позиции необходимо выполнить по одной операции комплексного БПФ и ОБПФ. Как показано в работе [87], оптимальное число точек БПФ для данной схемы поиска определяется соотношением  $N = 2^{\{\log_2[f_s(T+T_c)]\}}$ , где  $T_c$  — длительность эпохи кода,  $\{x\}$  — целая часть  $x$ . Например, при  $f_s = 5,71$  МГц и  $T = 1$  мс размер БПФ  $N = 8192$ . Если для представления комплексного отсчета сигнала используются два 32-разрядных слова, то для хранения массива входных отсчетов и результата БПФ опорного сигнала необходимо 128 Кб ОЗУ. Таким образом, ценой за уменьшение вычислительных затрат в этой схеме поиска являются повышенные требования к объему используемого ОЗУ. Реализация параллельного поиска по фазе ПСП в БАСН затруднена из-за ограниченных ресурсов памяти.

### **3.1.2 Анализ методов поиска сигналов в бортовой аппаратуре спутниковой навигации**

#### **Комбинированный поиск**

Анализ приведенных выше методов поиска сигнала показывает, что приемы последовательного поиска вряд ли применимы в БАСН из-за большого диапазона неопределенности по частоте. При этом параллельный, основанный на использовании преобразования Фурье, поиск выглядит предпочтительным с точки зрения минимизации вычислительных затрат.

О популярности схем поиска, основанных на преобразовании Фурье, говорит автор опубликованной в 2005 г. диссертации ([86], с. 38): «Подобные схемы или близкие им по идеологии применяют все без исключения авторы, представленные во всех без исключения проанализированных публикациях». Тем не менее, там же указаны «важные недостатки» подхода, основанного на использовании преобразования Фурье

- при однобитном квантовании возможна параллельная обработка потоков данных, которая по эффективности вычислений не уступает БПФ;

- невозможно реализовать многопоточную обработку данных;
- схема с использованием БПФ не может быть применена для ПСП, период повторения которых превышает интервал когерентного накопления;
- невозможно организовать одновременную работу каналов, находящихся в режимах поиска на базе БПФ и слежения.

Первые три недостатка из списка выше не являются практически важными для решаемой задачи проектирования схемы поиска в БАСН, поскольку

- в работе [86] эффективность вычислений двух подходов не сравнивается;
- многопоточность не является необходимым условием построения приемника;
- использование длинных ПСП, таких как  $P(Y)$  код GPS, в БАСН не рассматривается.

Невозможность же организации параллельной работы каналов слежения и поиска действительно представляет собой практически важную задачу. Дело в том, что если даже использовать ресурсы ЦПУ исключительно для поиска, то поиск потребует существенного процессорного времени (несколько секунд, по оценке [86]) для обработки входного массива данных. В течение этого времени на вход процессора поступит несколько мегабайт новых отсчетов. Выделение буфера данных подобного объема в БАСН практически невозможно. В этом случае часть входных отсчетов придется не брать в обработку, что приведет к задаче поддержания шкалы времени приемника: потеря входных отсчетов в приемнике с программным МКК означает потерю тактовых импульсов задающего генератора и сбой шкалы времени. Сбой шкалы времени — практически недопустимая ситуация, поскольку она требует пересчета оцененных в ходе поиска параметров сигнала к новой шкале времени. Такой пересчет не только влечет дополнительные вычислительные расходы, но и не является алгоритмически тривиальной задачей. Таким образом, исключать часть



входных отсчетов из обработки нецелесообразно, вместо этого необходимо организовать одновременную работу как поисковой машины, основанной на БПФ, так и МКК для следящих каналов. Заметим, что задача подготовки параллельной работы каналов поиска и слежения встанет тогда, когда часть каналов уже будет находиться в слежении, но потребуются повторить процедуру поиска. В этой ситуации потеря входных отсчетов, накапливающихся во время работы схемы поиска, совершенно недопустима, поскольку приведет к срыву слежения. В работе [86] отмечается, что «выход из этой ситуации не описан ни в одной работе».

В случае БАСН диапазон поиска по частоте увеличивается на порядок по сравнению с наземными потребителями, и последовательная схема поиска становится неприменимой с вычислительной точки зрения. В БАСН, очевидно, необходимо использовать параллельную схему поиска на основе БПФ, для чего требуется решить задачу организации одновременной работы каналов слежения и поиска.

Задача организации одновременной работы БПФ-поисковой машины и каналов слежения сводится к следующему. Параллельный поиск осуществляется в фоновой задаче, вне реального времени. Следовательно, за время поиска его результаты могут устареть. Поэтому слежение за параметрами сигнала сразу после обнаружения невозможно и требуется уточнение оценок параметров найденного сигнала в реальном масштабе времени.

Предлагается для уточнения оценок параметров, полученных в параллельном поиске, а также для перехода к реальному времени использовать последовательную схему поиска, которую мы будем называть допоиском. Оценки параметров сигнала, полученные в допоиске, можно использовать в следящих системах. Во-первых, они были получены в реальном масштабе времени и могут быть отнесены к определенному времени измерения на шкале приемника, а во-вторых, они являются более точными, нежели оценки, полученные параллельным поиском.

Таким образом, мы приходим к комбинированному поиску в БАСН. Комбинированный поиск основывается на том, что вместо одного типа поиска используется несколько, при этом в каждый момент времени наиболее эффективная схема поиска выбирается автоматически на основании априорной информации о частоте Доплера. Типы поиска, реализуемые в БАСН, представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Типы поиска

Тип поиска	Условия применения
Параллельный поиск по частоте	Используется в случае отсутствия априорной информации о доплеровском сдвиге частоты. Максимальный диапазон изменения частоты Доплера достигает $\pm 50$ кГц. Этот тип поиска позволяет анализировать весь частотный диапазон одновременно для фиксированной фазы ПСП и приводит к результату существенно быстрее, чем последовательная схема поиска
Последовательный поиск после БПФ (допоиск)	Используется непосредственно после параллельного поиска по частоте для уточнения оценок параметров сигнала, полученных в параллельном поиске. Диапазон поиска по частоте в допоиске вычисляется как произведение максимального значения модуля производной частоты Доплера на максимальное время выполнения процедуры параллельного поиска. На практике это приводит к неопределенности по частоте 8 кГц. Анализ области поиска по частоте осуществляется в сторону уменьшения частоты Доплера. Шаг поиска по частоте равен 0,75 кГц
Последовательный поиск в стандартном	Используется, если априорная неопределенность по частоте такова, что просмотр двумерной области поиска

диапазоне изменения частоты	«код/частота» осуществляется быстрее, чем параллельный поиск по частоте. Для этого типа поиска диапазон изменения частоты не превышает $\pm 5$ кГц. Поиск сигнала осуществляется в двух направлениях, начиная с предвычисленного значения частоты Доплера, с шагом 0,75 кГц
Последовательный поиск в узком диапазоне изменения частоты	Используется в случае, когда априорная неопределенность по частоте не превосходит 2,5 кГц и применяется для поиска слабых сигналов. Этот тип поиска реализован при помощи двухпроходной двухпороговой схемы последовательного поиска. Первый порог рассчитан для отыскания сигналов на уровне 37 дБГц. Если сигнал не обнаружен при первом проходе, то процедура поиска повторяется, и на втором проходе используется порог, оптимизированный для поиска сигналов с уровнем 30 дБГц. Благодаря узкому диапазону неопределенности по частоте, время когерентного накопления квадратурных компонентов может быть удвоено. Шаг по частоте для этого типа поиска равен 0,25 кГц. Ценой возможности приема слабых сигналов является увеличение времени поиска в пять раз для одного частотного бина

**Метод расчета параметров усеченной процедуры Вальда  
для поиска сигналов в спутниковой радионавигационной системе**

Для обнаружения сигнала в бортовой аппаратуре спутниковой навигации целесообразно использовать процедуру усеченного последовательного анализа Вальда, гарантирующую минимальное среднее число наблюдений до принятия

окончательного решения для заданного уровня вероятности ошибок 1-го и 2-го рода [108]. В соответствии с этой процедурой решающая статистика, вычисленная на интервале корреляции  $T$  и представляющая собой мощность принятой смеси сигнала и шума, итерационно суммируется в течение  $N$  последовательных эпох. На каждой итерации статистика сравнивается с порогом, который является линейной функцией номера итерации. При этом производная этой функции выбирается таким образом, чтобы в случае отсутствия сигнала в принимаемой смеси порог увеличивался быстрее статистики, а при наличии сигнала – медленнее. Решение об отсутствии сигнала принимается, если на очередной итерации статистика оказывается меньше порога. В случае если гипотеза об отсутствии сигнала не отвергнута на интервале  $N$  эпох, принимается решение об обнаружении сигнала. Параметрами алгоритма последовательного анализа, которые следует оптимизировать, являются начальный порог обнаружения  $\Pi_0$  и скорость его изменения  $\Delta\Pi$ . Очевидно, что  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  являются функциями мощности шума на выходе коррелятора, которая зависит от конфигурации приемника (разные малошумящие усилители, симулятор сигналов СРНС или антенна). Для того чтобы устранить эту зависимость, мощность шума должна оцениваться самим алгоритмом поиска. В предлагаемом методе оценка мощности шума обновляется на каждой итерации, когда принимается решение об отсутствии сигнала.

В общем виде аналитических зависимостей вероятности ошибок 1-го и 2-го рода от  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  для усеченной процедуры Вальда не получено. Известны лишь верхние границы для этих вероятностей, которые при небольших значениях  $N$  являются достаточно грубыми [109]. Однако для рассматриваемого случая, когда обработка сигнала ведется в квадратурных каналах и можно полагать, что квадратурные компоненты свертки входного сигнала с опорным являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с единичной дисперсией, такие зависимости можно получить. Выполним математический вывод этих зависимостей

Пусть  $Z_k = I_k^2 + Q_k^2$ , где  $I_k, Q_k$  – квадратурные компоненты свертки входного сигнала с опорным на  $k$ -м интервале корреляции, нормированные к СКП шума. Так как компоненты  $I_k$  и  $Q_k$  являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с единичной дисперсией, то величина  $Z_k$  имеет  $\chi^2$ -распределение с двумя степенями свободы и параметром нецентральности  $\lambda_k$ , плотность вероятности которого описывается выражением

$$p(Z_k) = \frac{1}{2} e^{-\frac{Z_k + \lambda_k}{2}} I_0(\sqrt{\lambda_k Z_k}), \quad (3.2)$$

где  $\lambda_k = E^2\{I_k\} + E^2\{Q_k\}$ ,  $E\{x\}$  — математическое ожидание величины  $x$ ;  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

В случае справедливости гипотезы  $H_0$  параметр  $\lambda_k$  равен нулю, а распределение случайных величин  $Z_k$  преобразуется в экспоненциальное с плотностью вероятности

$$p(Z_k | H_0) = \frac{1}{2} e^{-Z_k/2}, \quad Z_k \geq 0. \quad (3.3)$$

Так как  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  являются независимыми, то их совместная плотность распределения вероятности равна произведению плотностей каждой из них

$$p(Z_1, Z_2, \dots, Z_N | H_0) = \frac{1}{2^N} e^{-1/2 \sum_{k=1}^N Z_k}. \quad (3.4)$$

Рассмотрим линейное преобразование  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$ , описываемое системой уравнений

$$\Lambda_i = \sum_{j=1}^i Z_j, \quad i = \overline{1, N}. \quad (3.5)$$

Очевидно, что для  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N$  выполняются неравенства

$$0 \leq \Lambda_1 \leq \Lambda_2 \leq \dots \leq \Lambda_N < \infty. \quad (3.6)$$

Так как якобиан преобразования (3.5) равен 1, то совместная плотность распределения вероятности величин  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N$  имеет вид

$$p(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N | H_0) = \frac{1}{2^N} e^{-\Lambda_N/2}. \quad (3.7)$$

Вероятность ложной тревоги для усеченной процедуры Вальда определяется выражением

$$P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = P\{\Lambda_1 > \Pi_1 \cap \Lambda_2 > \Pi_2 \cap \dots \cap \Lambda_N > \Pi_N \mid H_0\}. \quad (3.8)$$

Учитывая неравенства (3.6), выражение (3.8) может быть записано в виде

$$P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \int_{\Pi_N}^{\infty} \int_{\Pi_{N-1}}^{\Lambda_N} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} p(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N \mid H_0) d\Lambda_1 d\Lambda_2 \dots d\Lambda_N. \quad (3.9)$$

Подставляя (3.7) в (3.9), получим

$$P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \frac{1}{2^N} \int_{\Pi_N}^{\infty} e^{-\Lambda_N/2} \int_{\Pi_{N-1}}^{\Lambda_N} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} d\Lambda_1 d\Lambda_2 \dots d\Lambda_N. \quad (3.10)$$

Пусть

$$Q(\Lambda_N) = \int_{\Pi_{N-1}}^{\Lambda_N} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} d\Lambda_1 d\Lambda_2 \dots d\Lambda_{N-1} = \sum_{k=1}^N g_k \Lambda_N^{k-1}.$$

Тогда выражение (3.10) примет вид

$$P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \frac{1}{2^N} \int_{\Pi_N}^{\infty} e^{-\Lambda_N/2} Q(\Lambda_N) d\Lambda_N. \quad (3.11)$$

Используя свойство линейности интеграла, преобразуем (3.11) следующим образом

$$P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \frac{1}{2^N} \sum_{k=1}^N g_k F_k(\Pi_N),$$

где

$$F_k(\Pi_N) = \int_{\Pi_N}^{\infty} x^{k-1} e^{-x/2} dx. \quad (3.12)$$

Значения  $F_k(\Pi_N)$  могут быть вычислены при помощи рекуррентного соотношения

$$F_k(\Pi_N) = 2\Pi_N^{k-1} e^{-\Pi_N/2} + 2(k-1)F_{k-1}(\Pi_N),$$

где

$$F_1(\Pi_N) = 2e^{-\Pi_N/2}. \quad (3.13)$$

Коэффициенты полинома  $Q(\Lambda_N)$  вычисляются итерационно

$$\begin{cases} q_j^{(i)} = \frac{q_{j-1}^{(i-1)}}{j-1}, j = N \dots 2; \\ q_1^{(i)} = -\frac{q_{N-1}^{(i-1)}}{N-1} \Pi_{i-1}^{N-1} - \frac{q_{N-2}^{(i-1)}}{N-2} \Pi_{i-1}^{N-2} - \dots - q_1^{(i-1)} \Pi_{i-1}, \text{ при } 1 < i \leq N. \end{cases} \quad (3.14)$$

Значения коэффициентов полинома на 1-й итерации определяются следующим образом:

$$q_N^{(1)} = 0, q_{N-1}^{(1)} = 0, \dots, q_1^{(1)} = 1.$$

Учитывая, что  $\Pi_k = \Pi_1 + (k-1)\Delta\Pi$ , вероятность ложной тревоги усеченной процедуры Вальда является функцией только трех параметров, т.е.  $P_{FA}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = P_{FA}(N, \Pi_1, \Delta\Pi)$ .

Вероятность пропуска сигнала для усеченной процедуры Вальда задается выражением

$$P_{MS}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = P\{\Lambda_1 < \Pi_1 \cup \Lambda_2 < \Pi_2 \cup \dots \cup \Lambda_N < \Pi_N | H_1\}. \quad (3.15)$$

При низком отношении сигнал/шум и небольших значениях  $N$  можно использовать следующую аппроксимацию. Так как вероятность того, что произойдет хотя бы одно из  $N$  событий, равна единице минус вероятность того, что не произойдет ни одно из этих событий, то последнее выражение может быть записано в виде

$$P_{MS}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = 1 - P\{\Lambda_1 > \Pi_1 \cap \Lambda_2 > \Pi_2 \cap \dots \cap \Lambda_N > \Pi_N | H_1\}. \quad (3.16)$$

Учитывая неравенства (3.6), вероятность пропуска сигнала находится следующим образом:

$$P_{MS}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = 1 - \int_{\Pi_N}^{\infty} \int_{\Pi_{N-1}}^{\Lambda_N} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} p(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N | H_1) d\Lambda_1 d\Lambda_2 \dots d\Lambda_N, \quad (3.17)$$

где  $p(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N | H_1)$  – совместная плотность распределения вероятности  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N$  при условии справедливости гипотезы  $H_1$ . В этом случае плотность распределения вероятности  $Z_k$  имеет нецентральное  $\chi^2$ -распределение с параметром нецентральности  $\lambda_k$ . Будем считать, что на интервале  $N$  эпох средняя мощность принятой смеси сигнала и шума не меняется, т.е.  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \lambda$ .

Используя представление  $I_0(x)$  в виде ряда, выражение для плотности распределения вероятности  $Z_k$  может быть преобразовано к виду

$$p(Z_k | H_1) = \frac{1}{2} e^{-\frac{Z_k + \lambda_k}{2}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda_k Z_k / 4)^i}{(i!)^2}, Z_k \geq 0. \quad (3.18)$$

В силу независимости  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  их совместная плотность распределения вероятности определяется следующим образом:

$$p(Z_1, Z_2, \dots, Z_N | H_1) = \frac{1}{2^N} e^{-1/2 \left\{ \sum_{k=1}^N Z_k + N\lambda \right\}} \times \sum_{i_1 \dots i_N} \frac{(\lambda Z_1 / 4)^{i_1} \dots (\lambda Z_N / 4)^{i_N}}{(i_1!)^2 \dots (i_N!)^2} \quad (3.19)$$

Индексы суммирования в (3.19) принимают все возможные значения в диапазоне от 0 до  $+\infty$ . Следовательно, при условии справедливости гипотезы  $H_1$  выражение для совместной плотности распределения вероятности случайной величины  $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N$  с учетом соотношений (3.5), имеет вид

$$p(\Lambda_1, \dots, \Lambda_N | H_1) = \frac{1}{2^N} e^{-\{\Lambda_N + N\lambda\}/2} \sum_{i_1 \dots i_N} \left( \frac{\lambda}{4} \right)^{i_1 + \dots + i_N} \times \frac{\Lambda_1^{i_1} (\Lambda_2 - \Lambda_1)^{i_2} \dots (\Lambda_N - \Lambda_{N-1})^{i_N}}{(i_1!)^2 \dots (i_N!)^2}. \quad (3.20)$$

Введем обозначения:

$$a_N = \frac{1}{2^N} e^{-N\lambda/2}, b_{i_1 \dots i_N} = \frac{(\lambda/4)^{i_1 + \dots + i_N}}{(i_1!)^2 \dots (i_N!)^2};$$

$$c_{j_2 \dots j_N} = (-1)^{j_2 + \dots + j_N} C_{i_2}^{j_2}, \dots, C_{i_N}^{j_N},$$

где  $C_i^j$  – число сочетаний из  $i$  по  $j$ . Тогда выражение (3.20) может быть преобразовано к виду

$$p(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_N | H_1) = a_N \sum_{i_1 \dots i_N} b_{i_1 \dots i_N} \left\{ \sum_{j_2 \dots j_N} c_{j_2 \dots j_N} e^{-\Lambda_N/2} \Lambda_1^{i_1 + j_2} \Lambda_2^{i_2 - j_2 + j_3} \dots \Lambda_N^{i_N - j_N} \right\}. \quad (3.21)$$

Индексы суммирования  $j_2, \dots, j_N$  изменяются в диапазонах  $0 \leq j_2 \leq i_2, \dots, 0 \leq j_N \leq i_N$ . Подставив (3.21) в (3.17), получим следующее выражение для вероятности пропуска сигнала

$$P_{MS}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = 1 - a_N \sum_{i_1 \dots i_N} b_{i_1 \dots i_N} \left\{ \sum_{j_2 \dots j_N} c_{j_2 \dots j_N} P_{i_1 \dots i_N, j_2 \dots j_N}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) \right\}, \quad (3.22)$$

где



$$P_{i_1, \dots, i_N, j_2, \dots, j_N}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \int_{\Pi_N} \int_{\Pi_{N-1}} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} e^{-\Lambda_N/2} \Lambda_1^{i_1+j_2} \Lambda_2^{i_2-j_2+j_3} \dots \Lambda_N^{i_N-j_N} d\Lambda_1 \dots d\Lambda_N.$$

Пусть

$$Q_{k_1, \dots, k_N}(\Lambda_N) = \int_{\Pi_{N-1}} \dots \int_{\Pi_1}^{\Lambda_2} \Lambda_1^{k_1} \Lambda_2^{k_2} \dots \Lambda_N^{k_N} d\Lambda_1 d\Lambda_2 \dots d\Lambda_{N-1} = \sum_{k=1}^M q_k \Lambda_N^{k-1},$$

где  $M = k_1 + k_2 + \dots + k_N + N$ .

Тогда выражение для  $P_{i_1, \dots, i_N, j_2, \dots, j_N}(\Pi_1, \dots, \Pi_N)$ , с учетом (3.12), может быть записано в виде  $P_{i_1, \dots, i_N, j_2, \dots, j_N}(\Pi_1, \dots, \Pi_N) = \sum_{k=1}^M q_k F_k(\Pi_N)$ . Коэффициенты полинома

$Q_{k_1, \dots, k_N}(x)$  могут быть найдены итерационно

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{k_1 + \dots + k_i + i}^{(i)} = \frac{q_{k_1 + \dots + k_{i-1} + i - 1}^{(i-1)}}{k_1 + \dots + k_{i-1} + i - 1}; \\ q_{k_2 + \dots + k_i + i - 1}^{(i)} = \frac{q_{k_2 + \dots + k_{i-1} + i - 2}^{(i-1)}}{k_2 + \dots + k_{i-1} + i - 2}; \\ \vdots \\ q_{k_{i-1} + k_i + 2}^{(i)} = \frac{q_{k_{i-1} + 1}^{(i-1)}}{k_{i-1} + 1}; \\ q_{k_i + 1}^{(i)} = -\frac{q_{k_1 + \dots + k_{i-1} + i - 1}^{(i-1)}}{k_1 + \dots + k_{i-1} + i - 1} \Pi_{i-1}^{k_1 + \dots + k_{i-1} + i - 1} - \dots - \frac{q_{k_{i-1} + 1}^{(i-1)}}{k_{i-1} + 1} \Pi_{i-1}^{k_{i-1} + 1}, \text{ при } 1 < i \leq N. \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Для первой итерации значения коэффициентов определяются следующим образом:

$$q_n^{(1)} = \begin{cases} 1, & n = k_1 + 1; \\ 0, & n \neq k_1 + 1. \end{cases}$$

При больших значениях  $N$  наиболее эффективным методом получения оценки вероятности 2-го рода является статистическое моделирование. В случае справедливости гипотезы  $H_0$  среднее число наблюдений, необходимое для принятия этой гипотезы, определяется выражением

$$N_A(N, \Pi_1, \Delta\Pi) = \sum_{k=1}^N k P_k + (N+1) P_{FA}(N, \Pi_1, \Delta\Pi), \quad (3.24)$$

где  $P_k$  – вероятность того, что гипотеза принята на  $k$ -м шаге.

Введем обозначения

$$A_k = \Lambda_1 > \Pi_1 \cap \Lambda_2 > \Pi_2 \cap \dots \cap \Lambda_{k-1} > \Pi_{k-1} \cap \Lambda_k < \Pi_k ;$$

$$B_k = \Lambda_1 > \Pi_1 \cap \Lambda_2 > \Pi_2 \cap \dots \cap \Lambda_{k-1} > \Pi_{k-1} \cap \Lambda_k > \Pi_k ;$$

$$C_k = \Lambda_k < \Pi_k .$$

Тогда  $P_k = P\{A_k\}$ . События  $B_{k-1} \cap C_k$  и  $B_{k-1} \cap \overline{C_k}$  являются взаимно исключающими. Следовательно, вероятность того, что произойдет одно из этих двух событий, равна сумме вероятностей появления отдельных событий

$$P\{(B_{k-1} \cap C_k) \cup (B_{k-1} \cap \overline{C_k})\} = P\{B_{k-1} \cap C_k\} + P\{B_{k-1} \cap \overline{C_k}\}.$$

С другой стороны

$$(B_{k-1} \cap C_k) \cup (B_{k-1} \cap \overline{C_k}) = B_{k-1} \cap (C_k \cup \overline{C_k}) = B_{k-1} .$$

Таким образом, справедливо соотношение

$$P\{B_{k-1} \cap C_k\} = P\{B_{k-1}\} - P\{B_{k-1} \cap \overline{C_k}\}.$$

Осталось заметить, что

$$B_{k-1} \cap C_k = A_k, \quad B_{k-1} \cap \overline{C_k} = B_k, \quad \text{т.е.} \quad P\{A_k\} = P\{B_{k-1}\} - P\{B_k\}.$$

Учитывая, что

$$P\{B_k\} = P_{FA}(k, \Pi_1, \Delta\Pi),$$

выражение для  $P_k$  может быть записано следующим образом:

$$P_k = \begin{cases} P_{FA}(k-1, \Pi_1, \Delta\Pi) - P_{FA}(k, \Pi_1, \Delta\Pi) & \text{при } k > 1; \\ 1 - P_{FA}(1, \Pi_1, \Delta\Pi) & \text{при } k = 1. \end{cases} \quad (3.25)$$

Таким образом,

$$\sum_{k=1}^N k P_k = 1 - P_{FA}(1, \Pi_1, \Delta\Pi) + \sum_{k=2}^N k \{P_{FA}(k-1, \Pi_1, \Delta\Pi) - P_{FA}(k, \Pi_1, \Delta\Pi)\}. \quad (3.26)$$

После упрощения (3.26) выражение для среднего числа наблюдений преобразуется к виду

$$N_A(N, \Pi_1, \Delta\Pi) = 1 + \sum_{k=1}^N P_{FA}(k, \Pi_1, \Delta\Pi). \quad (3.27)$$

Метод проектирования, включающий в себя расчет порогов для заданных вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода, а также позволяющий оценить время поиска сигналов, сводится к трем шагам:

Шаг1: задание вероятности ошибок 1-го и 2-го рода;

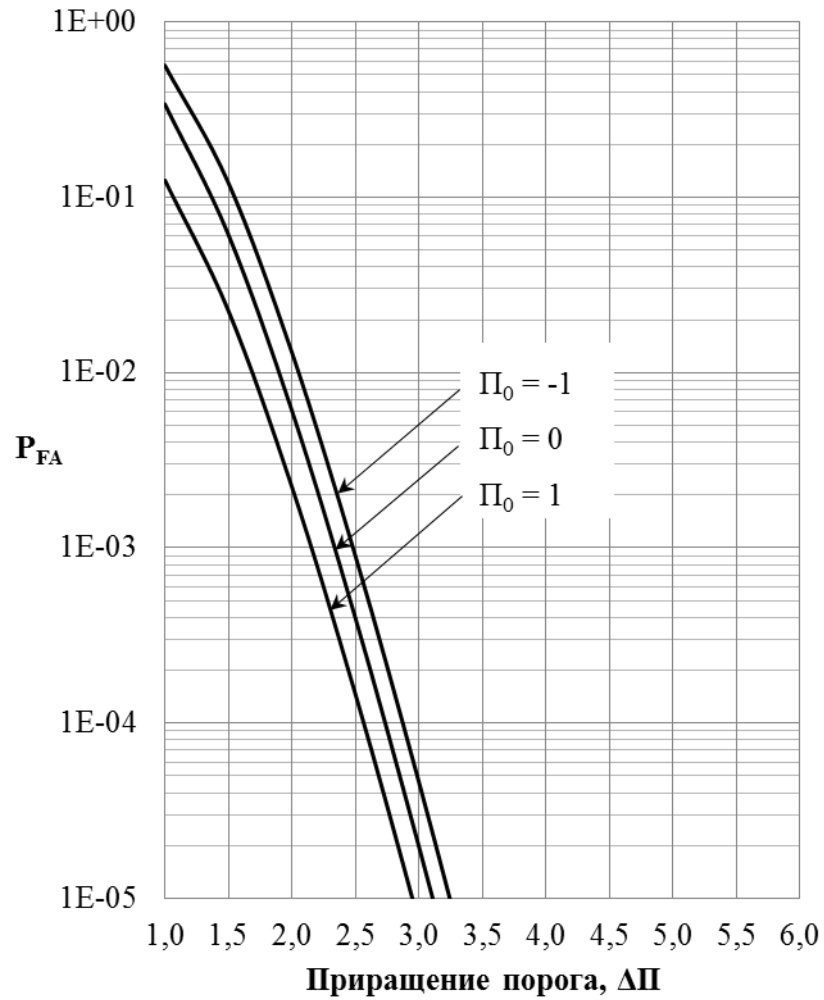
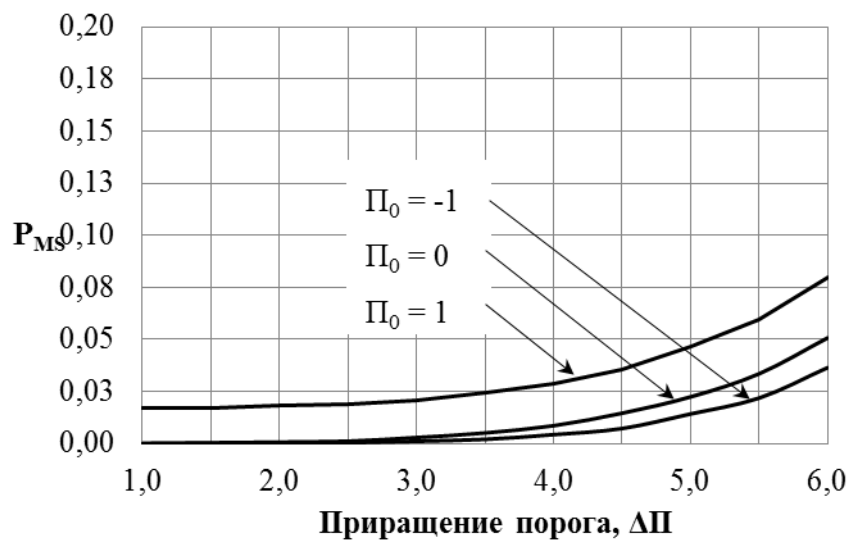
Шаг2: вычисление значений  $P_0$  и  $\Delta P$ , соответствующих этим вероятностям;

Шаг3: оценка среднего времени анализа пустой ячейки для выбранных  $P_0$  и  $\Delta P$ .

В следующем разделе рассмотрены примеры применения этого метода ко всем типам поиска, предложенным для БАСН.

### **Расчет параметров усеченной процедуры Вальда . Параллельный поиск по частоте**

В этом режиме поиска корреляция входного сигнала с опорным вычисляется на одной эпохе ПСП, т.е. на интервале  $T \approx 1$  мс. Как показано выше, влиянием доплеровского сдвига частоты на фазу опорной ПСП при этом можно пренебречь. Однако с увеличением длительности интервала корреляции возрастают энергетические потери, связанные с использованием отсчетов опорной ПСП с нулевой частотой Доплера. Число последовательных эпох  $N$ , на которых осуществляется накопление решающей статистики, определяется диапазоном изменения доплеровского сдвига частоты. Ограничив допустимые энергетические потери 2 дБ, получим, что в случае БАСН  $N \leq 10$ . Для минимизации общего времени поиска сигнала НС с использованием БПФ процедура усеченного последовательного анализа может быть применена отдельно к каждому частотному бину. На рисунках 3.5, 3.6 и 3.7 представлены зависимости вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, а также среднего времени принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала от приращения порога, полученные для некоторых значений нормированного начального порога при  $N = 10$  и  $C/N_0 = 36$  дБГц.

Рисунок 3.5 — Вероятность ошибки 1-го рода для  $N=10$ Рисунок 3.6 — Вероятность ошибки 2-го рода для  $N=10$  и  $C/N_0 = 36$  дБГц

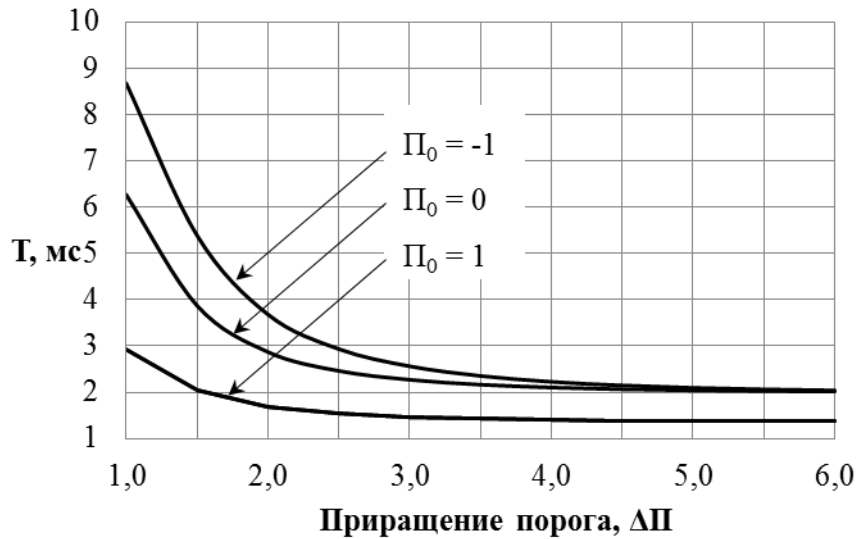


Рисунок 3.7 — Среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала для  $N = 10$

Значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  для данного типа поиска могут быть получены следующим образом. Предположим, что вероятность ошибки 1-го рода не должна превосходить одной ложной тревоги при анализе двумерной области поиска. Если число точек БПФ  $M = 256$  и размер кодового бина равен  $f_s T / 2$ , где  $f_s = 5,71$  МГц, то общее число проверяемых позиций код/частота составляет  $256 \times 2857 = 7,3e^5$ . Следовательно, вероятность ошибки 1-го рода для одной позиции код/частота не должна превышать  $1,3e^{-6}$ . Пусть вероятность ошибки 2-го рода не превосходит 0,1. В силу выбора размера кодовых и частотных бинов такая вероятность является допустимой. Значения порога  $\Pi_0$  и его приращения  $\Delta\Pi$  для этих вероятностей равны 1 и 4 соответственно. Среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала в этом случае составляет 1,5 мс, т.е. анализ пустой позиции в большинстве случаев занимает 1 или 2 эпохи ПСП.

#### *Последовательный поиск в стандартном диапазоне изменения частоты*

Этот тип поиска рассматривается совместно с допоиском, используемым после БПФ для уточнения полученных оценок фазы ПСП и доплеровского сдвига частоты, так как оба алгоритма используют однопороговую схему с одинаковым временем когерентного накопления, равным 1 мс. Благодаря небольшому диапазону изменения доплеровского сдвига частоты длительность интервала

наблюдений (число эпох  $N$ ) для этого типа поиска может быть увеличена. На рисунках 3.8 и 3.9 представлены зависимости вероятности ошибок 1-го и 2-го рода от приращения порога, рассчитанные для  $N=32$  и  $C/N_0 = 33$  дБГц. Предположим, что для этого типа поиска вероятность ошибки 1-го рода не должна быть выше, чем  $1,0 \cdot 10^{-4}$ , что соответствует одной ложной тревоге при анализе всей эпохи кода, а вероятность ошибки 2-го рода такая же, как и в предыдущем режиме. Значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$ , соответствующие этим вероятностям, равны 0 и 2.

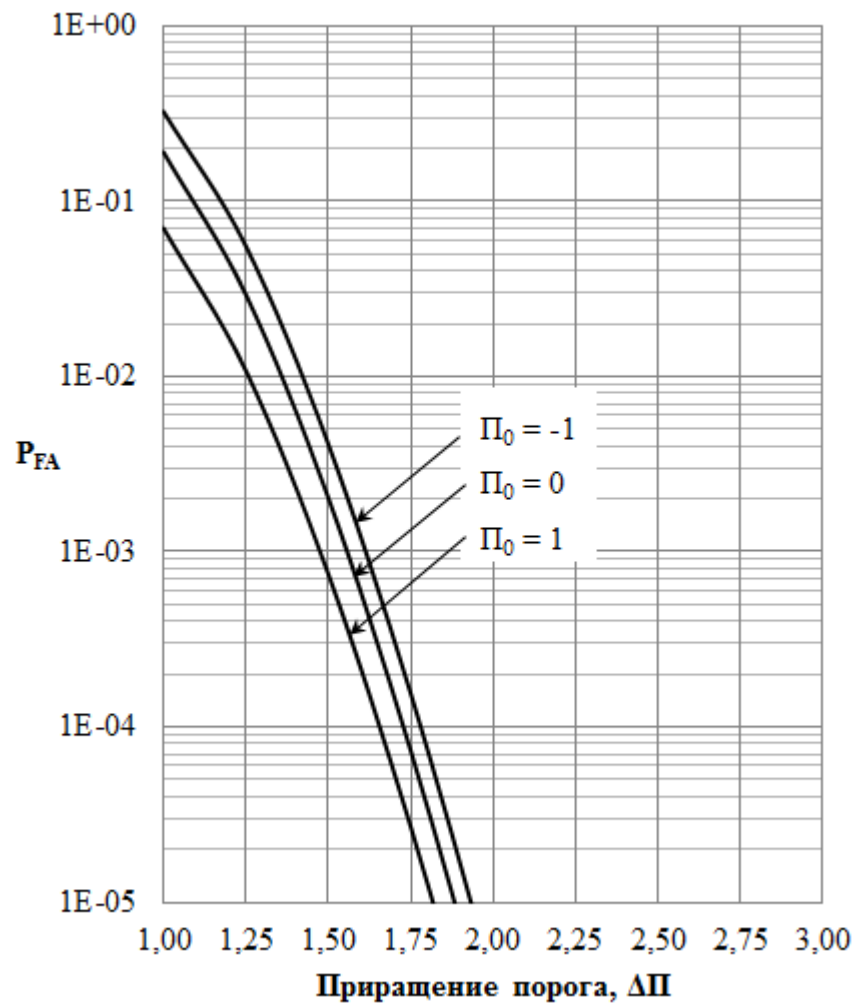


Рисунок 3.8 — Вероятность ошибки 1-го рода для  $N = 32$

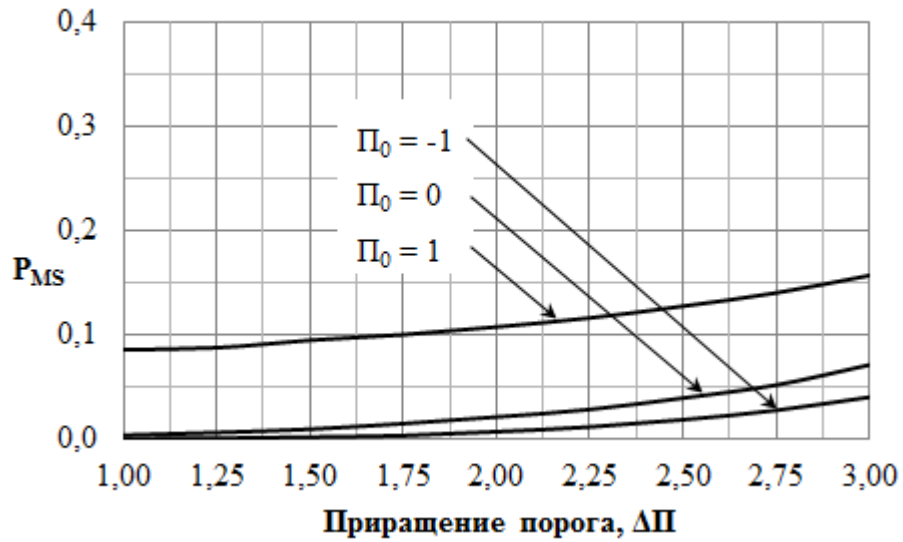


Рисунок 3.9 — Вероятность ошибки 2-го рода для  $N=32$  и  $C/N_0=33$  дБГц

На рисунке 3.10 представлена зависимость среднего времени принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала от приращения порога для  $N=32$ , из которой следует, что среднее время анализа пустой позиции для выбранных значений  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  равно 3 мс.

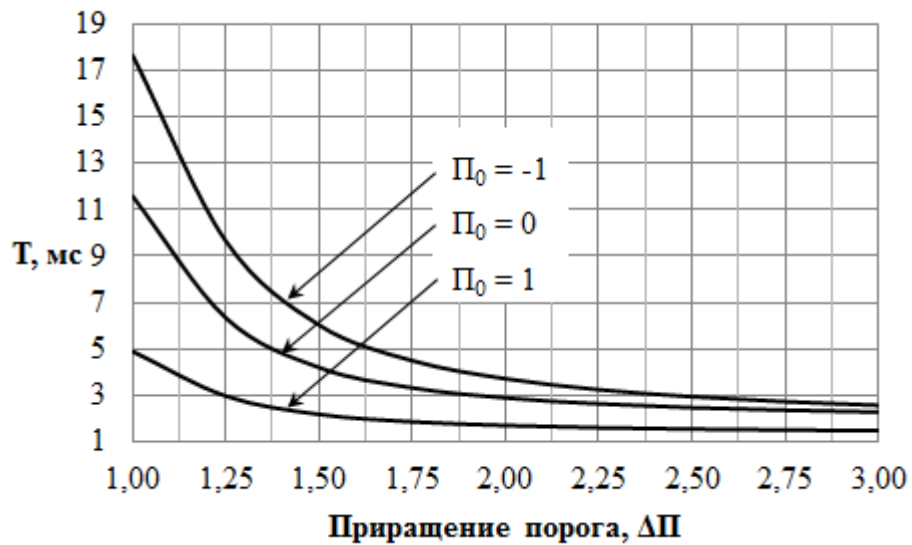


Рисунок 3.10 — Среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала для  $N=32$

*Последовательный поиск в узком диапазоне частоты*

Благодаря узкому диапазону изменения доплеровского сдвига частоты время когерентного накопления в этом режиме может быть удвоено ( $T = 2$  мс) при сохранении общего времени поиска, как и в предыдущем режиме. При этом чувствительность поиска улучшается на 3 дБ. Для поиска сигналов в широком диапазоне изменения отношения сигнал/шум в данном режиме реализована двухпороговая схема, так как при использовании только одного порога обнаружения невозможно обеспечить приемлемые вероятности ошибок 1-го и 2-го рода. На первом цикле поиска значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  оптимизированы для обнаружения сигналов с отношением сигнал/шум примерно 37 дБГц. При этом основным критерием выбора  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  на этом шаге является оптимизация вероятности ошибки 1-го рода и среднего времени принятия гипотезы  $H_0$ , так как ошибка, связанная с пропуском сигнала, может быть исправлена на втором цикле поиска. На рисунках 3.11, 3.12 и 3.13 представлены зависимости вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, а также среднее время принятия гипотезы  $H_0$  от приращения порога для первого цикла поиска. Для таких же характеристик поиска, как и в предыдущем режиме, значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  должны быть равны 2 и 4,5 соответственно.



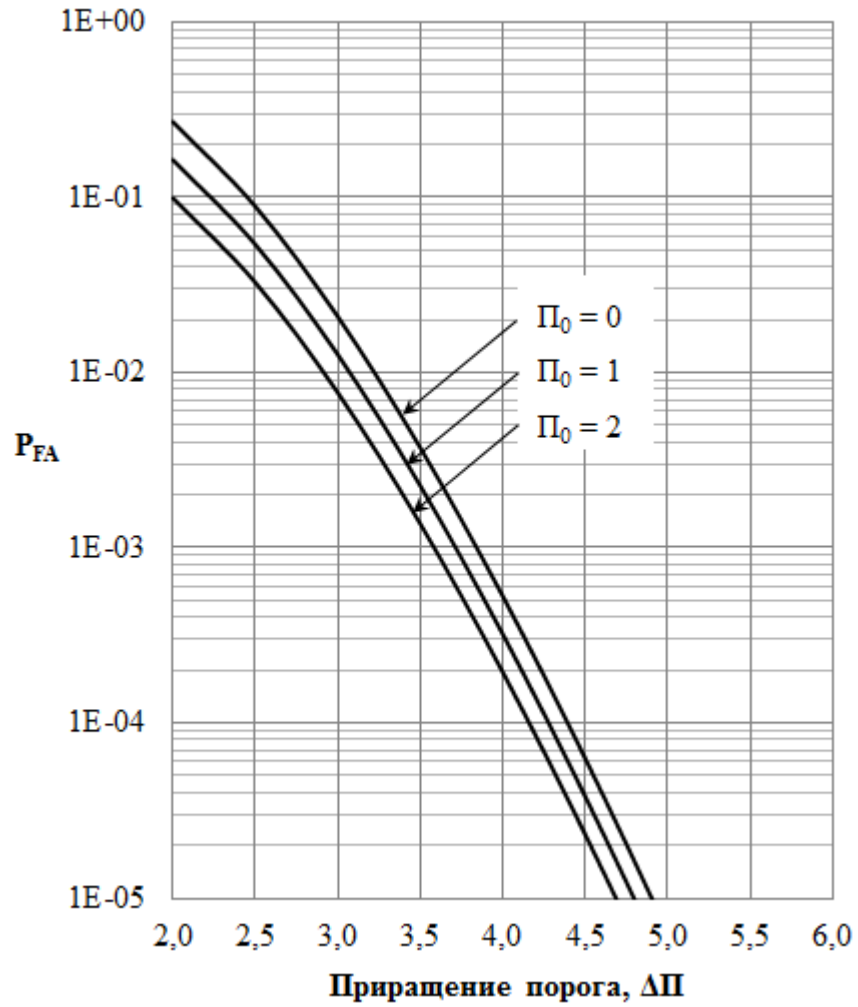


Рисунок 3.11 — Вероятность ошибки 1-го рода для  $N = 16$

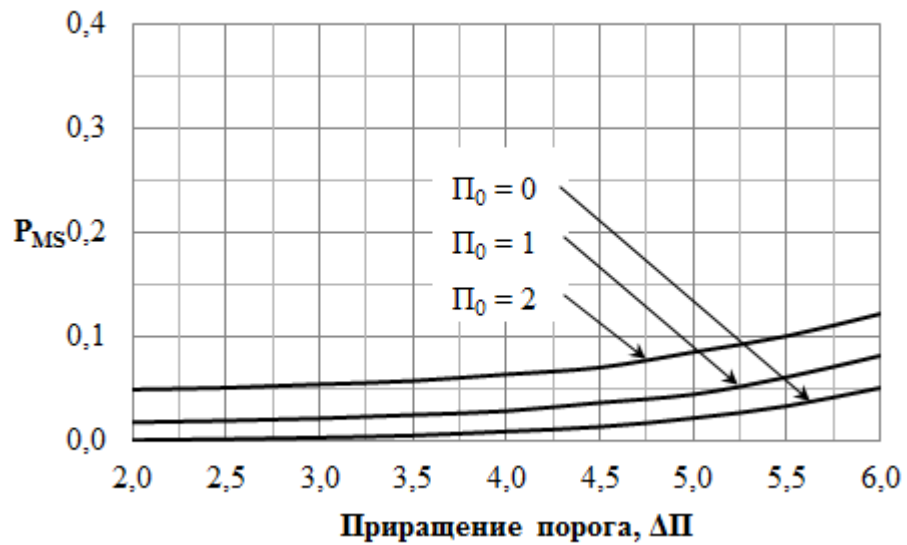


Рисунок 3.12 — Вероятность ошибки 2-го рода для  $N = 16$  и  $C/N_0 = 33$  дБГц

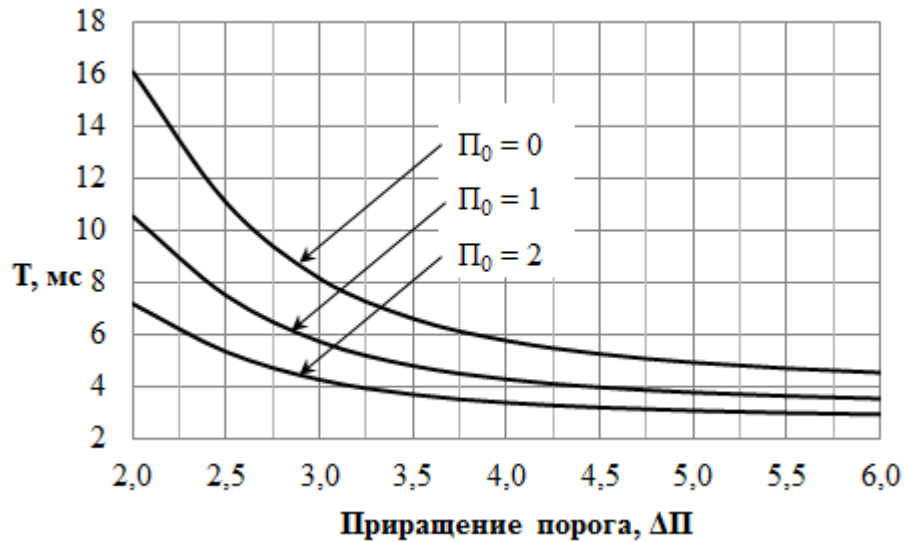


Рисунок 3.13 — Среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала для  $N = 16$

На втором цикле общее время поиска увеличено в четыре раза ( $N = 64$ ), а значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  оптимизированы для обнаружения сигналов с уровнем 30 дБГц. Выбор  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$  осуществляется таким образом, чтобы оптимизировать вероятность ошибки 2-го рода и среднее время принятия гипотезы  $H_0$ . На рисунках 3.14, 3.15 и 3.16 представлены зависимости вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, а также среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала от приращения порога для  $N = 64$  и  $C/N_0 = 26$  дБГц. Значения  $\Pi_0$  и  $\Delta\Pi$ , при которых обеспечиваются такие же вероятности ошибок 1-го и 2-го рода, как и в предыдущих режимах, равны минус 10,0 и 3,25. При этом среднее время анализа пустой ячейки составляет примерно 20 мс.

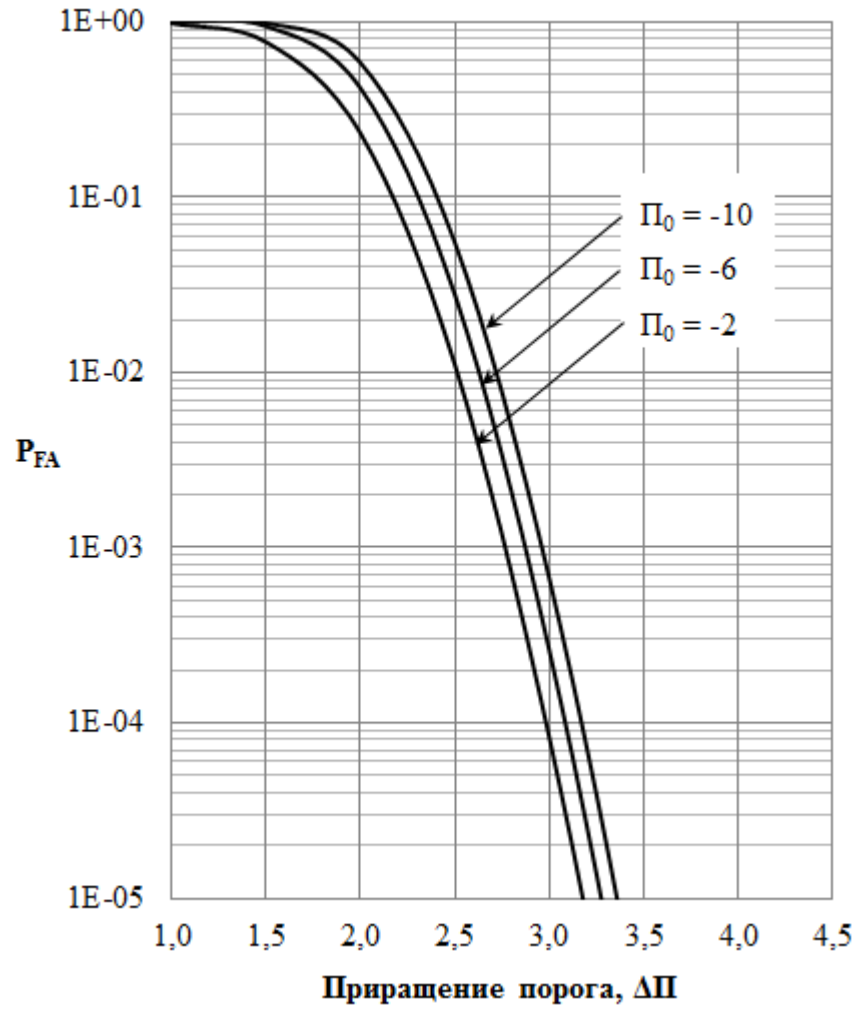


Рисунок 3.14 — Вероятность ошибки 1-го рода для  $N = 64$

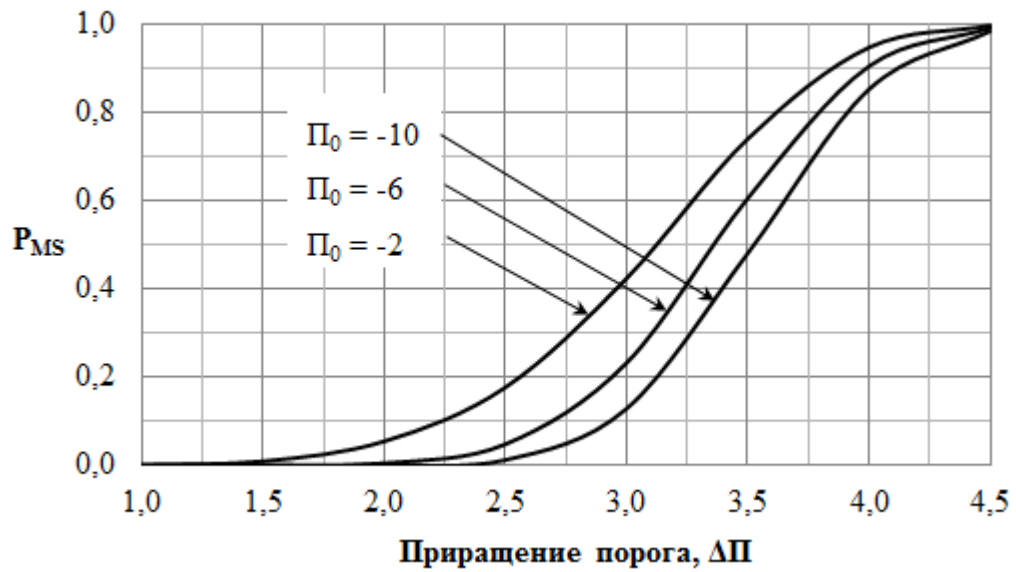


Рисунок 3.15 — Вероятность ошибки 2-го рода для  $N = 64$  и  $C/N_0 = 26$  дБГц

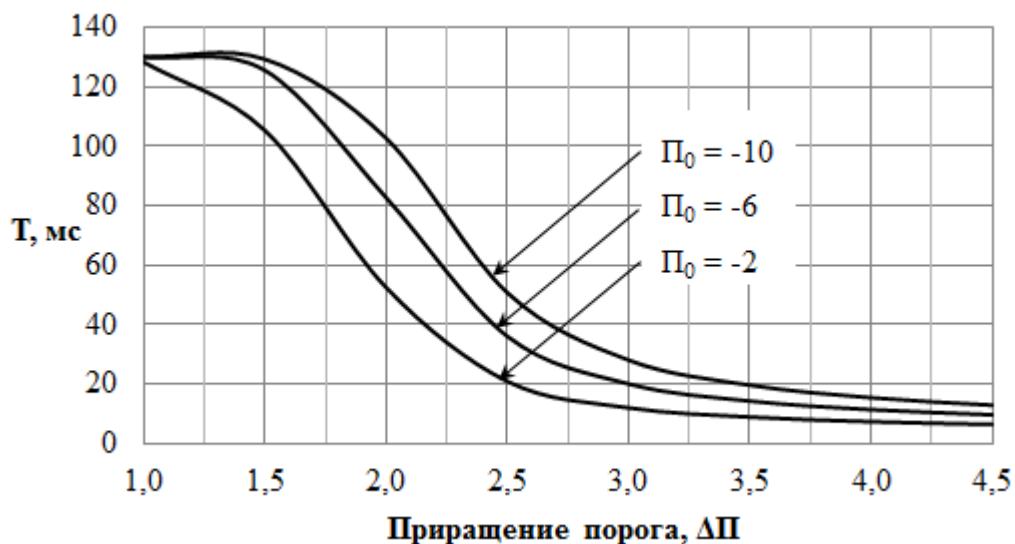


Рисунок 3.16 — Среднее время принятия гипотезы  $H_0$  при отсутствии сигнала  
для  $N = 64$

Характеристики всех типов поиска сигналов в БАСН обобщены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 — Характеристики типов поиска

Тип поиска	$C/N_0$ , дБГц	$T$ , мс	$N$	$\Pi_0$	$\Delta\Pi$	$P_{FA}$	$P_{MS}$	$N_A$ , мс
Параллельный поиск по частоте	40	1	10	1,0	4,0	$1,3 e^{-6}$	0,3	1,5
Последовательный поиск в стандартном диапазоне изменения частоты	37	1	32	0,0	2,0	$1,0 e^{-4}$	0,3	3,0
Допоиск	37	2	16	2,0	4,5	$1,0 e^{-4}$	0,1	3,2
Последовательный поиск в узком	30	2	64	-10,0	3,25	$1,0 e^{-4}$	0,3	20

диапазоне изменения частоты								
-----------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--

Таблица 3.2 иллюстрирует два важных практических аспекта проектирования поиска сигналов СРНС в БАСН:

- за счет увеличения времени поиска практически на порядок удается повысить чувствительность поиска на 7...10 дБ (режим последовательного поиска в узком диапазоне);
- в поиске с использованием БПФ вероятность ошибки 1-го рода была выбрана на два порядка ниже, чем в других режимах — это сделано из-за большого числа проверяемых гипотез в этом режиме.

### ***3.2 Методы слежения за сигналами в бортовой аппаратуре спутниковой навигации***

Вследствие относительного движения потребителя и НС параметры сигнала меняются во времени, что вызывает необходимость непрерывной оценки этих параметров (слежения). Общие принципы построения следящих систем для СРНС можно найти в литературе [37,40]. В данном разделе проанализированы особенности построения схемы фазовой автоподстройки частоты и схемы слежения за задержкой (ССЗ) в БАСН [110].

#### **3.2.1 Схема слежения за задержкой сигнала в бортовой аппаратуре спутниковой навигации**

В этом разделе вначале описана классическая ССЗ, после чего показаны особенности ССЗ для БАСН и разработанные практические рекомендации для проектирования ССЗ в БАСН.

### Классический метод слежения за задержкой

Слежение за задержкой сигнала используется для уточнения оценок фазы псевдослучайной последовательности входного сигнала и скорости ее изменения, полученных в результате процедуры поиска. Для БАСН на основе программного коррелятора, в котором необходимо уменьшить загрузку ЦПУ, предложена одноканальная некогерентная схема ССЗ с качанием задержки [61]. В этой схеме на каждом цикле работы алгоритма, равном половине периода качания, вычисляется свертка входного сигнала только с одной копией опорной ПСП. Ценой за использование такой схемы является увеличение флюктуационной погрешности оценки фазы ПСП по сравнению с двухканальной схемой. Объясняется это тем, что в двухканальной схеме при вычитании опорных сигналов вследствие коррелированности отсчетов входного сигнала происходит компенсация шумов. Благодаря использованию в алгоритме слежения за задержкой некогерентного дискриминатора втягивание ССЗ в синхронизм происходит независимо от работы петли фазовой автоподстройки частоты. Кроме того, с целью минимизации числа операций при вычислении сигнала ошибки ССЗ в приемнике с программным коррелятором целесообразно использовать дискриминатор на основе разности мощностей сигнала, полученных для опережающей и задержанной копий ПСП.

Схема ССЗ представлена на рисунке 3.17. Многоканальный коррелятор МКК вычисляет квадратурные составляющие свертки входного сигнала с опорным сигналом, а дискриминатор ССЗ вычисляет сигнал ошибки  $\tau_e$ , обусловленной несовпадением фаз ПСП

$$\tau_e = (|R_E|^2 - |R_L|^2) / P, \quad (3.28)$$

где  $R_E$ ,  $R_L$  – свертка входного сигнала с опорным сигналом для опережающей и задержанной копий ПСП соответственно;  $P$  – мощность входного сигнала на интервале корреляции.

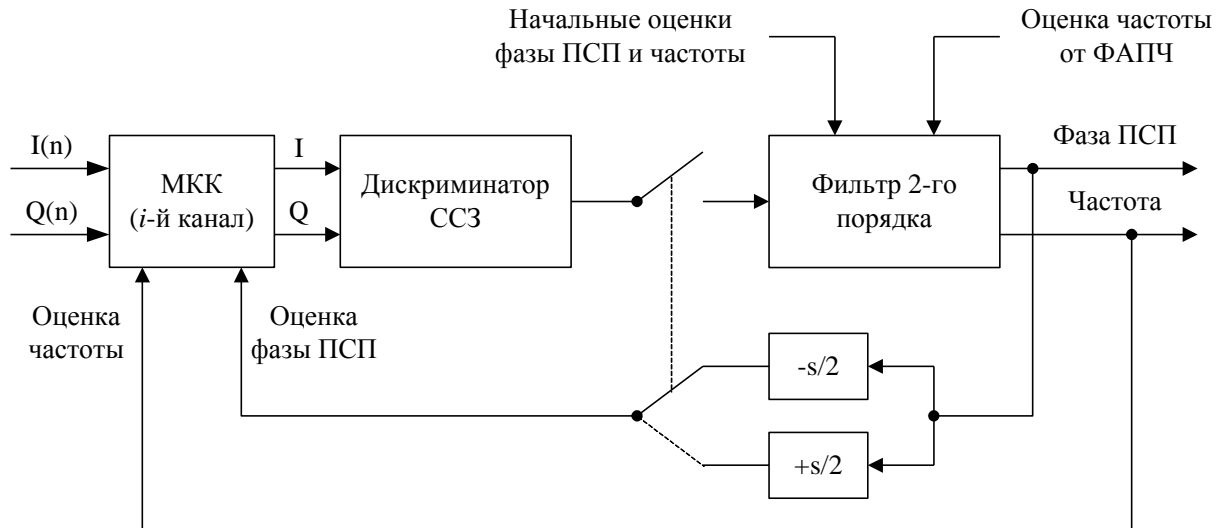


Рисунок 3.17 — Схема слежения за задержкой

Сигнал ошибки вычисляется за два цикла работы ССЗ: на первом цикле вычисляется квадрат модуля свертки входного сигнала с опорным для опережающей копии ПСП  $R_E$ , а на втором – для задержанной копии ПСП  $R_L$  и их нормированная разность. Период качания задержки равен длительности информационного символа. В установившемся режиме работы системы слежения за несущей частотой погрешность оценки частоты близка к нулю, поэтому выражение для свертки на интервале корреляции  $T$  имеет вид

$$R_E = R_L = (U/\sqrt{2})a\rho(\Delta\tau \mp s/2)e^{i\Delta\varphi} + n, \quad (3.29)$$

где  $U = \sqrt{2}P$  – амплитуда входного сигнала;  $a = \pm 1$  – значение информационного символа данных на интервале корреляции  $T$ ;  $\rho(\cdot)$  – автокорреляционная функция ПСП;  $\Delta\tau$  – погрешность оценки фазы ПСП, измеряемая количеством символов кода;  $s$  – удвоенное значение опережения/задержки опорной ПСП, измеряемое в символах кода;  $\Delta\varphi$  – погрешность оценки фазы несущей частоты;  $n$  – белый гауссов шум с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ .

Следовательно, для математического ожидания сигнала ошибки  $\tau_e$  справедливо соотношение

$$E\{\tau_e\} = \rho^2(\Delta\tau - s/2) - \rho^2(\Delta\tau + s/2), \quad (3.30)$$

которое при  $|\Delta\tau| < s/2$  аппроксимируется линейной функцией  $2\Delta\tau(2-s)$ , откуда следует, что коэффициент передачи дискриминатора ССЗ, определяемый как производная  $E\{\tau_e\}$  в точке  $\Delta\tau=0$ , составляет  $S_\tau = 2(2-s)$ .

На каждом четном цикле работы ССЗ величина  $\tau_e$  используется для вычисления рекуррентных оценок фазы ПСП входного сигнала и скорости ее изменения с помощью фильтра 2-го порядка (рисунок 3.18).

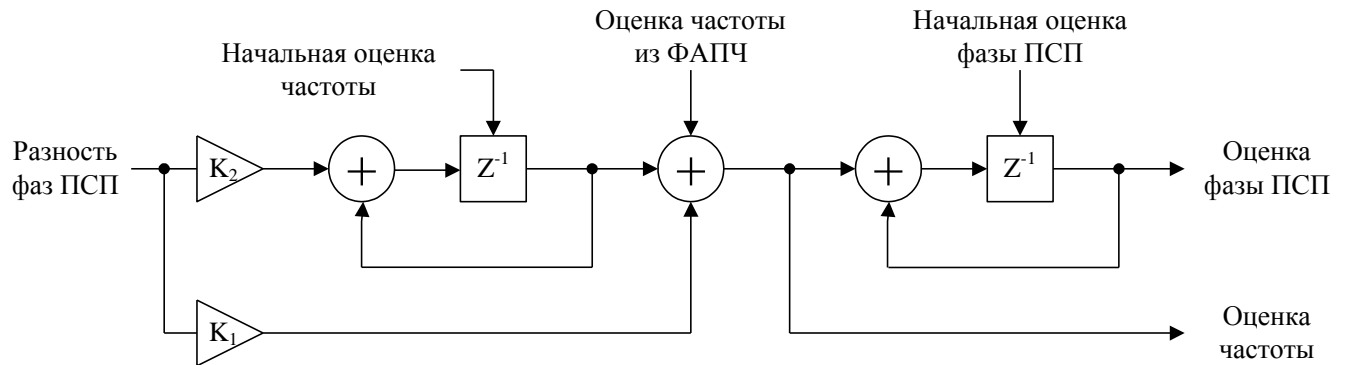


Рисунок 3.18 — Структурная схема фильтра петли ССЗ

Параметры фильтра, в том числе и порядок, выбирают с учетом взаимной динамики потребителя и навигационного спутника. В разделе 1 было показано, что для БАСН максимальные значения производных доплеровского сдвига частоты, при которых должно осуществляться слежение за фазой ПСП, не превышают значений, приведенных в таблице 3.3, где  $f'_d$ ,  $f''_d$  – первая и вторая производные доплеровского сдвига частоты.

Таблица 3.3 — Параметры взаимной динамики потребителя и НС

Параметр	Максимальное значение
$f'_d$	110 Гц/с
$f''_d$	0,5 Гц/с <sup>2</sup>

Поскольку время замыкания петли ССЗ, равное периоду качания задержки, существенно меньше постоянной времени фильтра, то параметры цифрового и соответствующего ему аналогового фильтров совпадают. Поэтому для определения коэффициентов цифрового фильтра могут быть использованы



известные соотношения для аналоговых фильтров [44]. Типичные значения коэффициентов фильтра 2-го порядка определяются следующим образом:

$$K_1 = \sqrt{2} \cdot 1,89B; \quad K_2 = (1,89B)^2,$$

где  $B$  – шумовая полоса фильтра петли ССЗ.

Среднеквадратическая погрешность (СКП) оценки фазы ПСП не зависит от порядка фильтра петли ССЗ и для дискриминатора с качанием задержки определяется соотношением [44]

$$\sigma_\tau = \lambda \sqrt{(s^2 B/q) [2 - s + 2s/(Tq)]}, \quad (3.31)$$

где  $q$  – отношение сигнал/шум в полосе 1 Гц на входе коррелятора;  $\lambda$  – длительность символа ПСП, выраженная в метрах.

Динамическая погрешность, напротив, зависит от порядка фильтра петли ССЗ и для фильтра 2-го порядка при ненулевой первой производной доплеровского сдвига частоты  $f'_d$  определяется следующим образом [44]:

$$\Delta\tau = \frac{f'_d}{(1,89B)^2} \frac{c}{f_{L_1}}, \quad (3.32)$$

где  $f_{L_1}$  – номинальное значение несущей частоты диапазона  $L_1$ ;  $c$  – скорость света.

Повышение точности оценки фазы ПСП достигается использованием оценки несущей частоты, полученной системой ФАПЧ, для слежения за задержкой [44]. Комплексование ССЗ и ФАПЧ осуществляется на протяжении всего времени слежения за параметрами сигнала НС, за исключением интервала, необходимого для захвата несущей частоты системой ФАПЧ. Поэтому выделяют два режима функционирования ССЗ — захват и слежение. Шумовую полосу фильтра петли выбирают в зависимости от режима работы алгоритма ССЗ. В режиме захвата для обеспечения приемлемой динамической погрешности полосу целесообразно выбирать равной 1 Гц. Тогда в условиях наихудшей взаимной динамики потребителя и НС величина динамической погрешности в соответствии с (3.32) не будет превосходить 6 м. При этом СКП оценки фазы ПСП для сигналов с уровнем 34 дБ Гц на входе коррелятора (3.31) составит 4 м. В режиме слежения с целью повышения точности оценки фазы ПСП полоса фильтра петли ССЗ может

быть сужена на порядок. Благодаря комплексированию с ФАПЧ такое сужение полосы не приводит к ухудшению динамических характеристик ССЗ. С другой стороны, сужение полосы на порядок уменьшает СКП оценки фазы ПСП более чем в три раза.

### **Метод слежения за задержкой в приемниках с программным коррелятором**

Реализация в БАСН описанной выше классической схемы ССЗ сталкивается с рядом сложностей и требует разработки новых методов проектирования ССЗ, принимающих во внимание особенности программного коррелятора.

Первая особенность БАСН, которую необходимо принимать во внимание при проектировании ССЗ, связана с ограниченностью вычислительных ресурсов на борту ИСЗ. В предыдущем разделе показано, что для повышения точности оценки фазы ПСП требуется комплексирование ССЗ и ФАПЧ. Комплексирование схем слежения за задержкой сигнала и фазой его несущей подразумевает их параллельную во времени работу. Для обеспечения параллельной работы систем ССЗ и ФАПЧ в навигационных приемниках традиционно используются результаты одновременной свертки входного сигнала с задержанной, синхронной и опережающей копиями ПСП [44]. В целях уменьшения загрузки ЦПУ в приемнике с программным МКК предлагается использовать временное разделение вычислений свертки с разными копиями ПСП. Диаграмма работы канала МКК при таком подходе в двух разных режимах функционирования ССЗ приведена на рисунке 3.19, где символами  $E$ ,  $P$ ,  $L$  обозначены интервалы свертки сигнала с опережающей, синхронной и задержанной копиями ПСП соответственно.

В режиме захвата для оценки фазы ПСП и частоты используется полный набор квадратурных накоплений на выходе коррелятора, а в режиме слежения – только 10% квадратурных накоплений. Следствием уменьшения числа накоплений, используемых для вычисления сигнала ошибки ССЗ в режиме слежения, является увеличение дисперсии  $\tau_e$ , которое компенсируется сужением полосы фильтра петли ССЗ.

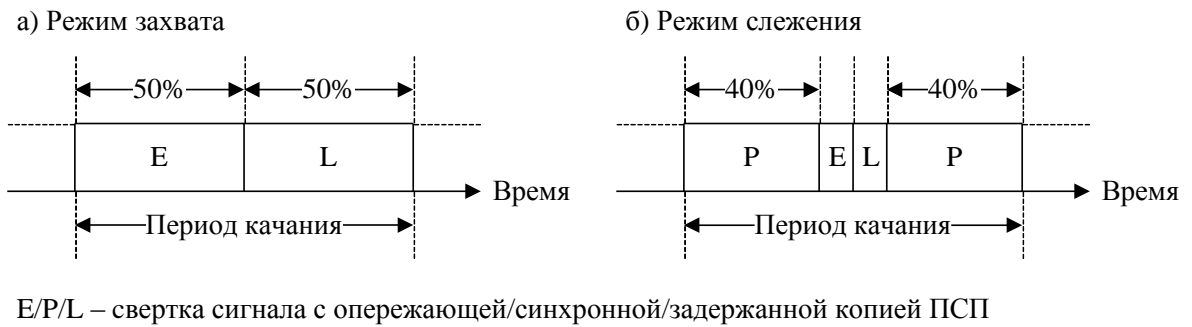


Рисунок 3.19 — Временная диаграмма работы канала МКК

Второй особенностью и основным фактором, влияющим на характеристики ССЗ в приемнике с предложенным методом обработки сигнала, является использование неполного ансамбля входных отсчетов при вычислении свертки на периоде ПСП. Если в режиме захвата ССЗ для вычисления квадратурных составляющих свертки используется полный набор входных отсчетов на интервале корреляции, то в режиме слежения, в зависимости от уровня сигнала НС, число используемых отсчетов может быть существенно уменьшено, вследствие чего ухудшаются кросс-корреляционные свойства ПСП. В разделе 2 (см. также работу автора [61]) предложен метод восстановления указанных свойств при помощи когерентного накопления квадратурных составляющих свертки на нескольких последовательных эпохах. Однако для ССЗ этот метод неприменим, так как в соответствии с диаграммой работы канала МКК в режиме слежения вычисление свертки входного сигнала с опорным для опережающей/задержанной копии ПСП осуществляется точно на одной эпохе ПСП за период качания.

Поэтому при наличии во входной смеси сигналов нескольких НС результаты вычисления свертки входного сигнала с опорным искажаются, что вызывает:

1. изменение коэффициента передачи дискриминатора  $S_T$ ;
2. появление смещения оценки фазы ПСП.

Первый эффект приводит к изменению флюктуационной погрешности оценки фазы ПСП, а второй — к появлению систематической погрешности оценки.

На рисунке 3.20 приведены примеры дискриминационных характеристик ССЗ, полученных для  $s=0,5$  при использовании 10 % входных отсчетов и наличии во входной смеси сигнала одного НС (кривая 1) и двух НС с одинаковыми уровнями сигнала и разностями фаз ПСП, равными 0,1 (кривая 2), 0,3 (кривая 3) и 0,5 (кривая 4) символа ПСП.

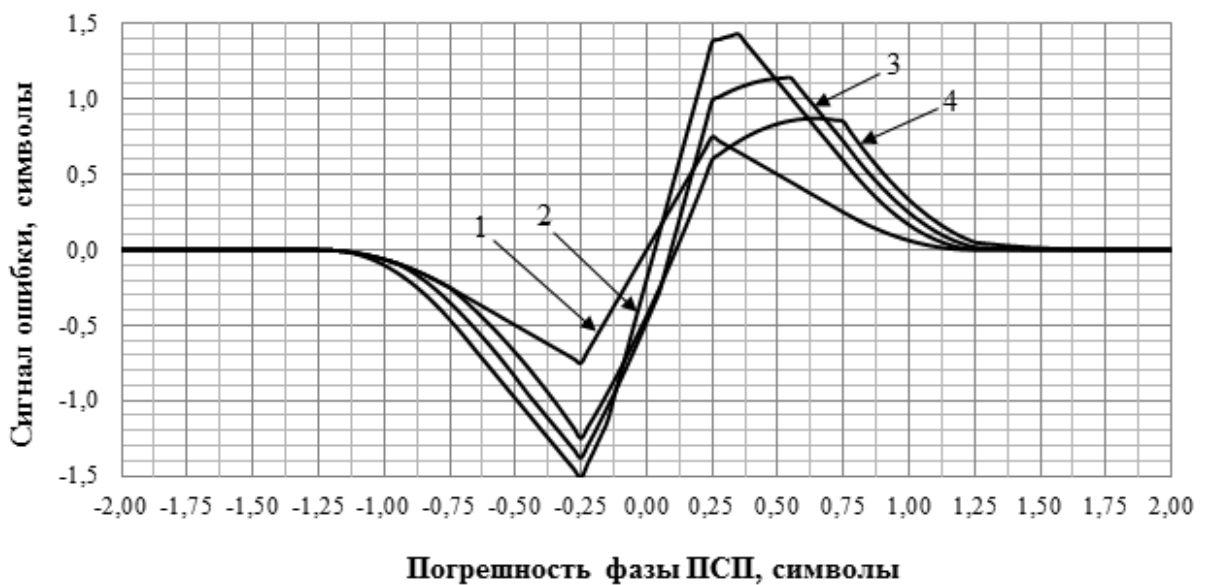


Рисунок 3.20 — Влияние внутрисистемной помехи на дискриминационную характеристику ССЗ

Оценим влияние уменьшения числа используемых отсчетов на величину каждого из двух указанных ранее эффектов. Пусть сигнал на входе приемника представляет собой аддитивную смесь сигналов нескольких НС и «белого» гауссовского шума. Сигнал  $k$ -го НС можно рассматривать как внутрисистемную помеху при приеме сигнала  $j$ -го НС. Если свертка входного сигнала с опорным осуществляется на целой эпохе ПСП, то влиянием этой помехи можно пренебречь в силу ортогональности ПСП от разных НС. Однако при уменьшении интервала корреляции ортогональные свойства ПСП нарушаются, вследствие чего необходимо учитывать влияние внутрисистемной помехи на оценку параметров

принимаемого сигнала. Квадратурные отсчеты на входе коррелятора определяются соотношением

$$X(k) = \sum_{j=1}^L U_j a_j(kT_s + \delta_j) p_j(kT_s + \tau_j) e^{i(2\pi f_j kT_s + \varphi_j)} + n(k), \quad (3.33)$$

где  $L$  — число спутников;  $U_j$  — амплитуда сигнала;  $T_s$  — интервал дискретизации входного сигнала;  $\delta_j$  — задержка информационного символа;  $p_j$  — ПСП  $j$ -го НС;  $\tau_j$  — задержка символа ПСП;  $f_j$  — доплеровский сдвиг частоты;  $\varphi_j$  — фаза несущей частоты;  $n(k)$  — отсчеты шума.

Предположим, что оценки  $\tau_j$ ,  $f_j$  и  $\varphi_j$  для  $j$ -го НС известны абсолютно точно. Тогда отсчеты опорного сигнала  $j$ -го НС для опережающей и задержанной копий ПСП имеют вид

$$Y(k) = p_j(kT_s + \tau_j \pm s/2) e^{i(2\pi f_j kT_s + \varphi_j)}.$$

Для простоты рассмотрим случай  $L=2$ . Кроме того, будем считать, что на интервале корреляции амплитуда и знак информационного символа каждого из сигналов не меняются. В этом случае выражение для свертки входного и опорного сигналов может быть записано в виде

$$R_E = R_L = U_j a_j \rho_{jj} \left( \tau_j, \tau_j \pm \frac{s}{2} \right) + U_k a_k \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} p_k(lT_s + \tau_k) p_j \left( lT_s + \tau_j \pm \frac{s}{2} \right) e^{i(2\pi \Delta f_{kj} lT_s + \Delta \varphi_{kj})} + n_r, \quad (3.34)$$

где

$$\rho_{jj} \left( \tau_j, \tau_j \pm \frac{s}{2} \right) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} p_j(lT_s + \tau_j) p_j \left( lT_s + \tau_j \pm \frac{s}{2} \right);$$

$$n_r = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} n(l) Y(l).$$

В наихудшей ситуации, когда доплеровские сдвиги и фазы несущих частот  $j$ -го и  $k$ -го НС совпадают, выражение для свертки (3.34) преобразуется к виду

$$R_E = R_L = U_j a_j \rho_{jj} \left( \tau_j \pm s/2 \right) + U_k a_k \rho_{kj} \left( \tau_k, \tau_j \pm s/2 \right) + n_r, \quad (3.35)$$

где

$$\rho_{jj} \left( \tau_k, \tau_j \pm s/2 \right) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} p_k(lT_s + \tau_k) p_j \left( lT_s + \tau_j \pm s/2 \right);$$

Следовательно, для математического ожидания сигнала ошибки  $\tau_e$  в этом случае справедливо соотношение

$$E\{\tau_e\} = \left[ \rho_{jj}\left(\tau_j, \tau_j - \frac{s}{2}\right) + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} \rho_{kj}\left(\tau_k, \tau_j - \frac{s}{2}\right) \right]^2 - \left[ \rho_{jj}\left(\tau_j, \tau_j + \frac{s}{2}\right) + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} \rho_{kj}\left(\tau_k, \tau_j + \frac{s}{2}\right) \right]^2, \quad (3.36)$$

где  $\xi_{kj} = \begin{cases} +1, & a_j = a_k; \\ -1, & a_j \neq a_k. \end{cases}$

В окрестности глобального максимума  $|\tau| < 1$  и для автокорреляционной функции ПСП справедлива аппроксимация  $\rho_{jj}(\tau) \approx 1 - |\tau|$ . Аналогично при  $|\tau - \tau_0| < 1$  для взаимнокорреляционной функции (ВКФ) имеем

$$\rho_{kj}(\tau) \approx (1 - |\tau - \tau_0|),$$

где  $\tau_0$  — положение экстремума ВКФ на временной оси,  $A$  — значение ВКФ при  $\tau = \tau_0$ , которое зависит от длительности интервала корреляции. Например, если свертка вычисляется на интервале  $T$ , равном эпохе ПСП, то  $A$  принимает только два значения [44]  $63/1023 \approx 0,062$  и  $-65/1023 \approx -0,064$ .

Влияние внутрисистемной помехи на вычисление модуля свертки для возможных значений  $\xi_{kj}$  поясняется на рисунке 3.21.

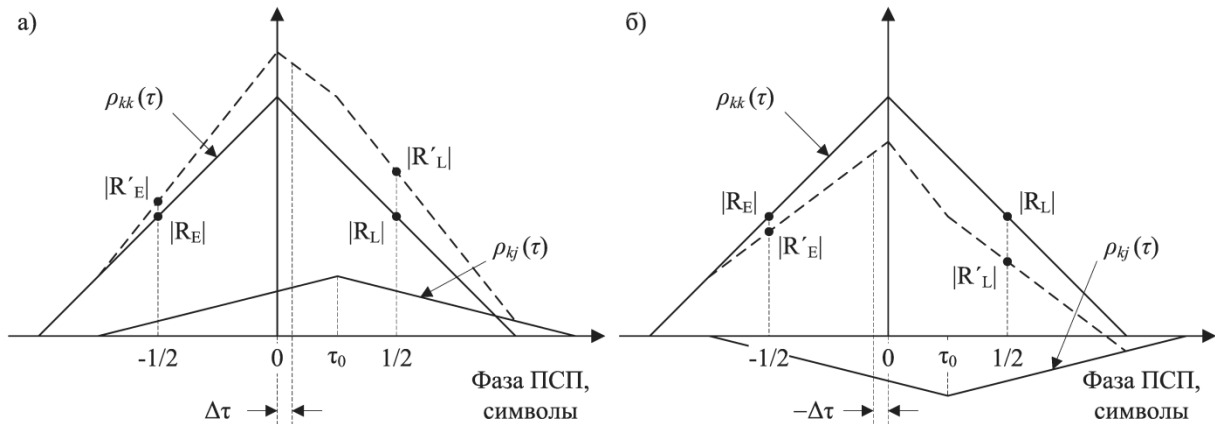


Рисунок 3.21 – Влияние внутрисистемной помехи на вычисление модуля свертки

В случае синфазного ( $\xi_{kj} = 1$ ) сложения полезного сигнала и помехи, имеющих АКФ и ВКФ, обозначенные на рисунке как  $\rho_{jj}(\tau)$  и  $\rho_{kj}(\tau)$  соответственно, модуль свертки суммы возрастает, что приводит к увеличению коэффициента передачи дискриминатора  $s_\tau$ . При противофазном ( $\xi_{kj} = -1$ )

сложении сигнала и помехи значение  $s_\tau$  уменьшается, что эквивалентно сужению шумовой полосы фильтра ССЗ. Как отмечалось ранее, благодаря комплексированию ССЗ и ФАПЧ, это не приводит к ухудшению динамических характеристик ССЗ.

Подставив аппроксимации АКФ и ВКФ в выражение (3.36), получим

$$E\{\tau_e\} \approx \left[ 1 - \left| \tau - \frac{s}{2} + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} A \left( 1 - \left| \tau - \tau_0 - \frac{s}{2} \right| \right) \right|^2 - \left[ 1 - \left| \tau + \frac{s}{2} + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} A \left( 1 - \left| \tau - \tau_0 + \frac{s}{2} \right| \right) \right|^2 \right]. \quad (3.37)$$

Линейный участок функции  $E\{\tau_e\}$  в окрестности точки устойчивого слежения при  $|\tau_0| < s$  определяется следующим образом:

$$E\{\tau_e\} = 2(2-s) \left( 1 + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} A \right) \left[ \tau \left( 1 + \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} A \right) - \tau_0 \frac{U_k}{U_j} \xi_{kj} A \right]. \quad (3.38)$$

В режиме слежения сигнал ошибки  $\tau_e$  имеет нулевое среднее. Значение  $\tau$ , при котором  $E\{\tau_e\} = 0$ , определяет смещение оценки фазы ПСП, вызванное влиянием внутрисистемной помехи

$$\tau = \tau_0 \frac{(U_k/U_j) \xi_{kj} A}{1 + (U_k/U_j) \xi_{kj} A}. \quad (3.39)$$

Производная дискриминационной характеристики в точке  $\tau$ , определяемой соотношением (3.39), имеет вид

$$s'_\tau = 2(2-s) \left[ 1 + (U_k/U_j) \xi_{kj} A \right]. \quad (3.40)$$

На рисунке 3.22 приведена зависимость коэффициента передачи дискриминатора ССЗ, нормированного на  $s_\tau$ , от длительности интервала корреляции  $T$ , полученная с использованием соотношения (3.40) для отношения амплитуд помехи и полезного сигнала 3 дБ (кривые 1 и 4), 0 дБ (кривые 2 и 5) и –3 дБ (кривые 3 и 6). Кривые 1–3 построены при  $\xi_{kj} = 1$ , а кривые 4–6 — при  $\xi_{kj} = -1$ . Значения максимума модуля ВКФ для  $T$ , кратных 0,1 мс, были получены численным расчетом. Как следует из приведенных графиков, в худшем случае СКП оценки фазы ПСП увеличивается не более, чем в четыре раза. Подставляя в (3.31) 37 дБГц в качестве порогового отношения сигнал/шум, начиная с которого осуществляется прореживание отсчетов входного сигнала, шумовую полосу

фильтра петли ССЗ 0,1 Гц и  $s=0,5$ , получим, СКП оценки фазы 0,85 м. Таким образом, в худшем случае СКП оценки фазы огибающей, выраженная в метрах, не превосходит 3,4 м, что допустимо для приемников подобного класса. Поэтому влиянием внутрисистемной помехи на флюктуационную погрешность оценки фазы ПСП можно пренебречь независимо от длительности интервала корреляции.

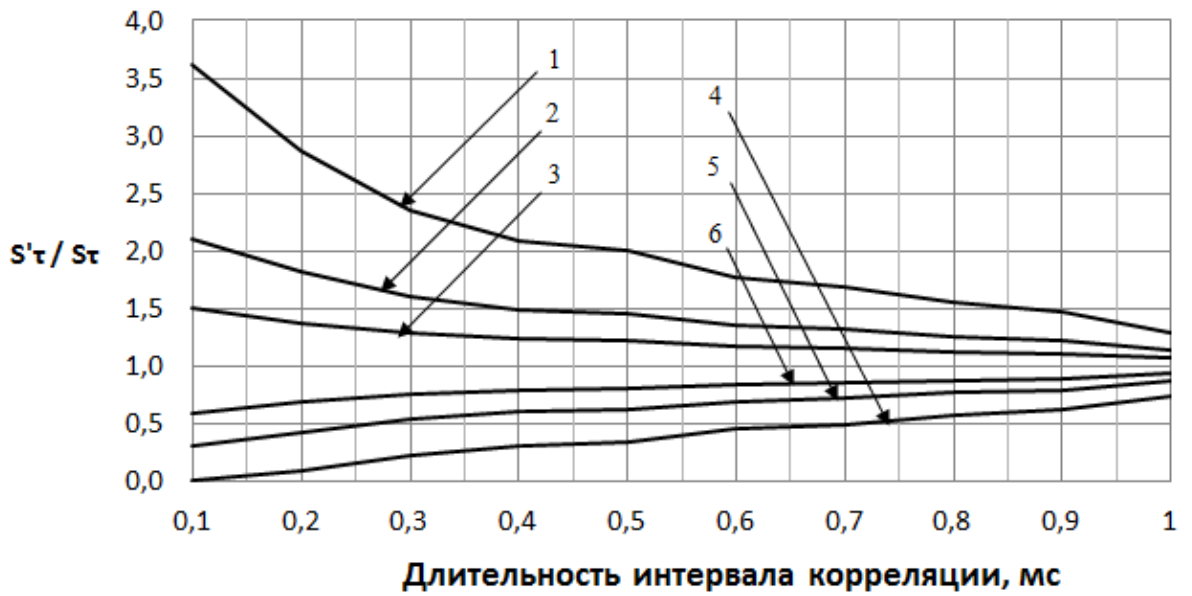


Рисунок 3.22 — Зависимость коэффициента передачи дискриминатора ССЗ от времени корреляции

На рисунке 3.23 приведена зависимость смещения оценки фазы ПСП от длительности интервала корреляции, полученная с использованием соотношения (3.39) (нумерация кривых аналогична рисунку 3.22). Из приведенных графиков следует, что для минимальной длительности интервала корреляции смещение оценки фазы ПСП составляет не менее 20 м во всех рассматриваемых случаях. Если же помеха складывается с полезным сигналом в противофазе, то величина смещения существенно увеличивается. Так как такое смещение оценки является неприемлемым, то при выборе длительности интервала корреляции, кроме уровня полезного сигнала, необходимо учитывать также доплеровское смещение частоты и уровень сигнала остальных НС. В качестве альтернативного решения задачи выбора длительности интервала корреляции при наличии в зоне радиовидимости приемника по крайней мере еще одного НС с близким доплеровским смещением



частоты можно предложить экстраполяцию оценки фазы ПСП с использованием оценки частоты, полученной системой ФАПЧ, в течение интервала времени  $T_{\max}$ , на котором доплеровские смещения сигналов этих НС совпадают. При этом СКП оценки фазы ПСП ухудшается в соответствии с выражением

$$\sigma_{\tau_3} = \sqrt{\sigma_{\tau}^2 + \gamma^2 T_{\max}^2 \sigma_{\Delta\varphi}^2},$$

где  $\sigma_{\tau}$  — СКП оценки фазы ПСП на начало интервала экстраполяции;  $\sigma_{\Delta\varphi}$  — СКП оценки приращения фазы несущей частоты системой ФАПЧ;  $\gamma$  — коэффициент пересчета приращения фазы несущей частоты в приращение фазы ПСП.

Путем моделирования установлено, что для космического потребителя  $T_{\max} \leq 10$  с, т. е. при типичных значениях СКП оценки приращения фазы несущей частоты ухудшение  $\sigma_{\tau}$  составит не более метра.

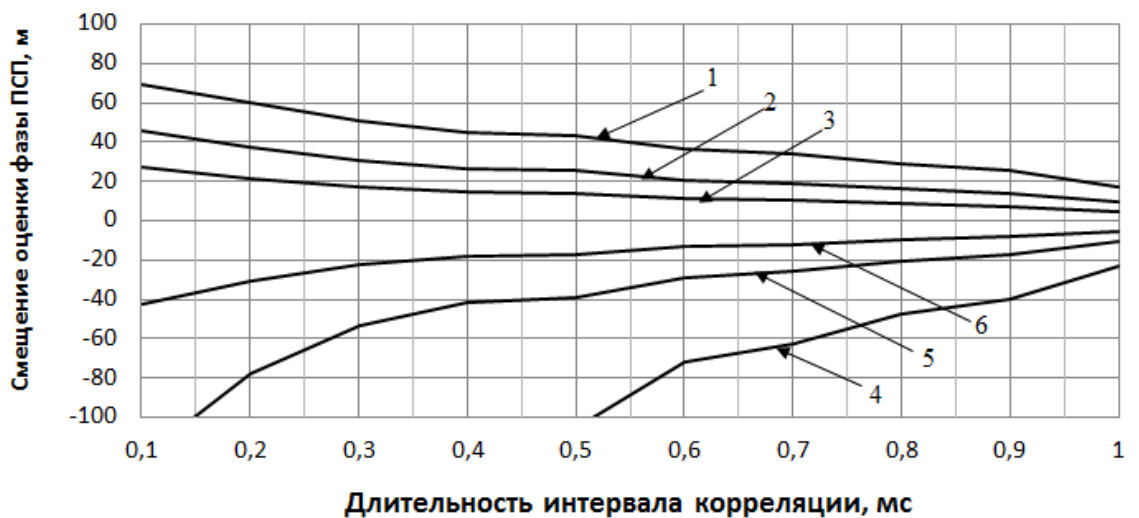


Рисунок 3.23 — Зависимость смещения оценки фазы ПСП от времени корреляции

### 3.2.2 Схема слежения за фазой несущей частоты сигнала в бортовой аппаратуре спутниковой навигации

В этом разделе вначале описана классическая ФАПЧ, после чего рассмотрены особенности реализации системы ФАПЧ в БАСН.

### Классический метод слежения за фазой несущей частоты

Под термином «несущая частота» подразумевается сумма номинального значения ПЧ и доплеровского смещения частоты. Без ограничения общности можно считать, что номинальное значение ПЧ равно нулю. Целью алгоритма слежения за параметрами несущей частоты является оценка фазы несущей и ее производных. Так как слежение за фазой непосредственно после процедуры поиска невозможно из-за большой погрешности начальной оценки частоты, то алгоритм разбивают на три этапа

1. уточнение оценки частоты, полученной после завершения процедуры поиска;
2. захват фазы несущей частоты;
3. слежение за фазой.

Погрешность начальной оценки частоты равна половине шага поиска, т. е. составляет сотни герц. Для уменьшения этой погрешности на первом этапе алгоритма слежения за параметрами несущей частоты используется система частотной автоподстройки (ЧАП) на основе дискриминатора с временным сдвигом квадратурных составляющих свертки [37]. Выбор дискриминатора этого типа обусловлен тем, что он имеет оптимальные характеристики при малых отношениях сигнал/шум и не требует существенных затрат ресурсов ЦПУ для его вычисления [44]. Особенностью данной реализации системы ЧАП является использование квадратурных составляющих свертки, полученных для опережающей/задержанной копии ПСП, что при  $s=0,5$  приводит к энергетическим потерям 2,5 дБ. Такая реализация системы ЧАП определяется временной диаграммой работы канала МКК, изображенной на рисунке 3.19 .

Параметры используемого дискриминатора приведены в таблице 3.4. Апертура дискриминационной характеристики (ДХ) составляет  $\pm \frac{1}{2T}$  Гц. Это означает, что для захвата частоты непосредственно после поиска сигнала (при шаге поиска по частоте, равном 500 Гц) интервал когерентного накопления квадратурных составляющих свертки не должен превышать 2 мс.

Таблица 3.4 — Параметры частотного дискриминатора

Тип дискриминатора	Крутизна ДХ	Флюктуационная характеристика
$I_E(k)Q_L(k+1) - I_L(k+1)Q_E(k)$	$4q^2T^3$	$16q^3T^3 \left(1 + \frac{1}{2qT}\right)$

В таблице 3.4 использованы следующие обозначения:  $q$  — отношение сигнал/шум в полосе 1 Гц с учетом потерь, связанных с использованием квадратурных составляющих свертки для вычисления дискриминатора;  $T$  — интервал вычисления свертки;  $k$  — номер интервала.

Выражение для флюктуационной погрешности оценки частоты системой ЧАП, полученное с использованием характеристик дискриминатора, приведенных в таблице 3.4, имеет вид

$$\sigma_f = \frac{1}{2\pi T} \sqrt{\frac{2B}{q} \left(1 + \frac{1}{2qT}\right)},$$

где  $B$  — шумовая полоса фильтра петли ЧАП.

На рисунке 3.24 представлена зависимость СКП оценки частоты системой ЧАП от отношения сигнал/шум для  $T = 1$  мс и шумовой полосы  $B$ , равной 0,5; 1 и 2 Гц.

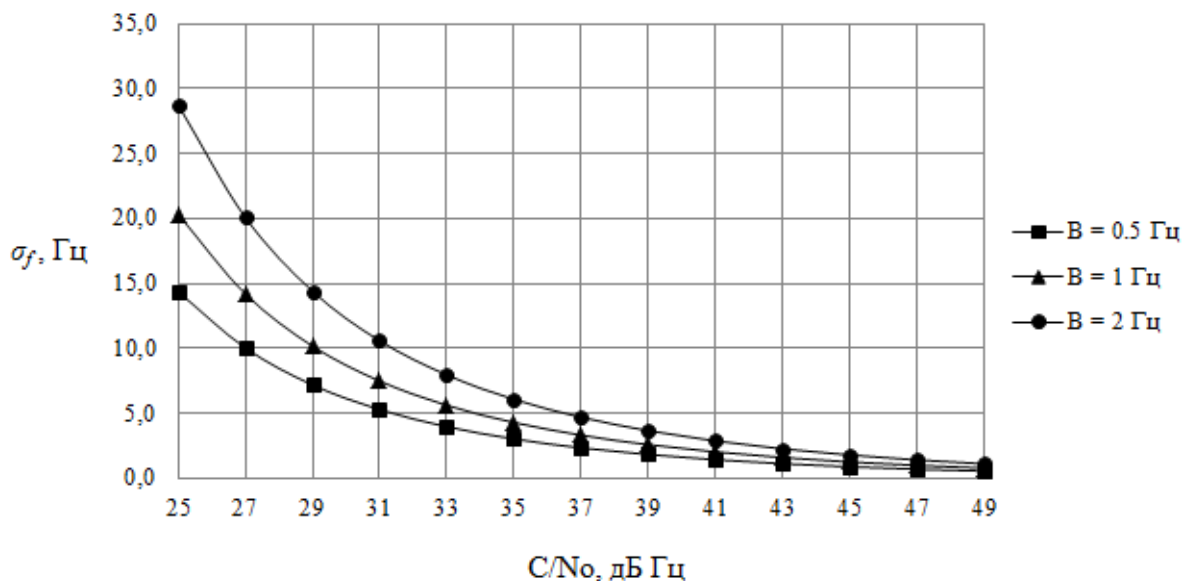


Рисунок 3.24 – СКП оценки частоты системой ЧАП

Поскольку слежение за несущей частотой должно осуществляться при динамических условиях, указанных в таблице 3.4, порядок сглаживающего фильтра петли ЧАП должен быть не ниже 2-го. Для фильтра 2-го порядка оценка частоты имеет нулевую систематическую погрешность при движении потребителя с постоянным ускорением. При наличии ненулевой производной ускорения (рывка) систематическая погрешность для оптимального фильтра 2-го порядка определяется выражением [44]

$$\Delta_f = \frac{1}{(1,89B)^2} f_d'',$$

где  $f_d''$  – вторая производная доплеровского смещения частоты. При максимальном значении  $f_d''$ , приведенном в таблице 3.3, и  $B \leq 0,5$  Гц величина  $\Delta_f$  не превышает 1 Гц.

Для устойчивой работы системы ЧАП предельная погрешность оценки частоты (по уровню вероятности 0,997) должна удовлетворять неравенству  $3\sigma_f + \Delta_f \leq \frac{1}{4T}$  [44]. Как видно из рисунка 3.24, при  $T = 1$  мс и выбранных значениях шумовой полосы  $B$  устойчивое слежение за частотой осуществляется во всем диапазоне изменения отношения сигнал/шум, характерного для космического потребителя. Так как роль ЧАП сводится лишь к уточнению оценки частоты несущей, достаточной для захвата частоты системой ФАПЧ, то основным критерием выбора шумовой полосы является время вхождения ЧАП в синхронизм. Это время обратно пропорционально ширине полосы фильтра петли  $B$ . Как показано ниже, апертура ДХ системы ФАПЧ составляет

$$-\frac{\pi}{4} \leq \delta\varphi \leq \frac{\pi}{4},$$

где  $\delta\varphi$  — погрешность оценки фазы несущей частоты.

Следовательно, для захвата частоты системой ФАПЧ погрешность оценки частоты  $\delta f$  должна удовлетворять неравенству

$$|\delta f| \leq \frac{1}{8T}.$$

Длительность интервала вычисления свертки  $T$  в режиме ФАПЧ составляет 1 мс и 5 мс, в зависимости от режима работы алгоритма символьной синхронизации. Поэтому погрешность оценки частоты не должна превышать 125 и 25 Гц соответственно. Это условие выполняется при  $B = 1 \dots 2$  Гц.

На следующих этапах алгоритма осуществляется дальнейшее уточнение оценки частоты путем измерения приращений фазы несущей. Для этого необходим синхронизм фаз несущих частот входного и опорного сигналов, что достигается с помощью системы ФАПЧ, схема которой изображена на рисунке 3.25. Тип дискриминатора и параметры ДХ ФАПЧ приведены в таблице 3.5.

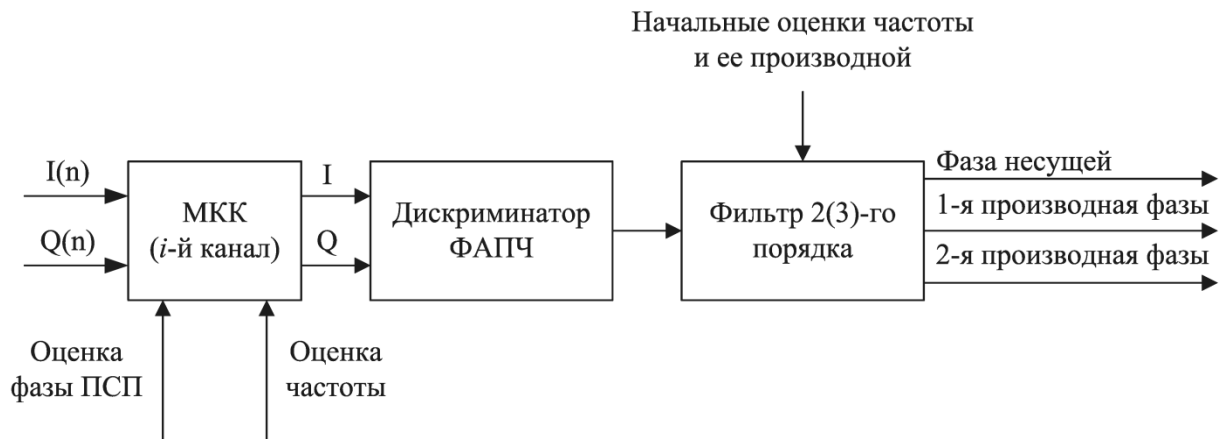


Рисунок 3.25 — Схема системы ФАПЧ

Используемый фазовый дискриминатор имеет оптимальные характеристики при низком отношении сигнал/шум.

Таблица 3.5 — Параметры фазового дискриминатора

Тип дискриминатора	Крутизна ДХ	Флюктуационная характеристика
$I_p(k)Q_p(k)$	$4q^2T^2$	$8q^3T^3 \left(1 + \frac{1}{2qT}\right)$

С учетом параметров дискриминатора, приведенных в таблице 3.5, флюктуационная погрешность оценки фазы несущей частоты системой ФАПЧ  $\sigma_\varphi$  с полосой сглаживающего фильтра петли  $B$  может быть найдена следующим образом

$$\sigma_{\varphi} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B}{q} \left( 1 + \frac{1}{2qT} \right)}.$$

На рисунке 3.26 представлена зависимость СКП оценки фазы несущей частоты системой ФАПЧ от отношения сигнал/шум для  $T=5$  мс и шумовой полосы  $B$  равной 10, 15 и 25 Гц. Для обеспечения требуемой точности определения навигационных параметров в условиях динамики потребителя сглаживающий фильтр петли системы ФАПЧ должен иметь порядок не ниже 3-го. Для устойчивости фильтра 3-го порядка должно выполняться условие  $B \leq 18$  Гц [44]. С другой стороны, в целях уменьшения длительности переходного процесса на выходе фильтра полосу  $B$  желательно увеличить. Поэтому в алгоритме слежения за несущей частотой на этапе захвата фазы используется система ФАПЧ с фильтром 2-го порядка, которая устойчива для любых значений  $B$ . При ненулевой первой производной доплеровского смещения частоты оценка фазы системой ФАПЧ с фильтром 2-го порядка имеет систематическую погрешность, определяемую выражением [44]

$$\Delta_{\varphi}^{(2)} = \frac{360}{(1,89B)^2} f_d'.$$

Для максимального значения  $f_d'$ , приведенного в таблице 3.4, и шумовой полосы  $B=25$  Гц величина  $\Delta_{\varphi}^{(2)} \approx 18^\circ$ , т. е. условие устойчивой работы системы ФАПЧ:  $3\sigma_{\varphi} + \Delta_{\varphi}^{(2)} \leq 45^\circ$  [44] выполняется при отношениях сигнал/шум выше 32 дБГц.

Для фильтра 3-го порядка систематическая погрешность задается соотношением

$$\Delta_{\varphi}^{(3)} = \frac{360}{(1,27B)^3} f_d''.$$

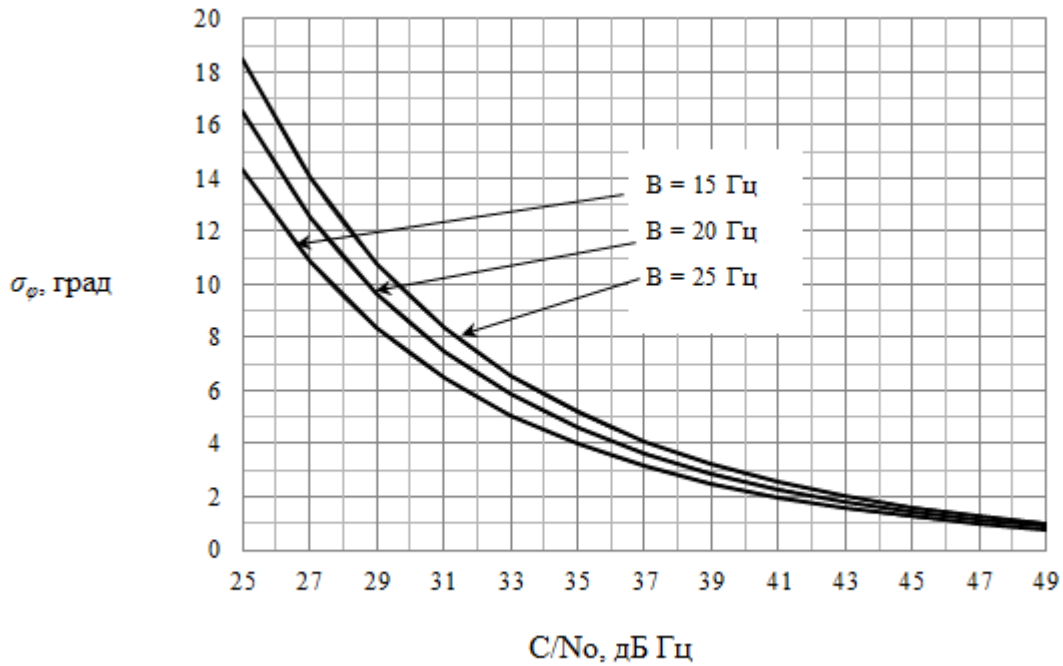


Рисунок 3.26 — СКП оценки фазы несущей частоты системой ФАПЧ

Подставив максимальное значение  $f_d^*$  из таблицы 3.3, получим, что  $\Delta_\phi^{(3)} < 1^\circ$  для всех значений шумовой полосы  $B$ , приведенных на рисунке 3.26. Целесообразным выбором в этом случае является  $B = 15$  Гц. При этом предельная погрешность оценки фазы несущей частоты (по уровню вероятности 0,997) не превосходит  $45^\circ$  во всем диапазоне изменения отношения сигнал/шум. Параметры алгоритма слежения за несущей частотой суммированы в таблице 3.6.

Таблица 3.6 — Параметры систем слежения за несущей частотой

Система автоподстройки	Порядок фильтра	Полоса фильтра, Гц	Когерентное время, мс	Период замыкания петли, мс
ЧАП	2	2	1	20
ФАПЧ	2	15	1 или 5	5
	3	25		

## **Влияние внутрисистемной помехи на параметры фазовой автоподстройки частоты**

В приемнике с программным МКК, имеющем переменное время интегрирования в режиме слежения за фазой несущей частоты, в зависимости от отношения сигнал/шум, для вычисления квадратурных составляющих свертки может использоваться неполный ансамбль отсчетов входного сигнала. В этом случае характеристики системы ФАПЧ определяются двумя факторами.

1. Использование неполного ансамбля входных отсчетов при вычислении свертки приводит к увеличению флюктуационной погрешности оценки фазы несущей частоты. Погрешность оценки определяется значением отношения сигнал/шум, начиная с которого допускается прореживание отсчетов. Чем выше это значение, тем меньше погрешность оценки фазы. Однако при этом уменьшается число виртуальных каналов приемника. Компромиссное значение отношения сигнал/шум определяется эмпирически.
2. Ухудшение кросс-корреляционных свойств укороченной ПСП приводит к снижению помехоустойчивости системы ФАПЧ. Как и в случае ССЗ, это приводит к изменению флюктуационной погрешности и появлению смещения оцениваемого параметра. Следует заметить, что смещение оценки фазы не влияет на оценку частоты, полученную на основе приращения фазы, но сказывается на устойчивости системы ФАПЧ и вероятности ошибки демодуляции информационных символов.

Ниже приводится анализ влияния внутрисистемной помехи на оценку фазы несущей частоты системой ФАПЧ в наименее благоприятных условиях с учетом временной диаграммы работы МКК, описанной в разделе выше.

Пусть входной сигнал представляет собой аддитивную смесь сигналов  $j$ -го и  $k$ -го НС и белого гауссового шума. Предположим, что на интервале корреляции  $T$  амплитуды сигналов НС не меняются. Кроме того, будем считать, что начало интервала корреляции синхронизировано с границей информационного символа  $j$ -го НС, т. е. процедура символьной синхронизации для этого НС завершена. Так



как погрешности оценок фазы ПСП и несущей частоты в установившемся режиме работы систем ССЗ и ФАПЧ пренебрежимо малы, выражение для свертки входного и опорного сигналов на интервале  $T$  можно записать в следующем виде

$$R = U_c a e^{i\delta\varphi} + U_n b \rho(\Delta\tau) \text{sinc}(\Delta f T) e^{i(\delta\varphi + \Delta\psi)} + n,$$

где  $U_c, U_n$  — амплитуды сигналов  $j$ -го и  $k$ -го НС;  $a, b = \pm 1$  — значения информационных символов  $j$ -го и  $k$ -го НС на интервале  $T$ ;  $\delta\varphi$  — погрешность оценки фазы несущей частоты  $j$ -го НС системой ФАПЧ;  $\rho(\Delta\tau)$  — ВКФ ПСП;  $\Delta\tau$  — разность фаз ПСП;  $\Delta f$  — разность доплеровских смещений;  $\Delta\psi$  — разность фаз несущих частот;  $n$  — белый Гауссов шум.

В наихудшем случае, когда доплеровские смещения несущих частот  $j$ -го и  $k$ -го НС совпадают, математическое ожидание сигнала ошибки  $\varphi_e$  системы ФАПЧ вычисляется в соответствии со следующим выражением:

$$E\{\varphi_e\} = \frac{1}{P} (U_c a \cos(\delta\varphi) + U_n b \rho(\Delta\tau) \cos(\delta\varphi + \Delta\psi)) \times \\ \times (U_c a \sin(\delta\varphi) + U_n b \rho(\Delta\tau) \sin(\delta\varphi + \Delta\psi)), \quad (3.41)$$

где  $P = U_c^2$  — мощность сигнала  $j$ -го НС.

Пусть

$$A = \frac{U_n}{U_c} \rho(\Delta\tau) \text{ и } \xi = ab = \pm 1.$$

Тогда выражение (3.41) преобразуется к виду

$$E\{\varphi_e\} = \frac{1}{2} \sin(2\delta\varphi) + \frac{1}{2} A^2 \sin 2(\delta\varphi + \Delta\psi) + A\xi \sin(2\delta\varphi + \Delta\psi). \quad (3.42)$$

Так как  $E\{\varphi_e | \xi = +1, \Delta\psi\} = E\{\varphi_e | \xi = -1, \Delta\psi + \pi\}$ , можно рассматривать только один случай, например  $\xi = +1$ . Максимальное влияние внутрисистемной помехи на оценку фазы несущей частоты наблюдается при использовании минимально допустимого ансамбля входных отсчетов. На рисунке 3.27 представлены примеры ДХ ФАПЧ при использовании 10 % отсчетов входного сигнала для вычисления свертки в случае  $U_c = U_n$  и когерентном накоплении квадратурных

составляющих свертки на интервале  $N=5$  последовательных эпох ПСП. Кривая, изображенная на графике сплошной линией, соответствует неискаженной ДХ.

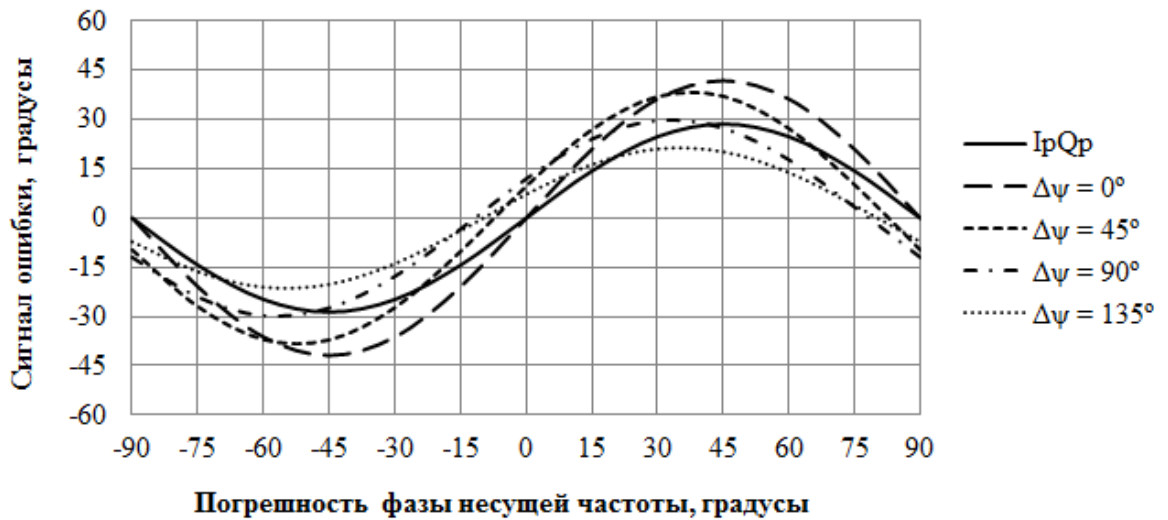


Рисунок 3.27 — Влияние помехи на дискриминационную характеристику ФАПЧ

Решая уравнение  $E\{\varphi_e\} = 0$  относительно  $\delta\varphi$ , получим величину смещения ДХ

$$\delta\varphi = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{A^2 \sin 2\Delta\psi + 2A \sin \Delta\psi}{1 + A^2 \cos 2\Delta\psi + 2A \cos \Delta\psi} \right). \quad (3.43)$$

На рисунке 3.28 приведена зависимость величины смещения ДХ от разности фаз полезного сигнала и помехи для случая  $U_c = U_n$  при использовании 10 % входных отсчетов, построенная с помощью полученного соотношения для некоторых значений  $n$ . В рассматриваемом случае когерентное накопление квадратурных составляющих свертки на интервале  $N=10$  эпох ПСП эквивалентно корреляции входного сигнала с опорным на одной эпохе с использованием полного ансамбля входных отсчетов. В общем случае когерентное накопление результатов свертки на интервале  $N$  последовательных эпох ПСП с коэффициентом использования входных отсчетов, равным  $k$ , эквивалентно корреляции входного и опорного сигналов на одной эпохе с коэффициентом  $Nk$ . Как видно на рисунке 3.28, в наихудшем случае смещение оценки фазы несущей частоты, обусловленное внутрисистемной помехой, присутствует даже при максимальном времени интегрирования в МКК. При  $Nk \geq 0,5$  смещение оценки не

превышает  $12^\circ$ , что является допустимым, так как условие устойчивости системы ФАПЧ с параметрами из таблицы 3.6 выполняется с запасом для отношений сигнал/шум выше 30 дБГц. Далее будет показано, что при таком смещении оценки фазы обеспечивается и приемлемая вероятность ошибки демодуляции информационного символа. Исходя из этих соображений, минимальное значение коэффициента использования входных отсчетов целесообразно определить следующим образом:

$$k_{\min} = \frac{1}{2N}.$$

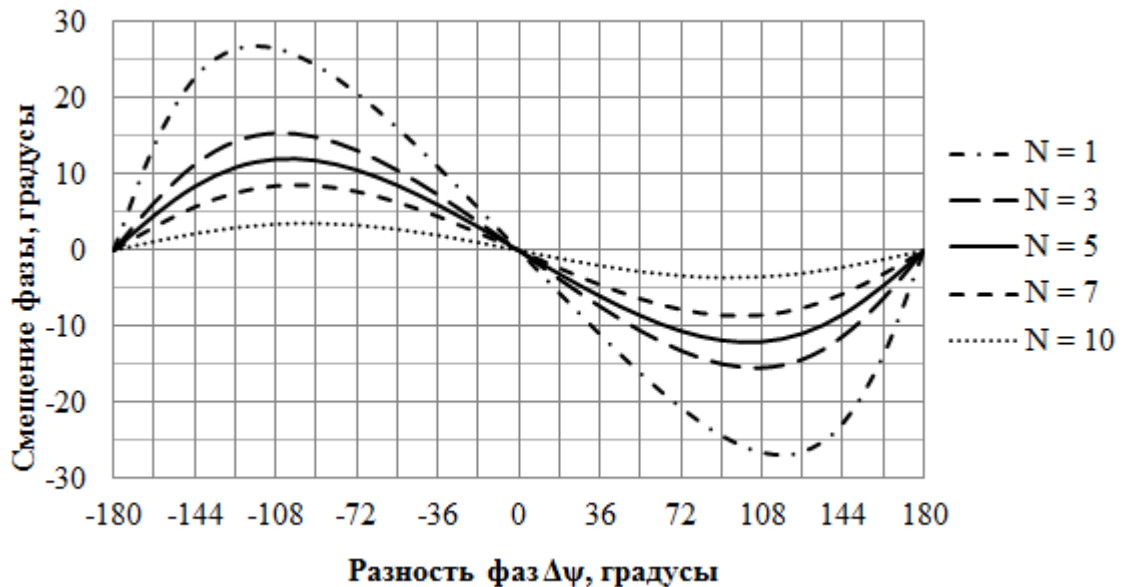


Рисунок 3.28 – Смещение оценки фазы в зависимости от разности фаз полезного сигнала и внутрисистемной помехи

Крутизна ДХ ФАПЧ ( $S_\varphi$ ) определяется как производная  $E\{\varphi_e\}$  в точке пересечения ДХ с осью абсцисс

$$S_\varphi = \cos(2\delta\varphi) + A^2 \cos 2(\delta\varphi + \Delta\psi) + 2A \cos(2\delta\varphi + \Delta\psi),$$

где  $\delta\varphi$  – смещение ДХ.

Зависимость крутизны ДХ ФАПЧ от разности фаз  $\Delta\psi$  для случая  $U_c = U_n$  при использовании 10 % входных отсчетов изображена на рисунке 3.29. Максимальное значение крутизны ДХ достигается при совпадении фаз полезного сигнала и помехи и определяется соотношением

$$S_{\phi \max} = 1 + \frac{U_n}{U_c} \rho(\Delta\tau) \left[ \frac{U_n}{U_c} \rho(\Delta\tau) + 2 \right].$$

В рассматриваемом случае  $S_{\phi \max} \approx 1,5$ . Учитывая, что систематическая погрешность при этом равна нулю, условие устойчивости системы ФАПЧ выполняется во всем диапазоне изменения отношения сигнал/шум.

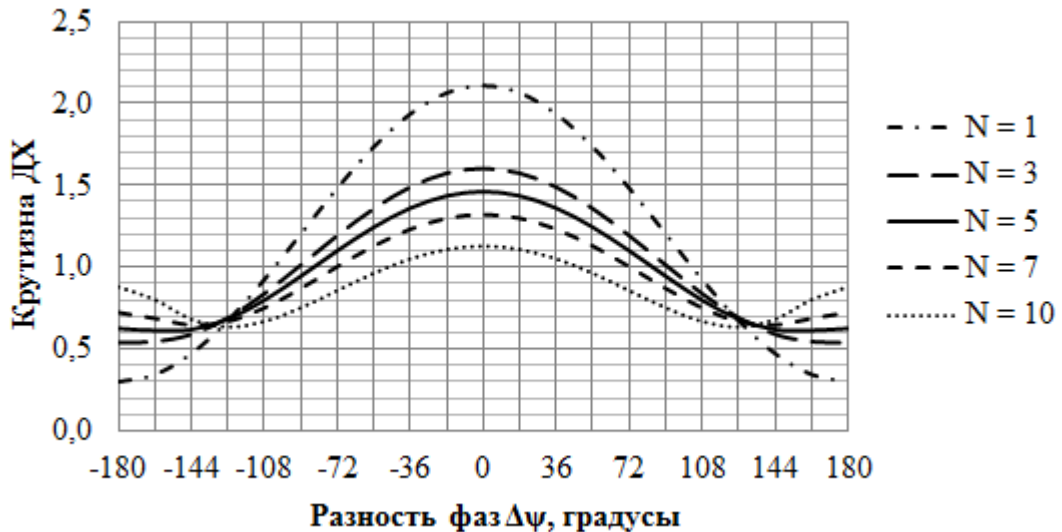


Рисунок 3.29 – Зависимость крутизны дискриминационной характеристики ФАПЧ от разности фаз полезного сигнала и внутрисистемной помехи

### 3.3 Прием символов навигационного сообщения в бортовой аппаратуре спутниковой навигации

Пусть граница информационного символа определена в результате процедуры символьной синхронизации. Существует вероятность ошибки приема символов, на которую влияют как энергетические параметры полезного сигнала, так и внутрисистемные помехи.

В приемнике с программным МКК, имеющем переменное время интегрирования, энергия полезного сигнала зависит от коэффициента использования входных отсчетов. Задачей данного раздела является получение зависимостей вероятности ошибки приема символов от погрешностей оценок параметров полезного сигнала и внутрисистемной помехи для такого приемника.

### 3.3.1 Вывод аналитических соотношений вероятности ошибки приема символов

В соответствии с оптимальным алгоритмом когерентный демодулятор вычисляет статистику

$$\Lambda = \sum_{m=0}^{M-1} I_m,$$

где  $I_m = \text{Re}\{R_m\}$  — синфазная компонента свертки на  $m$ -м интервале корреляции [37]. Число  $M$  определяется длительностью символа навигационных данных. Решение о переданном символе принимается на основе анализа знака статистики  $\Lambda$ : если  $\Lambda > 0$ , то символ равен  $+1$ , в противном случае  $-1$ . Вероятность ошибки приема символа определяется по формуле полной вероятности

$$P_e = P\{\Lambda > 0 | a = -1\}P\{a = -1\} + P\{\Lambda < 0 | a = +1\}P\{a = +1\}, \quad (3.44)$$

где  $a$  — переданный символ.

В случае приема аддитивной смеси полезного сигнала и белого гауссового шума математическое ожидание статистики  $\Lambda$  определяется соотношением

$$E\{\Lambda\} = aU\rho(\Delta\tau)\cos(\pi\Delta fT + \Delta\phi)\text{sinc}(\Delta fT), \quad (3.45)$$

где  $a = \pm 1$ ,  $U$  — амплитуда полезного сигнала, которую считаем постоянной на интервале длительности символа;  $\rho(\Delta\tau)$  — автокорреляционная функция псевдослучайной последовательности, вычисленная на интервале  $MT$ ;  $\Delta\tau$ ,  $\Delta f$  и  $\Delta\phi$  — погрешности оценок задержки, частоты и фазы несущей, рассматриваемые как неслучайные (фиксированные) величины. В установившемся режиме системы слежения погрешность оценки частоты не превосходит единиц герц, т. е.  $\Delta fT \ll 1$ . Поэтому можно считать, что  $E\{\Lambda\}$  зависит только от переданного символа, уровня полезного сигнала и погрешностей оценок фаз ПСП и несущей частоты. Поскольку символы  $+1$  и  $-1$  равновероятны, выражение (3.44) можно преобразовать к виду

$$P_e = \frac{1}{2}\{P_1 + P_2\},$$

где

$$P_1 = P\{\Lambda > 0 | a = -1\}, P_2 = P\{\Lambda < 0 | a = +1\}. \quad (3.46)$$

Статистика  $\Lambda$ , являясь суммой независимых нормально распределенных случайных величин, также имеет нормальное распределение. Поэтому для условных вероятностей  $P_1$  и  $P_2$  справедливы соотношения

$$P_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(x-E\{\Lambda|a=-1\})^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\{\Lambda|a=-1\}}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = Q\left\{-\frac{E\{\Lambda|a=-1\}}{\sigma}\right\};$$

$$P_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(x-E\{\Lambda|a=+1\})^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\{\Lambda|a=+1\}}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = Q\left\{\frac{E\{\Lambda|a=+1\}}{\sigma}\right\}, \quad (3.47)$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия  $\Lambda$ ;  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ .

Пусть  $E_b = \frac{U^2 MT}{2}$  — энергия полезного сигнала на интервале  $MT$ , а

$N_0 = \sigma^2 MT$  — односторонняя спектральная плотность белого гауссового шума.

Тогда  $\sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2E_b}} U$ , что согласно (4.19), (4.21) позволяет определить вероятность

ошибки приема символов следующим образом:

$$P_e = Q\left\{\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \rho(\Delta\tau) \cos \Delta\varphi\right\}. \quad (3.48)$$

Для МКК с переменным временем интегрирования величина  $E_b$  зависит от коэффициента использования входных отсчетов  $E_b = kE'_b$ , где  $E'_b$  — энергия сигнала, приходящаяся на один символ.

Сначала рассмотрим случай, когда фаза несущей частоты известна абсолютно точно, и оценим влияние погрешности оценки фазы ПСП на вероятность ошибки приема символов. Потом оценим влияние погрешности оценки фазы несущей частоты на вероятность ошибки приема символов при точно известной фазе ПСП.

### 3.3.2 Влияние погрешности оценки фазы псевдослучайной последовательности на вероятность ошибки приема символов

Рассмотрим случай, когда фаза несущей частоты известна абсолютно точно. В установившемся режиме работы ССЗ погрешность оценки фазы ПСП мала и не выходит за пределы линейного участка дискриминационной характеристики. Поэтому можно считать, что  $\Delta\tau$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_\tau^2$ . АКФ ПСП с достаточной точностью аппроксимируется функцией

$$\rho(\Delta\tau) \approx \begin{cases} 1 - \frac{|\Delta\tau|}{\tau_c}, & |\Delta\tau| < \tau_c; \\ 0 & , |\Delta\tau| \geq \tau_c. \end{cases}$$

Пусть

$$p(\tau) = \frac{1}{\sigma_\tau \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\tau^2}{2\sigma_\tau^2}} \text{ —}$$

плотность распределения погрешности оценки фазы ПСП. Тогда безусловная по отношению к  $\Delta\tau$  вероятность ошибки приема символов при  $\Delta\varphi = 0$  определяется соотношением

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{P}_e^\tau(\tau) p(\tau) d\tau \approx \frac{\sqrt{2}}{\sigma'_\tau \sqrt{\pi}} \int_0^1 Q \left\{ \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} (1-\tau) \right\} e^{-\frac{\tau^2}{2\sigma_\tau^2}} d\tau, \quad (3.49)$$

где  $\sigma'_\tau = \sigma_\tau / \tau_c$  — нормированная СКП оценки фазы ПСП.

### 3.3.3 Влияние погрешности оценки фазы несущей частоты на вероятность ошибки приема символов

Предположим, что погрешность оценки фазы ПСП равна нулю. Как и в случае ССЗ, в установившемся режиме работы ФАПЧ можно считать, что погрешность оценки фазы несущей частоты имеет нормальное распределение с плотностью

$$p(\varphi) = \frac{1}{\sigma_\varphi \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_\varphi^2}}.$$

Тогда безусловная по отношению к  $\Delta\varphi$  вероятность ошибки приема символов при  $\Delta\tau = 0$  будет определяться соотношением

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{P}_e^{\tau}(\varphi) p(\varphi) d\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sigma_{\varphi} \sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} Q \left\{ \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \cos\varphi \right\} e^{-\frac{\varphi^2}{2\sigma_{\varphi}^2}} d\varphi. \quad (3.50)$$

### 3.3.4 Влияние внутрисистемных помех на вероятность ошибки приема СИМВОЛОВ

Влияние внутрисистемной помехи на вероятность ошибки приема символов объясняется тем, что принимаемый сигнал представляет собой аддитивную смесь шума и сигналов всех НС, находящихся в зоне радиовидимости БАСН. Поэтому отсчеты сигнала на интервале корреляции  $T$  определяются следующим образом:

$$S(n) = \sum_{k=1}^L U_k a_k(nT_s + \delta_k) c_k(nT_s + \tau_k) e^{i(2\pi f_k nT_s + \varphi_k)}, \quad (3.51)$$

где  $U_k, \delta_k, \tau_k, f_k, \varphi_k$  — амплитуда, временные задержки символа навигационных данных и ПСП, доплеровский сдвиг и фаза несущей частоты сигнала  $k$ -го НС, относящиеся к началу интервала корреляции;  $L$  — число НС, находящихся в зоне радиовидимости БАСН.

В силу ортогональности кодов Голда при малом диапазоне изменения уровня сигналов НС математическое ожидание статистики, используемой для принятия решения о знаке переданного символа, определяется только уровнем полезного сигнала и практически не зависит от сигналов остальных НС. Однако если диапазон изменения сопоставим с относительным уровнем бокового лепестка АКФ ПСП, то значительный вклад в математическое ожидание  $\Lambda$  могут вносить другие НС, оказывая влияние на вероятность ошибки приема символов. Следует отметить, что описанная особенность касается только тех НС, уровень сигналов которых более чем на 20 дБ ниже максимального уровня принимаемого сигнала. Учитывая, что типичное пороговое значение  $q_0 \geq 30$  дБГц, а максимальное значение уровня сигнала не превосходит 50 дБГц, для этих НС при вычислении свертки используется полный набор входных отсчетов.



Предположим, что погрешности оценок параметров  $j$ -го НС равны нулю и амплитуды сигналов НС не меняются на интервале длительности символа. Тогда выражение для свертки входного сигнала с опорным сигналом  $j$ -го НС на  $m$ -м интервале корреляции примет вид

$$R_j^m = a_j U_j + \sum_{k \neq j} U_k \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi_{kj}^m c_k(nT_s + \tau_k^m) c_j(nT_s + \tau_j^m) e^{i(2\pi \Delta f_{kj}^m nT_s + \Delta \varphi_{kj}^m)} \right\}, \quad (3.52)$$

где  $a_j = \pm 1$  — значение символа  $j$ -го НС;  $\xi_{kj}^m = a_k(nT_s + \delta_k) a_j(nT_s + \delta_j)$ ,  $\Delta f_{kj}^m = f_k^m - f_j^m$  и  $\Delta \varphi_{kj}^m = \varphi_k^m - \varphi_j^m$  — разности доплеровских сдвигов и фаз несущих частот  $k$ -го и  $j$ -го НС. В силу относительно медленного изменения доплеровского сдвига частоты можно считать, что  $\Delta f_{kj}^m$  не меняется на интервале длительности символа. Кроме того, как было показано ранее, при вычислении  $R_j^m$  можно пренебречь влиянием доплеровского сдвига частоты на фазу ПСП и считать, что отсчеты ПСП соответствуют нулевому сдвигу. В этом случае временная задержка ПСП не зависит от номера интервала корреляции. Для простоты рассмотрим случай, когда в принимаемой смеси кроме полезного сигнала присутствует сигнал еще только одного  $k$ -го НС. Тогда выражение для свертки преобразуется к виду

$$R_j^m = a_j U_j + U_k \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi_{kj}^m c_k(nT_s + \tau_k) c_j(nT_s + \tau_j) e^{i(2\pi \Delta f_{kj} nT_s + \Delta \varphi_{kj}^m)} \right\}. \quad (3.53)$$

В целях упрощения вывода соотношения для свертки будем считать, что граница символа  $k$ -го НС совпадает с границей интервала корреляции. Это предположение не влияет существенно на окончательный результат, так как при вычислении статистики  $\Lambda$  можно не учитывать слагаемое, соответствующее интервалу, на котором произошла смена символа. При этом энергетические потери не превысят 0,45 дБ. Если на интервале корреляции нет перехода символов, то величина  $\xi_{kj}^m$  на нем не меняется. При этом  $\xi_{kj}^m$  равно +1, если символы  $k$ -го и  $j$ -го НС совпадают, и -1 в противном случае. Значение свертки на интервале длительности символа определяется как сумма  $R_j^m$

$$R_j = a_j MU_j + U_k \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c_k(nT_s + \tau_k) c_j(nT_s + \tau_j) e^{2\pi i \Delta f_{kj} n T_s} \right\} \times \left\{ \sum_{m=0}^{M-1} \xi_{kj}^m e^{i \Delta \phi_{kj}^m} \right\}. \quad (3.54)$$

Так как в произведение двух ПСП с одинаковым периодом идет дискретный спектр с ненулевой амплитудой в точках, кратных частоте, определяемой этим периодом, то сомножитель

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c_k(nT_s + \tau_k) c_j(nT_s + \tau_j) e^{2\pi i \Delta f_{kj} n T_s},$$

являющийся преобразованием Фурье произведения ПСП в точке  $\Delta f_{kj}$ , отличен от нуля, только если  $\Delta f_{kj}$  совпадает с одной из компонент спектра, т. е.  $\Delta f_{kj} T$  — целое число. В этом случае  $\Delta \phi_{kj}^m$  для всех интервалов корреляции имеет одинаковое значение и выражение (3.54) преобразуется к виду

$$R_j = a_j MU_j + U_k \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c_k(nT_s + \tau_k) c_j(nT_s + \tau_j) e^{2\pi i \Delta f_{kj} n T_s} \right\} e^{i \Delta \phi_{kj}} \sum_{m=0}^{M-1} \xi_{kj}^m \quad (3.55)$$

Рассмотрим наилучшую с точки зрения приема символов ситуацию, когда модуль второго слагаемого в выражении максимален. Это достигается при следующих условиях:

- доплеровские сдвиги несущих частот  $j$ -го и  $k$ -го НС совпадают ( $\Delta f_{kj} = 0$ );
- начальные фазы несущих частот  $j$ -го и  $k$ -го НС, относящиеся к началу интервала корреляции, отличаются на величину, кратную  $\pi$  ( $\Delta \phi_{kj} = \pi q, q \in Z$ );
- на интервале вычисления свертки нет перехода символов  $k$ -го НС  $\left( \sum_{m=0}^{M-1} \xi_{kj}^m = \pm M \right)$ .

Тогда выражение для математического ожидания статистики  $\Lambda$  может быть записано следующим образом:

$$E\{\Lambda\} = a_j MU_j \pm MU_k \max \left| \rho_{kj}(\tau_k, \tau_j) \right|, \quad (3.56)$$

Здесь  $\rho_{kj}(\tau_k, \tau_j) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} c_k(nT_s - \tau_k) c_j(nT_s - \tau_j)$ ; где  $T = NT_s$ . Если  $T$  равно длительности эпохи ПСП, то  $\rho_{kj}$  будет зависеть только от разности фаз ПСП  $\Delta\tau_{kj} = \tau_k - \tau_j$ , а не от их конкретных значений. Вероятность ошибки приема символов, порожденной внутрисистемной помехой (присутствием в смеси сигнала  $k$ -го НС), определяется в соответствии с выражением (3.46)

$$P_e = \frac{1}{2} \left\{ Q \left\{ \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \left[ 1 + \frac{U_k}{U_j} \max |\rho_{kj}(\Delta\tau_{kj})| \right] \right\} + Q \left\{ \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \left[ 1 - \frac{U_k}{U_j} \max |\rho_{kj}(\Delta\tau_{kj})| \right] \right\} \right\}.$$

### 3.3.5 Результаты расчета

На рисунках 3.30 и 3.31 представлены зависимости вероятности ошибки приема символов для МКК с переменным временем интегрирования от погрешностей оценок фаз ПСП и несущей частоты. В качестве примера порог отношения сигнал/шум (ОСШ), начиная с которого осуществляется прореживание отсчетов входного сигнала, выбран равным 30 дБГц. Штриховые линии на графиках соответствуют вероятности ошибки приема символов при использовании полного набора входных отсчетов при вычислении свертки.

На рисунке 3.30 показана зависимость вероятности ошибки приема символов от ОСШ для некоторых значений СКП оценки фазы ПСП, нормированной к длине символа ПСП. Кривая для  $\sigma_\tau = 0$  представляет собой описанный в литературе случай точно известной фазы несущей и фазы ПСП. Кривые для ненулевых значений  $\sigma'_\tau$ , т. е. для случая, когда фаза ПСП оценивается с некоторой погрешностью, приводятся как при использовании полного набора входных отсчетов (пунктирные кривые), так и при прореживании отсчетов. В последнем случае все кривые при одном значении ОСШ вырождаются в константу и вероятность ошибки приема символов не уменьшается с ростом ОСШ. Это объясняется прореживанием отсчетов входного сигнала для всех сигналов, у которых ОСШ превышает порог.

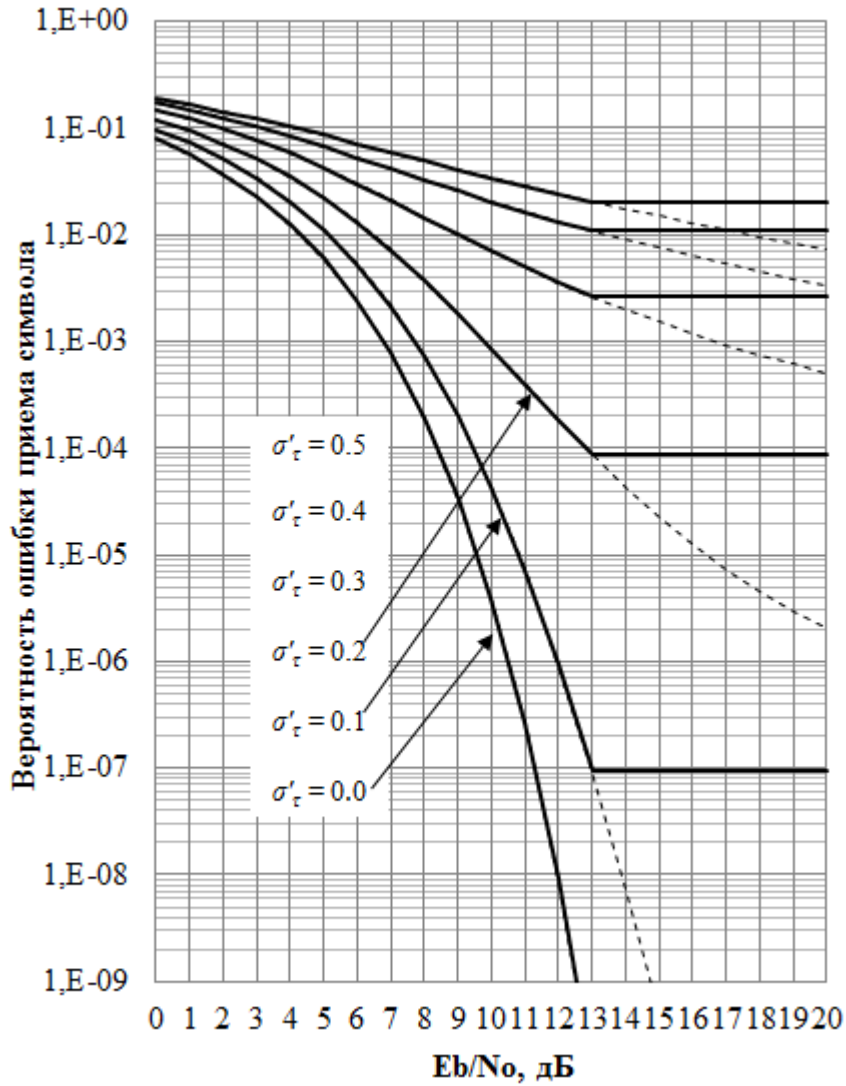


Рисунок 3.30 — Влияние ОСШ и погрешности оценки фазы ПСП на вероятность ошибки приема символов

На рисунке 3.31 представлены результаты численного расчета вероятности ошибки приема символов от величины ОСШ для некоторых значений СКП оценки фазы несущей частоты  $\sigma_\varphi$ .

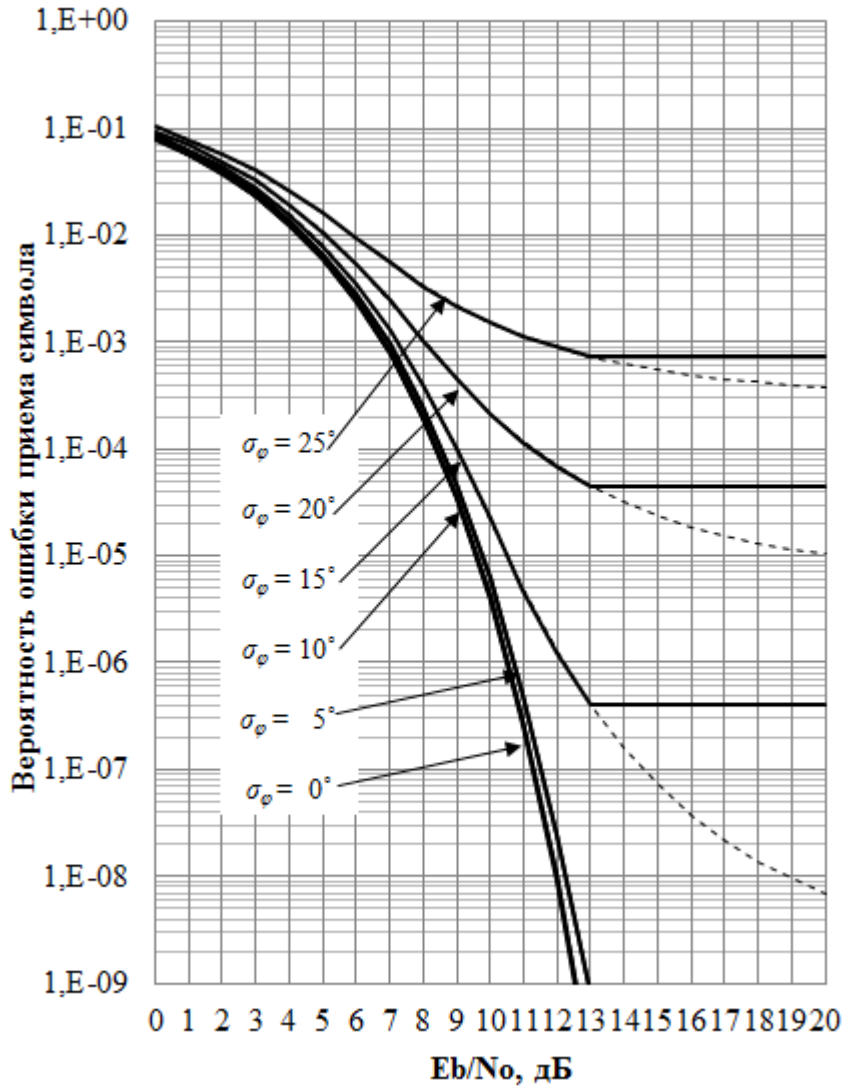


Рисунок 3.31 — Влияние ОСШ и погрешности оценки фазы несущей частоты на вероятность ошибки приема символов

На рисунке 3.32 представлены результаты численного расчета вероятности ошибки приема символов от ОСШ для некоторых значений отношения амплитуд сигнала  $U_n$  и внутрисистемной помехи  $U_c$ .

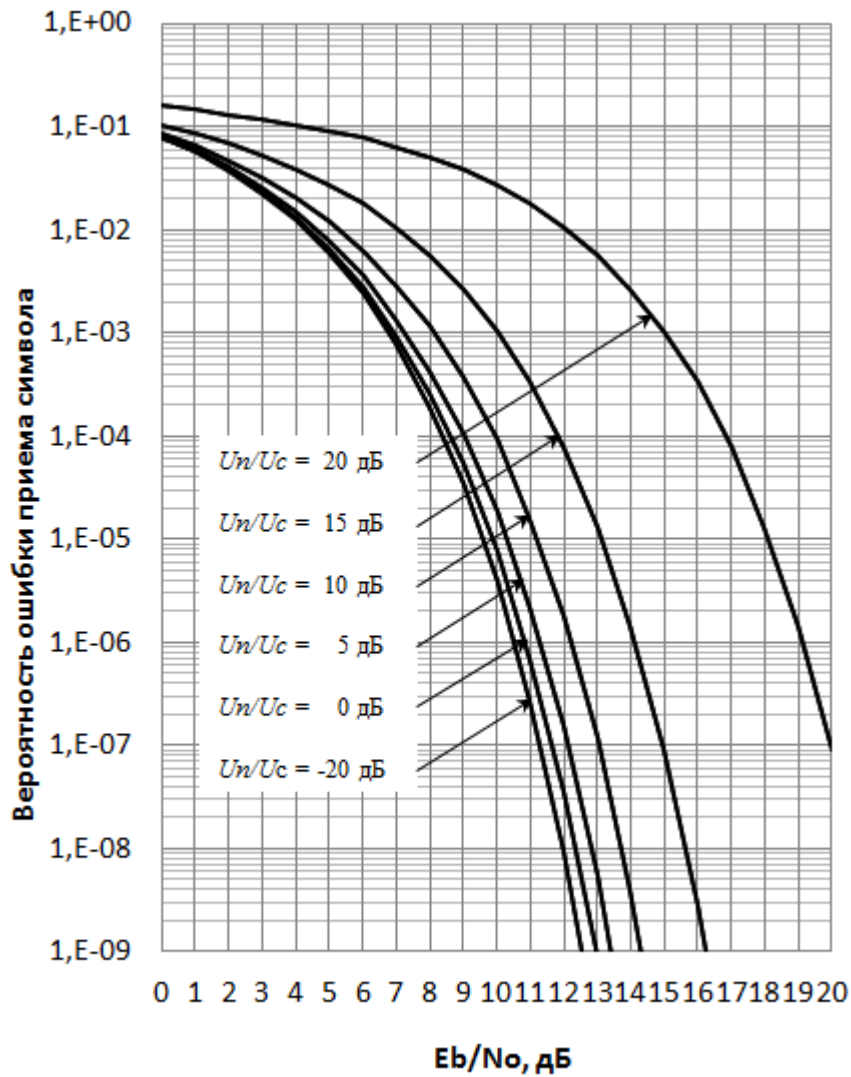


Рисунок 3.32 — Влияние внутрисистемной помехи на вероятность ошибки приема символов

### 3.4 Выводы по разделу 3

1. Как параллельный, так и последовательный поиска сигналов СРНС обладают недостатками, делающими практически неприемлемым их использование в БАСН. Необходима разработка метода поиска сигналов СРНС в БАСН, свободного от недостатков параллельного и последовательного поиска сигналов и предназначенного для поиска сигналов в широком диапазоне частот. Исследование существующих

методов поиска сигналов в радионавигационных приемниках привело к разработке комбинированного поиска, в котором вместо одного типа поиска применяется несколько, при этом в каждый момент времени наиболее эффективный тип поиска выбирается автоматически на основании априорной информации о частоте Доплера.

2. Для усеченной процедуры Вальда в общем виде аналитических зависимостей вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения от начального значения порога обнаружения и скорости его изменения не получено. Для рассматриваемого частного случая, когда обработка сигнала ведется в квадратурных каналах и можно полагать, что квадратурные компоненты свертки входного сигнала с опорным являются независимыми нормально распределенными случайными величинами с единичной дисперсией, такая аналитическая зависимость была получена. На основе этой аналитической зависимости разработан метод поиска сигналов СРНС в БАСН
3. В режиме слежения за сигналом СРНС загрузка ЦПУ по сравнению с традиционным подходом может быть существенно снижена за счет временного разделения работы петель слежения за несущей и огибающей сигнала СРНС. Для проектирования схемы слежения за задержкой сигнала в БАСН необходимо провести анализ влияния внутрисистемной помехи на оценку фазы ПСП при использовании неполного ансамбля отсчетов входного сигнала. В результате анализа были получены аналитические зависимости для флюктуационной погрешности и смещения оценки фазы ПСП от параметров помехи в наихудшей ситуации, когда доплеровские сдвиги полезного сигнала и помехи совпадают. На практике необходимо учитывать влияние внутрисистемной помехи на величину оценки фазы ПСП при близких доплеровских сдвигах частоты полезного сигнала и помехи.
4. Для проектирования схемы фазовой автоподстройки частоты в БАСН необходимо провести анализ характеристик системы слежения за

несущей частотой в режиме ФАПЧ при использовании неполного ансамбля входных отсчетов. В результате анализа было показано, что путем выбора значения отношения сигнал/шум, начиная с которого допускается использование неполного ансамбля отсчетов, может быть достигнут разумный компромисс между погрешностью оценки фазы несущей частоты и числом виртуальных каналов. Также были получены аналитические зависимости для погрешностей оценки фазы при воздействии на сигнал внутрисистемной помехи в наименее благоприятных условиях и было показано, что система ФАПЧ остается устойчивой даже при этих условиях, а максимальные энергетические потери не превосходят 3.5 дБ.



## **4 Разработка методов вторичной обработки в бортовой аппаратуре спутниковой навигации**

### ***4.1 Особенности вторичной обработки в бортовой аппаратуре спутниковой навигации***

Особенности космического базирования (космические скорости движения потребителя; иное расстояние по сравнению с наземным от потребителя до навигационного спутника; ограниченная радиовидимость и многие другие), проанализированные в разделе 1, изменяют классические условия задачи проектирования, внося дополнительные (характерные только для БАСН) требования на вторичную обработку сигналов СРНС.

Как отмечалось в разделе 1, характеристики приема сигналов СРНС (такие как ОСШ, поведение частоты Доплера и условия радиовидимости) у НОС близки к характеристикам для наземного потребителя. Для СИСЗ эти характеристики существенно отличаются, а в ЭОС они представляют собой смесь характеристик НОС и СИСЗ. Таким образом, для анализа особенностей космического базирования достаточно ограничиться рассмотрением особенностей, наблюдаемых на НОС. До конца раздела мы будем рассматривать вторичную обработку сигналов применительно к СИСЗ. Этот подход можно считать общепринятым ([5] с. 189).

В разделе 1 были сформулированы две задачи, которые необходимо решить для построения вторичной обработки в БАСН,

1. разработка методов и алгоритмов обработки сигналов, отличных тем, что они не предъявляют высоких требований к производительности ЦПУ;

2. разработка методов решения навигационной задачи, отличных тем, что они не требуют четырех и более НС в зоне радиовидимости.

Зона геометрической видимости НС для СИСЗ ограничена двумя основными факторами: диаграммой направленности излучающей антенны (рассчитанной на наземных потребителей) и затенением Землей (рисунок 4.1). Кроме затенения Землей следует также рассматривать затенение ионосферой. Дело в том, что сигналы, проходящие вблизи поверхности Земли, испытывают воздействие ионосферного слоя в большей степени, нежели сигналы, проходящие по трассе «НС — наземный потребитель». Причиной тому расстояние, проходимое сигналами от НС к СИСЗ: двигаясь по касательной к поверхности Земли, они преодолевают больший путь через ионосферу. Учет ионосферных погрешностей методом моделирования трассы в таких обстоятельствах затруднен. Для одночастотного приемника, не имеющего возможности компенсировать ионосферную погрешность, может оказаться целесообразным не обрабатывать сигналы, проходящие слишком близко от Земли, где значительна концентрация электронов [111]. При этом доступными для решения навигационной задачи имеет смысл считать сигналы, не затененные Землей и ионосферой, что и показано на рисунке 4.1.

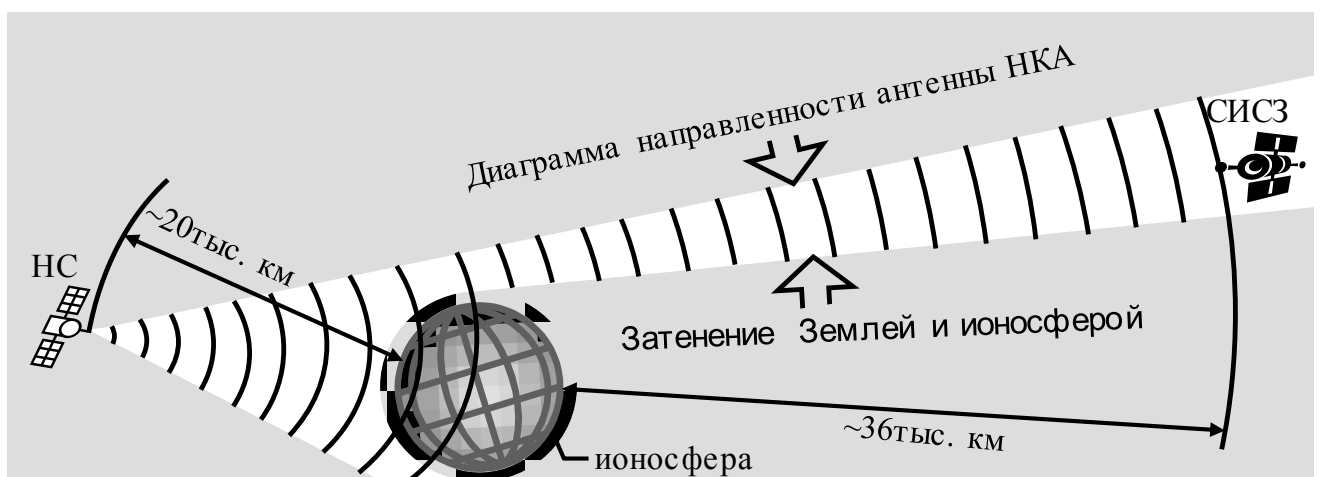


Рисунок 4.1 — Распространение сигналов от НС к СИСЗ

В результате указанных выше ограничений зона видимости НС для геостационарного потребителя в полярных координатах представляет собой узкое кольцо (рисунок 4.2). При этом на графике по дуге откладывается азимут

направления на НС, а в радиальном направлении — угол его восхождения относительно плоскости, проходящей через СИСЗ перпендикулярно направлению на центр Земли. Направление для угла восхождения в  $90^\circ$  здесь соответствует надиру. Ширина зоны видимости, т. е. диапазон углов восхождения видимых НС, составляет около  $2^\circ$ . Этот диапазон находится в районе  $80^\circ$  по шкале углов восхождения.

Столь ограниченная зона видимости приводит к тому, что потребитель на СИСЗ располагает измерениями от очень малочисленного созвездия НС, которое почти никогда не бывает полным (четыре или более НС). Но даже на тех коротких интервалах, когда для наблюдения доступны не менее четырех НС, их геометрический фактор очень велик (обычно несколько сотен), что не позволяет с приемлемой точностью получить независимое для данного момента навигационное решение.

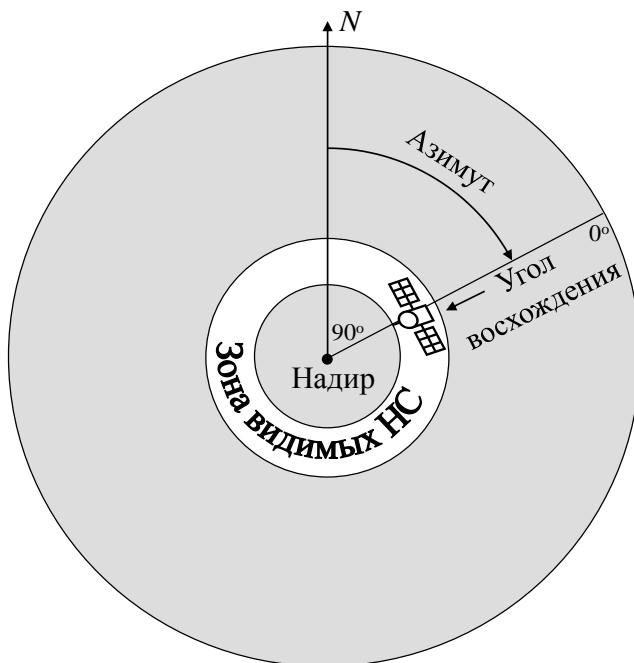


Рисунок 4.2 — Расположение зоны видимости НС для СИСЗ

Второй эффект, существенно влияющий на проектирование вторичной обработки сигналов в БАСН, — влияние погрешности опорного генератора (ОГ). Она вносит значительно больший вклад в погрешность определения координат БАСН, нежели для наземного потребителя. Причина в том, что сырые измерения

(псевдоскорость и псевдодальность) включают в себя погрешности ОГ. Для наземного потребителя с числом навигационных спутников более трех эти погрешности определяются по одномоментному набору измерений вместе с координатами и скоростями объекта. Если же количество доступных НС меньше четырех, то погрешность ОГ может быть устранена только путем использования нескольких последовательных одномоментных наборов измерений (псевдодальностей и псевдоскоростей) и модели, которая описывает погрешности ОГ в разные моменты времени. Требования на точность и сложность модели ОГ можно существенно ослабить путем использования высокоточного ОГ. Как отмечалось в разделах 1 и 2, использование высокоточного ОГ на борту ИСЗ зачастую невозможно из-за его высокой стоимости. Высокостабильные ОГ в космическом и радиационно стойком исполнении чрезвычайно дороги, и на практике в БАСН часто используют более дешевые, но менее стабильные термокомпенсированные опорные генераторы.

Вернемся к принципам проектирования вторичной обработки в БАСН после рассмотрения существующих методов навигации СИСЗ.

#### ***4.2 Обзор методов навигации стационарного искусственного спутника Земли***

Этот раздел не содержит результатов оригинальных исследований, но является обзором, в котором использовались материалы [5], а также работ автора [112,113,114].

Геостационарные спутники — ИСЗ, которые остаются (практически) неподвижными относительно поверхности планеты в процессе своего орбитального движения. Очевидно, что указанная неподвижность обеспечивается при равенстве двух векторов угловых скоростей — скорости вращения спутника по околоземной орбите и скорости вращения Земли вокруг собственной оси. Общеизвестно (см., например, [5]), что для модели Земли в виде шара с

концентрическим распределением плотности, равномерно вращающегося с периодом, равным звездным суткам, и при учете влияния на движение спутника только силы земного притяжения, необходимые условия выполнения указанного равенства скоростей вращения спутника и Земли состоят в следующем:

- сидерический период обращения спутника вокруг Земли по такой орбите должен совпадать со звездными сутками, а направление полета — с направлением вращения Земли вокруг собственной оси;
- требуемая орбита обязана быть круговой, т. е. ее эксцентриситет равен нулю;
- эта орбита должна быть экваториальной, т. е. наклонение плоскости орбиты к плоскости земного экватора равно нулю.

Перечисленным условиям удовлетворяет множество круговых экваториальных орбит с радиусом примерно 42 164,2 км, отличающихся друг от друга лишь долготой точки стояния спутника, т. е. его угловым расстоянием относительно гринвичского меридиана.

Обеспечение полной неподвижности геостационарного спутника относительно земной поверхности является недостижимым математическим идеалом из-за того, что реальная форма Земли далека от идеального шара с концентрическим распределением плотности, а на движение спутника помимо центральной силы земного притяжения оказывают возмущающее влияние силы притяжения Солнца, Луны, световое давление и другие факторы. Это приводит к неизбежному смещению (дрейфу) спутника относительно земной поверхности [5, 115-117].

В общем случае орбитальное движение СИСЗ может быть описано системой обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка и размерности

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{r}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}(t) \\ -\frac{\mu \mathbf{r}(t)}{r^3} + \sum_i \mathbf{g}_i \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

где  $\mathbf{r}(t)$  — радиус-вектор центра масс спутника в заданной системе координат;  
 $\mathbf{v}(t)$  — вектор скорости спутника в той же системе координат;  $\begin{bmatrix} \mathbf{r}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix}$  — вектор параметров движения спутника на момент времени  $t$ ;  $\mu \approx 6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{с} \cdot \text{кг})$  — гравитационная постоянная Земли;  $\sum_i g_i$  — сумма ускорений от всех учитываемых возмущающих сил.

В таблице 4.1 приведены значения ускорений от действия возмущающих сил, а также максимального смещения СИСЗ в результате действия этих сил с интервалами 5 и 30 суток ([5]).

Таблица 4.1 — Ускорения и максимальные смещения СИСЗ под влиянием возмущающих сил

Возмущения	Ускорение, м/с <sup>2</sup>	Максимальное отклонение, км	
		за 5 суток	за 30 суток
Полярное сжатие Земли	$1,7 \cdot 10^{-5}$	96	576
Притяжение Луны	$7,3 \cdot 10^{-6}$	56	332
Притяжение Солнца	$3,3 \cdot 10^{-6}$	20	114
Аномалии геопотенциала	$2,5 \cdot 10^{-7}$	16	510
Прямое световое давление	$2,3 \cdot 10^{-7}$	4	24
Отраженное световое давление	$2,1 \cdot 10^{-9}$	0,04	0,2
Сила притяжения Венеры	$4,4 \cdot 10^{-10}$	0,02	0,014
Приливные деформации Земли	$2,7 \cdot 10^{-10}$	0,0016	0,008
Сила притяжения Юпитера	$5,2 \cdot 10^{-11}$	0,0004	0,0018
Океанские приливы	$2,7 \cdot 10^{-11}$	0,00016	0,0008

В литературе [5,116-118] распространено мнение о том, что для большинства практических применений достаточен учет влияния следующих возмущений:

- составляющих силы гравитационного притяжения Земли, обусловленных наличием полярного сжатия и аномалий геопотенциала и представляемых обычно в виде ряда по сферическим функциям с удержанием гармоник до 4-го — 8-го порядка [5,118,119];
- гравитационного притяжения Солнца и Луны как точечных масс;
- прямого светового давления.

Непосредственное аналитическое решение системы (4.1) возможно лишь при целом ряде упрощающих предположений. Обычный подход состоит в применении метода численного интегрирования системы (4.1) для получения параметров движения ИСЗ в любой заданный момент времени. Нахождение частного решения системы 2-го порядка и размерности три требует задания шести постоянных интегрирования — орбитальных элементов, например компонент вектора  $\begin{bmatrix} \mathbf{r}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix}$  на начальный момент времени  $t_0$ .

Влияние указанных возмущений приводит к тому, что практически удается реализовать лишь так называемую квазигеостационарную орбиту, отклонения параметров которой от идеальных стационарных значений могут считаться приемлемыми в конкретных приложениях и удовлетворять международным ограничениям.

Смещение спутника из номинальной точки стояния изменяется во времени достаточно сложным образом. В долготном направлении это постоянно возрастающее отклонение в сторону ближайшей точки устойчивого равновесия с ускорением, зависящим от первоначальной удаленности от этой точки и с суточными гармоническими колебаниями. Смещение по широте представляет собой гармонические колебания относительно плоскости экватора с суточным периодом и с переменной амплитудой, определяемой текущим наклоном плоскости орбиты спутника к плоскости экватора. Изменение самого наклона

имеет явно выраженную монотонную составляющую (примерно от  $0,767$  до  $0,957^\circ$  в год, или в среднем от  $7$  до  $10''$  за сутки [5, 120, 121]), а также ряд периодических составляющих.

#### **4.2.1 Требования к эффективности использования стационарного искусственного спутника Земли**

Основными показателями эффективности использования СИСЗ являются точность, надежность и экономические характеристики. Могут применяться и некоторые дополнительные критерии, например оперативность, реализуемость, автономность, универсальность, степень загрузки измерительных средств, загрузка персонала ЦУП и др.

Под точностью навигации СИСЗ понимается степень отличия рассчитанных в результате решения навигационной задачи орбитальных параметров спутника на каком-то интервале от их истинных значений. Обычно требования к точности являются определяющими и зависят от целевого назначения СИСЗ. Для спутников связи и вещания обоснование требований к точности навигации производят исходя из условия обеспечения удержания СИСЗ в заданной области по долготе и широте относительно номинальной (официально заявленной) точки стояния. Необходимым и достаточным условием при этом является выполнение заданных требований к точности определения и прогнозирования текущей долготы и широты спутника. Могут вместо этого предъявляться требования к точности определения положения по долготе, широте и, кроме того, к точности определения сидерического периода обращения (ошибки которого показывают скорость нарастания сбоев прогнозирования положения спутника по долготе). Требования к остальным параметрам орбитального движения СИСЗ обычно не являются столь важными. В простейшем случае требования к точности могут формулироваться как доля от величины области удержания.

Типовой уровень допустимых ошибок навигации для удержания геостационарного спутника в области  $\pm 0,05^\circ$  составляет [122,123]



- по широте — от 7 до 12 км;
- по долготе — от 3 до 6 км;
- по периоду обращения спутника — от 0,1 до 0,2 с.

Для геостационарных спутников, входящих в систему глобальной метеорологии (либо при их использовании для целей наблюдения), требования к точности определения и прогнозирования параметров движения обуславливаются не удержанием спутника в заданной точке стояния на геостационарной орбите, а, как правило, более жесткими требованиями к точности привязки объектов наблюдения. Например, для спутника «Электро-Л» выполнение целевой задачи (мониторинг перемещения облачного покрова) возможно лишь при условии обеспечения предельной погрешности знания его положения не более 1 км.

Для СИСЗ, входящих в систему TDRSS и выполняющих роль навигационных ориентиров, требования к точности навигации составляют несколько десятков метров.

Наиболее высокие требования к точности навигации предъявляются для СИСЗ, которые предполагается использовать в одном из вариантов навигационной системы Galileo (ее подсистемы верхнего эшелона EGNOS). Они составляют не более 10 м по положению СИСЗ [119,124].

#### **4.2.2 Средства навигации стационарного искусственного спутника Земли**

Согласно [5], наиболее распространенными измерительными средствами навигации СИСЗ являются сегодня контрольно-измерительные станции (КИС), т. е. наземные станции слежения ( [5], с. 117). Как мы уже многократно отмечали выше, использование наземных станций не соответствует самому принципу автономной навигации. Как справедливо указано в работе [5], с. 156, «для большинства коммерческих приложений применение многопунктового метода с использованием нескольких КИС является непозволительной роскошью». Заметим также, что использование целевых каналов КИС (в частности, связного

канала) хотя и является более экономически эффективным, но не решает проблему автономной навигации.

К другим средствам неавтономной навигации СИСЗ относятся лазерные спутниковые дальномеры и фазовые системы, такие как фазовые пеленгаторы и радиочастотные датчики (англ. Formation Flying Radio Frequency, FFRF), сходство которых с СРНС рассмотрены в следующем разделе. Оба типа измерительных систем обеспечивают прецизионную точность измерения, но являются чрезвычайно дорогостоящими как сами по себе, так и в эксплуатации. Кроме того, функционирование лазерных дальномеров зависит от погодных условий.

Астрономические средства наземного базирования хотя и обеспечивают высокую точность определения внеплоскостных параметров орбиты и их использование обычно не является дорогостоящим, но зависимость от погодных условий снижает надежность навигации с их применением.

Относительно бортовых средств навигации в работе [5] отмечается: «Применение данных от бортовых датчиков системы ориентации и стабилизации спутника позволяет существенно повышать экономическую эффективность навигации, но реализуемая точность пока уступает точности наземных измерительных средств» ([5], с. 117).

Интересно, что в работе [5] в качестве перспективных измерительных средств наряду с БАСН выделены астрономические средства орбитального базирования, а также аппаратура межспутниковых радиолиний.

#### ***4.3 Использование сигналов спутниковых радионавигационных систем для навигации искусственного спутника Земли***

В разделе 4.1 были определены задачи, которые необходимо решить при проектировании вторичной обработки сигналов в БАСН. К ним относятся, во-первых, разработка методов вторичной обработки, отличающихся тем, что они не

предъявляют высоких требований к взаимному геометрическому расположению СИСЗ и НС, и во-вторых, разработка алгоритмов вторичной обработки, отличающихся тем, что они способны моделировать поведение ОГ с низкой стабильностью. Следует также подчеркнуть, что все разрабатываемые методы и алгоритмы должны отвечать требованиям автономности, т. е. не запрашивать обмен информацией между ИСЗ и наземными станциями и не предъявлять высоких требований к производительности ЦПУ.

В условиях, когда при навигации СИСЗ приходится сталкиваться с продолжительными (несколько часов) интервалами, когда в зоне радиовидимости вообще нет НС, решение навигационной задачи невозможно обеспечить без дополнительной информации о параметрах движения потребителя. В качестве источника такой информации может служить инерциальная навигационная система (ИНС), вырабатывающая показания координат и скорости объекта на основе измерений кажущегося ускорения и угловой скорости, полученных акселерометрами и гироскопами. При запуске ИНС предполагается использование приближенных начальных условий по координатам, составляющим скорости и углам ориентации. Благодаря тому что ошибки ИНС растут достаточно плавно, появляется возможность оценить их, накопив достаточное количество разномоментных измерений от СРНС. Оценки ошибок ИНС вводятся в качестве поправок в ее показания либо учитываются во внутренних алгоритмах ИНС, обеспечивая получение уточненного навигационного решения. Использование ИНС является универсальным средством восполнения скудости информации, поступающей от внешних по отношению к потребителю источников. При этом динамика потребителя может варьироваться в широких пределах, важно только соблюдать допустимый для чувствительных элементов диапазон перегрузок и угловых скоростей.

Несмотря на отмеченные положительные качества ИНС, их использование на борту коммерческих СИСЗ не всегда приемлемо. Действительно, из-за сильно прореженной диаграммы поступления измерений в рассматриваемой задаче эффективной может быть только ИНС высокого класса точности, приобретение

которой практически невозможно для рассматриваемого уровня БАСН. Необходимость выполнения требования радиационной стойкости также приводит к существенному удорожанию нужного инерциального обеспечения.

Наиболее перспективным способом обойтись без применения дорогостоящей аппаратуры на борту СИСЗ видится использование уравнений динамики его движения (4.1). Такой подход представляется вполне приемлемым благодаря сравнительно малому уровню неопределенности возмущений, действующих на СИСЗ, и наличию в настоящее время детально проработанной модели движения космических тел.

Использование модели движения геостационарных или высокоорбитных ИСЗ для их позиционирования либо определения параметров орбит привлекает внимание исследователей не одно десятилетие [111,125,126]. Работа [125] носит общий характер и направлена в первую очередь на освещение идейной стороны навигации ИСЗ с учетом уравнений их движения. В работе [127] обсуждаются (без формализации) особенности навигации различных ИСЗ, в том числе геосинхронных без наземной поддержки, и приводятся результаты испытаний.

В работе автора и коллег [111] представлено конкретное решение, предполагающее использование сигналов СРНС и применяющее известные из прикладной астрономии методы определения орбит. В работе [111] показано, что задействовать существующие приемы определения орбит в БАСН проблематично: во-первых, ресурсы на борту ИСЗ ограничены, во-вторых, традиционные методы не автономны, т. е. предусматривают обмен информацией с наземными станциями. Выше уже отмечалось, что серьезными ограничениями ресурсов являются небольшой объем оперативной памяти на борту и недостаток вычислительной мощности ЦПУ космического базирования. Эти ресурсы необходимы для расчета моделей возмущающих сил в уравнении (4.1). В частности, значительный объем памяти требуется для хранения эфемерид Солнца и Луны. В работе [111] показано, что использование аналитических эфемерид Солнца и Луны [126] обеспечивают достаточную точность расчета положения

этих небесных тел, не требуя таких объемов памяти, как эфемериды серии DE [128].

Кроме того, традиционные методы определения орбит нуждаются в обмене информацией с наземными станциями: при переходе от системы координат ECEF (Earth-Centered Earth-Fixed) к ICRF (International Celestial Reference Frame) [128] используются параметры вращения Земли (ПВЗ), которые не могут быть измерены на борту ИСЗ. ПВЗ можно определить или из наблюдений, или путем экстраполяции предыдущих значений ПВЗ, что означает необходимость передачи ПВЗ с Земли на ИСЗ, а это в силу требования автономности решения недопустимо. Для устранения этой сложности было проведено математическое моделирование оценки влияния погрешности определения ПВЗ на точность вычисления орбиты ИСЗ. Моделирование показало [111], что в субметровом диапазоне погрешности определения орбиты, изменения положения полюса Земли практически не влияют на точность расчета орбиты. Заметим, что UT1-TAI-коррекции могут быть рассчитаны с достаточной точностью либо из UTC-TAI-данных (см. ICD-GPS-200 GPS документ для описания параметров UTC), либо простой линейной экстраполяцией предыдущих значений UT1-TAI.

Таким образом, чтобы преодолеть ограничения ресурсов в БАСН, предлагается использовать аналитические эфемериды Солнца и Луны вместо эфемерид серии DE и пренебречь изменениями ПВЗ, поскольку эти изменения сказываются только в субметровом диапазоне погрешностей определения орбиты.

Предложенное в работе [111] решение сводится к оцениванию начальных условий для координат и составляющих скоростей СИСЗ, относящихся к первому моменту сеанса измерений СРНС. При этом используется сложный механизм вычисления так называемых изохронных производных, т. е. производных от текущих координат и составляющих скорости по начальным условиям. По результатам оценивания начальных условий происходит детерминированное восстановление текущего положения и скорости ИСЗ. Такой подход является традиционным в задачах определения орбит по астрономическим наблюдениям.

Перейдем теперь к рассмотрению возможности применения ОГ с низкой стабильностью. В работах [111,112] подробно описано моделирование ОГ в БАСН. Известны два основных подхода к моделированию погрешности ОГ: детерминистический и стохастический. Детерминистический подход предполагает, что погрешности ОГ могут быть представлены полиномом низкого порядка, коэффициенты которого определяются из сырых измерений СРНС (т. е. из псевдодальности и псевдоскорости). Степень полинома зависит от качества ОГ и требований к точности модели. Например, погрешности ОГ на НС GPS моделируются полиномом второй степени на промежутке 4...6 ч. Погрешность такого приближения не превосходит 1 нс.

Чтобы оценить степень полинома, необходимую для построения адекватной модели термокомпенсированного ОГ, был проведен следующий эксперимент. На суточном интервале были записаны сырые измерения для всех наблюдаемых НС GPS, полученных по двум GPS/ГЛОНАСС-приемникам, присоединенным к общей антенне. Интервал между записями составлял 6 с. Для каждой записи и для каждого из спутников, наблюдаемых одновременно в обоих приемниках, были рассчитаны разности псевдодальностей и псевдоскоростей. Предполагалось, что текущее смещение ОГ и его дрейф равны средним значениям вычисленных разностей псевдодальности и псевдоскорости (соответственно). При помощи метода наименьших квадратов были посчитаны коэффициенты полинома, пригодные для аппроксимации смещения ОГ.

На рисунке 4.3 приведены невязки между аппроксимирующим полиномом сотой степени и реальными измерениями. Очевидно, что даже полином высокой степени не представляет погрешности ОГ адекватно. Таким образом, стохастическая компонента погрешности ОГ слишком велика, чтобы быть соответственно представленной полиномом даже высокого порядка.

Рассмотрим теперь стохастический подход к моделированию погрешности ОГ [129]. Основная его идея заключается в предположении случайного характера поведения погрешности ОГ. Стохастические характеристики опорных генераторов обычно характеризуются дисперсией Аллана, данные о которой

предоставляются производителями ОГ. Эта информация позволяет построить ковариационную матрицу, которую можно использовать в фильтре Калмана для оценки смещения и ухода шкалы ОГ. На рисунке 4.4 показаны невязки между оценками, полученными при помощи фильтра Калмана и тем же набором реальных измерений, что и на рисунке 4.3. Эти невязки не содержат каких-либо систематических смещений, а остаточные шумы практически такие же, как шумы измерений.

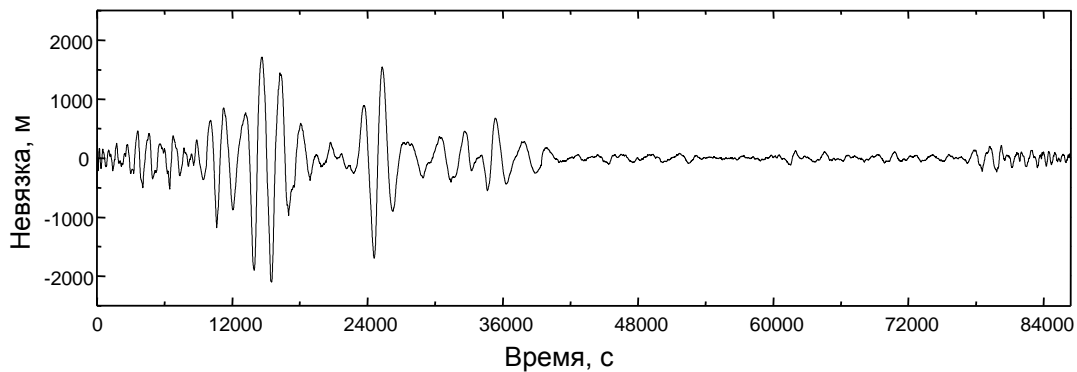


Рисунок 4.3 — Зависимость невязок от времени (детерминистический подход)

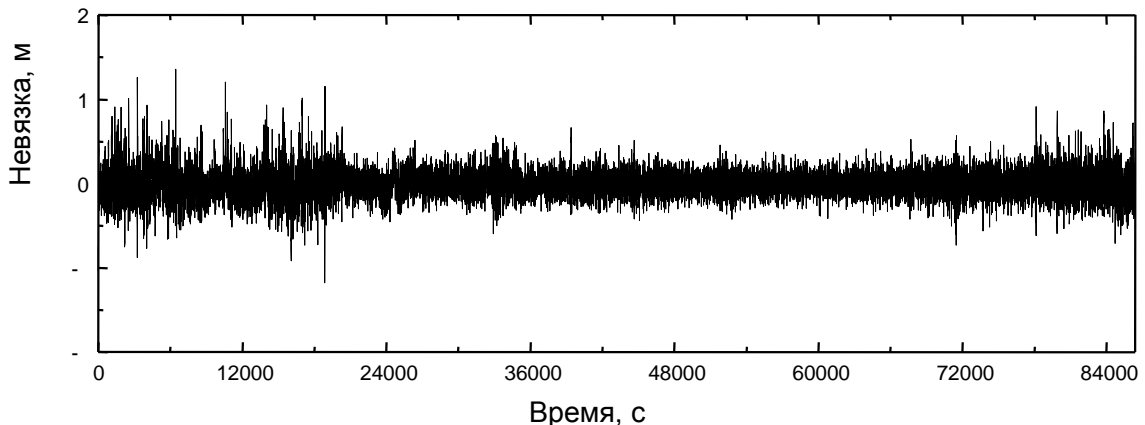


Рисунок 4.4 — Зависимость невязок от времени (стохастический подход)

По результатам эксперимента в работе [111] сделаны выводы о том, что стохастические модели ОГ достаточно полно представляют низкостабильные термокомпенсированные опорные генераторы, используемые в БАСН. При этом для реализации стохастической модели ОГ было предложено применять более

сложные подходы, такие как фильтр Калмана, а не классический метод наименьших квадратов.

Работа [111] также важна тем, что в ней приводятся результаты применения методов вторичной обработки данных, полученных на борту космической станции «Мир». СКП трехмерной погрешности измерения местоположения и скорости космической станции «Мир» составили около 15 м и 0,15 м/с соответственно. Следует отметить, что эксперимент проводился в условиях работы режима селективного доступа GPS, который серьезно ухудшал точностные характеристики навигационных определений.

Не отрицая полезности результатов, полученных в работе [111], отметим, что использование любой модели генератора опорного сигнала представляется нежелательным, так как требует достаточно скрупулезного анализа его характеристик на основе большого объема статистических данных. Но даже при проведении соответствующих исследований решение, основанное на той или иной модели генератора, останется уязвимым к немоделируемым (неизученным) особенностям поведения его погрешности. Поведение ОГ к тому же может меняться в ходе эксплуатации. Более надежным представляется применение в навигационной задаче не исходных измерений псевдодальности и псевдоскорости, а их разностей, сформированных для разных НС. Понятно, что при таком решении теряется часть информации. В частности, здесь вообще не предусматривается возможность обработать измерение от единственного наблюдаемого НС. Тем не менее этот прием выглядит привлекательно с практической точки зрения. Он избавляет потребителя от необходимости тонкой настройки навигационного обеспечения на конкретную модель генератора, т. е. дает инвариантность навигационного решения по отношению к его характеристикам.

Другим отличием рассматриваемого далее решения от предложенного в работе [111] является отказ сводить задачу к оцениванию одних и тех же параметров (начальных условий) в каждый момент времени. Ведь если речь идет не об оценивании параметров орбит, а только о текущих координатах и



составляющих скорости, то операции с выражением текущих параметров через их начальные значения и обратном представлении выглядят избыточными с вычислительной точки зрения. Более рациональной в рассматриваемой ситуации выглядит схема с непосредственным оцениванием текущих координат и скорости. Для этого имеются все условия: модель динамики оцениваемого процесса в форме дифференциальных уравнений и эффективный математический аппарат оценивания — фильтр Калмана, который, впрочем, требуется адаптировать к особенностям задачи (нелинейному характеру уравнений динамики и измерений). Важным доводом в пользу прямого решения задачи оценивания текущих параметров СИСЗ является еще и возможность учета здесь стохастических возмущений в уравнениях динамики.

Высказанные выше соображения учтены в изложенном в работе [130] методе навигации СИСЗ по измерениям СРНС. В предложенном методе с использованием разностных измерений псевдодальностей для разных НС оценивается вектор состояния СИСЗ с учетом уравнения его динамики. Состав вектора состояния не оговаривается, но он, очевидно, предполагает в числе прочего координаты и составляющие скорости СИСЗ. Оценка вектора состояния и ковариационная матрица ее погрешности определяются с помощью процедуры калмановского типа, где применяется линеаризация уравнений динамики и измерений относительно спрогнозированных значений параметров. Идеологически данный метод выглядит вполне разумным, тем более что он согласуется с рассмотренным еще в работе [125] решением. Однако более детальный анализ метода позволяет выявить в нем ряд существенных недостатков, заставляющих усомниться в его пригодности для практического применения. Такие сомнения косвенно подтверждаются тем, что в открытой печати не удастся обнаружить каких-либо сведений о результатах применения представленного в работе [130] метода. Перечислим недостатки метода, вызывающие наибольшие сложности.

1. Используется избыточное число разностей измерений псевдодальностей, а именно  $M = N(N - 1)/2$ , где  $N$  — количество рабочих НС. На самом

деле нужно использовать разность  $N - 1$ , т. е. разности измерений для одного опорного и  $N - 1$  вспомогательных НС. Дополнительные разности представляют собой функции указанного набора из  $(N - 1)$ -й разности и поэтому не содержат никакой новой информации. Обработка избыточных разностей измерений не только приводит к бессмысленной нагрузке на процессор, но и порождает дополнительные вычислительные ошибки в фильтре Калмана.

2. Не учитывается корреляция между шумами разностных измерений, которая неизбежно возникает из-за участия измерения одного и того же НС в образовании различных разностей.
3. Не учитывается наличие коррелированных во времени помех (цветных шумов) измерений.
4. Не дается никаких пояснений, как вычислять переходную матрицу для линеаризованной модели динамики вектора состояния.
5. Не используются измерения псевдоскорости, обработка которых дает положительный эффект для точности прогноза положения ИСЗ при отсутствии или малом числе рабочих НС.
6. Используется классическая форма фильтра Калмана, которая в условиях неблагоприятной геометрии рабочих НС относительно ИСЗ не обладает устойчивостью к вычислительным ошибкам. При этом ковариационная матрица со временем теряет свойство положительной определенности, и фильтр расходится.
7. Не предусматривается итерационная обработка измерений, относящихся к одному моменту времени, что при значительной начальной неопределенности координат и скорости ИСЗ приводит к дополнительным погрешностям получаемых оценок из-за существенно нелинейного характера модели динамики ИСЗ и измерений.

Некоторые из перечисленных недостатков вполне очевидны, другие выявляются при попытке апробации с реалистичным сценарием.

Крупной работой, посвященной навигации СИСЗ, как автономной, так и поддерживаемой наземными станциями, является исследование [5]. Интересно проанализировать два способа решения навигационной задачи из работы [5]. Первый способ предполагает оценивание начальных условий СИСЗ с их последующим пересчетом на текущий момент времени. Он классифицируется как кинематический метод навигации. По существу, это решение, которое применено в работе [111]. В монографии [5] указывается на возможность получения такого решения по исходным измерениям СРНС при условии использования приемника с высокостабильным генератором либо по разностным (для разных спутников) измерениям уже без жестких требований на стабильность генератора. Представленные результаты демонстрируют существенный недостаток данного метода: начиная с определенного момента возрастает погрешность позиционирования. Это происходит, несмотря на периодические обсервации по СРНС. В качестве причин называется наличие систематических погрешностей измерений и неадекватность модели динамики СРНС. Заметим, что первая причина может быть устранена путем включения систематических или коррелированных погрешностей измерений в подлежащий оцениванию вектор состояния. Это сделано в предлагаемом нами далее методе. В то же время следует заметить, что, поскольку этот способ решения требует пересчета начальных условий на все более удаленный момент времени, он особенно чувствителен ко второй причине деградации точности — погрешностям знания динамики СИСЗ.

Второй из рассмотренных в работе [5] вариантов навигации СИСЗ основан на применении итерационной калмановской процедуры фильтрации для оценивания текущих параметров СИСЗ, так называемый динамический метод навигации. Идеологически он совпадает с методом из работы [130], если не принимать в расчет явных недоработок последнего. Здесь, однако, также не идет речи об использовании устойчивой к вычислительным ошибкам модификации фильтра Калмана, которая требуется в связи с плохой обусловленностью ковариационной матрицы погрешностей оценок из-за неблагоприятной геометрии наблюдаемых НС.

Заметим, что, подобно [125], оба обсуждаемых в работе [5] решения оговариваются лишь в общих чертах без конкретных аналитических зависимостей, позволяющих составить однозначное представление об их реализации.

Работы автора [131] и [132] могут быть интересны не только тем, что там проанализированы реальные измерения СРНС, полученные на борту орбитальной космической станции, но и тем, что в них проводится сравнение метода определения орбит (кинематический метод в терминологии [5]) и классической фильтрации (динамический метод в терминологии [5]). Примечательно, что приемник СРНС, установленный на борту станции «Мир», оказался наиболее точным из всех используемых навигационных средств. Поэтому, когда при обработке результатов орбитального эксперимента потребовалось оценить погрешность местоопределения, в качестве опорных координат использовались точки орбиты, полученной по измерениям СРНС методом определения орбит. Важно понимать две особенности такого подхода:

- обрабатывались данные НОС, при моделировании движения которого нужно учитывать большее количество возмущающих факторов; в работах [131], [132] учитывалось не только притяжение Луны и Солнца, аномалии геопотенциала и световое давление, но и приливные деформации Земли, океанские приливы, сопротивление атмосферы, а также релятивистские эффекты;
- постобработка данных не накладывает таких жестких ограничений на вычислительные ресурсы, как автономная навигация, которая ведется на борту ИСЗ в реальном масштабе времени.

Пожалуй, наиболее ценной в методическом плане работой, посвященной оцениванию орбит ИСЗ на основе стохастического подхода, является монография [133]. В ней детально, с наглядными примерами и упражнениями изложены теоретические основы методов определения орбит с использованием вероятностного описания динамики ИСЗ и погрешностей измерений (в том числе от СРНС). В качестве основных инструментов здесь выступают метод

наименьших квадратов и фильтр Калмана. Рассматриваются их итерационные версии, а также модификации, использующие квадратные корни из ковариационных матриц, которые обладают повышенной устойчивостью к вычислительным ошибкам. Анализируется чувствительность решений к неучтенным погрешностям в знании параметров модели динамики ИСЗ, неадекватности априорной ковариационной матрице оцениваемых параметров и ковариационной матрице шумов измерений. Однако, несмотря на развернутое изложение материала, из данной работы нельзя заимствовать какой-либо готовый работоспособный алгоритм для определения координат и скорости СИСЗ по измерениям СРНС.

В следующем разделе мы рассматриваем формальную постановку задачи определения координат ИСЗ по измерениям сигналов СРНС и даем метод ее решения [134,135]. Метод, с одной стороны, свободен от обсужденных выше недостатков существующих способов, а с другой — вбирает в себя наиболее эффективные известные приемы оценивания и представлен с высокой степенью подробности.

#### ***4.4 Метод определения координат искусственного спутника Земли по измерениям сигналов спутниковой радионавигационной системы***

##### **4.4.1 Постановка задачи**

Пусть трехмерные векторы  $\mathbf{r}^{\text{CRS}}$  и  $\mathbf{v}^{\text{CRS}}$  координат и составляющих скорости СИСЗ в геоцентрической инерциальной системе CRS (Celestial Reference System) определяются системой дифференциальных уравнений вида [136]

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}^{\text{CRS}} = \mathbf{v}^{\text{CRS}}, \\ \dot{\mathbf{v}}^{\text{CRS}} = -GM_{\oplus} \frac{\mathbf{r}^{\text{CRS}}}{|\mathbf{r}^{\text{CRS}}|^3} + F(\mathbf{r}^{\text{CRS}}, \mathbf{v}^{\text{CRS}}, t). \end{cases} \quad (4.2)$$

Здесь  $GM_{\oplus}$  — произведение гравитационной постоянной на массу Земли;  $\mathbf{F}(\cdot)$  — возмущающее ускорение, которое связано с несферичностью гравитационного поля Земли, притяжением Луны, Солнца, Венеры, Юпитера, давлением прямых и отраженных от Земли солнечных лучей, твердотельными приливами, релятивистскими эффектами;  $t$  — время.

Следует отметить, что структура и параметры  $\mathbf{F}(\cdot)$  на практике могут носить приближенный характер. В рассматриваемой же постановке неопределенность  $\mathbf{F}(\cdot)$  порождена только отсутствием точного значения постоянного коэффициента отражения СИСЗ, влияющего на световое давление. Представляется удобным ввести в рассмотрение параметр  $\mathbb{C}$ , равный увеличенному на единицу коэффициенту отражения, поскольку именно такая величина определяет возмущающее ускорение из-за действия солнечного давления. Считаем, что для начального момента  $t_0$  имеются априорные значения координат и скорости СИСЗ —  $\tilde{\mathbf{r}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0$  и известны ковариационные матрицы их погрешностей  $\mathbf{P}_{\mathbf{r}_0}, \mathbf{P}_{\mathbf{v}_0}$ . Кроме того, полагаем известными априорную оценку  $\tilde{\mathbb{C}}_0$  параметра влияния солнечного света и дисперсию ее погрешности  $\sigma_{\mathbb{C}_0}^2$ .

Отнесем координаты СИСЗ к антенне приемника сигналов GPS, установленного на его борту, и предположим, что в дискретные моменты времени с помощью этого приемника вырабатываются измерения псевдодальностей и псевдоскоростей. Количество навигационных спутников, используемых для получения измерений, со временем меняется и может быть вообще нулевым, что преимущественно и имеет место для СИСЗ. Моменты поступления измерений нерегулярны, но они могут отличаться от регулярных моментов  $t_k = t_0 + k\Delta t, k = 1, 2, \dots$  (где  $\Delta t > 0$  — постоянный параметр) лишь на величину  $\delta t_k^{\text{GPS}}$ , которая по модулю не превышает известного порога  $\delta t_{\text{max}}^{\text{GPS}} \ll \Delta t$ .

Введем в рассмотрение вектор  $\mathbf{S}_k = (S_k^1, \dots, S_k^{n_k})^T$  системных номеров НС, для которых вблизи момента  $t_k$ , т. е. в интервале  $[t_k; t_k + \delta t_{\max}^{\text{GPS}}]$ , получены измерения псевдодальностей и псевдоскоростей. В случае отсутствия измерений формально имеем  $n_k = 0$  и  $\mathbf{S}_k = \emptyset$ . В общем случае для НС может быть получена только псевдодальность или только псевдоскорость. Но такая ситуация, усложняющая выкладки и не вносящая в задачу ничего принципиально нового, рассматриваться не будет.

Существующие измерения представим в форме

$$z_{\mathcal{D}_k}^j = \mathcal{D}_k^j [\mathbf{r}(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}] + \vartheta_k^j + \delta t_k + \zeta_{\mathcal{D}_k}^j, \quad (4.3)$$

$$z_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j = \dot{\mathcal{D}}_k^j [\mathbf{r}(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), \mathbf{v}(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}] + \delta f_k + \zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j, \quad (4.4)$$

где  $j = \overline{1, n_k}$  — порядковый номер измерения для данного момента;  $\mathcal{D}_k^j(\cdot)$ ,  $\dot{\mathcal{D}}_k^j(\cdot)$  — известные функции, передающие зависимость дальностей и радиальных скоростей для НС, имеющего номер  $S_k^j$ , от времени измерений и относящихся к этому времени векторов положения  $\mathbf{r}$  и скорости  $\mathbf{v}$  антенны бортового приемника в системе WGS-84;  $\delta t_k$ ,  $\delta f_k$  — погрешности генератора приемника в выработке времени и частоты;  $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$ ,  $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$  — белозумные погрешности измерений;  $\vartheta_k^j$  — коррелированные во времени погрешности, для которых приемлема стохастическая аппроксимация в виде стационарных марковских процессов первого порядка. Полагаем, что белозумные  $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$ ,  $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$  и коррелированные  $\vartheta_k^j$  погрешности независимы друг от друга и подчиняются центрированному гауссовому распределению вероятности. Причем статистические характеристики этих составляющих — дисперсии для  $\zeta_{\mathcal{D}_k}^j$ ,  $\zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$ , дисперсии и интервалы корреляции для  $\vartheta_k^j$  — одинаковы для всех НС.

Время  $t$  в приведенных формулировках свяжем с системным временем GPS.

В данной постановке модель для погрешностей генератора  $\delta t_k$ ,  $\delta f_k$  не привлекается. Как отмечалось ранее, это придает алгоритму решения универсальный характер, и для его применения не требуется детального анализа свойств конкретного приемника.

Ставится задача: опираясь на модель (4.2), оценить значения  $\mathbf{r}, \mathbf{v}$  для регулярных моментов времени  $t_k = t_0 + k\Delta t, k = 1, 2, \dots$  по измерениям  $z_{P_l}^j, P = \mathcal{D}, \dot{\mathcal{D}}, l = \overline{1, k}, j = \overline{1, n_k}$  вида (4.3), (4.4). Помимо оценок в задаче требуется определить еще и среднеквадратические погрешности (СКП) оценивания компонент векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ .

Как известно [137], оптимальной с точки зрения СКП оценкой является условное по отношению к измерениям математическое ожидание оцениваемой величины. Однако имея в виду возможность решения данной задачи в реальном времени, целесообразно использовать субоптимальный алгоритм оценивания, в котором принят ряд допущений, направленных на снижение вычислительных затрат.

#### 4.4.2 Структура решения

Сразу отметим, что отсутствие априорной информации о погрешностях генератора приемника  $\delta t_k, \delta f_k$  приводит к неинформативности единовременных измерений от одного НС ( $n_k = 1$ ). Поэтому, как уже говорилось ранее, обработке подвергаются не исходные (4.3), (4.4) а разностные единовременные измерения от двух и более НС, в которых  $\delta t_k, \delta f_k$  исключаются. Разностные измерения формируются путем вычитания из измерений для одного (опорного) НС того же типа измерений для остальных (вспомогательных) НС. В результате при наличии в рабочем созвездии  $n_k$  спутников образуется  $m_k = n_k - 1$  разностных измерений псевдодальностей и столько же измерений псевдоскоростей.



Основу представленного ниже алгоритма решения составляет итерационный фильтр Калмана (ФК) [138]. Необходимость выполнения итераций обусловлена существенно нелинейной зависимостью измеряемых параметров — дальностей и радиальных скоростей — от координат и скоростей СИСЗ при значительной неопределенности последних. Вектор состояния, оцениваемый фильтром, включает векторы погрешностей координат  $\Delta \mathbf{r}$ , скорости  $\Delta \mathbf{v}$ , параметр  $C$  влияния солнечного света на движение СИСЗ, а также вектор коррелированных погрешностей  $\Delta \vartheta$  разностных измерений псевдодальностей. При этом с помощью стандартных соотношений калмановской фильтрации обрабатываются измерения, в которых дальности и радиальные скорости представляются в виде, линеаризованном относительно оценок векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ , полученных на предыдущей итерации или, если это первая итерация, то относительно оценок прогноза  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$ . В ковариационных соотношениях ФК на этапе прогноза используются уравнения динамики СИСЗ (4.2), линеаризованные в точке, соответствующей оценкам координат и скорости на предыдущем шаге.

Оценки прогноза координат и скорости на момент  $k$  вычисляются путем интегрирования нелинейных уравнений типа (4.2), где в качестве начальных условий берутся относящиеся к моменту  $k - 1$  значения  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ , скорректированные с учетом выработанных фильтром оценок для  $\Delta \mathbf{r}$  и  $\Delta \mathbf{v}$ . Такая процедура обработки измерений аналогична схеме коррекции с обратной связью, которая применяется в интегрированных навигационных системах [139], где полученные с помощью фильтра оценки погрешностей навигационной системы используются далее при интегрировании уравнений ее идеальной работы. Таким образом, входящие в вектор состояния  $\Delta \mathbf{r}$ ,  $\Delta \mathbf{v}$  — это погрешности прогноза координат и скорости по измерениям, полученным на предшествующих шагах решения. В отличие от варианта, в котором уравнения интегрируются от априорных начальных значений  $\tilde{\mathbf{r}}_0, \tilde{\mathbf{v}}_0$ , а ФК соответственно оценивает погрешности, порожденные неточностью этих значений, выбранный метод позволяет иметь дело с существенно меньшими погрешностями координат и скорости. Малость

погрешностей позволяет более корректно выполнить линейризацию, необходимую для применения ФК.

Еще одной особенностью используемого алгоритма является применение модификации ФК на основе  $UD$ -разложения [140]. В этой модификации вместо ковариационной матрицы погрешности оценок  $\mathbf{P}$  вычисляется верхнетреугольная матрица  $\mathbf{U}$  с единицами на диагонали и диагональная матрица  $\mathbf{D}$ , такие что  $\mathbf{P} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T$ . По сравнению с классическим вариантом ФК  $UD$ -модификация более устойчива к вычислительным ошибкам, что особенно актуально для рассматриваемой задачи, где приходится сталкиваться с плохой обусловленностью ковариационной матрицы  $\mathbf{P}$  из-за редкого поступления измерений, а также малого количества и неблагоприятной геометрии расположения доступных для наблюдения НС. Применение  $UD$ -разложения несколько повышает вычислительные затраты, но в свете указанного выше преимущества эти затраты вполне окупаются.

Схема решения задачи при наличии измерений представлена на рисунке 4.5. Как отмечалось, ФК в ходе нескольких итераций ( $i$  — номер итерации) по разностным измерениям оценивает вектор состояния  $\mathbf{x}_k = (\Delta \mathbf{r}_k^T, \Delta \mathbf{v}_k^T, \mathbf{c}, \Delta \vartheta_k^T)^T$ , где  $\Delta \mathbf{r}_k, \Delta \mathbf{v}_k$  — погрешности оценок прогноза  $\tilde{\mathbf{r}}_k, \tilde{\mathbf{v}}_k$ . Оценки  $\hat{\Delta \mathbf{r}}_k, \hat{\Delta \mathbf{v}}_k$ , полученные с помощью ФК, после каждой итерации используются для уточнения  $\tilde{\mathbf{r}}_k, \tilde{\mathbf{v}}_k$  и последующей линейризации измеряемых дальностей  $\mathcal{D}$  и радиальных скоростей  $\dot{\mathcal{D}}$ . В результате на последней итерации формируются финальные оценки  $\hat{\mathbf{r}}_k, \mathbf{v}_k$  и соответствующие значения СКП.

Если измерения отсутствуют, то оценкам  $\hat{\mathbf{r}}_k, \mathbf{v}_k$  и составляющим  $UD$ -разложения ковариационной матрицы их погрешностей присваиваются значения, полученные на этапе прогноза.

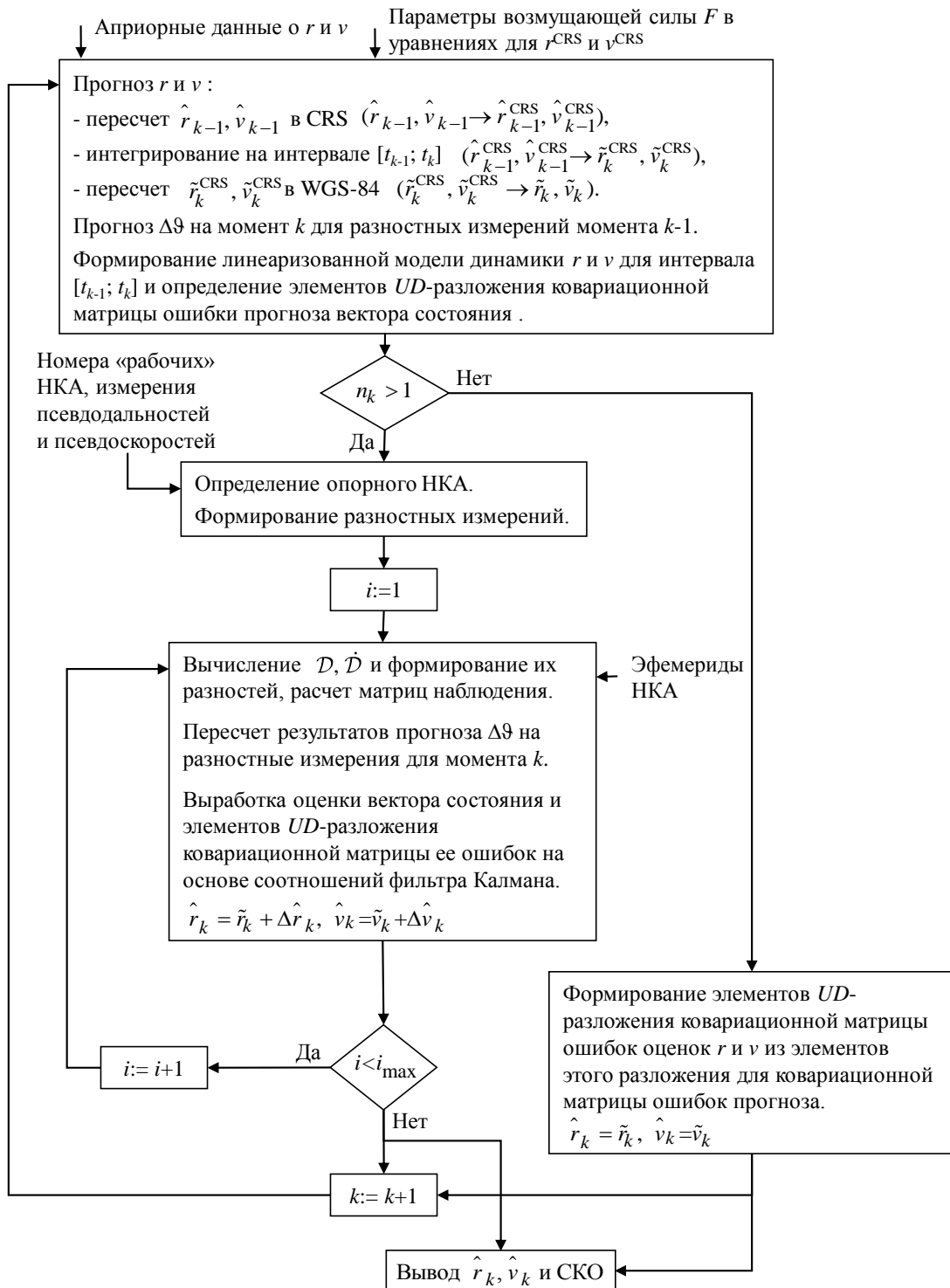


Рисунок 4.5 — Схема решения задачи навигации СИСЗ

Обращаем внимание, что при решении задачи в реальном времени верхний блок, наиболее затратный с точки зрения вычислений, может выполняться до поступления очередных измерений.

Поясним также, что определение опорного НС, измерения которого участвуют в образовании всех разностных измерений, представляет собой отдельную подзадачу. Если бы помехи измерений носили исключительно белозумный характер либо в вектор состояния включались бы коррелированные помехи для исходных (не разностных) измерений, то в качестве опорного мог бы выступать любой НС. Результат был бы одинаковым. Однако наличие в векторе состояния разностей коррелированных погрешностей  $\Delta\vartheta$  требует некоторой разборчивости в выборе опорного НС. Этот выбор должен обеспечивать преемственность текущих разностных измерений по отношению к предшествующим, т.е. текущие разностные измерения должны содержать максимальное число независимых комбинаций из предшествующих разностных измерений. Благодаря правильному выбору опорного НС результаты для  $\Delta\vartheta_{k-1}$  можно в полной мере учесть при оценивании  $\Delta\vartheta_k$ .

#### 4.4.3 Метод определения координат искусственного спутника Земли по измерениям сигналов спутниковой радионавигационной системы

Здесь представлено подробное изложение операций, выполняемых при решении задачи навигации СИСЗ. Оно сопровождается необходимыми пояснениями и обоснованиями.

##### 1. Формирование начальных условий (шаг $k = 1$ ).

Здесь принимается  $\hat{\mathbf{r}}_0 = \tilde{\mathbf{r}}_0$ ,  $\mathbf{v}_0 = \tilde{\mathbf{v}}_0$  и определяются  $7 \times 7$  матрицы

$$\mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{r_0} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{U}_{v_0} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & 1 \\ 1 \times 3 & 1 \times 3 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{D}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{r_0} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{D}_{v_0} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \sigma_{C_0}^2 \\ 1 \times 3 & 1 \times 3 & \end{pmatrix},$$

в которых  $\mathbf{U}_{q_0}, \mathbf{D}_{q_0}$  — элементы  $UD$ -разложения для  $\mathbf{P}_{q_0}$ ,  $\mathbf{q} = \mathbf{r}, \mathbf{v}$ ,  $\sigma_{C_0}$  — среднеквадратическая погрешность априорного знания коэффициента отражения.

Для ясности здесь и далее под обозначением некоторых матриц указывается их размерность.

В частном случае, когда матрицы  $\mathbf{P}_{q_0}$  диагональны, имеем  $\mathbf{U}_{q_0} = \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}_{q_0} = \mathbf{P}_{q_0}$ . Нетрудно убедиться, что в общем случае диагональные элементы матрицы  $\mathbf{D}$  и элементы матрицы  $\mathbf{U}$  определяются следующим образом:

$$\mathbf{D}_{i,i} = \begin{cases} \mathbf{P}_{i,i}, & \text{при } i = 1; \\ \mathbf{P}_{i,i} - \sum_{u=1}^{i-1} \mathbf{U}_{u,i}^2 \mathbf{D}_{u,u} & \text{при } i > 1; \end{cases}$$

$$\mathbf{U}_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j; \\ 0, & \text{при } i > j; \\ \frac{\mathbf{P}_{i,j} - \sum_{u=1}^{j-1} \mathbf{U}_{u,i} \mathbf{U}_{u,j} \mathbf{D}_{u,u}}{\mathbf{D}_{i,i}} & \text{при } i < 3 \text{ и } i < j, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}. \end{cases}$$

Первый индекс указывает на номер строки, второй — на номер столбца.

Для упрощения записи здесь при матрицах опущено обозначение параметра  $q_0$ .

## 2. Пересчет векторов $\hat{\mathbf{r}}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}$ из WGS-84 в Terrestrial Reference System (TRS) и далее в CRS.

Результатом этого пересчета являются  $\hat{\mathbf{r}}_{k-1}^{\text{CRS}}, \mathbf{v}_{k-1}^{\text{CRS}}$ . Пересчет выполняется с помощью процедур преобразования, приведенных в серии руководящих документов IERS (International Earth Rotation Service), например в работе [141], и воспроизведенных с дополнительными пояснениями в работе [142].

При этом для пересчета параметров СИСЗ из WGS-84 в TRS используются выражения

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \\ \mathbf{r}_y^{\text{TRS}} \\ \mathbf{r}_z^{\text{TRS}} \end{pmatrix} = \frac{1}{(1 + \delta s)} \begin{pmatrix} 1 & \delta\omega & -\delta\psi \\ -\delta\omega & 1 & \delta\varepsilon \\ \delta\psi & -\delta\varepsilon & 1 \end{pmatrix}^{-1} \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{r}_x \\ \mathbf{r}_y \\ \mathbf{r}_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \\ \Delta_z \end{pmatrix} \right];$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_x^{\text{TRS}} \\ \mathbf{v}_y^{\text{TRS}} \\ \mathbf{v}_z^{\text{TRS}} \end{pmatrix} = \frac{1}{(1 + \delta s)} \begin{pmatrix} 1 & \delta\omega & -\delta\psi \\ -\delta\omega & 1 & \delta\varepsilon \\ \delta\psi & -\delta\varepsilon & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{v}_x \\ \mathbf{v}_y \\ \mathbf{v}_z \end{pmatrix},$$

в которых для упрощения записи опущен временной индекс  $k - 1$ , а смещения  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , малые углы поворотов  $\delta\omega$ ,  $\delta\psi$ ,  $\delta\varepsilon$  и поправка  $\delta s$  к масштабному коэффициенту являются известными параметрами.

Для перехода из TRS в CRS рассчитывается временной аргумент в долях столетия

$$T = (d^{\text{TT}} - d_{\text{J2000}}^{\text{TT}}) / 36525,$$

где  $d^{\text{TT}}$  — выраженный в сутках по шкале ТТ (Terrestrial Time) момент  $t_{k-1}$ ;

$d_{\text{J2000}}^{\text{TT}} = 2\,451\,545,0$  — количество суток на момент 12 часов 1 января 2000 г. ТТ.

Координаты в CRS вычисляются по формуле

$$\mathbf{r}^{\text{CRS}} = \mathbb{P}(T) \mathbb{N}(T) \mathbb{R}(T) \mathbb{W}(T) \mathbf{r}^{\text{TRS}}, \quad (4.5)$$

учитывающей преобразование координат из-за отклонения небесного эфемеридного полюса

$$\mathbb{W}(T) = \mathcal{R}_x(y_p) \mathcal{R}_y(x_p),$$

вращения Земли вокруг своей оси

$$\mathbb{R}(T) = \mathcal{R}_z(-\tau^{\text{GST}}),$$

движения Земли, связанное с нутацией

$$\mathbb{N}(T) = \mathcal{R}_x(-\varepsilon_A) \mathcal{R}_z(\Delta\psi) \mathcal{R}_z(z_A) \mathcal{R}_x(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon),$$

прецессии ее оси

$$\mathbb{P}(T) = \mathcal{R}_z(\varsigma_A) \mathcal{R}_y(-\theta_A) \mathcal{R}_z(z_A).$$

Здесь  $\mathcal{R}_j(\cdot)$ ,  $j = x, y, z$  — матрицы поворотов вокруг соответствующих осей,

т. е.

$$\mathcal{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \mathcal{R}_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad \mathcal{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аргументами этих матриц являются  $x_p$ ,  $y_p$  — публикуемые IERS отклонения небесного эфемеридного полюса в TRS;  $\tau^{\text{GST}}$  — приведенное в угловой мере звездное время по гринвичскому меридиану — Greenwich Sidereal Time;  $\varsigma_A$ ,  $\theta_A$ ,  $z_A$ ,  $\varepsilon_A$  — параметры прецессии, которые приближенно

определяются в виде полиномов третьей степени от  $T$ ;  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\varepsilon$  — параметры нутации, определение которых варьируется в различных выпусках стандарта IERS. Например, в работе [141] для  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\varepsilon$  приводятся сравнительно простые выражения вида

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^{i_{\max}} (A_i + A_i' T) \sin(\alpha_i), \quad \Delta\varepsilon = \sum_{i=1}^{i_{\max}} (B_i + B_i' T) \cos(\alpha_i),$$

где  $\alpha_i = N_i^1 l + N_i^2 l' + N_i^3 (L - \Omega) + N_i^4 \mathcal{D} + N_i^5 \Omega$ ;  $N_i^j$ ,  $i = \overline{1, i_{\max}}$ ,  $j = \overline{1, 5}$  — целые числа;  $l$  — средняя аномалия Луны;  $l'$  — средняя аномалия Солнца;  $L$  — средняя долгота Луны;  $\Omega$  — средняя долгота восходящего узла Луны;  $\mathcal{D}$  — средняя элонгация между Луной и Солнцем. Величины  $l$ ,  $l'$ ,  $L$ ,  $\Omega$ ,  $\mathcal{D}$  представляют собой полиномы четвертой степени от  $T$  с известными коэффициентами.

Для получения времени  $\tau^{\text{GST}}$ , которое требуется при нахождении  $\mathbb{R}(T)$ , используется формула

$$\tau^{\text{GST}} = \tau^{\text{GMST}} + \Delta\psi \cos(\varepsilon_A) + \delta_1 \sin(\Omega) + \delta_2 \sin(2\Omega),$$

Здесь  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  — известные параметры;  $\tau^{\text{GMST}}$  — выраженное в угловой мере среднее звездное время по гринвичскому меридиану (Greenwich Mean Sidereal Time), определяемое как  $\tau^{\text{GMST}} = \tau_{0\text{ч UT1}}^{\text{GMST}} + \rho(\Delta^{\text{UT1}} + t^{\text{UTC}})$ , где  $t^{\text{UTC}}$  — соответствующие моменту  $t_{k-1}$  время по шкале UTC (Coordinated Universal Time);  $\Delta^{\text{UT1}}$  — публикуемая в Бюллетенях А и В IERS разность между временем по шкале UT1 (Universal Time), связанной с вращением Земли, и временем по шкале UTC;  $\tau_{0\text{ч UT1}}^{\text{GMST}}$  и  $\rho$  — полиномы соответственно третьей и второй степени от  $T_u' = d_u' / 36525$ ;  $d_u'$  — количество суток, прошедших с момента 12 часов 1 января 2000 г. по шкале UT1.

Для преобразования вектора скорости из TRS в CRS применяется приближенная формула

$$\mathbf{v}^{\text{CRS}} = \mathbb{P}(T) \mathbb{N}(T) \left[ \mathbb{R}(T) \mathbb{W}(T) \mathbf{v}^{\text{TRS}} + \frac{d\mathbb{R}(T)}{dt} \mathbb{W}(T) \mathbf{r}^{\text{TRS}} \right], \quad (4.6)$$

непосредственно вытекающая из (4.5) без учета изменчивости  $\mathbb{P}(T)$ ,  $\mathbb{N}(T)$ ,  $\mathbb{W}(T)$ . Значение производной от  $\mathbb{R}(T)$ , как и всех матриц, берется для момента  $t_{k-1}$ .

### 3. Интегрирование дифференциальных уравнений движения.

Интегрирование уравнений движения производится на интервале  $[t_{k-1}; t_k]$  с начальными условиями  $\hat{\mathbf{r}}_{k-1}^{\text{CRS}}$ ,  $\mathbf{v}_{k-1}^{\text{CRS}}$  и  $\mathbb{C} = \mathbb{C}_{k-1}$ . В качестве  $\mathbb{C}_0$  принимается априорная оценка для  $\mathbb{C}$ . Интегрирование уравнений выполняется с применением метода Рунге-Кутты четвертого порядка. Хотя это может быть и другой численный метод, выбор которого здесь не обсуждается. Интегрирование уравнения (4.2) представляет собой достаточно трудоемкую процедуру, что главным образом связано со сложностью вычисления возмущающего ускорения  $F$ . Для СИСЗ основными являются составляющие  $\mathbf{F}$ , вызванные несферичностью гравитационного поля Земли  $\mathbf{F}_{\oplus}$ , притяжением Луны  $\mathbf{F}_{\text{J}}$  и Солнца  $\mathbf{F}_{\odot}$ , а также действием прямого солнечного света  $F_{\star}$ .

#### *Возмущение от несферичности гравитационного поля Земли*

Составляющая  $\mathbf{F}_{\oplus}$  определяется сначала в TRS как производная по вектору  $\mathbf{r}^{\text{TRS}}$  от потенциала внешнего гравитационного поля Земли, т. е.

$$\mathbf{F}_{\oplus}^{\text{TRS}} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathbf{r}^{\text{TRS}}}. \quad (4.7)$$

Потенциал  $U$  при этом представляется в виде ряда по сферическим гармоникам

$$U = GM_{\oplus} \operatorname{Re} \left( \sum_{n=0}^N R_{\oplus}^n \sum_{m=0}^n (C_{n,m} - iS_{n,m}) V_{n,m} \right), \quad (4.8)$$

в котором  $R_{\oplus}$  — экваториальный радиус Земли;  $C_{n,m}$ ,  $S_{n,m}$  — нормализованные гармонические коэффициенты;  $V_{n,m}$  — комплексные функции,

$$V_{n,m} = \frac{\cos m\lambda + i \sin m\lambda}{|\mathbf{r}|^{n+1}} P_n^m(\cos \theta), \quad (4.9)$$

где  $\lambda$ ,  $\theta$  — долгота и полярный угол притягиваемой точки (СИСЗ) в TRS;  $P_n^m(\cdot)$  — присоединенная функция Лежандра 1-го рода степени  $n$  и порядка  $m$ .



Коэффициенты ряда  $C_{n,m}$ ,  $S_{n,m}$  зависят от модели геопотенциала. В частности, для JGM-3 их значения приводятся в работе [143]. Значения и число этих коэффициентов уточняется по результатам новых исследований, и поэтому для одной и той же модели с разными датами опубликования они могут различаться. Для величины  $N$ , определяющей длину ряда (4.8), обычно принимается значение в диапазоне 4...8 [5].

Для вычисления необходимых при получении  $\mathbf{F}_{\oplus}$  производных  $\frac{\partial V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_l^{\text{TRS}}}$ ,  $l = x, y, z$  применяется экономичный алгоритм Каннингэма, предложенный в работе [144]. Производные здесь определяются по значениям  $V_{n,m}$ , которые находятся по рекуррентному правилу для  $n = \overline{0, N+1}$ ,  $m = \overline{0, n+1}$ :

$$V_{n,m} = \begin{cases} 1/|\mathbf{r}| & \text{при } n = m = 0; \\ \frac{\sqrt{3}(\mathbf{r}_x^{\text{TRS}} + i\mathbf{r}_y^{\text{TRS}})}{|\mathbf{r}|^2} V_{0,0} & \text{при } n = m = 1; \\ \sqrt{\frac{2n+1}{2n} \frac{\mathbf{r}_x^{\text{TRS}} + i\mathbf{r}_y^{\text{TRS}}}{|\mathbf{r}|^2}} V_{n-1,n-1} & \text{при } n = m > 1; \\ \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n-m)(n+m)}} \frac{(\mathbf{r}_z^{\text{TRS}})^2}{|\mathbf{r}|^2} V_{n-1,m} - \sqrt{\frac{(n+m-1)(n-m-1)(2n+1)}{(n-m)(n+m)(2n-3)}} \frac{1}{|\mathbf{r}|^2} V_{n-2,m} & \text{при } n > 0 \text{ и } m < n-1; \\ \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n-m)(n+m)}} \frac{(\mathbf{r}_z^{\text{TRS}})^2}{|\mathbf{r}|^2} V_{n-1,m} & \text{при } n > 0 \text{ и } m = n-1. \end{cases}$$

Искомые производные от  $V_{n,m}$  для  $n = \overline{0, N}$ ,  $m = \overline{0, n}$  рассчитываются с помощью выражений

$$\frac{\partial V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}}} = \begin{cases} -a_{n,0} \operatorname{Re} V_{n+1,1} & \text{при } m = 0; \\ -a_{n,m} V_{n+1,m+1} + b_{n,m} V_{n+1,m-1} & \text{при } 0 < m < n; \\ -a_{n,m} V_{n+1,m+1} & \text{при } 0 < m = n; \end{cases}$$

$$\frac{\partial V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} = \begin{cases} -a_{n,0} \operatorname{Im} V_{n+1,1} & \text{при } m = 0; \\ i a_{n,m} V_{n+1,m+1} + i b_{n,m} V_{n+1,m-1} & \text{при } 0 < m < n; \\ i a_{n,m} V_{n+1,m+1} & \text{при } 0 < m = n; \end{cases}$$

$$\frac{\partial V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} = -\sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+1)(n-m+1)}{2n+3}} V_{n+1,m};$$

$$\frac{\partial V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} = c_{n,m} V_{n+1,m},$$

где

$$a_{n,m} = \begin{cases} \sqrt{\frac{(2n+1)(n+1)(n+2)}{2(2n+3)}} & \text{при } m=0; \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)(2n+1)}{2n+3}} & \text{при } m>0; \end{cases}$$

$$b_{n,m} = \begin{cases} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2(2n+1)(n-m+1)(n-m+2)}{2n+3}} & \text{при } m=1; \\ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m+1)(n-m+2)}{2n+3}} & \text{при } m>1; \end{cases}$$

$$c_{n,m} = -\sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+1)(n-m+1)}{2n+3}}.$$

По этим производным согласно (4.7), (4.8) вычисляются компоненты  $\mathbf{F}_{\oplus}^{\text{TRS}}$ .

Наконец, вектор  $\mathbf{F}_{\oplus}^{\text{TRS}}$  переводится в CRS, в которой производится интегрирование уравнений.

*Возмущение от притяжения Луны и Солнца.*

Составляющие  $\mathbf{F}_{\mathcal{D}}$  и  $\mathbf{F}_{\odot}$  определяются непосредственно в CRS согласно закону всемирного тяготения

$$F_b = GM_b \left( \frac{\mathbf{r}_b^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}}{|\mathbf{r}_b^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|^3} - \frac{r_b^{\text{CRS}}}{|r_b^{\text{CRS}}|^3} \right), \quad b = \mathcal{D}, \odot, \quad (4.10)$$

где  $GM_b$  — произведение гравитационной постоянной на массу Луны/Солнца;  $\mathbf{r}_b^{\text{CRS}}$  — вектор координат Луны/Солнца в геоцентрической инерциальной системе координат CRS.

Компоненты этих векторов для данного  $t$  определяются в виде рядов по многочленам Чебышева первого рода с коэффициентами, которые на текущую дату извлекаются из эфемериды серии de, предоставляемую JPL (Jet Propulsion

Laboratory) [145]. Раскроем наиболее важные аспекты определения векторов  $\mathbf{r}_{\mathcal{D}}^{\text{CRS}}$  и  $\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}}$ .

Отметим, что данные по объектам солнечной системы в de разделены на 32-суточные интервалы, представленные в шкале времени TDB (Barycentric Dynamic Time). Поэтому сначала необходимо установить 32-суточный интервал, которому принадлежит данный момент времени  $t$ , преобразованный в TDB, т. е.  $t^{\text{TDB}}$ . Вместе с тем для Луны, центра масс связки Земля — Луна и Солнца из вспомогательного header-файла требуется узнать порядок разложения в ряд, число подынтервалов внутри 32-суточного интервала, для которых справедливо это разложение, и начало данных для каждого из трех рассматриваемых объектов в 32-суточном массиве. Далее устанавливается подынтервал, охватывающий  $t^{\text{TDB}}$ , и для него извлекаются коэффициенты разложения координат

$$\mathbf{r}_{\mathcal{D}j}^{\text{CRS}} = \sum_{i=0}^{N_{\mathcal{D}}} a_{\mathcal{D}ji} T_i(\tau_{\mathcal{D}}), \mathbf{r}_{bj}^{\text{SS}} = \sum_{i=0}^{N_b} a_{bji} T_i(\tau_b),$$

$$b = \oplus, \ominus, \odot, j = x, y, z, \quad (4.11)$$

Здесь  $\mathbf{r}_{\odot j}^{\text{SS}}$ ,  $\mathbf{r}_{\oplus, \ominus j}^{\text{SS}}$  — векторы координат Солнца и связки Земля — Луна в системе координат, расположенной в центре масс Солнечной системы (SS);  $a_{bji}$  — коэффициенты разложения;  $T_i(\tau)$  — многочлен Чебышева первого рода  $i$ -го порядка;

$$\tau_b = \frac{2t^{\text{TDB}} - t_b^{\min} - t_b^{\max}}{t_b^{\max} - t_b^{\min}},$$

где  $t_b^{\min}$ ,  $t_b^{\max}$  — границы текущего подынтервала, т. е.  $t_b^{\min} < t^{\text{TDB}} \leq t_b^{\max}$ . При таком определении  $\tau_b$  всегда имеем  $-1 < \tau_b \leq 1$ . Обращаем внимание, что коэффициенты разложения для определения координат Солнца непосредственно в CRS не предоставляются. В таблице 4.2 приведены характеристики используемых в de200 разложений координат по многочленам Чебышева для трех рассматриваемых объектов.

Таблица 4.2 — Разложения координат небесных тел по многочленам Чебышева

Объект солнечной системы $b$	Система координат	Порядок разложения ( $N_b$ )	Длительность подынтервала ( $t_b^{\max} - t_b^{\min}$ ), сут.
Луна	Геоцентрическая	12	4
Земля — Луна	Барицентрическая	15	16
Солнце	Солнечной системы	15	32

Как известно, для полиномов Чебышева первого рода порядка  $N$  справедлива рекуррентная формула [146]

$$T_{i+1}(\tau) = 2T_i(\tau) - T_{i-1}(\tau), \quad i = \overline{1, N-1} \quad \text{при} \quad T_0(\tau) = 1, \quad T_1(\tau) = \tau.$$

Однако для вычисления рядов типа (4.11) более удобным является применение рекуррентной схемы Кленшоу (Clenshaw) [147], согласно которой

$$r = c_1 - \tau c_2,$$

где величины  $c_1, c_2$  определяются в результате выполнения последовательности расчетов

$$c_i = 2\tau c_{i+1} - c_{i+2} + a_i, \quad i = N-1, \dots, 1, \quad \text{при} \quad c_N = a_N, \quad c_{N+1} = 0.$$

Выше для упрощения записи опущены индексы  $j = x, y, z, b = \mathfrak{D}, \oplus, \ominus$ .

После вычисления  $\mathbf{r}_{\mathfrak{D}}^{\text{CRS}}, \mathbf{r}_{\oplus}^{\text{SS}}, \mathbf{r}_{\ominus}^{\text{SS}}$  вектор  $\mathbf{r}_{\ominus}^{\text{CRS}}$  координат Солнца в геоцентрической системе определяется с помощью соотношений

$$\mathbf{r}_{\oplus}^{\text{CRS}} = \frac{\mathbf{r}_{\mathfrak{D}}^{\text{CRS}}}{GM_{\oplus}/GM_{\mathfrak{D}} + 1}; \quad \mathbf{r}_{\oplus}^{\text{SS}} = \mathbf{r}_{\oplus}^{\text{SS}} - \mathbf{r}_{\oplus}^{\text{CRS}}; \quad \mathbf{r}_{\ominus}^{\text{CRS}} = \mathbf{r}_{\ominus}^{\text{SS}} - \mathbf{r}_{\oplus}^{\text{SS}}.$$

Полученные указанным образом значения  $\mathbf{r}_{\mathfrak{D}}^{\text{CRS}}$  и  $\mathbf{r}_{\ominus}^{\text{CRS}}$  используются для вычисления по формуле (4.10) составляющих  $\mathbf{F}_{\mathfrak{D}}$  и  $\mathbf{F}_{\ominus}$ .

*Возмущение от светового давления*

Составляющая  $\mathbf{F}_{\star}$  определяется в CRS с помощью формулы [133,142]

$$\mathbf{F}_{\star} = -\kappa \nu \frac{s}{\mu} C au^2 \frac{\mathbf{r}_{\ominus}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}}{|\mathbf{r}_{\ominus}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|^3}, \quad (4.12)$$

где  $\kappa = 4,5605 \cdot 10^{-6} \text{ н/м}^2$  — поток импульса, действующего на СИСЗ;  $s$  — площадь поперечного сечения СИСЗ,  $\text{м}^2$ ;  $\mu$  — масса СИСЗ кг;  $au$  — астрономическая единица, м;  $v$  — так называемая функция тени, представляющая собой отношение площади  $A_{\bullet}$ , видимой на СИСЗ незатененной части солнечного диска, к полной площади  $A_{\odot}$  видимого Солнца, т.е.  $v = A_{\bullet} / A_{\odot}$ . Векторы координат Солнца и Луны в CRS используются те же, что и при определении  $\mathbf{F}_{\text{Д}}$  и  $\mathbf{F}_{\odot}$ . Таким образом, остается определить только функцию тени  $v$ , что и делается ниже.

Затенение Солнца может быть вызвано Землей и Луной. Процедуру расчета функции тени изложим, следуя монографии [142], исправив опечатки и дав более подробные иллюстрации.

Определим угловые размеры Земли  $\alpha_{\oplus}$ , Луны  $\alpha_{\text{Д}}$  и Солнца  $\alpha_{\odot}$ , видимые с СИСЗ, а также углы  $\beta_{\oplus}$ ,  $\beta_{\text{Д}}$  между линиями визирования на центр Солнца  $O_{\odot}$  и на центры Земли  $O_{\oplus}$  и Луны  $O_{\text{Д}}$ , как показано на рисунке 4.6. Для вычисления этих углов используются формулы

$$\alpha_{\oplus} = \arcsin(R_{\oplus} / |\mathbf{r}^{\text{CRS}}|); \quad \alpha_{\text{Д}} = \arcsin(R_{\text{Д}} / |\mathbf{r}_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|); \quad \alpha_{\odot} = \arcsin(R_{\odot} / |\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|);$$

$$\beta_{\oplus} = \arccos\left(-\frac{(\mathbf{r}^{\text{CRS}})^{\text{T}} (\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}})}{|\mathbf{r}^{\text{CRS}}| |\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|}\right); \quad \beta_{\text{Д}} = \arccos\left(\frac{(\mathbf{r}_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}})^{\text{T}} (\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}})}{|\mathbf{r}_{\text{Д}}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}| |\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|}\right).$$

Здесь  $R_{\oplus}$ ,  $R_{\text{Д}}$ ,  $R_{\odot}$  экваториальные радиусы Земли, Луны и Солнца. Введем также обозначения для площадей незатененных Солнца и Луны при наблюдении с СИСЗ  $A_{\odot} = \pi \alpha_{\odot}^2$ ,  $A_{\text{Д}} = \pi \alpha_{\text{Д}}^2$ .

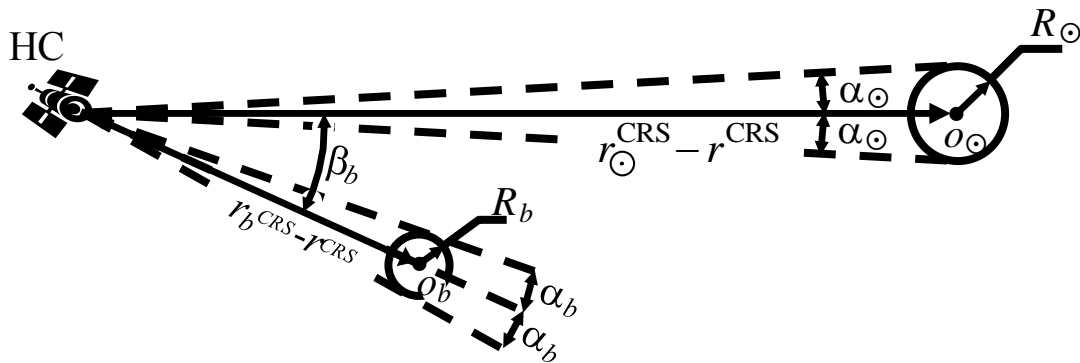


Рисунок 4.6— Параметры видимости Солнца, Земли и Луны ( $b=\oplus, \text{Д}$ ).

Процедура расчета функции тени включает проверку ряда условий, поэтому ее удобнее представить в виде схемы, как на рисунке 4.7. Данная процедура вытекает из геометрических построений. Так, условия возникновения солнечного затмения на СИСЗ вытекают из рисунка 4.6. В случае частичного затмения Землей или Луной возможны два варианта, которые приводят к различным формулам для определения незатененной площади солнечного диска  $A_{\odot}$ . Эти варианты представлены на рисунке 4.8, где раскрывается смысл вспомогательных геометрических параметров  $\gamma_i, \varphi_i, A_i, i = \overline{1,2}, \delta$ , используемых при определении функции тени  $v$ .

Значение  $v$  позволяет окончательно определить по формуле (4.12) возмущающее ускорение  $\mathbf{F}_{\odot}$ , вызванное давлением солнечного света, которое совместно с  $\mathbf{F}_{\oplus}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{л}}$  и  $\mathbf{F}_{\ominus}$  учитывается при интегрировании системы в правой части уравнения для скорости СИСЗ.

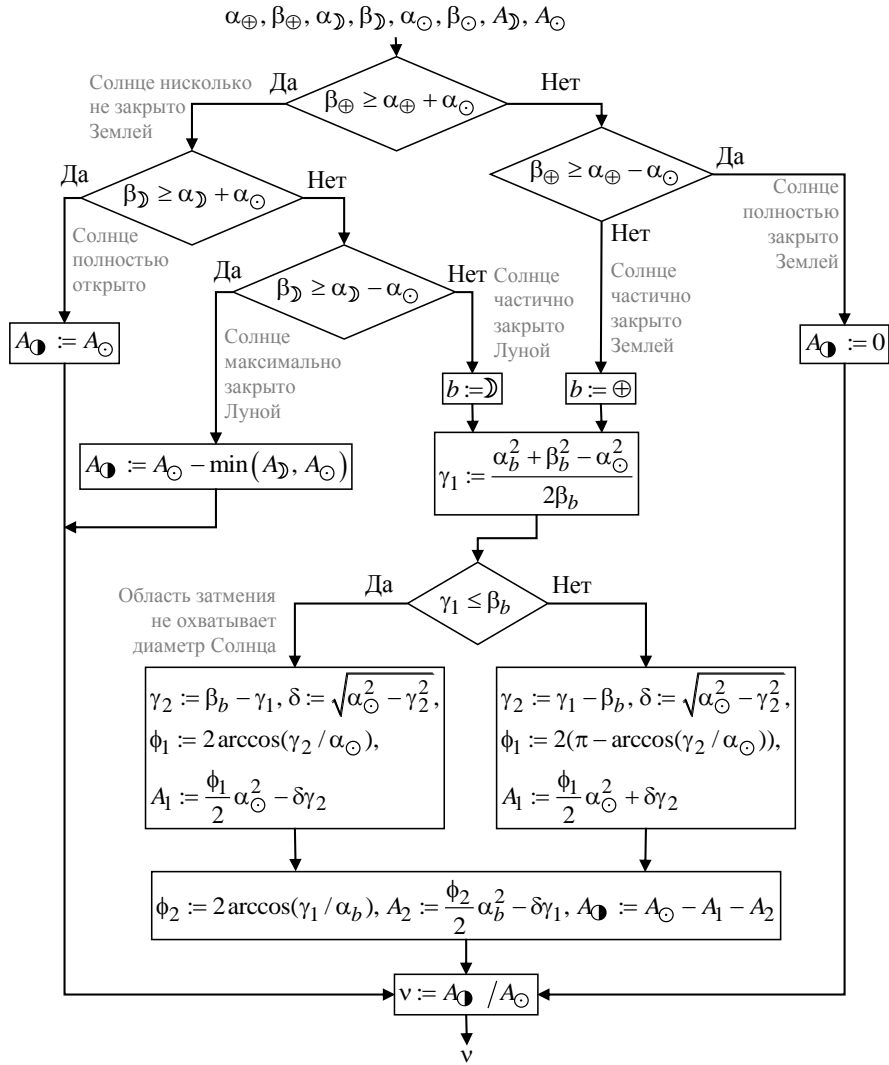


Рисунок 4.7 — Процедура расчета функции тени

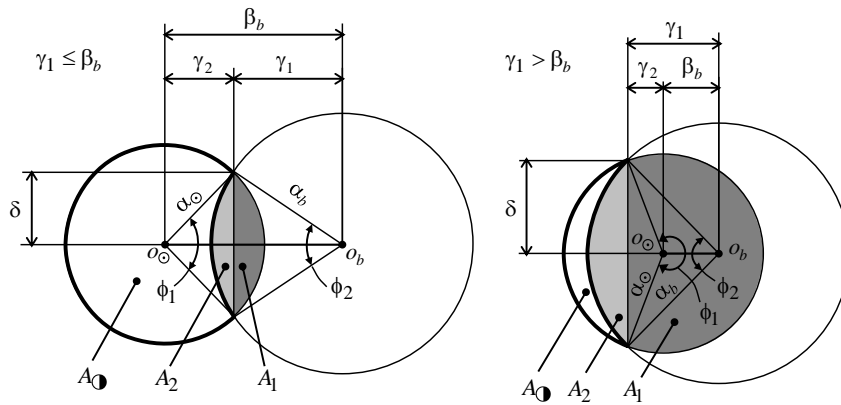


Рисунок 4.8 — Варианты частичного солнечного затмения со вспомогательными параметрами для расчета функции тени.

**4. Пересчет векторов  $\tilde{\mathbf{r}}_k^{\text{CRS}}, \tilde{\mathbf{v}}_k^{\text{CRS}}$  в WGS-84.**

В результате данной операции, которая является обратной по отношению к операции 2, получаются  $\tilde{\mathbf{r}}_k, \tilde{\mathbf{v}}_k$ . Данная операция является обратной по отношению к операции 2. Операция, очевидно, выполняется для момента  $t_k$ .

### 5. Формирование матриц линеаризованной непрерывной модели динамики вектора состояния

Модель динамики вектора состояния

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{w} \quad (4.13)$$

определяется для интервала  $[t_{k-1}; t_k]$ . Здесь  $\mathbf{w}$  — вектор белых шумов, матрица интенсивностей которых представляет собой единичную матрицу. Отметим, что вектор состояния  $\mathbf{X}$  включает погрешности оценок координат, скорости, вектор коррелированных помех  $\Delta\mathfrak{g}$  разностных измерений псевдодальностей (4.3) и коэффициент  $\mathbb{C}$  влияния солнечного давления на движение СИСЗ. Модель (4.13)

нужна для построения ФК, предполагающего линейный характер динамики вектора состояния. Эта модель используется в ковариационных соотношениях ФК. Сами же оценки координат и скорости, напомним, определяются на основе нелинейных уравнений (4.2). В части погрешностей координат и скорости линеаризованная модель динамики выводится из уравнений (4.2) путем вариации переменных  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$ . В части коррелированных помех  $\mathfrak{g}$  модель динамики исходно линейная. Она описывает марковские стационарные процессы 1-го порядка. В части остальных компонент вектора состояния ( $\mathbb{C}$  и  $\Delta\mathfrak{g}$ ) модель динамики исходно линейная:  $\dot{\mathbb{C}}=0$ , а компоненты  $\Delta\mathfrak{g}$  представляются в виде марковских стационарных процессов 1-го порядка.

Размерность вектора состояния  $\mathbf{X}$ , а следовательно и размерность матриц в модели (4.13), зависит от числа компонент вектора  $\Delta\mathfrak{g}_{k-1}$ , т. е.  $m_{k-1} = n_{k-1} - 1$ . Сами матрицы в (4.13) определяются как

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{\text{WGS}} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{\mathfrak{g}} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{B}_{\mathfrak{g}} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$



Здесь  $\bar{\mathbf{A}}^{\text{WGS}} = (\mathbf{G}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}})^{-1}(-\dot{\mathbf{G}}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} + \bar{\mathbf{A}}^{\text{CRS}} \mathbf{G}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}})$ , где

$$\mathbf{G}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \dot{\mathbf{C}}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & \mathbf{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & 1 \\ 1 \times 3 & 1 \times 3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{A}}^{\text{WGS}} = \begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ GM_{\oplus} \frac{3\mathbf{r}^{\text{CRS}} (\mathbf{r}^{\text{CRS}})^{\text{T}} - |\mathbf{r}^{\text{CRS}}|^2 \mathbf{E} + \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} + \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}}{|\mathbf{r}^{\text{CRS}}|^5} & \mathbf{O} & -\kappa \nu \frac{s}{\mu} au^2 \frac{\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}}{|\mathbf{r}_{\odot}^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}|^3} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & 0 \\ 1 \times 3 & 1 \times 3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{\mathfrak{g}} = -\frac{1}{\tau_{\mathfrak{g}}} \mathbf{E}; \quad \mathbf{B}_{\mathfrak{g}} = \sigma_{\mathfrak{g}} \sqrt{\frac{2}{\tau_{\mathfrak{g}}}} \left( \mathbf{E} + \frac{-1 + \sqrt{m_{k-1} + 1}}{m_{k-1}} \mathbf{I}_{m_{k-1}} \mathbf{I}_{m_{k-1}}^{\text{T}} \right),$$

где  $\sigma_{\mathfrak{g}}, \tau_{\mathfrak{g}}$  — среднеквадратическое отклонение и интервал корреляции для коррелированных помех псевдодальностей, представляющие собой параметры марковского процесса 1-го порядка;  $\mathbf{I}_m$  —  $m$ -мерный вектор, состоящий из единиц.

Отметим, что  $\mathbf{B}_{\mathfrak{g}} \mathbf{B}_{\mathfrak{g}}^{\text{T}} = \frac{2\sigma_{\mathfrak{g}}^2}{\tau_{\mathfrak{g}}} \left( \mathbf{E} + \mathbf{I}_{m_{k-1}} \mathbf{I}_{m_{k-1}}^{\text{T}} \right)$ . Тем самым в структуре  $\mathbf{B}_{\mathfrak{g}}$

учитывается взаимная корреляция между порождающими шумами для различных компонент  $\mathfrak{g}$ , которая обусловлена использованием в задаче разностных одномоментных измерений.

При определении производной  $\frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}$  можно ограничиться учетом составляющих, связанных с несферичностью гравитационного поля Земли и притяжения Луны и Солнца, т.е.

$$\frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} = \frac{d\mathbf{F}_{\text{J}}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} + \frac{d\mathbf{F}_{\odot}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} + \frac{d\mathbf{F}_{\oplus}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}.$$

При этом два первых слагаемых на основании (4.10) выглядят следующим образом

$$\frac{d\mathbf{F}_b}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} = GM_b \frac{3\Delta\mathbf{r}_b(\Delta\mathbf{r}_b)^T - |\Delta\mathbf{r}_b|^2 \mathbf{E}}{|\Delta\mathbf{r}_b|^5}, \quad b = \mathbb{D}, \odot,$$

где  $\Delta\mathbf{r}_b = \mathbf{r}_b^{\text{CRS}} - \mathbf{r}^{\text{CRS}}$ .

Для получения  $\frac{d\mathbf{F}_\oplus}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}$  согласно приведенным в п. 3 выражениям для  $\mathbf{F}_\oplus$

нужно вычислить

$$\frac{\partial \mathbf{F}_\oplus^{\text{TRS}}}{\partial \mathbf{r}^{\text{TRS}}} = GM_\oplus \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N R_\oplus^n \sum_{m=0}^n (C_{n,m} - iS_{n,m}) \left( \begin{array}{c|c|c} \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial (\mathbf{r}_x^{\text{TRS}})^2} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} \\ \hline \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial (\mathbf{r}_y^{\text{TRS}})^2} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} \\ \hline \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} & \frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial (\mathbf{r}_z^{\text{TRS}})^2} \end{array} \right) \right\},$$

где

$$\frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_x^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_j^{\text{TRS}}} = \begin{cases} -a_{n,0} \operatorname{Re} \frac{\partial V_{n+1,1}}{\partial r_j^{\text{TRS}}} & \text{при } m = 0; \\ -a_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m+1}}{\partial \mathbf{r}_j^{\text{TRS}}} + b_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m-1}}{\partial r_j^{\text{TRS}}} & \text{при } 0 < m < n; \quad j = x, y; \\ -a_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m+1}}{\partial \mathbf{r}_j^{\text{TRS}}} & \text{при } 0 < m = n; \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial (\mathbf{r}_y^{\text{TRS}})^2} = \begin{cases} -a_{n,0} \operatorname{Im} \frac{\partial V_{n+1,1}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} & \text{при } m = 0; \\ i a_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m+1}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} + i b_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m-1}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} & \text{при } 0 < m < n; \\ i a_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m+1}}{\partial \mathbf{r}_y^{\text{TRS}}} & \text{при } 0 < m = n; \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 V_{n,m}}{\partial \mathbf{r}_j^{\text{TRS}} \partial \mathbf{r}_z^{\text{TRS}}} = c_{n,m} \frac{\partial V_{n+1,m}}{\partial \mathbf{r}_j^{\text{TRS}}}, \quad j = x, y, z.$$

Искомое значение  $\frac{d\mathbf{F}_\oplus}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}$  формируется из  $\frac{\partial \mathbf{F}_\oplus^{\text{TRS}}}{\partial \mathbf{r}^{\text{TRS}}}$  с помощью двустороннего

матричного преобразования, соответствующего переходу от TRS к CRS.

Дадим пояснения, касающиеся значений переменных  $\mathbf{r}^{\text{CRS}}$ ,  $\frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}}$  и  $\mathbf{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}}$ , входящих в выражения для матрицы динамики. Очевидно, что эти переменные зависят от времени. Однако ввиду малости интервала дискретности решения  $\Delta t$  представляется допустимым пользоваться их значениями для какого-либо одного момента в интервале  $[t_{k-1}, t_k]$ , например для  $t_{k-1}$ . Таким образом, в приведенных выражениях следует использовать

$$\mathbf{r}^{\text{CRS}} = \hat{\mathbf{r}}_{k-1}^{\text{CRS}}, \quad \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} = \left. \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{r}^{\text{CRS}}} \right|_{\mathbf{r}^{\text{CRS}} = \hat{\mathbf{r}}_{k-1}^{\text{CRS}}, t=t_{k-1}} \quad \text{и} \quad \mathbf{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}} = \mathbf{C}_{\text{CRS}}^{\text{WGS}}(t_{k-1}).$$

Это упрощение вполне оправдано, поскольку линейная модель (4.13) имеет вспомогательный характер. Она используется в ковариационных соотношениях ФК, которые отвечают за расчет СКО и коэффициентов усиления фильтра. Сами же оценки прогноза координат и скорости определяются, напомним, в результате интегрирования нелинейных уравнений (4.2).

## 6. Определение матриц дискретной модели вектора состояния

Дискретная модель вектора состояния определяется следующим образом:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_k \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_k \mathbf{W}_k, \quad (4.15)$$

где  $\mathbf{W}_k$  —  $m_{k-1}$ -мерный вектор дискретных белых шумов с единичной ковариационной матрицей. Определению подлежат переходная матрица  $\Phi_k$  и матрица шумов  $\Gamma_k$ .

Матрицы  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$  выбираются так, чтобы математическое ожидание и матрица ковариаций непрерывного процесса (4.13) совпадали в момент  $t_k$  с аналогичными параметрами для дискретной последовательности (4.15). Эти условия с некоторой степенью приближения выполняются, когда матрицы  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$  определяются с помощью рядов [139] с заданным числом слагаемых  $L$

$$\Phi_k = \sum_{l=0}^L \frac{(\mathbf{A}\Delta t)^l}{l!}; \quad \Gamma_k = \Delta t \sum_{l=0}^L \frac{(\mathbf{A}\Delta t)^l}{(l+1)!} \mathbf{B},$$

предполагающих, что матрицы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  постоянны на интервале  $[t_{k-1}; t_k]$ . Поскольку в действительности элементы матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  изменяются, но это происходит

достаточно медленно, представляется возможным использовать для расчета  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$  значения

$$\bar{\mathbf{A}}_k = \frac{\mathbf{A}(t_k) + \mathbf{A}(t_{k-1})}{2} \text{ и } \bar{\mathbf{B}}_k = \frac{\mathbf{B}(t_k) + \mathbf{B}(t_{k-1})}{2}.$$

При непосредственном использовании приведенных рядов возникают вычислительные ошибки, связанные со сложением значительно отличающихся по уровню величин. Эти ошибки уменьшаются при использовании следующей процедуры:

$$\tilde{\Phi}_k^{(0)} = \mathbf{E}; \tilde{\Phi}_k^{(l)} = \mathbf{E} + \frac{\bar{\mathbf{A}}_k \Delta t}{L-l+1} \tilde{\Phi}_k^{(l-1)}; l = \overline{1, L}, \Phi_k = \tilde{\Phi}_k^{(L)}; \quad (4.16)$$

$$\tilde{\Gamma}_k^{(0)} = \mathbf{E}; \tilde{\Gamma}_k^{(l)} = \mathbf{E} + \frac{\bar{\mathbf{A}}_k \Delta t}{L-l+2} \tilde{\Gamma}_k^{(l-1)}, l = \overline{1, L}, \Gamma_k = \tilde{\Gamma}_k^{(L)} \bar{\mathbf{B}}_k \sqrt{\Delta t}. \quad (4.17)$$

Применительно к рассматриваемой задаче процедура получения матриц  $\Phi_k$ ,  $\Gamma_k$  дискретной модели упрощается, если учесть структурные особенности матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  (4.14) непрерывной модели, которые обусловлены независимостью погрешностей  $\Delta \mathbf{r}$ ,  $\Delta \mathbf{v}$  и помех  $\Delta \vartheta$ , а также то, что в матрице  $\mathbf{A}$  от времени зависят только элементы верхнего  $6 \times 6$  диагонального блока. Элементы нижнего диагонального  $m_{k-1} \times m_{k-1}$  блока матрицы  $\mathbf{A}$  не зависят от времени в силу стационарного описания помех измерений. Меняется лишь размер этого блока. Указанные обстоятельства позволяют ограничиться на каждом шаге вычислением на основе (4.16) только верхнего  $7 \times 7$  диагонального блока матрицы  $\Phi_k$ . Элементы для нижнего  $m_{k-1} \times m_{k-1}$  диагонального блока матрицы  $\Phi_k$  и нижнего блока той же размерности для матрицы  $\tilde{\Gamma}_k$  могут быть вычислены по формулам (4.16), (4.17) заранее для данных значений  $\sigma_\vartheta, \tau_\vartheta$ . Это скалярные вычисления лишь для одного диагонального элемента каждой из двух матриц. Из предвычисленных диагональных элементов в зависимости от состава используемых на предыдущем шаге НС формируются нижние блоки  $\Phi_k$  и  $\tilde{\Gamma}_k$  (верхний  $7 \times m_{k-1}$  блок  $\tilde{\Gamma}_k$  является нулевым). Далее с использованием последнего выражения в (4.17) определяется  $\Gamma_k$ .

## 7. Получение оценки прогноза вектора коррелированных помех разностных измерений предыдущего шага решения

При  $m_{k-1} > 0$

$$\Delta\check{\Theta}_k = \Phi_k^g \Delta\Theta_{k-1},$$

где  $\Phi_k^g$  — нижний  $(m_{k-1} \times m_{k-1})$  диагональный блок переходной матрицы  $\Phi_k$  для вектора состояния;  $\Delta\Theta_{k-1}$  — нижний  $m_{k-1}$ -мерный подвектор оценки вектора состояния на предыдущем шаге  $\mathbf{X}_{k-1}$ .

## 8. Определение матриц $\check{\mathbf{U}}_k$ и $\check{\mathbf{D}}_k$

На этой операции определяются верхнетреугольная  $(7+m_{k-1}) \times (7+m_{k-1})$  матрица  $\check{\mathbf{U}}_k$  с единичными диагональными элементами и диагональная матрица  $\check{\mathbf{D}}_k$  той же размерности. такие что

$$\check{\mathbf{U}}_k \check{\mathbf{D}}_k \check{\mathbf{U}}_k^T = \Phi_k \mathbf{U}_{k-1} \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{U}_{k-1}^T \Phi_k^T + \Gamma_k \Gamma_k^T.$$

Произведение в левой части этого равенства представляет собой ковариационную матрицу ошибок прогноза вектора состояния, куда помимо погрешностей координат и скорости СИСЗ входят коррелированные помехи разностных измерений предыдущего шага. Для получения  $\check{\mathbf{U}}_k$ ,  $\check{\mathbf{D}}_k$  используется известная процедура [140].

Данная процедура выполняется за  $7+m_{k-1}$  шагов (по размерности вектора состояния  $\mathbf{X}_{k-1}$ ). Здесь последовательно вычисляются диагональные элементы  $\check{\mathbf{D}}_{i,i}$  матрицы  $\check{\mathbf{D}}_k$  и векторы  $\check{\mathbf{U}}_i = (\mathbf{U}_{1,i}, \dots, \mathbf{U}_{i-1,i})^T$  наддиагональных элементов матрицы  $\check{\mathbf{U}}_k$ .

В начале процедуры формируются матрицы

$$\check{\Psi}_{\bar{N} \times N} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{k-1}^T \Phi_k^T \\ \Gamma_k^T \end{pmatrix}; \quad \check{\Theta}_{\bar{N} \times \bar{N}} = \begin{pmatrix} \check{\mathbf{D}}_k & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_{m_{k-1} \times m_{k-1}} \end{pmatrix},$$

где  $N = 6 + m_{k-1}$ ,  $\bar{N} = N + m_{k-1}$ , и определяются  $\mathbf{W} = \check{\Psi}^T \check{\Theta}$ ;  $\zeta_N = \Psi_N$ .

Далее для  $i=N, N-1, \dots, 1$  последовательно вычисляются

$$\check{\mathbf{D}}_{i,i} = \zeta_i^T \Psi \zeta_i;$$

$$\check{\mathbf{U}}_i = \bar{\mathbf{W}}_{i-1} \zeta_i / \check{\mathbf{D}}_{i,i} \quad \text{при } i > 1;$$

$$\zeta_{i-1} = \Psi_{i-1} - \sum_{j=i}^N \mathbf{U}_{i-1,j} \zeta_j \quad \text{при } i > 1.$$

Здесь  $\psi_i$  —  $i$ -й столбец матрицы  $\Psi$ ;  $\bar{\mathbf{W}}_{i-1}$  — матрица, образованная первыми  $(i-1)$  строками  $\mathbf{W}$ . В приведенных выше формулах временной индекс  $k$  в некоторых обозначениях опущен с целью облегчения записи.

Существенно, что операции 2...8, связанные с выполнением прогноза, можно выполнять, не дожидаясь поступления очередных измерений.

### 9. Проверка поступления измерений от достаточного числа спутников

На этой операции проводится проверка поступления в интервале  $[t_k; t_k + \delta t_{\max}^{\text{GPS}}]$  измерений от двух или более НС и при их наличии, т. е. при  $n_k > 1$ , переход к операции 10. В противном случае — переход к операции 23.

### 10. Определение номера опорного НС и вектора номеров вспомогательных НС

Определение номера  $S_k^\circ$  опорного НС и вектора  $\mathbf{S}_k^*$  номеров вспомогательных НС. выполняется согласно выражениям

$$S_k^\circ = \begin{cases} S_{k-1}^\circ, & \text{если } S_{k-1}^\circ \in S_k; \\ \bar{S}_k^1, & \text{если } S_{k-1}^\circ \notin S_k \text{ и } \bar{S}_k \neq \emptyset; \\ S_k^1, & \text{если } S_{k-1}^\circ \notin S_k \text{ и } \bar{S}_k = \emptyset; \end{cases} \quad \mathbf{S}_k^* = \begin{pmatrix} \bar{S}_k^* \\ \Delta \mathbf{S}_k^* \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Здесь  $\in, \notin$  — соответственно наличие и отсутствие среди компонент вектора данного значения;  $\bar{S}_k = \mathbf{S}_k \cap \mathbf{S}_{k-1}^*$ ; где  $\cap$  — операция отбора компонент с одинаковыми значениями в обоих векторах;  $\emptyset$  — отсутствие вектора;  $\mathbf{S}_k^1, \bar{S}_k^1$  — первые компоненты соответствующих векторов;  $\bar{S}_k^* = (\mathbf{S}_k \text{ без } S_k^\circ) \cap \mathbf{S}_{k-1}^*$  — вектор номеров вспомогательных НС, которые уже использовались на предыдущем шаге;

$\Delta \bar{\mathbf{S}}_k^* = (\mathbf{S}_k \text{ без } S_k^\circ \text{ и } \bar{\mathbf{S}}_k^*)$  — вектор номеров «новых» вспомогательных НС, не использованных на предыдущем шаге;  $\mathbf{S}_0^* = \emptyset$ ;  $S_0^\circ = 0$ . При этом также определяется  $m_k = n_k - 1$  и  $\bar{m}_k = \dim(\bar{\mathbf{S}}_k^*)$ .

Использование выражений призвано разделить разностные измерения текущего  $k$ -го шага на две группы. Первая группа образована из комбинаций измерений предыдущего шага, вторая включает измерения, полученные с использованием НС, отсутствующих в составе рабочего созвездия предыдущего шага. Такое разделение облегчает учет взаимосвязи между векторами  $\Delta \vartheta_k$  и  $\Delta \vartheta_{k-1}$ .

### 11. Образование нового вектора номеров используемых НС

Выполняется образование нового вектора номеров используемых НС  $\mathbf{S}_k = (\mathbf{S}_k^{*\text{T}}, S_k^\circ)^\text{T}$  и соответствующее преобразование векторов исходных измерений (4.3) и (4.4).

### 12. Расчет векторов координат и составляющих скорости НС

Выполняется расчет векторов координат  $\mathbf{r}_k^j$  и составляющих скорости  $\mathbf{v}_k^j$  для НС с номерами  $S_k^j$ ,  $j = \overline{1, n_k}$ , на момент излучения сигнала в системе координат в момент  $t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}$  приема. Расчет выполняется на основе эфемеридной информации в соответствии со стандартной процедурой [125].

### 13. Определение оценки прогноза вектора состояния НС

Определяется оценка прогноза вектора состояния  $\mathbf{X}_k = (\Delta \mathbf{r}_k^\text{T}, \Delta \mathbf{v}_k^\text{T}, \mathbf{C}, \Delta \vartheta_k^\text{T})$

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ \text{-----} \\ (6+m_k) \times 1 \\ \text{-----} \\ \mathbf{C}_{k-1} \end{pmatrix}, & \text{если } \bar{m}_k = 0; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{O} \\ \text{-----} \\ (6+m_k) \times 1 \\ \text{-----} \\ \mathbf{C}_{k-1} \\ \text{-----} \\ \mathbf{M}_k \vartheta_k \\ \text{-----} \\ \mathbf{O} \\ \Delta m_k \times 1 \end{pmatrix}, & \text{если } \bar{m}_k > 0, \end{cases}$$

где  $\Delta m_k = m_k - \bar{m}_k$  — число разностных измерений псевдодальности, полученных с участием «новых» НС, номера которых образуют  $\Delta \mathbf{S}_k^*$ ;  $\mathbf{M}_k$  —  $(\bar{m}_k \times m_{k-1})$ -матрица с элементами

$$\mathbf{M}_k^{j,l} = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{S}_k^{*j} = S_{k-1}^{*l}; \\ -1, & \text{если } S_k^\circ = S_{k-1}^{*l}; \\ 0, & \text{если } \bar{S}_k^{*j} \neq S_{k-1}^{*l} \text{ и } S_k^\circ \neq S_{k-1}^{*l}. \end{cases}$$

#### 14. Формирование матриц - элементов $UD$ -разложения

Выполняется формирование  $(7 + m_k) \times (7 + m_k)$ -матриц  $\tilde{\mathbf{U}}_k$  и  $\tilde{\mathbf{D}}_k$ , являющихся элементами  $UD$ -разложения для ковариационной матрицы ошибки прогноза вектора состояния  $\mathbf{X}_k = (\Delta \mathbf{r}_k^T, \Delta \mathbf{v}_k^T, \mathbb{C}, \Delta \mathcal{G}_k^T)$ :

$$\tilde{\mathbf{U}}_k = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{U}}_k & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{E} \end{pmatrix}; \quad \tilde{\mathbf{D}}_k = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{D}}_k & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & 2\sigma_g^2 \mathbf{E} \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\bar{\mathbf{U}}_k$ ,  $\bar{\mathbf{D}}_k$  — верхнетреугольная матрица с единичными диагональными элементами и диагональная матрица, такие что

$$\bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{U}}_k \bar{\mathbf{D}}_k \bar{\mathbf{U}}_k^T = \mathbb{M}_k \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{D}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^T \mathbb{M}_k^T,$$

где  $\mathbb{M}_k = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_k \end{pmatrix}, & \text{если } \bar{m}_k = 0; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{M}_k \end{pmatrix}, & \text{если } \bar{m}_k > 0. \end{cases}$

По существу,  $\bar{\mathbf{U}}_k$ ,  $\bar{\mathbf{D}}_k$  — это составляющие  $UD$ -разложения для ковариационной матрицы ошибок прогноза вектора, включающего погрешности координат и скорости СИСЗ, а также часть вектора  $\Delta \mathcal{G}_k$ , связанную с измерениями от «старых» НС, номера которых образуют  $\bar{\mathbf{S}}_k^*$ . Для вычисления  $\bar{\mathbf{U}}_k$ ,  $\bar{\mathbf{D}}_k$  используются последние четыре формулы из п. 8, в которых подразумевается  $N = 7 + \bar{m}_k$ ,  $\bar{N} = 7 + m_{k-1}$ ,  $\Psi = \tilde{\mathbf{U}}_k^T \mathbb{M}_k^T$ ,  $\theta = \bar{\mathbf{D}}_k$ .



Отметим, что при формировании оценки прогноза  $\tilde{\mathbf{X}}_k$  и матриц  $\tilde{\mathbf{U}}_k$  и  $\tilde{\mathbf{D}}_k$  из соображений простоты компоненты  $\Delta\vartheta_k$  для «новых» НС считаются некоррелированными друг с другом и с компонентами для «старых» НС. В то же время корреляция между порождающими шумами для всех компонент  $\Delta\vartheta_k$  учитывается корректно на каждом шаге [см. выражение для  $\mathbf{V}_\vartheta$  после (4.14)]. Таким образом, корреляция не учитывается только для начальных значений коррелированных помех, что при малом интервале корреляции  $\tau_\vartheta$  представляется несущественным.

### 15. Назначение номера итерации

Производится назначение номера итерации  $i=1$  и оценок  $\hat{\mathbf{r}}_k = \tilde{\mathbf{r}}_k$ ,  $\mathbf{v}_k = \tilde{\mathbf{v}}_k$ ,  $\Delta\hat{\mathbf{r}}_k = 0$ ,  $\Delta\mathbf{v}_k = 0$ , необходимых для формализации итерационной процедуры оценивания.

### 16. Вычисление дальностей, скоростей и ускорений НС

Производится вычисление дальностей  $\mathcal{D}_k^j$ , радиальных скоростей  $\dot{\mathcal{D}}_k^j$  и их производных для НС с номерами  $S_k^j$ ,  $j = \overline{1, n_k}$  при использовании оценок координат и скоростей СИСЗ, полученных на предыдущей  $(i-1)$ -й итерации (для  $i > 1$ ) или на этапе прогноза (для  $i = 1$ )

$$\mathcal{D}_k^j = |\mathbf{r}_k^j - \hat{\mathbf{r}}_k^+|; \quad \dot{\mathcal{D}}_k^j = \frac{(\mathbf{r}_k^j - \hat{\mathbf{r}}_k^+)^T (\mathbf{v}_k^j - \mathbf{v}_k)}{\mathcal{D}_k^j};$$

$$\left. \frac{d\mathcal{D}_k^j}{d\mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}_k^+} = \left. \frac{\partial \dot{\mathcal{D}}_k^j}{\partial \mathbf{v}} \right|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}_k^+} = \frac{\hat{\mathbf{r}}_k^+ - \mathbf{r}_k^j}{\mathcal{D}_k^j} = \left. \frac{\partial \dot{\mathcal{D}}_k^j}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}_k^+, \mathbf{v}=\mathbf{v}_k} = \frac{\mathbf{v}_k - \mathbf{v}_k^j}{\mathcal{D}_k^j} + \frac{\dot{\mathcal{D}}_k^j}{(\mathcal{D}_k^j)^2} (\mathbf{r}_k^j - \hat{\mathbf{r}}_k^+),$$

где  $\hat{\mathbf{r}}_k^+ = \hat{\mathbf{r}}_k + \mathbf{v}_k \delta t_k^{\text{GPS}}$ .

### 17. Вычисление линеаризованных измерений для НС

Производится определение линеаризованных измерений для отдельных НС

$$\mathcal{Z}_{\mathcal{D}_k}^j = \mathcal{Z}_{\mathcal{D}_k}^j - \mathcal{D}_k^j - \left( \mathcal{D}_k^j \right)'_{\mathbf{r}} \Delta \hat{\mathbf{r}}_k; \quad \mathcal{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j = \mathcal{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j - \dot{\mathcal{D}}_k^j - \left( \dot{\mathcal{D}}_k^j \right)'_{\mathbf{r}} \Delta \hat{\mathbf{r}}_k - \left( \dot{\mathcal{D}}_k^j \right)'_{\mathbf{v}} \Delta \mathbf{v}_k,$$

$j = \overline{1, m_k + 1}$ , разностных линеаризованных измерений

$$\mathbb{Z}_{\Delta \mathcal{D}_k}^j = \mathbb{Z}_{\mathcal{D}_k}^j - \mathbb{Z}_{\mathcal{D}_k}^{m_k+1}; \quad \mathbb{Z}_{\Delta \dot{\mathcal{D}}_k}^j = \mathbb{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j - \mathbb{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^{m_k+1}, \quad j = \overline{1, m_k}$$

и соответствующих им матриц наблюдения

$$\mathbb{H}_{\Delta \mathcal{D}_k}^j = \left( \underbrace{(\mathcal{D}_k^j)'_{\mathbf{r}} - (\mathcal{D}_k^{m_k})'_{\mathbf{r}}}_{1 \times 3} \quad \Bigg| \quad \mathbf{O}_{1 \times 3} \quad \Bigg| \quad \mathbf{L}_{m_k}^j \right);$$

$$\mathbb{H}_{\Delta \dot{\mathcal{D}}_k}^j = \left( \underbrace{(\dot{\mathcal{D}}_k^j)'_{\mathbf{r}} - (\dot{\mathcal{D}}_k^{m_k})'_{\mathbf{r}}}_{m_k \times 3} \quad \Bigg| \quad \underbrace{(\dot{\mathcal{D}}_k^j)'_{\mathbf{v}} - (\dot{\mathcal{D}}_k^{m_k})'_{\mathbf{v}}}_{m_k \times 3} \quad \Bigg| \quad \mathbf{O}_{m_k \times m_k} \right).$$

Здесь  $\Delta \hat{\mathbf{r}}_k, \Delta \mathbf{v}_k$  — векторы, состоящие соответственно из 1–3 и 4–5 компоненты оценки вектора состояния  $\mathbf{X}$ , полученной после  $(i-1)$ -й итерации (при  $i=1$  они заданы равными нулю);  $(\mathcal{P}_k^j)'_{\mathbf{q}}$  — матрица, образованная из производных  $\left. \frac{\partial \mathcal{P}_k^j}{\partial \mathbf{q}} \right|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}_k^+, \mathbf{v}=\mathbf{v}_k}$ ,  $\mathcal{P} = \mathcal{D}, \dot{\mathcal{D}}$ ,  $\mathbf{q} = \mathbf{r}, \mathbf{v}$  для НС с номером  $S_k^j$ ;  $\mathbf{L}_{m_k}^j$  — матрица-строка,  $j$ -й элемент которой равен единице, а остальные  $(m_k - 1)$  — нулю.

Поясним, что измерения  $\mathbb{Z}_{\mathcal{D}_k}^j, \mathbb{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j$  являются линеаризованными в том смысле, что они могут быть приближенно представлены в линейном по отношению к ошибкам прогноза виде

$$\mathbb{Z}_{\mathcal{D}_k}^j \approx (\mathcal{D}_k^j)'_{\mathbf{r}} [\mathbf{r}(t_k) - \tilde{\mathbf{r}}_k] + \vartheta_k^j + \delta t_k + \zeta_{\mathcal{D}_k}^j;$$

$$\mathbb{Z}_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j \approx (\dot{\mathcal{D}}_k^j)'_{\mathbf{r}} [\mathbf{r}(t_k) - \tilde{\mathbf{r}}_k] + (\dot{\mathcal{D}}_k^j)'_{\mathbf{v}} (\mathbf{v}(t_k) - \tilde{\mathbf{v}}_k) + \delta f_k + \zeta_{\dot{\mathcal{D}}_k}^j.$$

К этим выражениям нетрудно прийти в результате разложения функций  $\mathcal{D}_k^j(\mathbf{r}, t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}), \dot{\mathcal{D}}_k^j(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t_k + \delta t_k^{\text{GPS}})$  в ряды Тейлора по  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  в точке  $\hat{\mathbf{r}}_k^+, \mathbf{v}_k$  и отбрасывания в них квадратичных и более старших членов. Кроме того, здесь учтены приближенные равенства

$$\mathbf{r}(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}) \approx \mathbf{r}(t_k) + \mathbf{v}(t_k) \delta t_k^{\text{GPS}} \approx \mathbf{r}(t_k) + \mathbf{v}_k \delta t_k^{\text{GPS}};$$

$$\mathbf{v}(t_k + \delta t_k^{\text{GPS}}) \approx \mathbf{v}(t_k),$$

вытекающие из малости  $\delta t_k^{\text{GPS}}$  и невысокой динамичности СИСЗ.

## 18. Определение вектора измерений, матрицы наблюдения и ковариационной матрицы помех

Производится определение вектора  $\mathbf{Z}_k$  измерений с некоррелированными белозумными помехами, а также соответствующей матрицы наблюдения  $\mathbf{H}_k$  и ковариационной матрицы  $\mathbf{R}_k$  белозумных помех.

Компоненты  $\mathbf{z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j$  вектора невязок, строки матрицы наблюдения  $\mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j$  и элементы  $\mathbf{R}_{\Delta\mathcal{P}_k}$  ковариационной матрицы белозумных помех для разностных измерений параметров  $\mathcal{P} = \mathcal{D}, \dot{\mathcal{D}}$  определяются на основании выражений

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j &= \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j - \frac{1}{m_k - j + 1} \sum_{l=j+1}^{m_k} \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^l; \quad \mathbf{z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} = \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k}; \\ \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j &= \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^j - \frac{1}{m_k - j + 1} \sum_{l=j+1}^{m_k} \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^l, \quad \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} = \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k}; \\ \mathbf{R}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{l,j} &= \begin{cases} \sigma_{\mathcal{P}}^2 \frac{m_k - j + 2}{m_k - j + 1}, & \text{если } j = l; \\ 0, & \text{если } j \neq l, \end{cases} \end{aligned}$$

где  $j, l = \overline{1, m_k}$ ,  $\sigma_{\mathcal{P}}^2$  — дисперсия белозумных помех исходных измерений параметра  $\mathcal{P}$ .

Далее формируются

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k} &= \begin{pmatrix} \mathbf{z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} \end{pmatrix}; \\ \mathbf{Z}_k &= \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{\Delta\mathcal{D}_k} \\ \mathbf{Z}_{\Delta\dot{\mathcal{D}}_k} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{D}_k} \\ \mathbf{H}_{\Delta\dot{\mathcal{D}}_k} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{\Delta\mathcal{D}_k} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{R}_{\Delta\dot{\mathcal{D}}_k} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Отметим, что матрицу  $\mathbf{R}_k$  достаточно определить только на первой итерации, так как она в отличие от  $\mathbf{Z}_k$  и  $\mathbf{H}_k$  не зависит от оценок.

Необходимость выполнения данной операции обусловлена тем, что процедура калмановской фильтрации на основе  $UD$ -разложения предполагает диагональный вид ковариационной матрицы белозумных помех измерений. Ковариационная же матрица белозумных помех разностных измерений для параметра  $\mathcal{P} = \mathcal{D}, \dot{\mathcal{D}}$  представляет собой  $\mathbb{R}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \sigma_{\mathcal{P}}^2 \Theta_k$ , где  $\Theta_k = \mathbf{E} + \mathbf{I}_{m_k} \mathbf{I}_{m_k}^T$ , где  $\mathbf{I}_m$  — состоящий из единиц  $m$ -мерный вектор, и, очевидно, является недиагональной. Приведенные выше преобразования в матричном виде можно записать как

$$\mathbf{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \mathbf{U}_{\Theta_k}^{-1} \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}; \quad \mathbf{H}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \mathbf{U}_{\Theta_k}^{-1} \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k};$$

$$\mathbf{R}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \sigma_{\mathcal{P}}^2 \mathbf{U}_{\Theta_k}^{-1} \mathbb{R}_{\Delta\mathcal{P}_k} \mathbf{U}_{\Theta_k}^{-T} = \sigma_{\mathcal{P}}^2 \mathbf{D}_{\Theta_k},$$

где  $\mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \begin{pmatrix} \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^1 \\ \vdots \\ \mathbb{Z}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} \end{pmatrix}$ ;  $\mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k} = \begin{pmatrix} \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^1 \\ \vdots \\ \mathbb{H}_{\Delta\mathcal{P}_k}^{m_k} \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{U}_{\Theta_k}, \mathbf{D}_{\Theta_k}$  — элементы  $UD$ -разложения для матрицы  $\Theta_k$ .

### 19. Определение векторных коэффициентов усиления для ФК, и составляющих $UD$ -разложения

Производится определение векторных  $(7+m_k) \times 1$  коэффициентов усиления  $\mathbf{K}_k^j, j = \overline{1, 2m_k}$  для ФК, а также верхнетреугольной  $(7+m_k) \times (7+m_k)$  матрицы  $\mathbf{U}_k$  с единичными диагональными элементами и диагональной матрицы  $\mathbf{D}_k$  той же размерности, таких что

$$\mathbf{U}_k \mathbf{D}_k \mathbf{U}_k^T = \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{D}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^T - \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{D}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^T \mathbf{H}_k^T \left( \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{D}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^T \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{D}}_k \tilde{\mathbf{U}}_k^T.$$

Матрицы  $\mathbf{U}_k, \mathbf{D}_k$  являются составляющими  $UD$ -разложения ковариационной матрицы погрешности оценки вектора состояния  $\mathbf{X}_k$  с использованием вектора измерений  $\mathbf{Z}_k$ , сформированного в п. 18. Для получения  $\mathbf{K}_k^j, \mathbf{U}_k, \mathbf{D}_k$  используется процедура [139], в которой последовательно для

каждого  $j$ -го измерения, т. е. для  $j = \overline{1, 2m_k}$ , вычисляются диагональная матрица  $\mathbf{D}_k^j$  и верхнетреугольная матрица  $\mathbf{U}_k^j$ , удовлетворяющие равенству

$$\mathbf{U}_k^j \mathbf{D}_k^j (\mathbf{U}_k^j)^T = \mathbf{U}_k^{j-1} \mathbf{D}_k^{j-1} (\mathbf{U}_k^{j-1})^T - \frac{\mathbf{U}_k^{j-1} \mathbf{D}_k^{j-1} (\mathbf{U}_k^{j-1})^T (\mathbf{H}_k^j)^T \mathbf{H}_k^j \mathbf{U}_k^{j-1} \mathbf{D}_k^{j-1} (\mathbf{U}_k^{j-1})^T}{\mathbf{H}_k^j \mathbf{U}_k^{j-1} \mathbf{D}_k^{j-1} (\mathbf{U}_k^{j-1})^T (\mathbf{H}_k^j)^T + \mathbf{R}_k^j},$$

где  $\mathbf{U}_k^0 = \tilde{\mathbf{U}}_k$ ,  $\mathbf{D}_k^0 = \tilde{\mathbf{D}}_k$ ,  $\mathbf{H}_k^j$  —  $j$ -я строка матрицы наблюдения  $\mathbf{H}_k$ ;  $\mathbf{R}_k^j$  —  $j$ -й диагональный элемент ковариационной матрицы шумов измерений  $\mathbf{R}_k$ .

В начале для данного  $j$  определяются вспомогательные векторы

$$\eta^j = (\mathbf{U}_k^{j-1})^T (\mathbf{H}_k^j)^T; \quad \xi^j = \mathbf{D}_k^{j-1} \eta^{j-1}.$$

Затем для  $i = \overline{1, N}$ , где  $N = 7 + m_k$ , последовательно вычисляются

$$S_i^j = S_{i-1}^j + (\eta_i^j)^2 \mathbf{D}_{i-1, i-1}^j, \quad \mathbf{D}_{i, i}^j = \mathbf{D}_{i, i}^{j-1} S_{i-1}^j / S_i^j;$$

$$\mathbf{U}_i^j = \mathbf{U}_i^{j-1} - \eta_i^j \chi_{i-1}^j / S_{i-1}^j \quad \text{при } i > 1;$$

$$\chi_{i+1}^j = \begin{pmatrix} \chi_i^j + \mathbf{U}_{i+1}^{j-1} \xi_{i+1}^j \\ \xi_{i+1}^j \end{pmatrix} \quad \text{при } i < N-1.$$

Здесь  $S_0^j = \mathbf{R}_k^j$ ,  $\chi_1^j = \xi_1^j$ ,  $\mathbf{D}_{i, i}^j$  — диагональный элемент матрицы  $\mathbf{D}_k^j$ ;

$\mathbf{U}_i^j = (\mathbf{U}_{1, i}^j, \dots, \mathbf{U}_{i-1, i}^j)^T$  — вектор наддиагональных элементов матрицы  $\mathbf{U}_k^j$ ;  $\eta_i^j$  и  $\xi_i^j$  —  $i$ -е компоненты соответствующих векторов.

После завершения цикла по  $i$  рассчитывается коэффициент усиления для  $j$ -го измерения

$$\mathbf{K}_k^j = \mathbf{U}_k^{j-1} \xi^j / S_N^j.$$

В итоге по завершению цикла по  $j = \overline{1, 2m_k}$  получаем  $\mathbf{D}_k = \mathbf{D}_k^{2m_k}$ ,  $\mathbf{U}_k = \mathbf{U}_k^{2m_k}$ .

## 20. Вычисление оценки вектора состояния

Выполняется вычисление оценки вектора состояния, которое выполняется путем так называемой скаляризованной обработки измерений

$$\mathbf{X}_k^j = \mathbf{X}_k^{j-1} + \mathbf{K}_k^j (\mathbf{Z}_k^j - \mathbf{H}_k^j \mathbf{X}_k^{j-1}); \quad j = \overline{1, 2m_k}, \quad \mathbf{X}_k^0 = \tilde{\mathbf{X}}_k,$$

где  $\mathbf{Z}_k^j$  —  $j$ -я компонента вектора  $\mathbf{Z}_k$ ,  $\mathbf{H}_k^j$  —  $j$ -я строка матрицы  $\mathbf{H}_k$  с заключительным назначением  $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_k^{2m_k}$ .

## 21. Формирование оценок координат и скоростей СИСЗ

Производится формирование  $\Delta \hat{\mathbf{r}}_k, \Delta \mathbf{v}_k$  из 1–3 и 4–6 компонент вектора  $\mathbf{X}_k$  соответственно и получение  $\hat{\mathbf{r}}_k = \tilde{\mathbf{r}}_k + \Delta \hat{\mathbf{r}}_k, \mathbf{v}_k = \tilde{\mathbf{v}}_k + \Delta \mathbf{v}_k$ .

## 22. Вычисление СКО оценок

На этой операции при  $i < i_{\max}$  увеличение на один номер итерации  $i$  и переход к операции 16. В противном случае вывод оценок  $\hat{\mathbf{r}}_k, \mathbf{v}_k$  с соответствующими СКО, которые рассчитываются как  $\sqrt{\mathbf{U}_k^j \mathbf{D}_k \mathbf{U}_k^{jT}}$ , где  $j = \overline{1, 6}$  — номер строки, увеличение на один номер шага  $k$  и переход к операции 2.

## 23. Завершение и переход в начало

Происходит назначение  $m_k = 0, \mathbf{S}_k^o = 0, \mathbf{S}_k^* = \emptyset, \hat{\mathbf{r}}_k = \tilde{\mathbf{r}}_k, \mathbf{v}_k = \tilde{\mathbf{v}}_k$ , присвоение матрицам  $\mathbf{U}_k, \mathbf{D}_k$  значений верхних  $(7 \times 7)$  диагональных блоков  $\check{\mathbf{U}}_k, \check{\mathbf{D}}_k$ , увеличение на один номер шага  $k$  и переход к операции 2.

### 4.5 Результаты тестирования разработанного метода определения координат искусственного спутника Земли по измерениям сигналов спутниковой радионавигационной системы

С целью апробации разработанного алгоритма были проведены эксперименты с использованием реализаций кодовых и доплеровских одночастотных измерений, полученных для СИСЗ с помощью имитатора сигналов GPS и приемника DualStar фирмы MStar Semiconductor. Решения выполнялись с дискретностью  $\Delta t = 1$  с в камеральном режиме по измерениям, записанным на двухсуточном интервале, с частотой 1 Гц. При формировании траектории СИСЗ учитывались только три рассмотренных выше возмущающих

фактора, а именно: несферичность гравитационного поля Земли, притяжение Луны и Солнца, давление прямого солнечного света..

В измерениях не учитывались ионосферные и эфемеридные погрешности. В то же время «рабочими» считались только те НС, для которых выполнено три условия,

1. отношение сигнал/шум не ниже 32 дБГц;
2. угол между линиями НС — СИСЗ и НС — центр Земли составляет не более  $20,2^\circ$ , что несколько меньше полуширины основного лепестка диаграммы направленности антенн у НС GPS Block IIА для частоты L1 [125] и у НС более новых типов — Block IIR, Block IIR(M), Block IIF [125,148,149];
3. сигналы, направленные на СИСЗ, не проходят через слой ионосферы высотой до 1000 км.

Первое и второе условия в определенном смысле дублируют друг друга. Они запрещают работать с НС, доставляющими на СИСЗ сигнал с периферии диаграммы направленности. Третье условие отсекает НС, которые затеняются Землей и ионосферным слоем со значительной концентрацией электронов. Таким образом, с точки зрения доступности НС рассматривался пессимистичный сценарий из-за уменьшенного значения допустимого угла между линиями НС — СИСЗ и НС — центр Земли и отказа от сигналов, проходящих через основную часть ионосферы.

Чтобы наглядно представить навигационную обстановку, складывающуюся на геостационарной орбите для проводимых экспериментов, на рисунке 4.9 показан график, где в сферических координатах обозначены траектории видимых с СИСЗ «рабочих» НС, отобранных согласно трем указанным выше условиям, в течение суток. Из графика видно, что доступные для использования НС находятся в достаточно узком кольце, опоясывающем Землю (на графике это незатененная область). Отсюда очевидно, что геометрия расположения НС по отношению СИСЗ является весьма неблагоприятной в силу скученности НС.

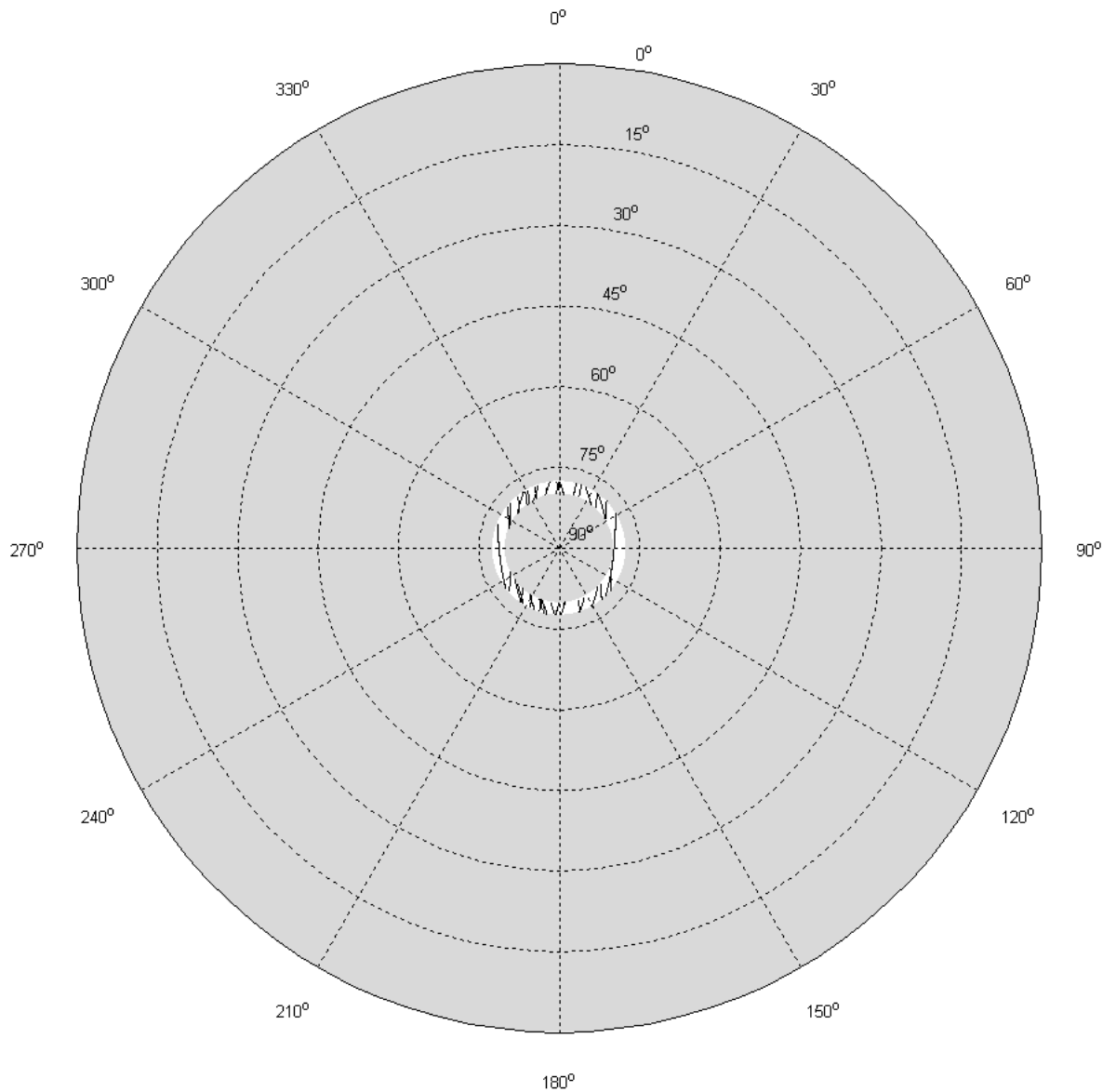


Рисунок 4.9 — Траектории НС GPS, наблюдаемые с СИСЗ

Отметим и другой аспект, связанный со спецификой навигационной задачи для СИСЗ, — малое число одновременно наблюдаемых НС и кратковременность интервалов, на которых они доступны. На рисунке 4.10 показана диаграмма суммарной продолжительности наблюдения за разным числом НС на первом суточном интервале. Обращаем внимание, что полное или избыточное созвездие (четыре и более НС) в общей сложности появляется лишь на 17 мин в течение суток. При этом значение пространственного геометрического фактора PDOP составляет не менее 200.



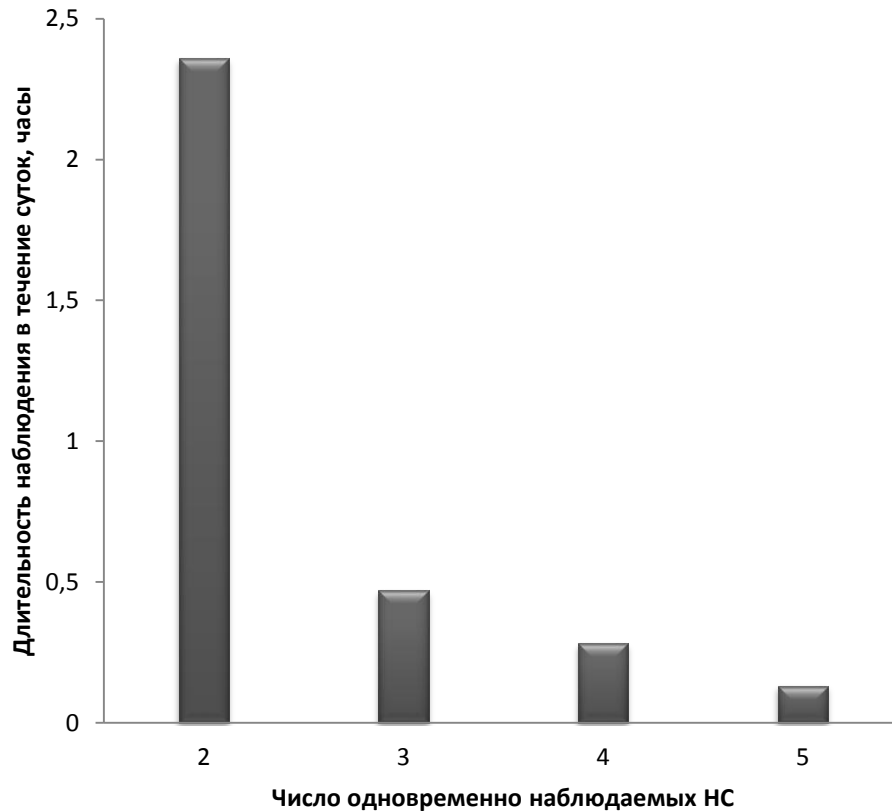


Рисунок 4.10 — Суммарное время наблюдения с СИСЗ за различными по числу НС созвездиями GPS на суточном интервале

При проведении эксперимента в алгоритм решения закладывались следующие характеристики погрешностей измерений: среднеквадратические значения белозумных помех псевдодальности  $\sigma_D = 2$  м и псевдоскорости  $\sigma_{\dot{D}} = 0,02$  м/с, среднеквадратическое значение коррелированных помех псевдодальности  $\sigma_g = 1,5$  м и их интервал корреляции  $\tau_g = 10$  мин. Эти характеристики основаны на результатах статистического анализа погрешностей измерений используемого приемника.

Полученные в ходе решения оценки координат и составляющих скорости вычитались из эталонных значений, которые использовались при имитации сигналов GPS. Таким образом формировались погрешности всех шести навигационных параметров (три компоненты вектора координат  $\mathbf{r}$  и три компоненты составляющих скорости  $\mathbf{v}$ ). Они выводились в сопровождении утроенных значений СКП, рассчитываемых по ковариационным соотношениям

ФК, что позволяло понять адекватность вырабатываемых алгоритмом характеристик точности.

Как уже отмечалось, длительность решения составляла 48 ч. При этом СИСЗ располагался примерно на оси  $Y$  в системе координат WGS-84. Истинные значения координат и скорости были квазистационарными, т. е. аппарат на интервале решения не был полностью неподвижен относительно Земли. Так, на суточном интервале его смещение относительно первоначального положения по осям  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  достигало уровня 30, 10 и 2 км соответственно. Для определения границ сходимости алгоритма проводились решения для различных значений начальной неопределенности в координатах и скорости. Не претендуя на точное определение границ неопределенности, при которой обеспечиваются сходимость и приемлемая точность решения, приведем положительные результаты использования рассмотренного алгоритма при ковариационных матрицах погрешностей начальных координат  $\mathbf{P}_{r_0} = \sigma_{r_0}^2 \mathbf{E}$  и скоростей  $\mathbf{P}_{v_0} = \sigma_{v_0}^2 \mathbf{E}$  ( $\mathbf{E}$  — единичная матрица) с двумя комбинациями среднеквадратической погрешности начальных координат  $\sigma_{r_0}$  и скоростей  $\sigma_{v_0}$  с  $\sigma_{r_0} = 10$  км,  $\sigma_{v_0} = 10$  м/с. При моделировании траектории СИСЗ возмущение от светового давления рассчитывалось исходя из коэффициента светового давления  $C=1,4$  и отношения площади сечения СИСЗ к его массе  $0,01$  м<sup>2</sup>/кг, что не является заниженным показателем для реальных спутников связи. Неопределенность априорного знания  $C$  задавалась СКП  $\sigma_{C_0} = 0,1$ . Обработка измерений выполнялась с применением двух итераций ФК. Получены результаты решений для 20 вариантов погрешностей начальных условий и коэффициента отражения, сгенерированных случайным образом по гауссову закону для данных  $\sigma_{r_0}$ ,  $\sigma_{v_0}$  и  $\sigma_{C_0}$ .

На рисунках 4.11 и 4.12 показаны реализации погрешностей — черные линии и утроенные значения СКП — красные линии. СКП практически одинаковы для всех 20 реализаций решения. Результаты приведены на двух

рисунках, чтобы в разных масштабах нагляднее показать динамику уточнения навигационных параметров на различных стадиях решения. На каждом рисунке внизу показаны графики количества использованных НС, которые объясняют изменение погрешностей оценок и их СКП. Рисунок 4.11 демонстрирует начальные 0...4 ч и 4...12 ч интервалы, где эпизодически используются только два НС в течение коротких периодов продолжительностью в среднем 15...20 минут при одно-двухчасовых перерывах в поступлении измерений. Тем не менее этого достаточно для существенного уточнения решения. К концу двенадцатичасового интервала СКП позиционирования составляет десятки метров. Дальнейшее уточнение, как видно из рисунка 4.12, происходит медленнее. При этом зависимость текущих погрешностей от их начальных значений ослабевает: все реализации стягиваются в плотный пучок. По прошествии 30 часов можно говорить о стабилизации точности: предельная погрешность по координатам приближенно оценивается 20 м, а по скорости — 1 мм/с. На рисунке 4.13 показаны погрешности оценки коэффициента светового давления  $\mathbb{C}$  также в сопровождении утроенных СКП (красные линии) и числа используемых НС. Интересно, что в течение первых суток коэффициент  $\mathbb{C}$  практически не уточняется, но к концу двухсуточного интервала его погрешность сокращается до 0,01...0,02. Это объясняется тем, что на первых сутках погрешности координат и скоростей СИСЗ, порожденные неопределенностью начальных условий, еще слишком велики, чтобы заметить в них влияние неточного знания  $\mathbb{C}$ . Важно отметить соответствие рассчитанных в алгоритме значений СКП реальным погрешностям оцениваемых параметров на протяжении всего решения, т.е. можно говорить об адекватной оценке точности.

Представляет интерес сопоставить рассмотренное выше решение, в котором коэффициент  $\mathbb{C}$  оценивается наряду с координатами и скоростями СИСЗ, с

упрощенными вариантами, когда  $C$  не оценивается. Дополнительные варианты рассмотрим только на интервале 12...48 ч после начала решения, когда резкого изменения уровня погрешностей уже не происходит. При этом решения выполнялись для той же траектории движения СИСЗ, реализации измерений, реализаций погрешностей начальных условий СИСЗ и коэффициента  $C$ , что и в первоначальном варианте.

Так на рисунке 4.14 показаны результаты, полученные без какого-либо учета влияния светового давления. Погрешности, достигающие по координатам 250 м, а по скоростям — 0,015 м/с, говорят о проигрыше этого варианта на порядок по сравнению с полноценным решением, где используется априорное значение  $C$  и происходит его последовательное уточнение. Более того, тут не приходится говорить о получении сколько-нибудь достоверной характеристики точности — рассчитанные СКП не имеют ничего общего с реальным уровнем погрешностей.

На рисунке 4.15 отражен случай использования априорного значения  $C$  имеющего, как и в первом варианте, СКП 0,1, но без его уточнения по ходу решения. Этот результат намного ближе к первоначальному варианту, чем второй. Однако и здесь уровень погрешности оказывается заметно — в два-три раза — выше того, что получается, если ввести коэффициент  $C$  в число оцениваемых параметров.

Наконец, рисунок 4.16 демонстрирует решение в идеальном с точки зрения информации о  $C$  случае, когда этот коэффициент известен абсолютно точно. Тут к исходу двухсуточного интервала предельные погрешности по координатам

снижаются до уровня 10 м, а по скоростям — до 0,5 мм/с, что вдвое лучше точности, которая достигается при оценивании коэффициента  $C$  за то же время.

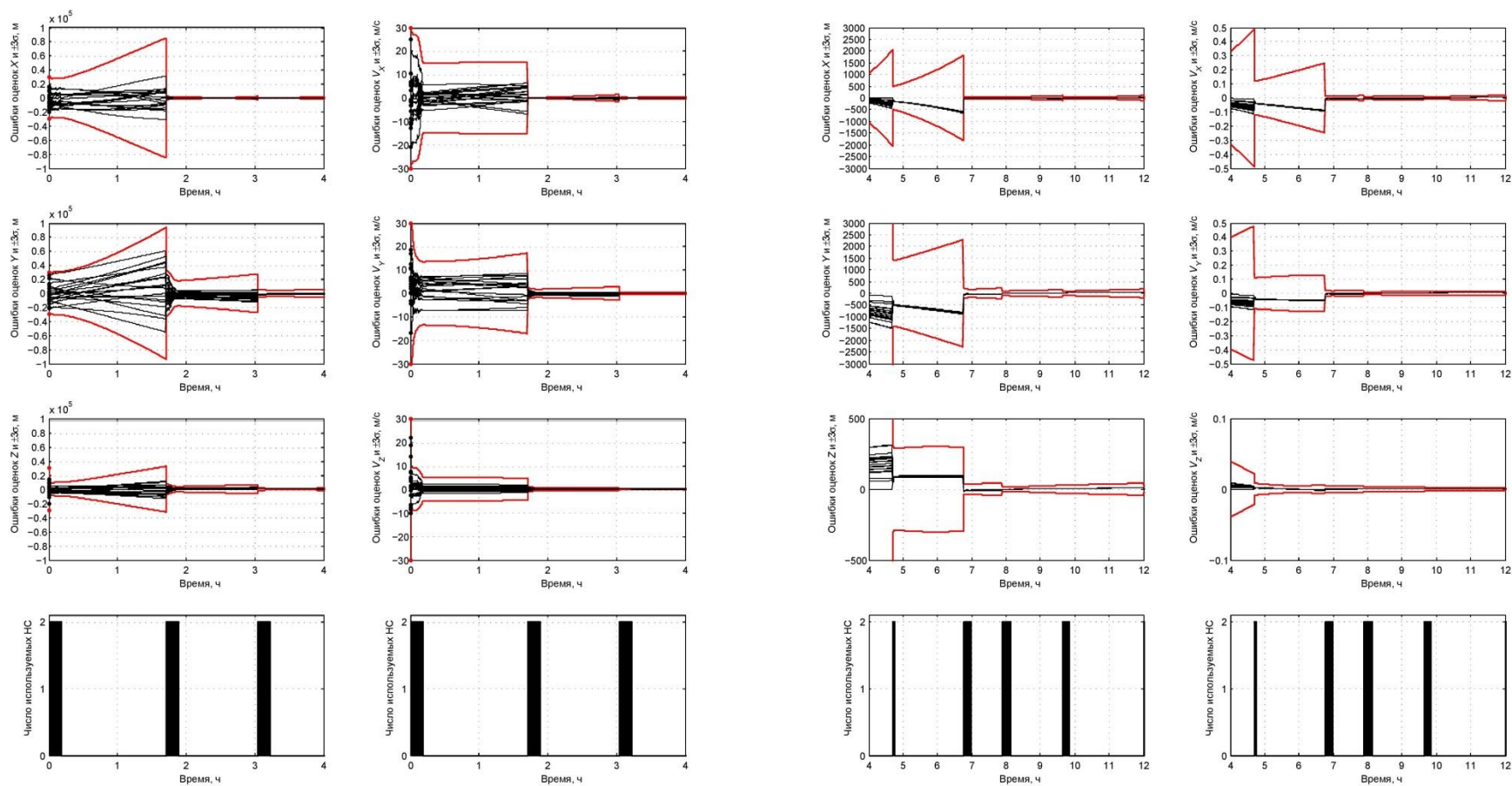


Рисунок 4.11 — Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ на интервалах 0...4 ч и 4...12 ч от начала решения с уточнением коэффициента светового давления

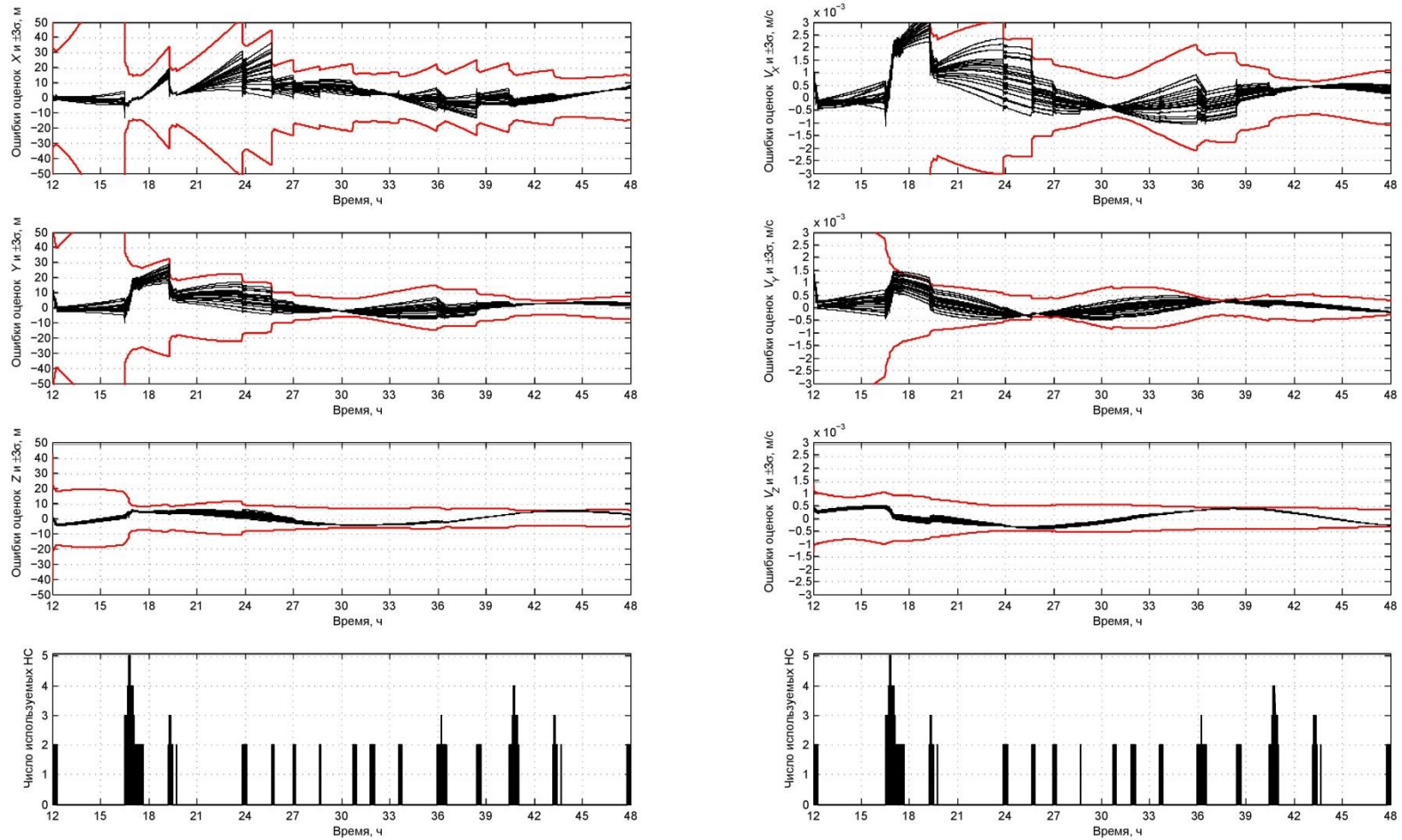


Рисунок 4.12 — Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ на интервале 12...48 ч от начала решения с уточнением коэффициента светового давления

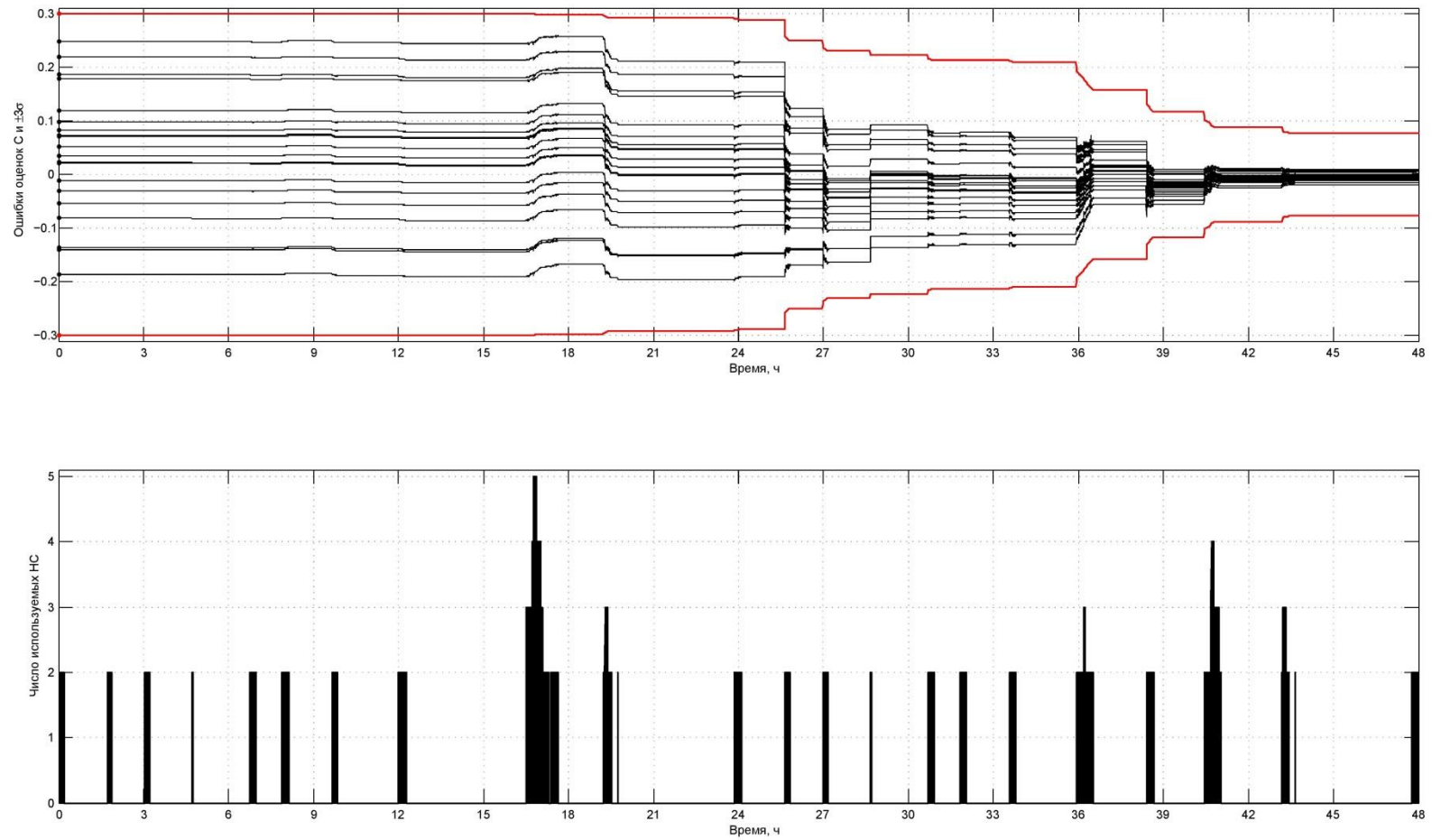


Рисунок 4.13 — Результаты оценивания коэффициента светового давления



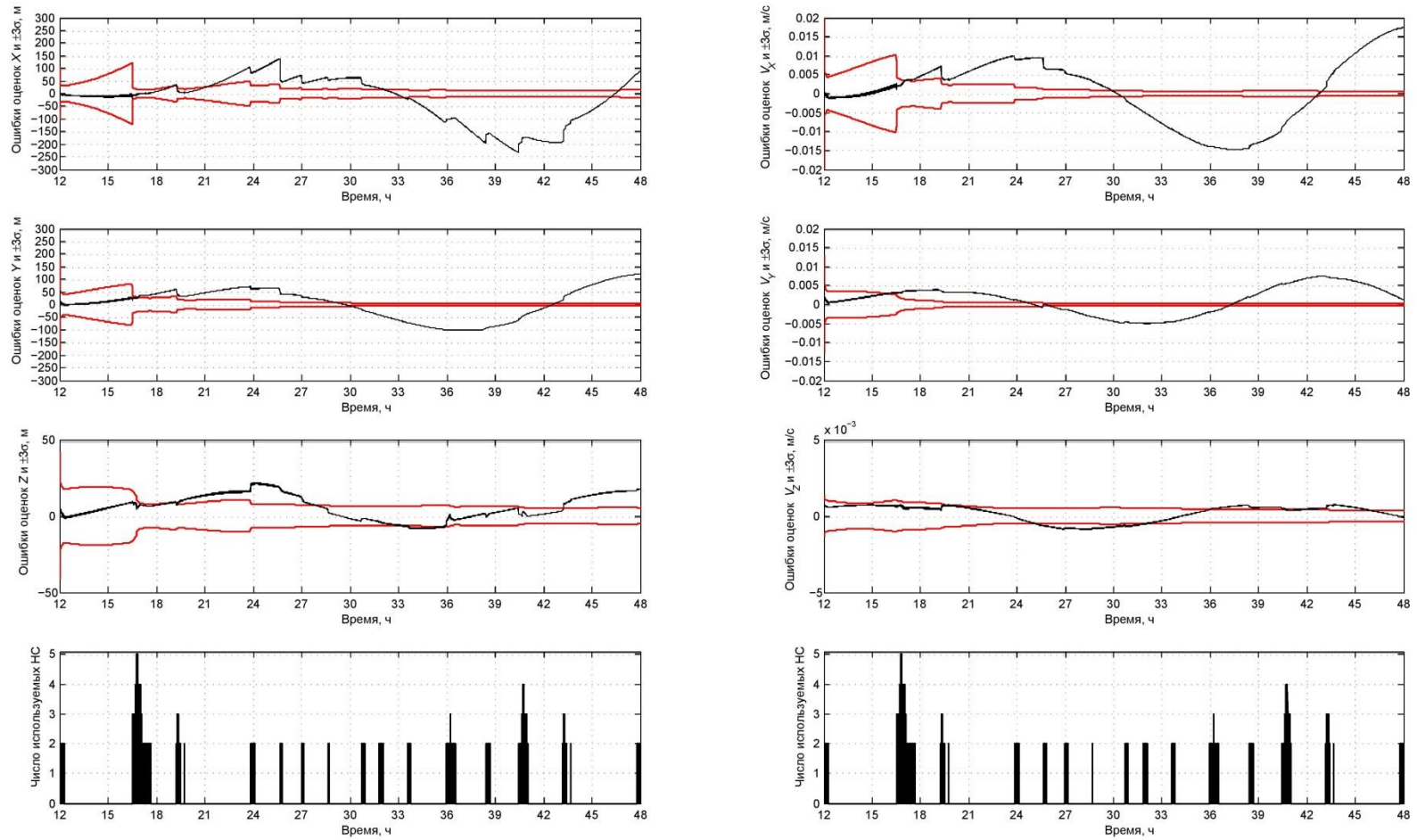


Рисунок 4.14 — Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ без учета влияния светового давления

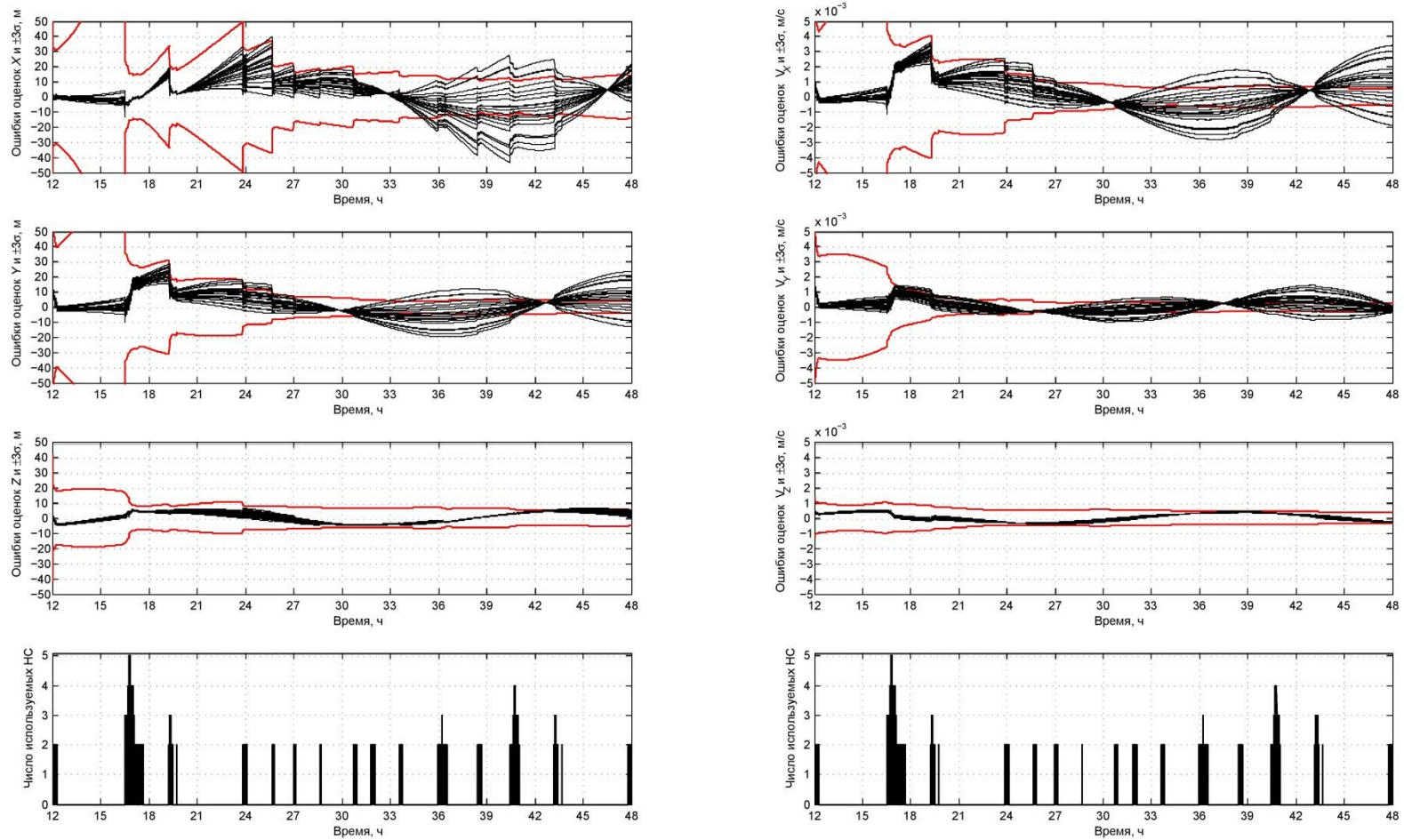


Рисунок 4.15 — Результаты оценивания координат и скорости СИСЗ с априорным значением коэффициента светового давления без его уточнения

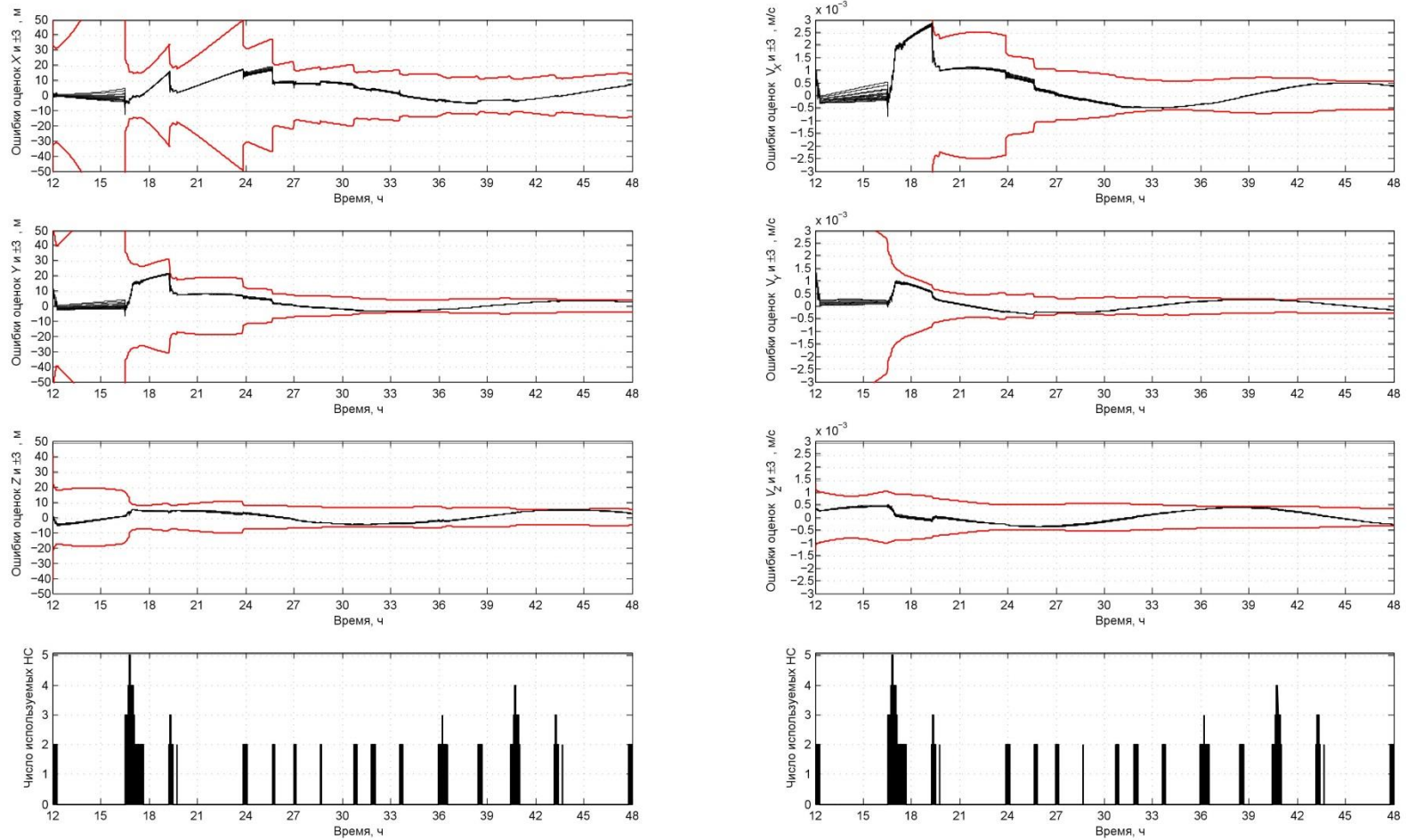


Рисунок 4.16 — Результаты оценивания координат и скорости СИЗ с точным значением коэффициента светового давления.

Таким образом, представленные результаты демонстрируют высокую эффективность разработанного алгоритма навигации СИСЗ, подтверждая обоснованность использованных упрощающих приемов. Однако следует иметь в виду, что для реальных СИСЗ может потребоваться некоторая доработка алгоритма — учет дополнительных возмущений в уравнениях динамики СИСЗ, более детальная модель влияния солнечного света на движение, а также, не исключено, и модели погрешности измерений с учетом влияния верхних слоев ионосферы. При описании дополнительных возмущений в некоторых случаях нужно принять во внимание неточность знания их параметров (их погрешности должны быть включены в вектор состояния). Помимо этого, в вектор состояния могут быть введены изменяющиеся стохастические составляющие возмущений. Важно подчеркнуть, что рассмотренный алгоритм открыт для уточнения используемых в нем моделей динамики СИСЗ и измерений.

#### ***4.6 Выводы по разделу 4***

1. Ограниченная зона радиовидимости на СИСЗ приводит к тому, что потребитель располагает измерениями от очень малочисленного созвездия навигационных спутников, которое почти никогда не бывает полным (четыре или более НС). Кроме того, погрешность опорного генератора вносит значительно больший вклад в погрешность определения координат БАСН, нежели для наземного потребителя. Если количество доступных НС меньше четырех, то погрешность ОГ может быть устранена только путем использования нескольких последовательных одномоментных наборов измерений (псевдодальностей и псевдоскоростей) и модели, которая описывает погрешности ОГ в разные моменты времени.
2. Благодаря сравнительно малому уровню неопределенности возмущений, действующих на СИСЗ, и наличию детально проработанной модели

движения космических тел, наиболее перспективным способом решения навигационной задачи на борту СИСЗ является использование уравнений динамики его движения. Целесообразно использовать вероятностное описание динамики ИСЗ и погрешностей измерений, что позволяет сформулировать постановку задачи навигации ИСЗ по измерениям СРНС с позиций теории стохастического оценивания.

3. Задачу навигации ИСЗ по измерениям СРНС необходимо решать с расчетом на бортовую реализацию, для чего требуется субоптимальный алгоритм решения. Целесообразно использовать исходные нелинейные уравнения динамики спутника и в то же время применять метод калмановской итерационной фильтрации на основе линеаризованного представления уравнений динамики и измеряемых параметров — дальностей и скоростей. Полученные с помощью фильтра Калмана оценки текущих координат и составляющих скорости учитываются при интегрировании уравнений движения спутника до следующего момента решения.
4. Потенциальная точность разработанного метода, как показывают результаты тестирования, удовлетворяет точностным требованиям к БАСН. Кроме того, предложенный подход является универсальным: он может использоваться и в условиях избыточного состава измерений, например на низкоорбитных спутниках.

## **5 Разработка метода автономной относительной навигации искусственного спутника Земли**

### ***5.1 Задача автономной навигации группы спутников***

Полет ИСЗ строем входит в число проектов, реализация которых изменит облик околоземной космонавтики. При полете строем несколько спутников образуют координированную группу, или строй [150]. Как правило, группа ИСЗ используется для решения тех же задач, которые традиционно решает одиночный (как правило больший по размеру) спутник. Полет строем имеет ряд преимуществ по сравнению с одиночным полетом. К ним, по мнению NASA [151], относятся простота проектирования спутников, меньшее время их производства, а также относительно простой и недорогой процесс замены ИСЗ на орбите. Иными словами, нередко вместо запуска одиночного, большого и дорогого спутника экономически эффективнее использовать группу маленьких и недорогих аппаратов.

Кроме перечисленных технико-экономических преимуществ, полет строем кардинально расширяет возможности использования ИСЗ, поскольку позволяет преодолеть ограничения традиционных одиночных космических полетов. Такое расширение достигается за счет, во-первых, избыточности измерений, получаемых от спутников, и, во-вторых, за счет существенно больших и конфигурируемых апертур [152]. Последнее преимущество является решающим, например, для радиолокационных станций обзора Земли с цифровым синтезированием апертуры антенны.

Полет строем требует координированного управления всеми спутниками в группе. Использование контрольных станций слежения для управления полетом в группе имеет те же недостатки, что и управление полетом одиночного спутника, а

именно: высокие затраты на создание и обслуживание КСС, невозможность маневра спутников вне зоны видимости контрольных станций, значительное время на подготовку маневров ИСЗ и невозможность автоматизированных маневров. Отметим, что невозможность автоматизированных маневров делает полет строем практически неосуществимым. Кроме того, многие авторы [152,153,154] отмечают, что использование наземных станций для управления и контроля группы спутников накладывает существенные ограничения на точность управления и ведет к неоптимальному использованию бортовых ресурсов, прежде всего топлива.

Навигация группы ИСЗ, осуществляемая на борту каждого из ИСЗ автономно (т. е. независимо от наземных станций слежения), лишена вышеуказанных недостатков навигации с использованием наземных станций. Только автономная навигация группы спутников может обеспечить их полет строем. В литературе особо отмечается присущая такой навигации возможность своевременного реагирования на непредвиденные обстоятельства, например отклонения одного из спутников группы от заданной орбиты [153,154]. Наконец, с точки зрения функциональности постоянно растущие требования к временному и пространственному разрешению изображений Земли могут быть удовлетворены только при помощи автономной навигации ИСЗ, образующих строй [153]. Остановимся на этом подробнее для иллюстрации необходимости определения взаимного месторасположения ИСЗ внутри группы в реальном масштабе времени. Рассмотрим использование группы спутников в составе фазированной антенной решетки (ФАР). В такой группе на каждом из спутников установлена антенна, при этом относительные фазы сигналов каждой из антенн изменяются таким образом, чтобы, например, сузить луч диаграммы направленности ФАР для повышения точности определения угловых координат источника излучения. Управление фазами сигналов каждой из антенн предполагает знание их взаимного месторасположения. Следовательно, такое управление возможно в том случае, если антенны неподвижны друг относительно друга. Если взаимное месторасположение антенн изменяется, как в случае их установки на борту ИСЗ,

то алгоритм управления фазами сигнала должен принимать во внимание такие изменения. Поэтому для построения ФАР на основе группы спутников необходимо в реальном масштабе времени определять взаимное месторасположение ИСЗ внутри группы.

В настоящее время, несмотря на растущие потребности промышленности, бизнеса и науки, а также многообещающие теоретические исследования, автономный полет строем не вышел за пределы исследовательских лабораторий. Причина такого разрыва между теоретическими исследованиями и практическим применением заключается в отсутствии надежной, опробованной технологии автономной навигации группы спутников.

Сейчас для относительной навигации ИСЗ могут использоваться оптическая лазерная локация и радары в так называемом К-диапазоне (англ. K-Band) — 20...40 ГГц. Оба метода обеспечивают малую погрешность относительной навигации — от нескольких десятков микрон до одного-двух миллиметров, обладая в то же время рядом существенных недостатков. К недостаткам следует отнести узкий угол обзора, высокую стоимость и главное — одноразмерный характер их измерений: обе системы обеспечивают измерение расстояния между ИСЗ только по линии видимости, в то время как для автономной относительной навигации необходимо определение трехмерного вектора расстояния. Последний недостаток делает невозможным использование существующих методов для решения задачи автономной относительной навигации ИСЗ и требует новых подходов.

Настоящий раздел посвящен методам проектирования относительной навигации ИСЗ при помощи СРНС как перспективного способа автономной навигации группы спутников.

Использование спутниковых радионавигационных систем для относительной навигации ИСЗ является естественным выбором для разработчиков космических систем. Оно интенсивно обсуждалось в последние годы [155-160]. Отметим три характерные особенности работ [155-159]. Во-первых, исследования основаны на данных, полученных на симуляторе сигналов



СРНС, а не на результатах космических экспериментов. Во-вторых, рассматривается только постобработка данных, а не обработка в режиме реального времени. В-третьих, предполагается, что решение задачи относительной навигации производится на Земле, а не на борту ИСЗ. Эти особенности не позволяют применить разработанные методы для автономной относительной навигации, задачей которой является определение вектора взаимного положения двух космических кораблей на борту (без связи с наземными станциями) и в реальном масштабе времени. В последние несколько лет были опубликованы исследования по обработке данных эксперимента GRACE (см., например, [161], [162]), которые показывают возможности наземной постобработки, но не предлагают решения задачи автономной относительной навигации.

## ***5.2 Принципы относительной навигации по сигналам спутниковых радионавигационных систем***

### **5.2.1 Фазовые измерения в спутниковой радионавигационной системе**

В современных приемниках СРНС реализуется не только измерение смещения фазы кода ПСП, но также измерение фазового смещения самой несущей частоты по отношению к опорному сигналу. Поскольку период несущей составляет для GPS  $L_1$  сигнала около 19 см, а фазовое разрешение приемника можно положить равным 0,02...0,03 длины волны, то погрешность определения фазы несущей лежит в миллиметровом диапазоне. При этом, правда, невозможно измерить количество циклов<sup>8</sup>, укладывающихся на линии «спутник — приемник», и с миллиметровой погрешностью измеряется лишь «хвостик» — дробная часть фазового сдвига. Определение целого числа циклов представляет собой задачу разрешения фазовой неоднозначности.

Рассмотрим математическую модель фазы и фазовых измерений в СРНС. По определению, фаза гармонического колебания  $\phi$  в момент времени  $t$

---

<sup>8</sup> Мы будем использовать также слово «цикл» в качестве синонима длины волны.

$$\varphi(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^t f(s) ds, \quad (5.1)$$

где  $f(s)$  — частота гармонического колебания;  $\varphi(t_0)$  — начальная фаза в момент времени  $t_0$ .

Для коротких интервалов времени, определяя номинальную частоту  $f_0$  на интервале, получим

$$\varphi(t) = \varphi(t_0) + f_0(t - t_0). \quad (5.2)$$

В навигационных приемниках для измерения фазы используются схемы фазовой автоподстройки (см. раздел 3), в которых при начале слежения за фазой определяется разность фаз сигнала, принятого от НС, и локальной копии сигнала. После осуществления захвата схема автоподстройки позволяет определить в каждый из моментов измерения количество целых периодов и изменение разности фаз внутри периода колебания. Предположим, что опорные генераторы на борту НС и в навигационном приемнике идеально синхронизированы друг с другом и идеально точны. Тогда

$$\varphi(t) = \varphi_n(t) - \varphi_c(t - \tau) + N, \quad (5.3)$$

где  $\varphi_n(t)$  — фаза несущей частоты локальной копии сигнала в момент времени  $t$ ;  $\varphi_c(t - \tau)$  — фаза несущей частоты сигнала, излученного спутником в момент времени  $t - \tau$ ;  $N$  — фазовая неоднозначность — неизвестное число целых периодов несущей.

Выражение (5.3) означает следующее. В момент, когда приемник начинает слежение за фазой несущей сигнала, состояние счетчиков целых циклов произвольно и это состояние входит в результат первого измерения фазы. В ходе последующих измерений расстояние от приемника до спутника меняется, и эти изменения отражаются в изменениях измеренной фазы. Таким образом, неизвестным является только начальное целое число циклов, которое нужно добавить к первому и последующим измерениям, чтобы получить истинное значение псевдодальностей до спутника. Математически это выражается следующим образом. Поскольку

$$\varphi_c(t - \tau) = \varphi_c(t) - f \cdot \tau, \quad (5.4)$$

то

$$\varphi(t) = f \cdot \tau + N = \frac{r(t, t - \tau)}{\lambda} + N, \quad (5.5)$$

где  $f$  — частота несущей сигнала;  $\lambda$  — длина волны несущей сигнала;  $r(t, t - \tau)$  — расстояние между положением приемника в момент времени  $t$  и положением навигационного спутника в момент времени  $t - \tau$ .

Опуская индексы времени, учитывая погрешности опорных генераторов, а также другие источники погрешностей, запишем

$$\varphi = \frac{r + I + T}{\lambda} + \frac{c(\delta t_H - \delta t_C)}{\lambda} + N + \varepsilon_\varphi, \quad (5.6)$$

где  $I$  — задержка распространения сигнала в ионосфере, измеренная в метрах;  $T$  — задержка распространения сигнала в тропосфере, измеренная в метрах;  $\delta t_H$  — погрешность опорного генератора навигационного потребителя;  $\delta t_C$  — погрешность опорного генератора НС;  $c$  — скорость света;  $\varepsilon_\varphi$  — погрешность измерения фазы.

Заметим следующее: в наших рассуждениях мы предполагали, что слежение за фазой несущей сигнала происходит непрерывно, без сбоев. В случае же даже одиночного сбоя мы не можем узнать количество пропущенных циклов несущей и для последующего ряда наблюдений приходится вводить дополнительный неизвестный параметр. Таким образом, в общем случае для разрешения фазовой неоднозначности необходимо определить значения нескольких неизвестных, общее количество которых равно числу наблюдаемых спутников плюс общее количество сбоев слежения за фазой. Еще раз отметим, что все неизвестные, значения которых мы собираемся определять для разрешения фазовой неоднозначности, принимают только целочисленные значения.

### 5.2.2 Первые и вторые разности фазовых измерений

Рассмотрим два навигационных приемника, обозначенных  $u$  и  $r$  (от принятых в англоязычной литературе сокращений user и rover), осуществляющих непрерывное слежение за фазой несущей частоты сигнала СРНС. Разность фаз несущей сигнала от одного и того же НС  $k$  в приемниках в один и тот же момент времени составит

$$\begin{aligned} \varphi_u - \varphi_r = & \frac{\left(r_u^{(k)} - r_r^{(k)}\right) - \left(I_u^{(k)} - I_r^{(k)}\right) + \left(T_u^{(k)} - T_r^{(k)}\right)}{\lambda} + \\ & + f\left(\delta t_u - \delta t_r\right) + \left(N_u^{(k)} - N_r^{(k)}\right) + \left(\varepsilon_{\varphi_u}^{(k)} - \varepsilon_{\varphi_r}^{(k)}\right). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Используя обозначение  $\Delta$  для разности, получим

$$\Delta\varphi^{(k)} = \frac{\Delta r^{(k)} - \Delta I^{(k)} + \Delta T^{(k)}}{\lambda} + f\Delta\delta t + \Delta N^{(k)} + \Delta\varepsilon^{(k)}. \quad (5.8)$$

Заметим, что погрешность опорного генератора НС является общей для обоих приемников и ее нет в правой части выражения (5.8), называемого уравнением первых разностей. Запишем уравнение первых разностей для другого НС с индексом  $l$

$$\Delta\varphi^{(l)} = \frac{\Delta r^{(l)} - \Delta I^{(l)} + \Delta T^{(l)}}{\lambda} + f\Delta\delta t + \Delta N^{(l)} + \Delta\varepsilon^{(l)}. \quad (5.9)$$

Из сравнения (5.8) и (5.9) видно, что слагаемое  $f\Delta\delta t$ , представляющее собой произведение частоты несущей на разность погрешностей опорных генераторов навигационных приемников, является общим для всех НС. Это наводит на мысль о вычислении вторых разностей — разностей фазы несущей между первыми разностями для разных НС

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^{(k)} - \Delta\varphi^{(l)} = & \frac{\left(\Delta r^{(k)} - \Delta r^{(l)}\right) - \left(\Delta I^{(k)} - \Delta I^{(l)}\right) + \left(\Delta T^{(k)} - \Delta T^{(l)}\right)}{\lambda} + \\ & + \left(\Delta N^{(k)} - \Delta N^{(l)}\right) + \left(\Delta\varepsilon^{(k)} - \Delta\varepsilon^{(l)}\right). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Используя обозначение  $\nabla\Delta$  для второй разности, запишем

$$\nabla\Delta\varphi^{(kl)} = \frac{\nabla\Delta r^{(kl)} - \nabla\Delta I^{(kl)} + \nabla\Delta T^{(kl)}}{\lambda} + \nabla\Delta N^{(kl)} + \nabla\Delta\varepsilon^{(kl)}. \quad (5.11)$$

Для случая, когда каждый из навигационных приемников осуществляет слежение за фазой  $M$  НС, можно сформировать  $M(M - 1)$  двойных разностей, но только  $2(M - 1)$  двойная разность является линейно независимой, а остальные не содержат дополнительной информации.

Расстояние между приемниками называют базой. Строго говоря, базой называется не расстояние между приемниками, а расстояние между фазовыми центрами антенн приемников. Введем понятие короткой базы, определив его как такое расстояние между приемниками, на котором можно пренебречь разностью задержек распространения сигнала в атмосфере [члены  $\nabla\Delta I^{(kl)}$  и  $\nabla\Delta T^{(kl)}$  в выражении (5.11)]. Короткую базу сложно измерить в единицах длины: при спокойном состоянии ионосферы и 100-километровая база может быть определена как короткая, а в условиях высокой активности ионосферы для базы 25 км величинами  $\nabla\Delta I^{(kl)}$  нельзя пренебречь.

Для короткой базы запишем уравнения первых разностей

$$\Delta\varphi^{(k)} = \frac{\Delta r^{(k)}}{\lambda} + f\Delta\delta t + \Delta N^{(k)} + \Delta\varepsilon^{(k)} \quad (5.12)$$

и вторых разностей

$$\nabla\Delta\varphi^{(kl)} = \frac{\nabla\Delta r^{(kl)}}{\lambda} + \nabla\Delta N^{(kl)} + \nabla\Delta\varepsilon^{(kl)}. \quad (5.13)$$

Рассмотрим теперь рисунок 5.1, на котором приведено геометрическое представление первых разностей. Далее мы будем жирным шрифтом обозначать векторы и матрицы. Предполагая, что база измерений существенно меньше, нежели расстояние от центра Земли до каждого из приемников, запишем для первой разности псевдодальностей

$$\Delta r^{(k)} = -\mathbf{1}_r^{(k)} \mathbf{x}_{ur} \quad (5.14)$$

и для первой разности фазовых измерений

$$\Delta\varphi^{(k)} = \frac{-\mathbf{1}_r^{(k)} \mathbf{x}_{ur}}{\lambda} + f\Delta\delta t + \Delta N^{(k)} + \Delta\varepsilon^{(k)}. \quad (5.15)$$

Для вторых разностей (рисунок 5.2), получим аналогично

$$\nabla\Delta r^{(k)} = -(\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)}) \mathbf{x}_{ur}, \quad (5.16)$$

$$\nabla\Delta\varphi^{(kl)} = \frac{(\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)}) \mathbf{x}_{ur}}{\lambda} + \nabla\Delta N^{(kl)} + \nabla\Delta\varepsilon^{(kl)}. \quad (5.17)$$

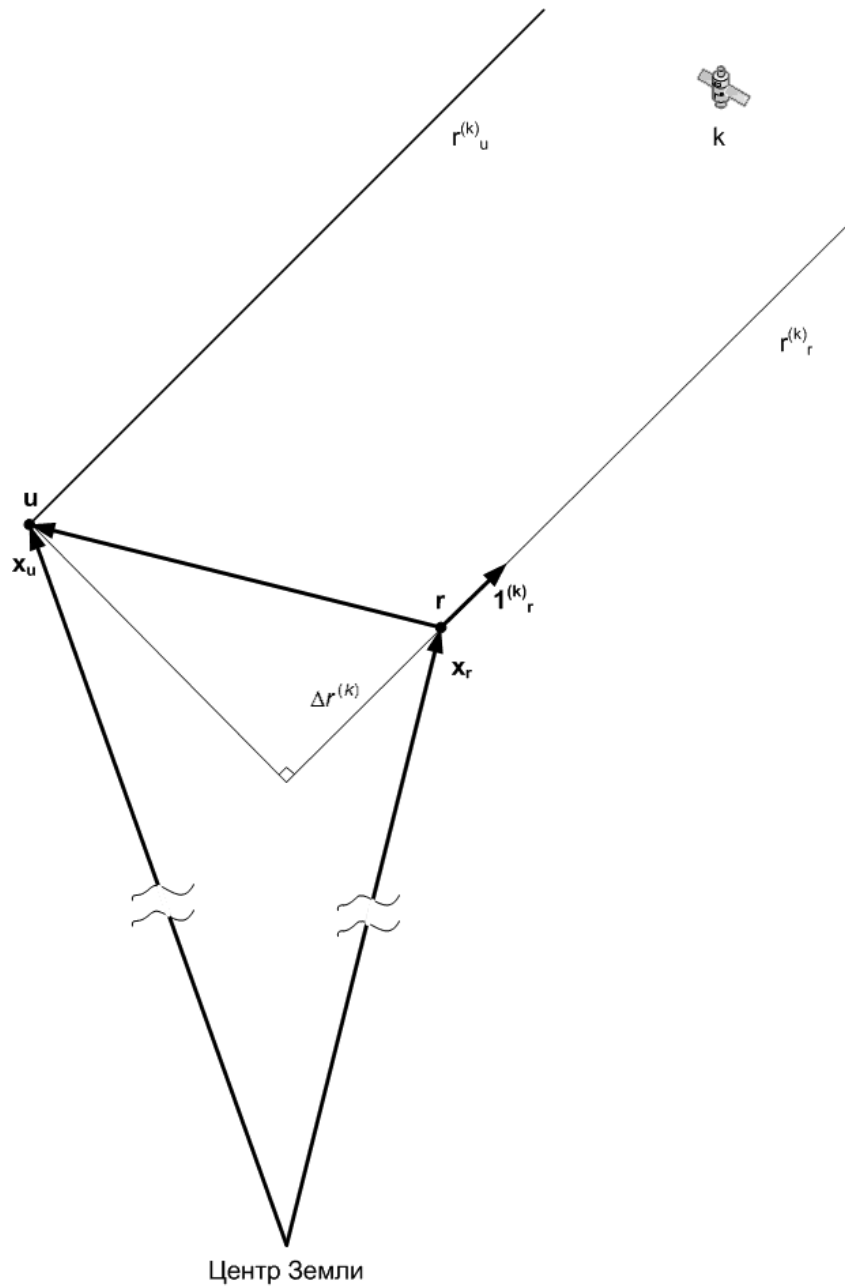


Рисунок 5.1 — Геометрическое представление первых разностей измерений

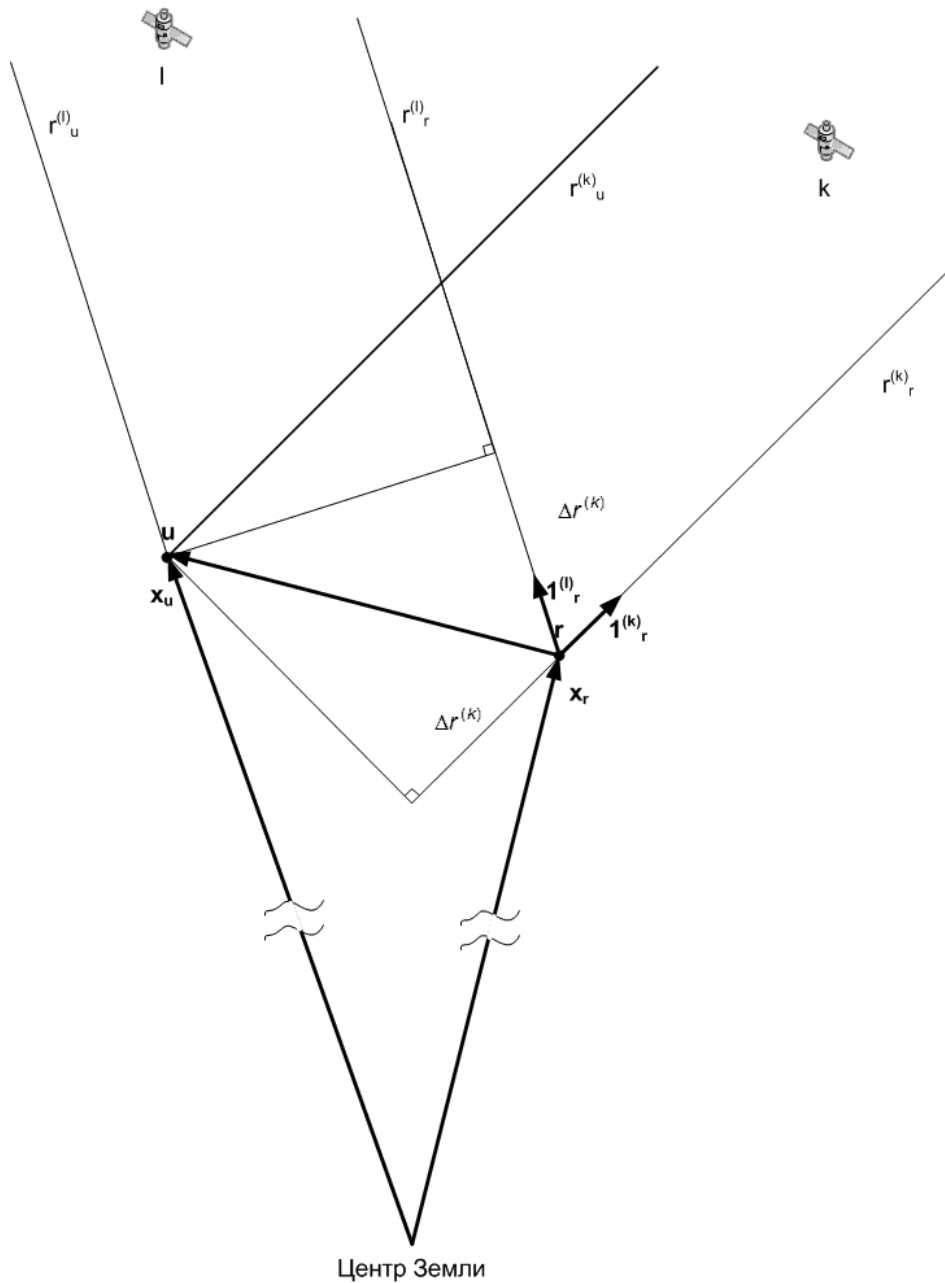


Рисунок 5.2 — Геометрическое представление вторых разностей измерений

### 5.2.3 Понятие относительной навигации при помощи спутниковой радионавигационной системы

Мы видим, что при образовании разностей исключается влияние погрешностей, одинаково искажающих оба ряда измерений — погрешностей опорного генератора НС для первых разностей и погрешностей опорных генераторов РНП для вторых разностей. За исключение влияния погрешностей приходится платить определенную цену: из решения системы разностных

уравнений можно получить только разности координат между приемниками, а не координаты каждого из приемников. Определение разности координат между приемниками и является задачей относительной навигации.

Для пояснения сути относительной навигации с использованием СРНС рассмотрим простейший случай. Есть два неподвижных навигационных приемника, обозначенных  $u$  и  $r$ , осуществляющих непрерывное слежение за фазой несущей частоты сигнала СРНС (рисунок 5.3). Необходимо измерить базу  $d$ , зная  $\theta_0$  — угловое положение НС относительно базы.

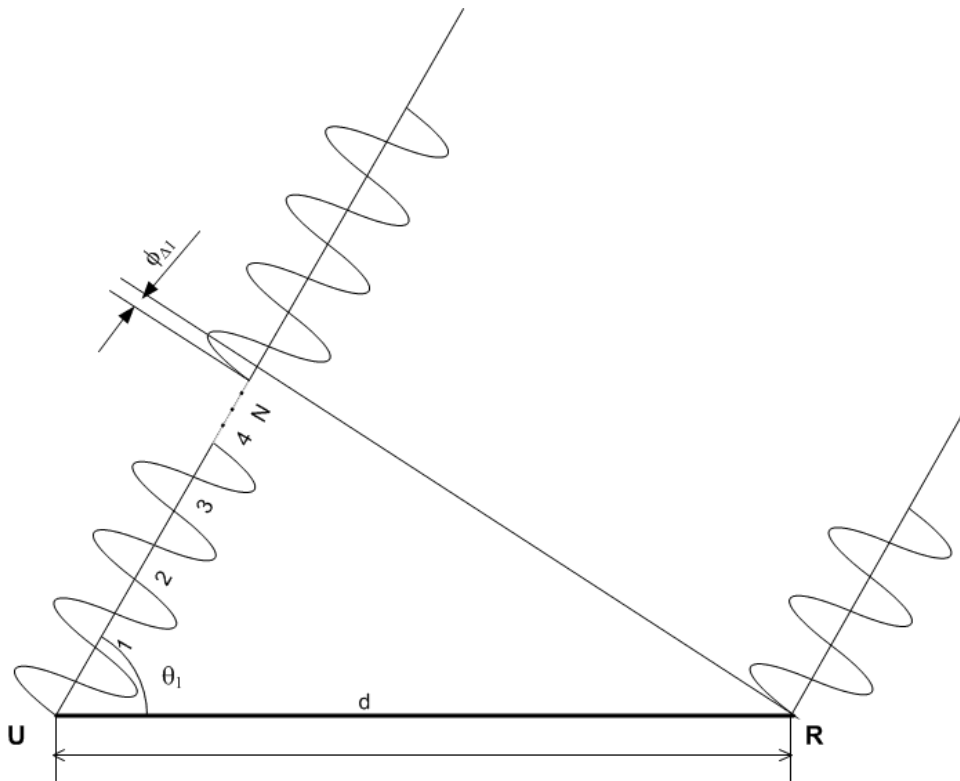


Рисунок 5.3 — Простейший случай относительной навигации с использованием СРНС

Из рисунка 5.3 очевидно, что в момент времени  $t_0$  разность фаз несущей, измеренной приемниками  $u$  и  $r$ , составит некоторое целое число циклов  $N$  и дробную часть фазы  $\phi_{\Delta 0}$ , которая в силу периодического характера несущей и будет измерена системами слежения за фазой. Тогда, обозначая символом  $\Delta$  разность фаз  $\phi$ , запишем

$$\Delta\phi_{ur}(t_0) = \phi_u(t_0) - \phi_r(t_0) = \phi_{\Delta 0} + N. \quad (5.18)$$



Поскольку (см. рисунок 5.3)

$$d \cos(\theta_0) = \lambda(\varphi_{\Delta 0} + N), \quad (5.19)$$

определив  $N$ , можно измерить базу  $d$ . Для определения  $N$  можно воспользоваться тем, что НС непрерывно двигаются, и для момента времени  $t_1$  можно записать

$$d \cos(\theta_1) = \lambda(\varphi_{\Delta 1} + N). \quad (5.20)$$

Выражения (5.19) и (5.20) представляют собой систему двух уравнений с двумя неизвестными  $d$  и  $N$ . Для трехмерного случая при определении базы нам понадобились бы измерения фазы несущей трех НС.

Проведенные выкладки упрощенно иллюстрируют задачу относительной навигации. На практике она должна решаться, как правило, в реальном времени, и мы не можем ждать изменения взаимного геометрического положения базы и навигационных спутников; измерения фазы неидеальны и содержат как систематическую, так и шумовую погрешности; фазовые соотношения замеряются в каждом из приемников относительно фазы опорного генератора, что вызывает дополнительные погрешности; при больших базах условия приема сигналов разные для антенн приемников  $u$  и  $r$  — это касается как многолучевости, так и влияния тропосферы и ионосферы. Тем не менее эти простейшие выкладки позволяют понять суть задачи относительной навигации и необходимость разрешения фазовой неоднозначности для ее выполнения.

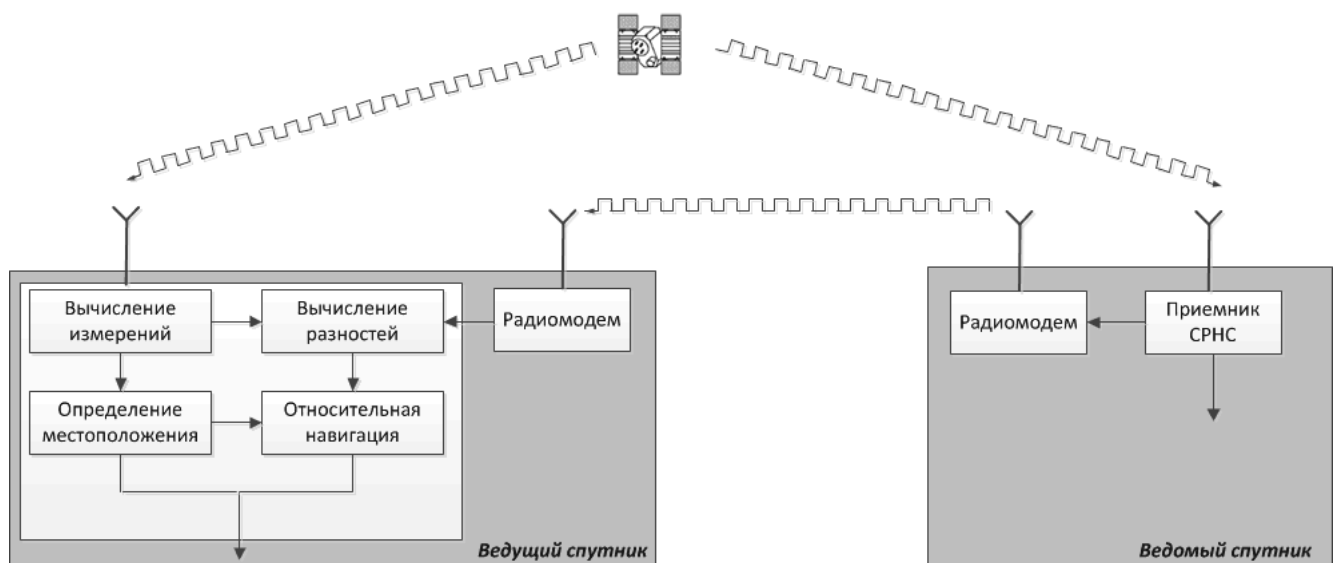


Рисунок 5.4 — Принцип относительной навигации ИСЗ

Рисунок 5.4 объясняет принцип относительной навигации ИСЗ. Для относительной навигации используются два РНП, которые обмениваются сырыми измерениями СРНС через радиолинию. Каждый из РНП решает навигационную задачу. Кроме того, приемник, расположенный на ведущем ИСЗ, вычисляет разности измерений, полученных на обоих спутниках, и решает задачу относительной навигации.

В последние годы популярным методом автономной навигации групп ИСЗ стал метод навигации полета строем при помощи радиочастотных датчиков (англ. Formation Flying Radio Frequency, FFRF) [163-171]. Подробный анализ данного метода выходит за рамки этой работы; его принцип действия показан на рисунке 5.5.

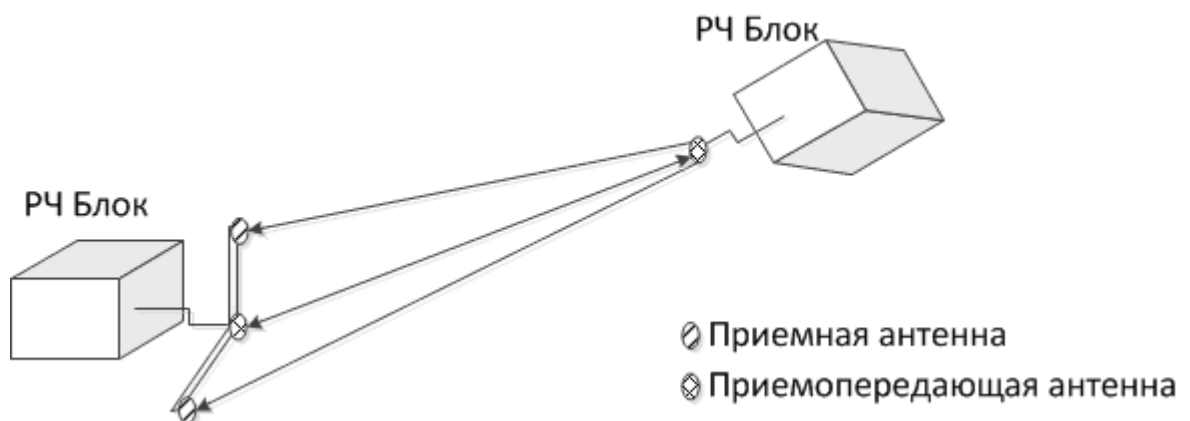


Рисунок 5.5 — Обобщенная схема навигации при помощи радиочастотных датчиков

Как указывают авторы, в основе FFRF лежит тот же принцип, что и в относительной навигации при помощи СРНС, — использование фазовых измерений несущей и разрешение фазовой неоднозначности. Приемопередающие антенны, показанные на рисунке 5.5, обеспечивают обмен сырыми измерениями, в то время как приемные антенны служат для приема СРНС-подобного сигнала. Очевидно, что при использовании FFRF задача относительной навигации сведется к задаче разрешения фазовой неоднозначности, которой и посвящен следующий подраздел.

### 5.2.4 Методы разрешения фазовой неопределенности

Рассмотрим уравнение (5.16) и представим вектор относительного местоположения  $\mathbf{x}_{ur}$  в виде начальной оценки  $\mathbf{x}_0$  и неизвестного линейного члена  $\delta\mathbf{x}$

$$\mathbf{x}_{ur} = \mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}. \quad (5.21)$$

Тогда, подставляя (5.21) в (5.13), получим

$$\nabla\Delta\varphi^{(kl)} = \frac{\nabla\Delta r_0 - (\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)}) \cdot \delta\mathbf{x}}{\lambda} + \nabla\Delta N^{(kl)} + \nabla\Delta\varepsilon^{(kl)}, \quad (5.22)$$

где  $\nabla\Delta r_0 = (\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)}) \cdot \mathbf{x}_0$ .

Определим

$$\nabla\Delta\varphi^{(kl)} = \frac{\nabla\Delta r_0 - (\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)}) \cdot \delta\mathbf{x}}{\lambda} + \nabla\Delta N^{(kl)} + \nabla\Delta\varepsilon^{(kl)}; \quad (5.23)$$

$$\nabla\Delta y = \nabla\Delta\varphi - \frac{\nabla\Delta r_0}{\lambda}; \quad (5.24)$$

$$\nabla\Delta\mathbf{g} = -\frac{(\mathbf{1}_r^{(k)} - \mathbf{1}_r^{(l)})}{\lambda}. \quad (5.25)$$

Тогда

$$\nabla\Delta y = \nabla\Delta\mathbf{g}\delta\mathbf{x} + \nabla\Delta N + \nabla\Delta\varepsilon. \quad (5.26)$$

Уравнение (5.26) представляет собой линейное уравнение вторых разностей, полученное на одной измерительной эпохе по одной паре НС. Рассмотрим подробнее члены этого уравнения. Величина  $\nabla\Delta y$  является разностью между вычисленным и измеренными значениями вторых разностей фазы несущей для начального значения относительного местоположения;  $\nabla\Delta\mathbf{g}$  — вектор, описывающий взаимное геометрическое расположение приемника и НС;  $\delta\mathbf{x}$  — неизвестная линейная добавка к начальному значению относительного местоположения;  $\nabla\Delta N$  — искомая фазовая неоднозначность.

Можно объединить все линейные уравнения, полученные по всем комбинациям спутников на  $i$ -й измерительной эпохе, в следующем виде:

$$\mathbf{y}(i) = \mathbf{G}(i)\delta\mathbf{x} + \mathbf{N} + \boldsymbol{\varepsilon}(i). \quad (5.27)$$

Для случая, когда каждый из навигационных приемников осуществляет слежение за фазой  $M$  НС, можно сформировать  $M(M-1)$  двойных разностей, но только  $2(M-1)$  двойная разность является линейно независимой. Обозначая  $K = 2(M-1)$ , запишем размерности векторов и матриц в уравнении (5.27):  $\mathbf{y}$  —  $(K \times 1)$ ,  $\mathbf{G}$  —  $(K \times 3)$ ,  $\delta\mathbf{x}$  —  $3 \times 1$ ,  $\mathbf{N}$  —  $K \times 1$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  —  $(K \times 1)$ .

Для статического пользователя  $\delta\mathbf{x}$  не зависит от времени, и для  $(i+1)$ -й измерительной эпохи справедливо<sup>9</sup>

$$\mathbf{y}(i+1) = \mathbf{G}(i+1)\delta\mathbf{x} + \mathbf{N} + \boldsymbol{\varepsilon}(i+1). \quad (5.28)$$

Комбинируя (5.27) и (5.28), получим

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}(i) \\ \mathbf{y}(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(i) \\ \mathbf{G}(i+1) \end{bmatrix} \delta\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{N} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}(i) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(i+1) \end{bmatrix}, \quad (5.29)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица.

В общем виде

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\delta\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{N} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.30)$$

и нашей задачей является нахождение вещественного вектора  $\delta\mathbf{x}$  размерностью  $(3 \times 1)$  и целочисленного вектора  $\mathbf{N}$  размерностью  $(K \times 1)$ , которые минимизируют целевую функцию  $f$

$$f(\delta\mathbf{x}, \mathbf{N}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{G}\delta\mathbf{x} - \mathbf{A}\mathbf{N}\|^2, \quad (5.31)$$

где  $\|\cdot\|$  означает операцию взятию нормы вектора.

Эта задача решалась бы при помощи метода наименьших квадратов, если бы не ограничение на целочисленный характер вектора  $\mathbf{N}$ . В результате решения системы уравнений получаются вещественные значения вектора  $\mathbf{N}$ , в то время как по смыслу элементы вектора  $\mathbf{N}$  могут принимать только целочисленные значения. На практике решение задачи разбивают на два этапа. Первый этап состоит в получении оценки  $\mathbf{N}$  без учета целочисленного характера. Этот этап называют

<sup>9</sup> Мы ограничимся этим упрощенным случаем. Для движущегося пользователя  $\delta\mathbf{x}$  зависит от времени, но это не меняет сути задачи и принципов ее решения.

плавающим решением. Второй этап, называемый фиксированным решением, состоит в уточнении плавающего решения с учетом целочисленности. Фиксированное решение представляет собой очевидную сложность: округление полученных вещественных значений до ближайшего целого совершенно не обязательно дает верное искомое значение. Искомое значение находится внутри доверительного интервала, определяемого погрешностью измерений плавающего решения. Погрешность плавающего решения часто велика, что делает невозможным прямой перебор целых в доверительном интервале. Рассмотрим простейший пример. Предположим, что погрешность определения координат кодовым методом составляет 1 м, длина волны несущей — около 20 см. Следовательно, неопределенность каждого из измерений будет составлять  $\pm 5$  циклов. Если нужно оценить шестизмерный вектор, то необходимо вычислить значения целевой функции (5.31) для  $6^{10}$  (т. е. более 60 миллионов) значений элементов вектора  $N$ . В последние 20 лет были предложены многочисленные методы разрешения фазовой неоднозначности, основанные на разных способах уменьшения области поиска и повышении эффективности его алгоритмов [169, 172-175].

### ***5.3 Особенности относительной навигации искусственного спутника Земли***

Задача определения взаимного положения ИСЗ по сигналам НС имеет некоторые общие черты с аналогичной задачей для наземных пользователей, но содержит и ряд существенных отличий [176]. Сразу отметим, что в настоящее время задача относительной навигации для СИСЗ и ЭОС не представляет собой практического интереса, поскольку относительное местоположение ИСЗ нужно знать для взаимных маневров (стыковка, сближение) и для полета строем. И взаимные маневры, и полет строем используются в основном для НОС. Если вопрос относительной навигации в будущем будет поставлен и получит практическое значение, то для его решения при помощи СРНС нужно будет существенно повысить чувствительность приемников, которые в настоящее время

не способны осуществлять устойчивое слежение за фазой, несущей на борту СИСЗ. В этой работе мы ограничимся рассмотрением относительной навигации НОС.

Для НОС не возникает трудности недостаточного созвездия видимых НС, поскольку высота орбит НОС составляет сотни километров, а орбиты НС имеют высоту примерно 20 000 км. В разделе 1 было показано, что количество видимых НС и их геометрический фактор для НОС принципиально не отличаются от типичных значений, которые имеют место для наземных потребителей. Несмотря на сходство количества видимых НС и геометрического фактора для НОС и для наземных потребителей, навигация НОС имеет свою специфику. Поскольку НОС обращается вокруг Земли намного быстрее, чем НС, состав видимых для НОС НС изменяется значительно чаще (см. параграфы раздела 1, посвященные времени прохождения спутника).

Быстрая смена созвездия и короткое время прохождения НС влияют как на плавающее решение, так и на фиксированное. Короткое время прохождения ухудшает эффективность фильтрационных методов обработки измерений, таких как сглаживание псевдодальномерных измерений по измерениям фазы несущей (англ. CAS — computer aided smoothing) и фильтры Калмана, применяемые во вторичной обработке. Фильтрационные методы направлены на подавление медленно меняющихся составляющих погрешностей измерений и, естественно, нуждаются в достаточно продолжительном интервале непрерывного поступления измерений. Иногда говорят об инерционности решения, имея в виду возможность учета полученных ранее измерений при определении текущего положения. Чем больше интервал времени, на котором используются ранее полученные измерения, тем выше инерционность решения. Очевидно, что уменьшение инерционности решения, вызванное коротким временем прохождения НС, неблагоприятно сказывается на погрешности получаемого плавающего решения.

Короткое время прохождения двояко влияет на фиксированное решение. Во-первых, нахождение фиксированного решения затрудняется из-за высокой погрешности плавающего решения. Во-вторых, короткий интервал прохождения

означает увеличение доли измерений несущей, полученных на близких эпохах измерения. Такие фазовые измерения сильно коррелированы между собой, и их использование затрудняет разрешение фазовой неоднозначности.

Другой особенностью относительной навигации НОС, как и вообще любых ИСЗ, является отсутствие тропосферных погрешностей, неизбежных для наземных потребителей. Вместе с тем на околоземных орбитах остается существенным влияние ионосферы, которая простирается до высот около 1500 км и вызывает погрешности измерения задержки сигнала от НС. Как отмечалось выше, для двухчастотных приемников ионосферная погрешность может быть исключена. Однако при использовании одночастотных приемников ее необходимо учитывать при обработке измерений. При этом следует иметь в виду, что разработанные для наземных потребителей алгоритмы расчета поправок на ионосферную погрешность не годятся для НОС. При расчете поправок для наземных пользователей используется допущение о том, что ионосфера представляет собой тонкий слой, расположенный на высоте максимальной плотности электронного содержания [177]. Такое допущение неприемлемо для НОС, которые фактически летают внутри ионосферы. Для НОС плотность электронного содержания по линии распространения сигнала от НС к НОС меняется сложным образом. В частности, линия распространения сигнала может дважды пересекать уровень наибольшей плотности электронного содержания.

Наконец, еще одна важная особенность относительной навигации НОС по сигналам СРНС — жесткое ограничение на объем вычислительных затрат. Использование программных корреляторов вызывает ряд дополнительных трудностей, связанных с реализацией остальных функций приемника: слежение за сигналом, решение навигационной задачи. Реализация программного коррелятора «съедает» значительную часть ресурсов процессора приемника (см. раздел 2). В этой связи особенно актуально построение вычислительно эффективных методов относительной навигации. Настоящий раздел как раз посвящен обсуждению вычислительно эффективного метода решения задачи относительной навигации ИСЗ по фазовым измерениям СРНС. Как и для наземных потребителей, основные

усилия при решении этого вопроса направлены на минимизацию вычислительных затрат, связанных с наиболее трудоемким этапом — исключением неоднозначности фазовых измерений, то есть с фиксированным решением.

Указанные выше позитивные и негативные факторы, имеющие место при решении задачи относительной навигации ИСЗ, сведены в таблицу 5.1.

Таблица 5.1 — Особенности задачи относительной навигации ИСЗ

Положительные	Отрицательные
Наличие достаточного для навигационного решения созвездия НС	Невысокая эффективность фильтрационных методов из-за короткого времени прохождения
Отсутствие тропосферных погрешностей	Малая доля слабокоррелированных измерений фазы из-за короткого времени прохождения
	Сложность учета ионосферных погрешностей при одночастотном решении
	Ограниченность вычислительных ресурсов приемника

#### ***5.4 Использование сигналов спутниковых радионавигационных систем для относительной навигации искусственных спутников Земли***

При решении задачи относительной навигации ИСЗ, как уже было показано, особенно важной задачей является сокращение вычислительных затрат. Это заставляет очень тщательно подойти к разработке метода решения. Следует, однако, сказать, что вычислительная экономичность метода решения не должна достигаться в ущерб его надежности и точности, поскольку точность навигационного обеспечения ИСЗ в конечном счете отражается на качестве множества проводимых на его борту исследований и измерений и в отдельных



случаях может иметь жизненно важное значение (при сближении и стыковке). Поэтому помимо экономичности метод решения задачи относительной навигации НОС должен обладать способностью вырабатывать адекватные оценки погрешности полученного решения. Этого можно добиться, если сократить до приемлемого уровня риск получения ложного решения на этапе исключения неоднозначности фазовых измерений. Чтобы обоснованно принять полученную оценку целого числа периодов фазы в качестве истинного значения или отказаться от использования целочисленной оценки, необходимо располагать соответствующей характеристикой достоверности.

Достоверность исключения неоднозначности фазовых измерений обычно оценивается с помощью различных статистических критериев [169, 173-175]. При этом для предполагаемого значения целого числа периодов вычисляется квадратичная форма. Она проверяется на соответствие закону распределения вероятности, который должен иметь место в случае, если предполагаемое значение совпадает с истинным (распределение  $\chi^2$ , распределение Стьюдента). Существуют варианты оценки достоверности, где используется пара конкурирующих значений целого числа периодов [178]. Здесь критерием достоверности служит отношение квадратичных форм для этих значений: оно сопоставляется с порогом для распределения Фишера. Указанные подходы достаточно экономичны, однако страдают неполнотой используемой для оценки достоверности информации.

Применительно к НОС вместо статистических критериев мы предлагаем использовать апостериорную вероятность предполагаемого целочисленного значения, т. е. вероятность условную по отношению ко всем полученным к текущему моменту измерениям. Если эта вероятность достигает установленного заранее порога (близкого к единице), целочисленная оценка периодов используется для получения окончательного решения — относительных координат. Апостериорная вероятность является наиболее объективным критерием исключения неоднозначности, поскольку опирается на всю полученную информацию. Понятно, что расчет этой вероятности требует больше

вычислительных затрат, чем при использовании статистических критериев. Однако ее применение оправдано, так как обеспечивает высокую надежность окончательного решения.

Отметим, что на практике двухчастотные измерения доступны на борту ИСЗ далеко не всегда. Более того, получение и использование двухчастотных измерений выходит за рамки этой работы, задача которой — создание основ проектирования БАСН на основе открытых, доступных на рынке электронных компонент. В случае использования одночастотных измерений, как отмечалось, будет невозможно исключить ионосферную погрешность. Следовательно, метод относительной навигации ИСЗ должен иметь универсальный характер, т. е. он должен быть применим как к одночастотным, так и к двухчастотным измерениям.

С алгоритмической точки зрения разработанный метод определения относительных координат низкоорбитных спутников по фазовым измерениям GPS выгодно отличается от существующих аналогов. Отличие предложенного фиксированного решения заключается в его разбивке на два этапа и в более рациональной организации перебора целого числа периодов фазовых измерений.

На первом этапе фиксированного решения отыскивается наиболее вероятное значение целого числа периодов фазы. Полный перебор целого числа периодов здесь не выполняется. Высокая скорость выполнения этого этапа обеспечивается тем, что область, в которой производится поиск, постоянно сужается по мере нахождения новых «кандидатов» на наиболее вероятное значение.

Второй этап служит для оценки апостериорной вероятности найденного значения целого числа периодов. Существенно, что ее оценка формируется последовательно в ходе перебора возможных значений целого числа периодов. Причем величина оценки апостериорной вероятности монотонно убывает по мере учета новых целочисленных значений. Благодаря такой технике создается возможность отказаться от недостоверного фиксированного решения, не вычисляя полностью его апостериорную вероятность и не выполняя перебор всех возможных значений периодов фазы.

В ходе выполнения перебора на первом и втором этапах применяется «автоматическая» нумерация значений компонент вектора периодов фазы, которая обеспечивается легко выполнимыми целочисленными операциями и не требует запоминания больших массивов данных. Кроме того, необходимое на первом и втором этапах вычисление квадратичных форм выполняется не с нуля для каждой новой комбинации целого числа периодов, а с учетом промежуточных результатов для уже рассмотренных комбинаций.

## 5.5 Метод относительной навигации искусственного спутника Земли

### 5.5.1 Постановка задачи

Пусть в дискретные моменты времени  $t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , для двух низкоорбитальных спутников (НОС<sub>А</sub>, НОС<sub>В</sub>) по одному и тому же созвездию из ( $m_k + 1$ ) НС получены вторые разности кодовых (по С/А коду) и фазовых (на несущих  $L_1, L_2$ ) измерений

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\mathbf{Z}^{C/A}(t_k) &= \nabla\Delta D[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k] + \nabla\Delta\mathbf{e}^{C/A}(t_k); \\ \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L_1}(t_k) &= \nabla\Delta D[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k] + \lambda_1 \nabla\Delta N_1 + \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_1}(t_k); \\ \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L_2}(t_k) &= \nabla\Delta D[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k] + \lambda_2 \nabla\Delta N_2 + \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_2}(t_k).\end{aligned}\tag{5.32}$$

Здесь и далее символ  $\Delta$  обозначает первые разности (разности между величинами, относящимися к НОС<sub>А</sub>, НОС<sub>В</sub>); символ  $\nabla$  обозначает вторые разности (разности между величинами, относящимися к опорному и вспомогательным НС);  $\nabla\Delta D[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k]$  — вектор вторых разностей дальностей между НОС<sub>А</sub>, НОС<sub>В</sub> на момент приема и НС на моменты излучения сигналов;  $\mathbf{S}_A, \mathbf{S}_B$  — трехмерные векторы геоцентрических координат НОС<sub>А</sub>, НОС<sub>В</sub>;  $\nabla\Delta\mathbf{e}^{C/A}, \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_1}, \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_2}$  — векторы вторых разностей погрешностей кодовых и фазовых измерений;  $\lambda_1, \lambda_2$  — длины волны для соответствующих несущих сигналов НС,  $\nabla\Delta N_1, \nabla\Delta N_2$  — векторы вторых разностей целого числа периодов фазовых измерений.

Будем считать, что погрешности вторых разностей измерений обусловлены ионосферной задержкой и шумами приемников, т. е.

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\mathbf{e}^{C/A}(t_k) &= \frac{\nabla\Delta\varepsilon(t_k)}{f_1^2} + \nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}(t_k); \\ \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_1}(t_k) &= -\frac{\nabla\Delta\varepsilon(t_k)}{f_1^2} + \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_1}(t_k); \\ \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_2}(t_k) &= -\frac{\nabla\Delta\varepsilon(t_k)}{f_2^2} + \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_2}(t_k).\end{aligned}\quad (5.33)$$

где  $\nabla\Delta\varepsilon$  — составляющая, связанная с ионосферной задержкой;  $f_1, f_2$  — частоты несущих;  $\nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}, \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_1}, \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_2}$  — вторые разности шумов приемников.

Полагаем, что  $\nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}, \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_1}, \nabla\Delta\mathcal{G}^{L_2}$  имеют белозумный характер (т. е. некоррелированы во времени) и гауссово распределение вероятности. Причем шумы для измерений от разных спутников независимы друг от друга, вследствие чего их ковариационные матрицы имеют структуру вида

$$\mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathcal{G}^i}(t_k) = r_{\Delta\mathcal{G}_0^i}(t_k) \mathbf{I} \cdot \mathbf{I}^T + \begin{pmatrix} r_{\Delta\mathcal{G}_1^i}(t_k) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & r_{\Delta\mathcal{G}_m^i}(t_k) \end{pmatrix}, \quad i = C/A, L_1, L_2. \quad (5.34)$$

Здесь  $r_{\Delta\mathcal{G}_j^i}(t_k) = r_{\mathcal{G}_{j,A}^i}(t_k) + r_{\mathcal{G}_{j,B}^i}(t_k)$  — дисперсия шумов первых разностей измерений по  $j$ -му НС (нулевой НС выступает в качестве опорного); где  $r_{\mathcal{G}_{j,A}^i}(t_k), r_{\mathcal{G}_{j,B}^i}(t_k)$  — дисперсии шумов измерений по  $j$ -му НС для приемников, установленных на НОС<sub>A</sub>, НОС<sub>B</sub>;  $\mathbf{I}$  —  $m_k$ -мерный вектор, состоящий из единиц.

При отсутствии модели ионосферной составляющей погрешности  $\nabla\Delta\varepsilon(t_k)$  опишем ее также с помощью белозумной последовательности с ковариационной матрицей  $R_{\nabla\Delta\varepsilon}(t_k)$ , аналогичной по структуре (5.34), и предположим, что она подчиняется гауссову закону распределения вероятности.

Предположим, что при  $m_k \geq 3$  имеются оценки  $\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)$  координат НОС<sub>A</sub>, НОС<sub>B</sub>, полученные по кодовым измерениям в недифференциальном режиме. Используя эти оценки, представим вторые разности дальностей  $\nabla\Delta\mathbf{D}[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k]$  в линеаризованном относительно погрешностей  $\mathbf{S}_A(t_k) - \tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k) - \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)$  виде

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\mathbf{D}[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k] &= \nabla\Delta\mathbf{D}[\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k), t_k] + \\ &+ \frac{\partial\nabla\mathbf{D}(\mathbf{S}, t_k)}{\partial\mathbf{S}} \Big|_{\mathbf{S}=\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k)} [\mathbf{S}_A(t_k) - \tilde{\mathbf{S}}_A(t_k)] + \frac{\partial\nabla\mathbf{D}(\mathbf{S}, t_k)}{\partial\mathbf{S}} \Big|_{\mathbf{S}=\tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)} [\mathbf{S}_B(t_k) - \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)]. \end{aligned} \quad (5.35)$$

Учитывая небольшое расстояние между НОС<sub>A</sub> и НОС<sub>B</sub> по сравнению с дальностями до НС, пренебрежем различием между входящими в (5.35) производными, т. е. будем считать, что

$$\frac{\partial\nabla\mathbf{D}(\mathbf{S}, t_k)}{\partial\mathbf{S}} \Big|_{\mathbf{S}=\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k)} = \frac{\partial\nabla\mathbf{D}(\mathbf{S}, t_k)}{\partial\mathbf{S}} \Big|_{\mathbf{S}=\tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)} \triangleq \mathbf{G}(t_k). \quad (5.36)$$

Исходя из (5.36), выражение (5.35) принимает вид

$$\nabla\Delta\mathbf{D}[\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k] = \nabla\Delta\mathbf{D}[\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k), t_k] + \mathbf{G}(t_k)\delta\mathbf{S}(t_k), \quad (5.37)$$

где  $\delta\mathbf{S}(t_k)$  — разность погрешностей оценок  $\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)$ .

Сформируем теперь разности

$$\nabla\Delta\mathbf{z}^i(t_k) = \nabla\Delta\mathbf{z}^i(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{D}[\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k), \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k), t_k], \quad i = C/A, L_1, L_2, \dots, \quad (5.38)$$

которые, пользуясь (5.37), представим как

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\mathbf{z}^{C/A}(t_k) &= \mathbf{G}(t_k)\delta\mathbf{S}(t_k) + \nabla\Delta\mathbf{e}^{C/A}(t_k), \\ \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}(t_k) &= \mathbf{G}(t_k)\delta\mathbf{S}(t_k) + \lambda_1\nabla\Delta\mathbf{N}_1 + \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_1}(t_k), \\ \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_2}(t_k) &= \mathbf{G}(t_k)\delta\mathbf{S}(t_k) + \lambda_2\nabla\Delta\mathbf{N}_2 + \nabla\Delta\mathbf{e}^{L_2}(t_k). \end{aligned} \quad (5.39)$$

Ставится задача: оценить вектор погрешностей  $\delta\mathbf{S}(t_k)$  по всем полученным до  $k$ -го момента измерениям (5.39).

Решение задачи разобьем на две части. Первая часть — плавающее решение — состоит в получении оценок  $\delta\mathbf{S}(t_k)$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_2$  и ковариационной матрицы их погрешностей без учета целочисленного характера  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_2$ . Эта часть выполняется рекуррентно с использованием результатов плавающего решения на предыдущих шагах. Вторая часть — фиксированное решение — заключается в уточнении результатов первого этапа с учетом целочисленности  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_2$ . В ходе выполнения второй части решения делается попытка однозначно определить значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_2$ . Если это не удастся, итоговым считается плавающее решение. Получаемая в итоге оценка  $\delta\mathbf{S}(t_k)$  служит для

уточнения базы  $\text{НОС}_A$  —  $\text{НОС}_B$ , априорным значением которой считается  $\tilde{\mathbf{S}}_A(t_k) - \tilde{\mathbf{S}}_B(t_k)$ .

В качестве математического доказательства правомерности решения задачи сначала без учета целочисленного характера периодов фазовых измерений и последующим уточнением результата с учетом их целочисленности приведем следующие выкладки.

Объединим все полученные к моменту  $t_k$  вторые разности фазовых и кодовых измерений в единый вектор

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{v}, \quad (5.40)$$

где  $\mathbf{v}$  — гауссов центрированный вектор погрешностей измерений с ковариационной матрицей  $\mathbf{R}$ ,  $\bar{\mathbf{x}} = (\delta\bar{\mathbf{S}}^T, \nabla\Delta\mathbf{N}^T)^T$ ,  $\delta\bar{\mathbf{S}} = [\delta\mathbf{S}(t_1)^T, \dots, \delta\mathbf{S}(t_k)^T]^T$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N} = (\nabla\Delta\mathbf{N}_1^T, \nabla\Delta\mathbf{N}_2^T)^T$  при наличии двухчастотных измерений и  $\nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}_1$  при наличии одночастотных измерений;  $\mathbf{H}$  — матрица наблюдения, структура которой определяется уравнениями (5.39).

Ставится задача определить

$$\bar{\mathbf{x}}^* = \arg \min_{\bar{\mathbf{x}}^i} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^i)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}^i), \quad (5.41)$$

где  $\bar{\mathbf{x}}^i = (\delta\bar{\mathbf{S}}^T, \nabla\Delta\mathbf{N}^{iT})^T$ ;  $i$  — номер конкретного значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ .

Имеется в виду, что при определении (5.41) значения компонент вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  выбираются из всего множества целых чисел. Отметим, что минимизация квадратичной формы в (5.41) равносильна максимизации функции правдоподобия  $f(\mathbf{z}/\hat{\bar{\mathbf{x}}})$ , т. е. условной по отношению к вектору  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$  плотности вероятности вектора измерений  $\mathbf{z}$ .

С учетом того что при фиксированном  $\nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^i$  значением  $\delta\bar{\mathbf{S}}$ , минимизирующим квадратичную форму в (5.41), является оценка  $\hat{\delta\bar{\mathbf{S}}^i}$ , которая вычисляется с использованием метода наименьших квадратов (МНК), для определения  $\bar{\mathbf{x}}^*$  достаточно найти

$$\nabla\Delta\mathbf{N}^* = \arg \min_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right), \quad (5.42)$$

где  $\hat{\delta\mathbf{S}}^i = \left( \delta\hat{\mathbf{S}}^{iT}, \nabla\Delta\mathbf{N}^{iT} \right)^T$ .

В свою очередь эта задача на основании равенства

$$\left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right) = \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}} \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}} \right) + \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right)^T \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}^{-1} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right) \quad (5.43)$$

сводится к поиску

$$\nabla\Delta\mathbf{N}^* = \arg \min_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right)^T \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}^{-1} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right). \quad (5.44)$$

Здесь  $\hat{\bar{\mathbf{x}}} = \left( \delta\hat{\mathbf{S}}^T, \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}^T \right)^T$  — оценка вектора  $\bar{\mathbf{x}}$ , полученная по измерению (5.40)

с помощью МНК;  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}$  — ковариационная матрица погрешности оценки  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}$ .

Ниже приводится доказательство равенства (5.43).

Итак, для оценок  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$ ,  $\hat{\delta\mathbf{S}}^i$  имеем следующие выражения:

$$\hat{\bar{\mathbf{x}}} = \left( \delta\hat{\mathbf{S}}^T, \nabla\Delta\mathbf{N}^T \right)^T = \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{H} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}; \quad (5.45)$$

$$\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}} = \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{P}_{\delta\hat{\mathbf{S}}} & \mathbf{P}_{\delta\hat{\mathbf{S}}, \nabla\Delta\mathbf{N}} \\ \hline \mathbf{P}_{\delta\hat{\mathbf{S}}, \nabla\Delta\mathbf{N}}^T & \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}} \end{array} \right) = \left( \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \right)^{-1}, \quad (5.46)$$

$$\hat{\delta\mathbf{S}}^i = \delta\hat{\mathbf{S}} + \mathbf{P}_{\delta\hat{\mathbf{S}}, \nabla\Delta\mathbf{N}} \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}^{-1} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right). \quad (5.47)$$

Введем в рассмотрение вектор  $\delta^i = \hat{\bar{\mathbf{x}}} - \hat{\bar{\mathbf{x}}}^i$ , с помощью которого квадратичную форму в левой части равенства (5.43) представим в виде

$$\begin{aligned} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}^i \right) &= \left( (\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}) + \mathbf{H}\delta^i \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( (\mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}}) + \mathbf{H}\delta^i \right) = \\ &= \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}} \right)^T \mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}} \right) + 2 \left( \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\bar{\mathbf{x}}} \right)^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \delta^i + \delta^{iT} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \delta^i. \end{aligned} \quad (5.48)$$

Заметим, что согласно (5.47) вектор  $\delta^i$  можно записать как

$$\begin{aligned} \delta^i &= \begin{pmatrix} \hat{\delta \mathbf{S}} - \hat{\delta \mathbf{S}}^i \\ \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}} - \nabla \Delta \mathbf{N}^i \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\delta \mathbf{S}, \nabla \Delta \mathbf{N}} \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}) \\ \nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}} \end{pmatrix} = \\ &= - \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\delta \mathbf{S}, \nabla \Delta \mathbf{N}} \\ \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}} \end{pmatrix} \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}) = - \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{F} \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}). \end{aligned} \quad (5.49)$$

Здесь  $\mathbf{F} = (0 \ ; \ \mathbf{E})^T$ , где  $\mathbf{E}$  — единичная матрица, размерность которой соответствует вектору  $\nabla \Delta \mathbf{N}$ . Принимая во внимание (5.49), (5.46) третье слагаемое в правой части (5.48) выразим следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta^{iT} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \delta^i &= \delta^{iT} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}}^{-1} \delta^i = (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}})^T \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{F} \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}) = \\ &= (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}})^T \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} (\nabla \Delta \mathbf{N}^i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}). \end{aligned} \quad (5.50)$$

В то же время, учитывая (5.45), (5.46) получим

$$\left( \mathbf{z} - \mathbf{H} \hat{\bar{\mathbf{x}}} \right)^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} = \mathbf{z}^T (\mathbf{E} - \mathbf{H} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{x}}} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} = 0. \quad (5.51)$$

Откуда следует, что второе слагаемое в правой части (5.48) представляет собой нулевую матрицу.

Формулы (5.48), (5.50), (5.51) доказывают справедливость равенства (5.43), а значит, и выражения (5.44) для  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$ . Таким образом, для получения искомого значения  $\bar{\mathbf{x}}^*$  вектора  $\bar{\mathbf{x}}$  [см. (5.41)] можно сначала с помощью МНК получить оценку  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$  этого вектора, далее найти  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$  в результате минимизации (5.44) и, наконец, опять с использованием МНК вычислить оценку  $\hat{\delta \mathbf{S}}^*$  в предположении, что  $\nabla \Delta \mathbf{N} = \nabla \Delta \mathbf{N}^*$ . Оценка  $\hat{\bar{\mathbf{x}}}$  и представляет собой плавающее решение рассматриваемой задачи, а оценка  $\bar{\mathbf{x}}^*$ , учитывающая целочисленный характер компонент  $\nabla \Delta \mathbf{N}$ , — фиксированное решение.

Отметим, что для получения плавающего решения более удобной является рекуррентная форма МНК, рассматриваемая далее.

Следует сказать, что помимо самого значения  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$  интерес представляет оценка его достоверности. Интерпретируя  $\nabla \Delta \mathbf{N}$  как случайный вектор с априорно равновероятными целочисленными значениями компонент, в качестве



характеристики достоверности фиксированного решения можно использовать апостериорную вероятность значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ . Такая интерпретация вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  не противоречит использованному выше критерию (5.41), где  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  рассматривался просто как неизвестный целочисленный параметр. Трактруя  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  как случайный вектор, о  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ , минимизирующем квадратичную форму в (5.44), можно говорить как о наиболее вероятном значении.

### 5.5.2 Плавающее решение

При  $m_k \geq 3$  по измерениям (5.38) определим оценку вектора  $\mathbf{x}(t_k) = [\delta\mathbf{S}(t_k)^T, \nabla\Delta\mathbf{N}_1^T, \nabla\Delta\mathbf{N}_2^T]^T$  и ковариационную матрицу ее погрешности.

Воспользуемся для этого рекуррентными формулами МНК

$$\hat{\mathbf{x}}(t_k) = \tilde{\mathbf{x}}(t_k) + \mathbf{P}_x(t_k) \mathbf{H}(t_k)^T \mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathbf{z}}(t_k)^{-1} [\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{H}(t_k) \tilde{\mathbf{x}}_k] \quad (5.52)$$

$$\mathbf{P}_x(t_k) = [\tilde{\mathbf{P}}_x(t_k)^{-1} + \mathbf{H}(t_k)^T \mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathbf{z}}(t_k)^{-1} \mathbf{H}(t_k)]^{-1}, \quad (5.53)$$

где  $\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) = [\nabla\Delta\mathbf{z}^{C/A}(t_k)^T, \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}(t_k)^T, \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_2}(t_k)^T]^T$ ;  $\tilde{\mathbf{x}}(t_k) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \times 1 \\ \nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k) \end{pmatrix}$ ;

$\tilde{\mathbf{P}}_x(t_k)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ \frac{3 \times 3}{0} & & \\ & & \tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} \end{pmatrix}$ ;  $\nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k)$  и  $\tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)$  — оценка вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N} = (\nabla\Delta\mathbf{N}_1^T, \nabla\Delta\mathbf{N}_2^T)^T$

и ковариационная матрица ее погрешности, полученные по результатам предыдущего  $(k-1)$ -го шага решения;  $\mathbf{H}(t_k)$ ,  $\mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathbf{z}}(t_k)$  — матрица наблюдения и ковариационная матрица погрешностей для вектора измерений  $\nabla\Delta\mathbf{z}$ , имеющие вид

$$\mathbf{H}(t_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{G}(t_k) & 0 & 0 \\ \mathbf{G}(t_k) & \lambda_1 \mathbf{E}_{m_k \times m_k} & 0 \\ \mathbf{G}(t_k) & 0 & \lambda_2 \mathbf{E}_{m_k \times m_k} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) = \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^4} + \mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}}(t_k) & -\frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^4} & -\frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^2 f_2^2} \\ -\frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^4} & \frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^4} + \mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathcal{G}^{L1}}(t_k) & \frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^2 f_2^2} \\ -\frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^2 f_2^2} & \frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_1^2 f_2^2} & \frac{\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)}{f_2^4} + \mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathcal{G}^{L2}}(t_k) \end{pmatrix}. \quad (5.54)$$

Если же  $m_k < 3$ , то получить оценки относительных координат нельзя, но возможность оценить  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  сохраняется. Сама по себе оценка  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  не имеет смысла. Однако при увеличении созвездия наблюдаемых НС до четырех полученная на предыдущих шагах плавающая оценка  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  будет полезна для исключения неоднозначности фазовых измерений, а следовательно и для повышения точности оценки  $\delta\mathbf{S}(t_k)$ .

Для получения оценки  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  при  $m_k < 3$  сформируем разности между фазовыми и кодовыми измерениями, в которых исключается  $\nabla\Delta\mathbf{D}(\mathbf{S}_A(t_k), \mathbf{S}_B(t_k), t_k)$  (см. (5.32))

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L1}(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{Z}^{C/A}(t_k) &= \\ &= \lambda_1 \nabla\Delta\mathbf{N}_1 - \frac{2}{f_1^2} \nabla\Delta\epsilon(t_k) - \nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}(t_k) + \nabla\Delta\mathcal{G}^{L1}(t_k); \\ \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L2}(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{Z}^{C/A}(t_k) &= \\ &= \lambda_2 \nabla\Delta\mathbf{N}_2 - \frac{f_1^2 + f_2^2}{f_1^2 f_2^2} \nabla\Delta\epsilon(t_k) - \nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}(t_k) + \nabla\Delta\mathcal{G}^{L2}(t_k) \end{aligned} \quad (5.55)$$

и снова применим МНК. Искомая оценка  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  и ковариационная матрица ее погрешности  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}$  определяются по формулам типа (5.52) и (5.53)

$$\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}(t_k) = \nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k) + \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k) \mathbf{H}(t_k)^T \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)^{-1} \left[ \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) - \mathbf{H}(t_k) \nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k) \right]; \quad (5.56)$$

$$\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k) = \left[ \tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} + \mathbf{H}(t_k)^T \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)^{-1} \mathbf{H}(t_k) \right]^{-1}. \quad (5.57)$$

Для вектора измерений, матрицы наблюдения и ковариационной матрицы погрешностей измерений в (5.56), (5.57) использованы такие же, как в случае  $m_k \geq 3$ , обозначения  $\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k)$ ,  $\mathbf{H}(t_k)$ ,  $\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k)$ , но здесь они определяются как

$$\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) = \left\{ \left[ \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L_1}(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{Z}^{C/A}(t_k) \right]^T, \left[ \nabla\Delta\mathbf{Z}^{L_2}(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{Z}^{C/A}(t_k) \right]^T \right\}^T;$$

$$\mathbf{H}(t_k) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \mathbf{E}_{m_k \times m_k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2 \mathbf{E}_{m_k \times m_k} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) = \begin{pmatrix} \frac{4}{f_1^4} \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) + \mathbf{R}_{\nabla\Delta g^{C/A}}(t_k) & \frac{2(f_1^2 + f_2^2)}{f_1^4 f_2^2} \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) + \mathbf{R}_{\nabla\Delta g^{C/A}}(t_k) \\ \frac{2(f_1^2 + f_2^2)}{f_1^4 f_2^2} \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) + \mathbf{R}_{\nabla\Delta g^{C/A}}(t_k) & \frac{(f_1^2 + f_2^2)^2}{f_1^4 f_2^4} \mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}(t_k) + \mathbf{R}_{\nabla\Delta g^{C/A}}(t_k) \end{pmatrix}. \quad (5.58)$$

Отметим, что в выражении для  $\mathbf{R}_{\nabla\Delta\epsilon}$  не учитываются дисперсии шумов фазовых измерений ввиду их малого значения по сравнению с дисперсиями кодовых шумов и ионосферных погрешностей.

Если на  $(k-1)$ -м шаге измерения не поступали, либо текущий шаг решения является начальным, либо в текущем созвездии содержится менее двух НС из используемых на  $(k-1)$ -м шаге, принимается

$$\nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k) = \mathbf{0}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} = \mathbf{0}.$$

В противном случае, т. е. когда в текущем созвездии содержится более двух НС из созвездия на предыдущем шаге, формирование векторов вторых разностей измерений начинается с измерений от НС, используемых на  $(k-1)$ -м шаге, а значения  $\nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k)$ ,  $\tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1}$  определяются как

$$\nabla\Delta\tilde{\mathbf{N}}(t_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{C}(t_k) \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_1(t_{k-1}) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{C}(t_k) \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_2(t_{k-1}) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11}(t_k) & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{12}(t_k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_{12}(t_k)^T & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{22}(t_k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (5.59)$$

где  $\mathbf{C}(t_k)$  —  $(\tilde{m}_k \times m_k)$ -матрица, определяемая ниже;  $\tilde{m}_k + 1$  — число НС, общих для текущего и предыдущего шагов решения;  $\mathbf{Q}_{11}(t_k), \mathbf{Q}_{12}(t_k), \mathbf{Q}_{22}(t_k)$  —  $(\tilde{m}_k \times \tilde{m}_k)$ -блоки матрицы

$$\mathbf{Q}(t_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11}(t_k) & \mathbf{Q}_{12}(t_k) \\ \mathbf{Q}_{12}(t_k)^T & \mathbf{Q}_{22}(t_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}(t_k)\mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{11}}(t_{k-1})\mathbf{C}(t_k)^T & \mathbf{C}(t_k)\mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{12}}(t_{k-1})\mathbf{C}(t_k)^T \\ \mathbf{C}(t_k)\mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{12}}(t_{k-1})^T\mathbf{C}(t_k)^T & \mathbf{C}(t_k)\mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{22}}(t_{k-1})\mathbf{C}(t_k)^T \end{pmatrix}^{-1};$$

$$\mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{11}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{12}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{22}} \text{ — } (m_k \times m_k) \text{-блоки матрицы } \mathbf{P}_{\nabla\Delta N} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{11}} & \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{12}} \\ \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{12}}^T & \mathbf{P}_{\nabla\Delta N_{22}} \end{pmatrix}.$$

Матрица  $\mathbf{C}(t_k)$  формируется в зависимости от того, сохранился ли НС, выполнявший роль опорного на  $(k-1)$ -м шаге, в текущем созвездии.

Если опорный НС предыдущего шага сохранился в текущем созвездии, он продолжает использоваться в том же качестве. При этом каждая  $j$ -я строка матрицы  $\mathbf{C}(t_k)$  состоит из нулей, кроме единицы в столбце с номером, под которым  $j$ -й НС текущего созвездия входил в созвездие на  $(k-1)$ -м шаге. Например, в случае, когда в текущем созвездии отсутствует последний из используемых на  $(k-1)$ -м шаге пяти НС, матрица  $\mathbf{C}(t_k)$  имеет вид

$$\mathbf{C}(t_k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Если НС, который был опорным на  $(k-1)$ -м шаге, в текущем созвездии отсутствует, в качестве опорного выбирается какой-либо другой НС из используемых на  $(k-1)$ -м шаге. В этом случае каждая  $j$ -я строка матрицы  $\mathbf{C}(t_k)$  содержит два ненулевых элемента: минус 1 в столбце с номером, под которым опорный НС текущего созвездия входил в созвездие на  $(k-1)$ -м шаге, и 1 в столбце с номером, под которым  $j$ -й НС текущего созвездия входил в созвездие на  $(k-1)$ -м шаге. Например, в случае, когда в текущем созвездии отсутствует опорный и последний из используемых на  $(k-1)$ -м шаге пяти НС, матрица  $\mathbf{C}(t_k)$  имеет вид

$$\mathbf{C}(t_k) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Исходя из вышесказанного алгоритм плавающего решения может быть представлен с помощью схемы, изображенной на рисунке 5.6

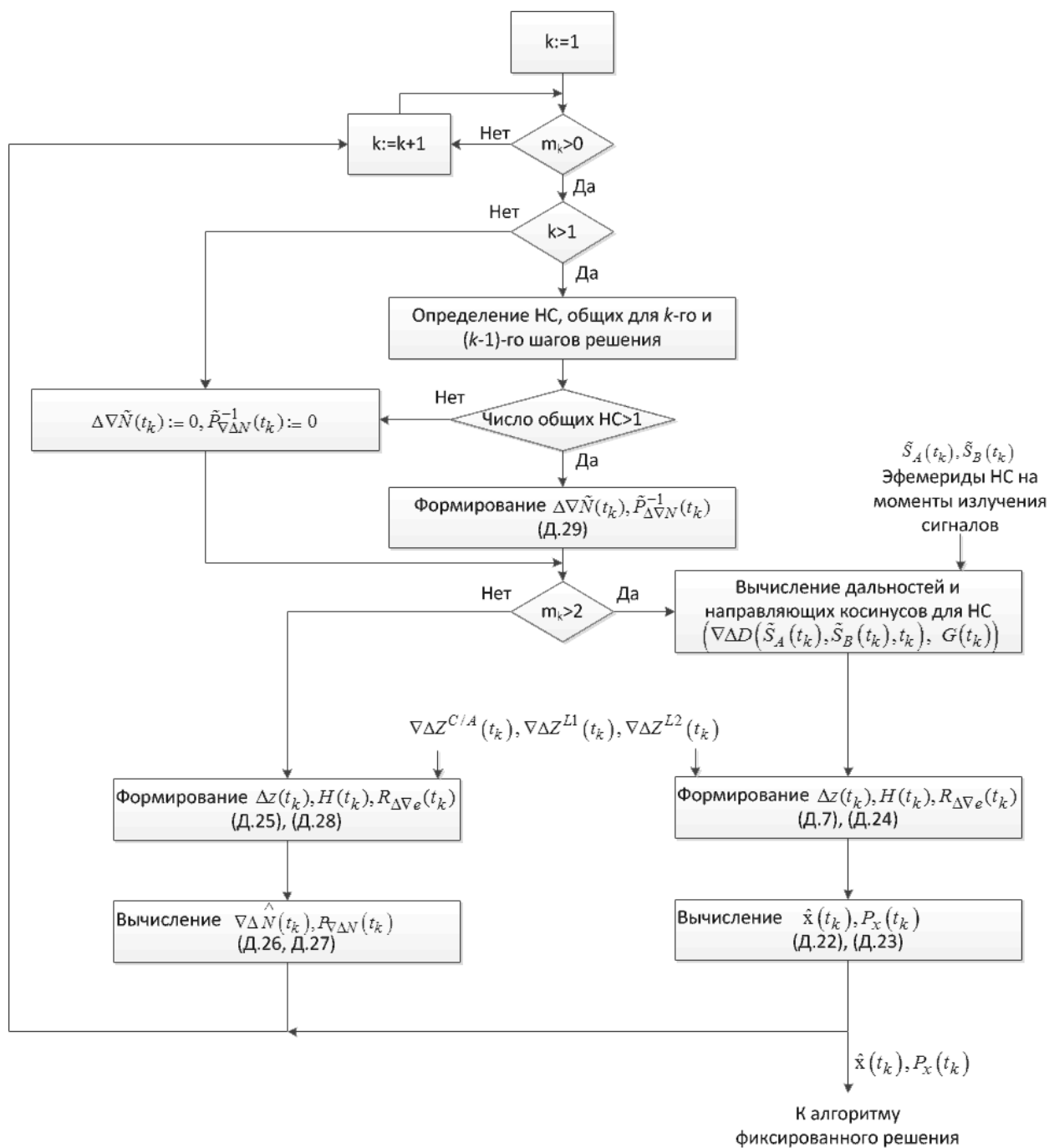


Рисунок 5.6 — Алгоритм плавающего решения

Отметим, что представленный алгоритм плавающего решения можно легко модифицировать для задачи с одночастотными фазовыми измерениями. При этом оцениваемый с помощью МНК вектор  $\mathbf{x}(t_k)$  будет представлять собой  $\mathbf{x}(t_k) = [\delta \mathbf{S}(t_k)^T, \nabla \Delta \mathbf{N}_1^T]^T$ , а вектор измерений  $\nabla \Delta \mathbf{z}(t_k)$  иметь вид

$\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) = [\nabla\Delta\mathbf{z}^{C/A}(t_k)^T, \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}(t_k)^T]^T$  для  $m_k \geq 3$  и  $\nabla\Delta\mathbf{z}(t_k) = \nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}(t_k) - \nabla\Delta\mathbf{z}^{C/A}(t_k)$  для  $m_k < 3$ . Соответствующим образом сократятся размерности матриц  $\mathbf{H}(t_k)$ ,  $\mathbf{R}_{\nabla\Delta\mathbf{e}}(t_k)$ ,  $\mathbf{P}_x(t_k)$ ,  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)$ .

### 5.5.3 Фиксированное решение

Целью фиксированного решения является определение наиболее вероятного значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . В случае, если вероятность этого значения достигает установленного порога (близкого к единице), отыскивается уточненная оценка вектора погрешностей координат базы  $\delta\mathbf{S}(t_k)$  в предположении, что наиболее вероятное значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  является истинным. Строго говоря, пользуясь результатами плавающего решения, среди всех возможных целочисленных значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}^i$ ,  $i$  — номер значения, здесь требуется найти такое  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k)$ , которое имеет наибольшую апостериорную, т. е. условную ко всем полученным измерениям  $\nabla\Delta\mathbf{z}(t_1), \dots, \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k)$  вероятность

$$p^*(t_k) \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{P}(\nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k) / \nabla\Delta\mathbf{z}(t_1), \dots, \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k)) = \max_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} \mathbf{P}[\nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^i / \nabla\Delta\mathbf{z}(t_1), \dots, \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k)]. \quad (5.60)$$

При выполнении условия

$$p^*(t_k) = \bar{p}, \quad (5.61)$$

где  $\bar{p} \approx 1$  — заданный порог, определяется оценка  $\hat{\delta\mathbf{S}}^*(t_k)$  как условное математическое ожидание

$$\hat{\delta\mathbf{S}}^*(t_k) = \mathbf{M}[\delta\mathbf{S}(t_k) / \nabla\Delta\mathbf{z}(t_1), \dots, \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k), \nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k)].$$

Кроме того, вычисляется ковариационная матрица погрешности оценки  $\hat{\delta\mathbf{S}}(t_k)$

$$\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}^*(t_k) = \mathbf{M} \left\{ \left( \delta\mathbf{S}(t_k) - \hat{\delta\mathbf{S}}(t_k) \right) \left( \delta\mathbf{S}(t_k) - \hat{\delta\mathbf{S}}(t_k) \right)^T / \nabla\Delta\mathbf{z}(t_1), \dots, \nabla\Delta\mathbf{z}(t_k), \nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k) \right\}.$$

Для  $\hat{\delta\mathbf{S}}^*(t_k)$ ,  $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}^*(t_k)$  с учетом гауссовости погрешности плавающего решения, вытекающей из предполагаемой гауссовости погрешностей измерений  $\nabla\Delta\mathcal{G}^{C/A}$ ,  $\nabla\Delta\mathcal{G}^{L_1}$ ,  $\nabla\Delta\mathcal{G}^{L_2}$  и  $\nabla\Delta\varepsilon$ , справедливы формулы

$$\hat{\delta\mathbf{S}}^*(t_k) = \hat{\delta\mathbf{S}}(t_k) + \mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}, \nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k) \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} \left[ \nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k) - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}(t_k) \right]; \quad (5.62)$$

$$\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}^*(t_k) = \mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}(t_k) - \mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}, \nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k) \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} \mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}, \nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^T, \quad (5.63)$$

где  $\hat{\delta\mathbf{S}}(t_k)$  — полученная при плавающем решении оценка вектора  $\delta\hat{\mathbf{S}}(t_k)$  [подвектор  $\hat{\mathbf{x}}(t_k)$ ];  $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}(t_k)$ ,  $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}, \nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)$  — соответствующие блоки ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_{\mathbf{x}}(t_k)$  погрешностей плавающего решения.

Полагаем все целочисленные значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^i$  априорно равновероятными. Выше было показано, что в этом случае наиболее вероятное значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k)$  связано с результатами плавающего решения  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}(t_k)$ ,  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)$  выражением

$$\nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k) = \arg \min_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i, t_k), \quad (5.64)$$

где  $q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i, t_k) = \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}(t_k) \right)^T \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}(t_k)^{-1} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}(t_k) \right)$ .

Нетрудно также показать, что апостериорная вероятность этого значения определяется как

$$p^*(t_k) = \frac{\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ q \nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k), t_k \right] \right\}}{\sum_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ q \nabla\Delta\mathbf{N}^i(t_k), t_k \right] \right\}}. \quad (5.65)$$

Далее для простоты в обозначениях будем опускать временной аргумент  $t_k$ .

Заметим, что непосредственное использование выражений (5.64), (5.65) для поиска  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*(t_k)$  и вычисления  $p^*(t_k)$  невозможно из-за необходимости выполнять перебор неограниченного числа значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}^i$ . Ясно, что на практике перебор приходится осуществлять лишь в некоторой ограниченной области  $\Omega$ .

Очень просто организовать перебор в прямоугольной области, ограниченной неравенствами типа

$$\left| \nabla \Delta \mathbf{N}_j - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_j(t_k) \right| \leq \sqrt{\bar{q} \mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}_{jj}}(t_k)}, \quad (5.66)$$

где  $\nabla \Delta \mathbf{N}_j, \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_j(t_k)$  —  $j$ -я компонента вектора  $\nabla \Delta \mathbf{N}$  и соответствующая оценка плавающего решения;  $\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}_{jj}}(t_k)$  —  $j$ -й диагональный элемент матрицы  $\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}(t_k)$  [дисперсия погрешности оценки  $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_j(t_k)$ ];  $\bar{q}$  — некоторый заданный порог. Однако эта область непригодна для практического использования, поскольку в ней содержится много «бесполезных» значений  $\nabla \Delta \mathbf{N}$ , для которых величина квадратичной формы  $q(\nabla \Delta \mathbf{N}^i, t_k)$  велика и которые поэтому не оказывают существенного влияния на апостериорную вероятность  $p^*(t_k)$  [см. (5.65)]. Особенно велико количество «бесполезных» значений  $\nabla \Delta \mathbf{N}$  в случае использования двухчастотных фазовых измерений, а также при избыточном числе (больше трех) одночастотных измерений.

Для того чтобы в (5.64), (5.65) не тратить вычисления на значения  $\nabla \Delta \mathbf{N}^i$ , характеризующиеся большой квадратичной формой  $q(\nabla \Delta \mathbf{N}^i, t_k)$ , целесообразно ограничиться перебором  $\nabla \Delta \mathbf{N}^i$ , находящихся в эллиптической области, определяемой неравенством

$$q(\nabla \Delta \mathbf{N}^i, t_k) \leq \bar{q}, \quad (5.67)$$

где порог  $\bar{q}$  выбирают исходя из погрешности вычисления вероятности  $p^*(t_k)$ . Однако определение целочисленных значений  $\nabla \Delta \mathbf{N}^i$ , принадлежащих области (5.66), представляет собой нетривиальную задачу, так как при использовании двухчастотных фазовых измерений либо избыточного числа одночастотных измерений собственные числа ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}(t_k)$  различаются на порядки. Вследствие этого эллипсоид (5.67) оказывается сильно вытянутым, и чтобы найти охватываемые им целочисленные значения  $\nabla \Delta \mathbf{N}^i$ , приходится разрабатывать специальный алгоритм.

Далее рассматривается экономичный в вычислительном отношении алгоритм, обеспечивающий поиск наиболее вероятного значения (5.64) и



вычисление его апостериорной вероятности (5.65) с использованием значений  $\nabla\Delta N^i$  из области (5.67). В целях сокращения вычислительных затрат алгоритм разделен на два этапа.

Назначение первого этапа состоит в скорейшем нахождении значения  $\nabla\Delta N^*$  без вычисления его апостериорной вероятности  $p^*$ . При отыскании каждого нового значения  $\nabla\Delta N^i$ , удовлетворяющего неравенству типа (5.67), величина соответствующей ему квадратичной формы  $q(\nabla\Delta N^i)$  при последующем поиске выступает в качестве порога  $\bar{q}$  в правой части (5.67). Таким образом, в ходе выполнения данного этапа область поиска постепенно сужается. Такой подход позволяет минимизировать число перебираемых при поиске  $\nabla\Delta N^*$  значений  $\nabla\Delta N^i$ . Понятно, что при определении  $\nabla\Delta N^*$  будет определена и величина  $q(\nabla\Delta N^*)$ . Однако сама по себе эта величина не может служить характеристикой достоверности значения  $\nabla\Delta N^*$ . Ведь даже при нулевом значении этой величины апостериорная вероятность  $p^*$  значения  $\nabla\Delta N^*$  может быть близка к нулю, если существуют другие значения  $\nabla\Delta N^i$ , для которых  $q(\nabla\Delta N^i)$  мала. Данный этап процедуры носит вспомогательный характер, обеспечивая последующую возможность получать предварительную оценку сверху для вероятности  $p^*$ .

На втором этапе выполняется поиск других значений  $\nabla\Delta N^i$ , сопровождающийся вычислением вероятности  $p^*$ . Существенно, что по мере нахождения новых значений  $\nabla\Delta N^i$  в области (5.67) производится оценка этой вероятности сверху. Причем оценка  $p^*$  с каждым новым значением  $\nabla\Delta N^i$ , учтенным в знаменателе (5.65), увеличивается. Поэтому в случае, когда еще не окончательно вычисленная вероятность  $p^*$  оказывается меньше порога  $\bar{p}$ , становится ясно, что неравенство (5.61) невыполнимо, и процедура фиксированного решения прекращается. Тем самым удается избежать неоправданных вычислительных затрат, связанных с получением недостоверного фиксированного решения. Если после учета всех значений  $\nabla\Delta N^i$  в области (5.67) апостериорная вероятность  $p^*$  оказалась не ниже порога  $\bar{p}$ , производится

вычисление оценки  $\hat{\delta\mathbf{S}}^*(t_k)$  погрешностей базы НОС<sub>A</sub> — НОС<sub>B</sub> и ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{S}}^*(t_k)$ , характеризующей точность этой оценки, в предположении, что наиболее вероятное значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  является истинным.

Следует отметить, что в организованном по указанной схеме алгоритме имеет место повторный перебор некоторых комбинаций значений компонент вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Действительно, часть комбинаций значений компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , формируемых при поиске на втором этапе выполнения алгоритма, уже формировалась на первом этапе в ходе поиска значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ , минимизирующим квадратичную форму  $q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i)$ . Однако повторное формирование некоторых значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  несущественно ослабляет преимущество двухэтапного алгоритма, позволяющего оценить достоверность фиксированного решения и своевременно отказаться от него, не производя полного объема вычислений, необходимых для получения апостериорной вероятности.

В соответствии с изложенными принципами построения алгоритма его общая структура может быть представлена в виде схемы, изображенной на рисунке . Как отмечалось, на первом этапе при поиске  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  используется уменьшающееся значение порога  $\tilde{q}^{(1)}$ , тогда как на втором этапе значение порога  $\bar{q}^{(2)}$  не меняется. Заметим также, что начальное значение порога на первом этапе  $\bar{q}^{(1)}$  и значение порога на втором этапе  $\bar{q}^{(2)}$  различаются. Их выбирают исходя из соображений, приводимых в следующем разделе. В последующих разделах будет детально раскрыто содержание процедур поиска на каждом из этапов.

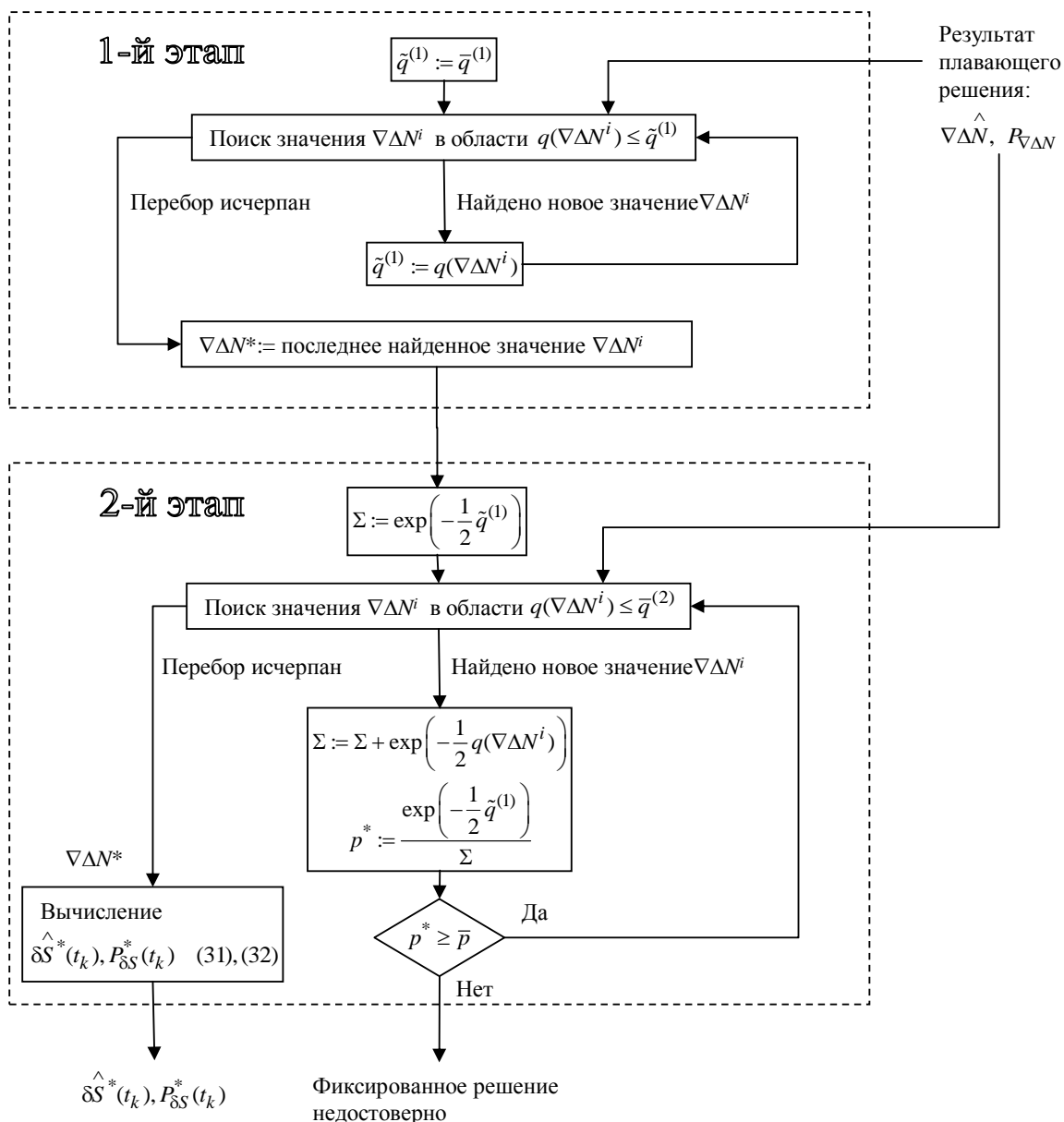


Рисунок 5.7 — Алгоритм поиска наиболее вероятного значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  с оценкой его апостериорной вероятности

Итак, в качестве областей перебора  $\Omega^{(l)}, l=1,2$  (номер этапа фиксированного решения), как уже указывалось, используются эллипсоиды, определяемые неравенствами типа (5.67), т. е.

$$\Omega^{(l)} = \{\nabla\Delta\mathbf{N} : q(\nabla\Delta\mathbf{N}) \leq \bar{q}^{(l)}\}, \quad l=1,2. \quad (5.68)$$

Понятно, что на первом этапе, предназначенном только для поиска значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ , необходимо использовать область  $\Omega^{(1)}$ , содержащую хотя бы одно возможное значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Вероятность невыполнения этого условия

меньше вероятности того, что истинное значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  окажется за пределами области поиска, т. е.

$$\mathbf{P}(\Omega^{(1)} = \emptyset) < \mathbf{P}(\nabla\Delta\mathbf{N} \notin \Omega^{(1)}) = \mathbf{P}(q(\nabla\Delta\mathbf{N}) > \bar{q}^{(1)}). \quad (5.69)$$

Отметим, что погрешность полученной с помощью МНК оценки  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}$ , является гауссовой центрированной величиной с ковариационной матрицей  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}$ . Отсюда следует, что квадратичная форма  $q(\nabla\Delta\mathbf{N})$  для истинного значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  подчиняется распределению  $\chi^2$  с  $M = i \cdot m$  степенями свободы, где  $i$  — количество частот, на которых используются фазовые измерения, т. е. представляет собой величину  $\chi_M^2$ . Учитывая это обстоятельство, неравенству можно придать вид

$$\mathbf{P}(\Omega^{(1)} = \emptyset) < \mathbf{P}(\chi_M^2 > \bar{q}^{(1)}) = \alpha_1. \quad (5.70)$$

Таким образом, задавшись значением  $\alpha_1$  верхней границы вероятности  $\mathbf{P}(\Omega^{(1)} = \emptyset)$ , значение порога  $\bar{q}^{(1)}$  целесообразно принимать равным квантилю порядка  $(1 - \alpha_1)$  распределения  $\chi^2$  с  $M$  степенями свободы, т. е.  $\chi_{1-\alpha_1, M}^2$ .

На втором этапе, в ходе которого производится вычисление апостериорной вероятности  $p^*$  значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ , область перебора  $\Omega^{(2)}$  помимо значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  должна содержать и другие значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , которые существенно влияют на величину  $p^*$ . При этом очевидно, что размер области  $\Omega^{(2)}$  должен быть значительно больше размера области  $\Omega^{(1)}$ , которая может содержать только одно значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Значение порога  $\bar{q}^{(2)}$ , определяющего размер области  $\Omega^{(2)}$ , целесообразно задавать исходя из желаемой точности вычисления  $p^*$ . Покажем связь погрешности вычисления вероятности  $p^*$  с величиной порога  $\bar{q}^{(2)}$ .

Нетрудно видеть, что для относительной погрешности определения  $p^*$  с помощью выражения (5.65) справедливо равенство

$$\delta p^* = \frac{\sum_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i \notin \Omega^{(2)}} \exp\left[-\frac{1}{2}q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i)\right]}{\sum_{\nabla\Delta\mathbf{N}^i} \exp\left[-\frac{1}{2}q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i)\right]}. \quad (5.71)$$

Заменим суммы в (5.71) интегралами и поделим каждый из них на  $\sqrt{(2\pi)^M |\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}|}$ . В результате, учитывая, что

$$\mathbf{N}(\nabla\Delta\mathbf{N}; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^M |\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}|}} \exp\left[-\frac{1}{2}q(\nabla\Delta\mathbf{N})\right]$$

представляет собой гауссову плотность вероятности вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , получим следующее выражение, позволяющее оценить погрешность  $\delta p^*$  вычисления апостериорной вероятности из-за ограниченного числа используемых значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}$

$$\delta g^* \approx \frac{\int_{\bar{\Omega}^{(2)}} N(\nabla\Delta\mathbf{N}; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}) d\nabla\Delta\mathbf{N}}{\int_{-\infty}^{\infty} N(\nabla\Delta\mathbf{N}; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}) d\nabla\Delta\mathbf{N}} = \mathbf{P}[\nabla\Delta\mathbf{N} \notin \Omega^{(2)}] = \mathbf{P}[q(\nabla\Delta\mathbf{N}) > \bar{q}^{(2)}]. \quad (5.72)$$

Здесь через  $\bar{\Omega}^{(2)}$  обозначена неограниченная область всех значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , не принадлежащих области  $\Omega^{(2)}$ . На основании (5.72) с учетом того, что квадратичная форма  $q(\nabla\Delta\mathbf{N})$ , как было отмечено выше, подчиняется распределению  $\chi^2$  с  $M$  степенями свободы, можем записать

$$\delta g^* \approx \mathbf{P}(\chi_M^2 > \bar{q}^{(2)}) = \alpha_2. \quad (5.73)$$

Опираясь на это выражение, величину порога  $\bar{q}^{(2)}$  предлагается устанавливать равной  $\chi_{1-\alpha_2, M}^2$ , предварительно выбрав значение  $\alpha_2$ , руководствуясь желаемой точностью определения  $p^*$ .

Очевидно, что порог для квадратичной формы  $q$  на втором этапе должен быть больше, чем на первом, т. е.  $\chi_{1-\alpha_1, M}^2 < \chi_{1-\alpha_2, M}^2$ , откуда  $\alpha_2 < \alpha_1$ .

Раскроем теперь содержание процедур поиска значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , удовлетворяющих неравенству типа (5.67). Сразу отметим, что в этих процедурах используется особая организация перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , обеспечивающая «автоматическое» упорядочивание значений компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , которое способствует выполнению скорейшего перебора.

Для вычисления квадратичной формы

$$q(\nabla\Delta\mathbf{N}^i) = \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right)^T \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}^{-1} \left( \nabla\Delta\mathbf{N}^i - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}} \right)$$

будем пользоваться рекуррентной формулой

$$q_j = q_{j-1} + \frac{\left( \nabla\Delta\mathbf{N}_j - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1} \right)^2}{\sigma_{j/j-1}^2}, \quad j = \overline{1, M}, \quad q_0 = 0; \quad q = q_M, \quad (5.74)$$

где  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{1/0} = \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_1$ ,  $\sigma_{1/0}^2 = \sigma_1^2$ ;  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}$ ,  $\sigma_{j/j-1}^2$ ,  $j = \overline{2, M}$  — условные по отношению к вектору  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_j = (\nabla\Delta\mathbf{N}_1, \dots, \nabla\Delta\mathbf{N}_j)^T$  математическое ожидание и дисперсия  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , определяемые как

$$\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1} = \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_j + \mathbf{K}_{j-1} \left( \nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1} - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j-1} \right), \quad j = \overline{2, M}; \quad (5.75)$$

$$\mathbf{K}_{j-1} = \mathbf{P}_{j,j-1} \mathbf{P}_{j-1}^{-1}, \quad j = \overline{2, M}; \quad (5.76)$$

$$\sigma_{j/j-1}^2 = \sigma_j^2 - \mathbf{K}_{j-1} \left( \mathbf{P}_{j,j-1} \right)^T, \quad j = \overline{2, M}. \quad (5.77)$$

Входящие в формулы (5.74), (5.75), (5.76) величины  $\sigma_j^2$ ,  $\mathbf{P}_{j,j-1}$ ,  $\mathbf{P}_{j-1}$  являются составными частями ковариационной матрицы  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}$  погрешностей плавающего решения:  $\sigma_j^2$  — дисперсия погрешности оценки компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ ;  $\mathbf{P}_{j,j-1}$  — матрица-строка взаимных ковариаций между погрешностями оценок компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  и вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ ;  $\mathbf{P}_{j-1}$  — ковариационная матрица погрешности оценки вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ . Отметим, что справедливость рекуррентного выражения можно подтвердить следующим разложением гауссовой плотности  $N\left(\nabla\Delta\mathbf{N}; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}\right)$

$$N\left(\nabla\Delta\mathbf{N}; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}, \mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}\right) = \prod_{j=1}^m N\left(\nabla\Delta\mathbf{N}_j; \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}, \sigma_{j/j-1}^2\right).$$

Поскольку значения  $q_1, \dots, q_M$  образуют неубывающую последовательность, на каждом  $j$ -м шаге рекуррентного вычисления квадратичной формы  $q = q_M$  можно определить, существует ли возможность того, что эта квадратичная форма не превысит значение установленного порога для рассматриваемых значений

компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1, \dots, \nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , и в случае отсутствия такой возможности взять другое значение компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ .

В целях сокращения вычислительных затрат, связанных с перебором значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , предлагается организовать перебор, используя нумерацию значений компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Применительно к  $j$ -й компоненте  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  эта нумерация вводится по правилу

$$\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<s_j>} = \begin{cases} \langle \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1} \rangle & \text{при } s_j = 1; \\ \nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<s_j-1>} (-1)^{s_j-\rho_j} (s_j - 1) & \text{при } s_j > 1, \end{cases} \quad (5.78)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  — операция округления до ближайшего целого числа;

$$\rho_j = \begin{cases} 0 & \text{при } (\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<1>} - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}) < 0; \\ 1 & \text{при } (\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<1>} - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}) \geq 0. \end{cases} \quad (5.79)$$

Таким образом, значения компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  будут пронумерованы по мере их удаления от математического ожидания  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}$  (рисунок 5.8). Отметим, что согласно выражению (5.78) для всех  $j = \overline{1, M}$  величина  $q_j$  будет увеличиваться с ростом номера  $s_j$  значения  $j$ -й компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . В связи с этим в качестве первого рассматриваемого значения  $j$ -й компоненты вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  целесообразно использовать  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<1>}$ , а в качестве последующих брать  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<2>}$ ,  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<3>}$  и т. д. до тех пор, пока  $q_j|_{\nabla\Delta\mathbf{N}_j = \nabla\Delta\mathbf{N}_j^{<s_j>}}$  не превысит установленный порог.

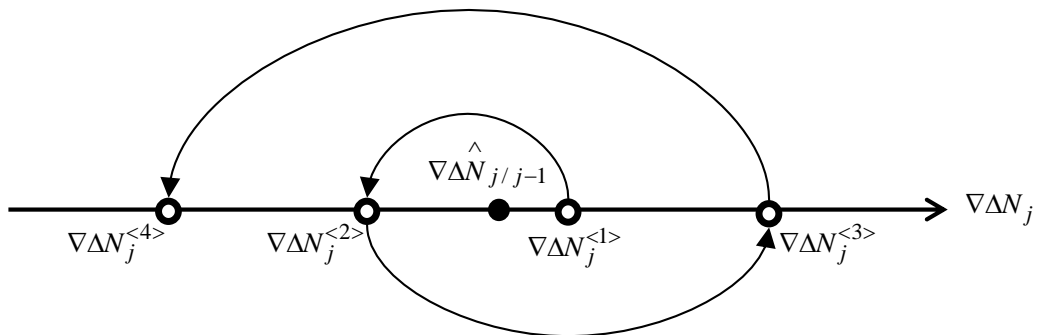


Рисунок 5.8 — Нумерация значений  $j$ -й компоненты вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$

Рассмотрим далее возможность сокращения вычислительных затрат, связанных с пересчетом условных математических ожиданий  $\nabla\hat{\Delta}\bar{\mathbf{N}}_{j/j-1}$  для значений вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ , у которых совпадают начальные компоненты.

Введем величины  $\mu_{j-1}^u, u = \overline{1, j-1}$ , определяемые с помощью рекуррентного соотношения

$$\mu_{j-1}^u = \mu_{j-1}^{u-1} + \mathbf{K}_{j-1}^u \left( \nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_u - \nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_u \right), \mu_{j-1}^0 = \nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_j, \quad (5.80)$$

где  $\mathbf{K}_{j-1}^u$  —  $u$ -й элемент матрицы-строки  $\mathbf{K}_{j-1}$ . Отметим, что согласно (5.63)

$$\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1} = \mu_{j-1}^{j-1}. \quad (5.81)$$

Допустим, что значение вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ , для которого в данный момент требуется вычислить  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$ , отличается от значения этого вектора, для которого  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$  было вычислено ранее, компонентами, имеющими номера с  $\gamma_j$  по  $j-1$ . Понятно, что в этом случае величина  $\mu_{j-1}^{\gamma_j-1}$  для текущего значения вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$  будет такой же, как и для значения  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ , используемого ранее. Поэтому для определения  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$ , соответствующего текущему значению  $\nabla\Delta\bar{\mathbf{N}}_{j-1}$ , достаточно вычислить величины  $\mu_{j-1}^u, u = \overline{\gamma_j, j-1}$  по формуле (5.80). Очевидно, что при использовании такого способа вычисления  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$  требуется выполнить на  $\gamma_j-1$  операций умножения меньше, чем при непосредственном вычислении  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$ . Это существенная экономия, поскольку вычисление математических ожиданий  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$  составляет значительную долю от общих вычислительных затрат, связанных с определением  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  и  $p^*$ .

Чтобы реализовать рассмотренный выше способ пересчета условных математических ожиданий  $\nabla\Delta\hat{\bar{\mathbf{N}}}_{j/j-1}$  в алгоритме поиска наиболее вероятного значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^i$  и вычисления его апостериорной вероятности, следует: в начале первого и второго этапов алгоритма все  $\gamma_j, j = \overline{2, M}$  задать равными единице; в



ходе выполнения этапа после вычисления  $\mu_{j-1}^u, u = \overline{\gamma_j, j-1}$  для  $j < M$  в случае, когда  $\gamma_{j+1} > \gamma_j$ , величине  $\gamma_{j+1}$  присвоить значение  $\gamma_j$ , а затем величине  $\gamma_j$  присвоить значение  $(j-1)$ .

Как уже отмечалось, на первом этапе перебор значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  происходит с использованием уменьшающегося порога  $\tilde{q}^{(1)}$  для квадратичной формы  $q$ , который принимает значение наименьшей  $q$  из вычисленных на текущий момент. На втором этапе выполнения алгоритма порог для  $q$  не меняется, поскольку здесь требуется определить все значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , попадающие в заранее заданную область. В заключение второго этапа при условии, что апостериорная вероятность значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  не превысила заданный порог, рассчитывается оценка вектора погрешностей относительных координат  $\delta\mathbf{S}(t_k)$  и соответствующая ковариационная матрица в предположении, что  $\nabla\Delta\mathbf{N} = \nabla\Delta\mathbf{N}^*$ .

На рисунке 5.9 и рисунке 5.10 представлены составленные на основании высказанных выше соображений блок-схемы первого и второго этапов алгоритма фиксированного решения. Здесь в скобках, как и ранее, указаны номера формул, по которым производятся соответствующие вычисления. Этапы отличаются друг от друга начальными блоками и частями, которые обведены штриховой линией.

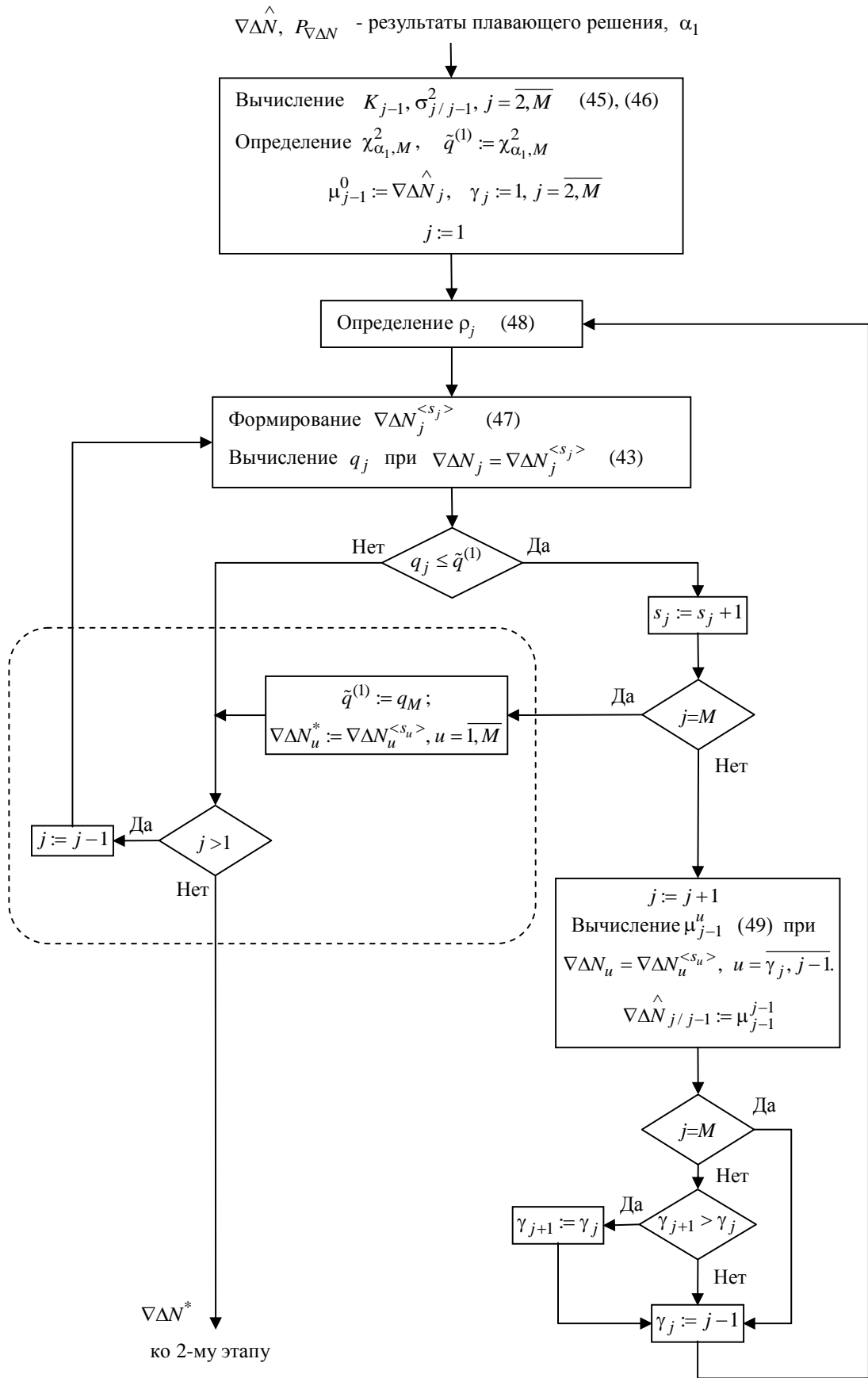


Рисунок 5.9 — Первый этап фиксированного решения

$\nabla \Delta N^*$ ,  $\tilde{q}^{(1)} = q(\nabla \Delta N^*)$ ,  $K_{j-1}$ ,  $\sigma_{j/j-1}^2$ ,  $j = \overline{2, M}$  - определены на 1-м этапе

$\nabla \Delta \hat{N}$  - плавающая оценка,  $\alpha_2$ ,  $\bar{p}$

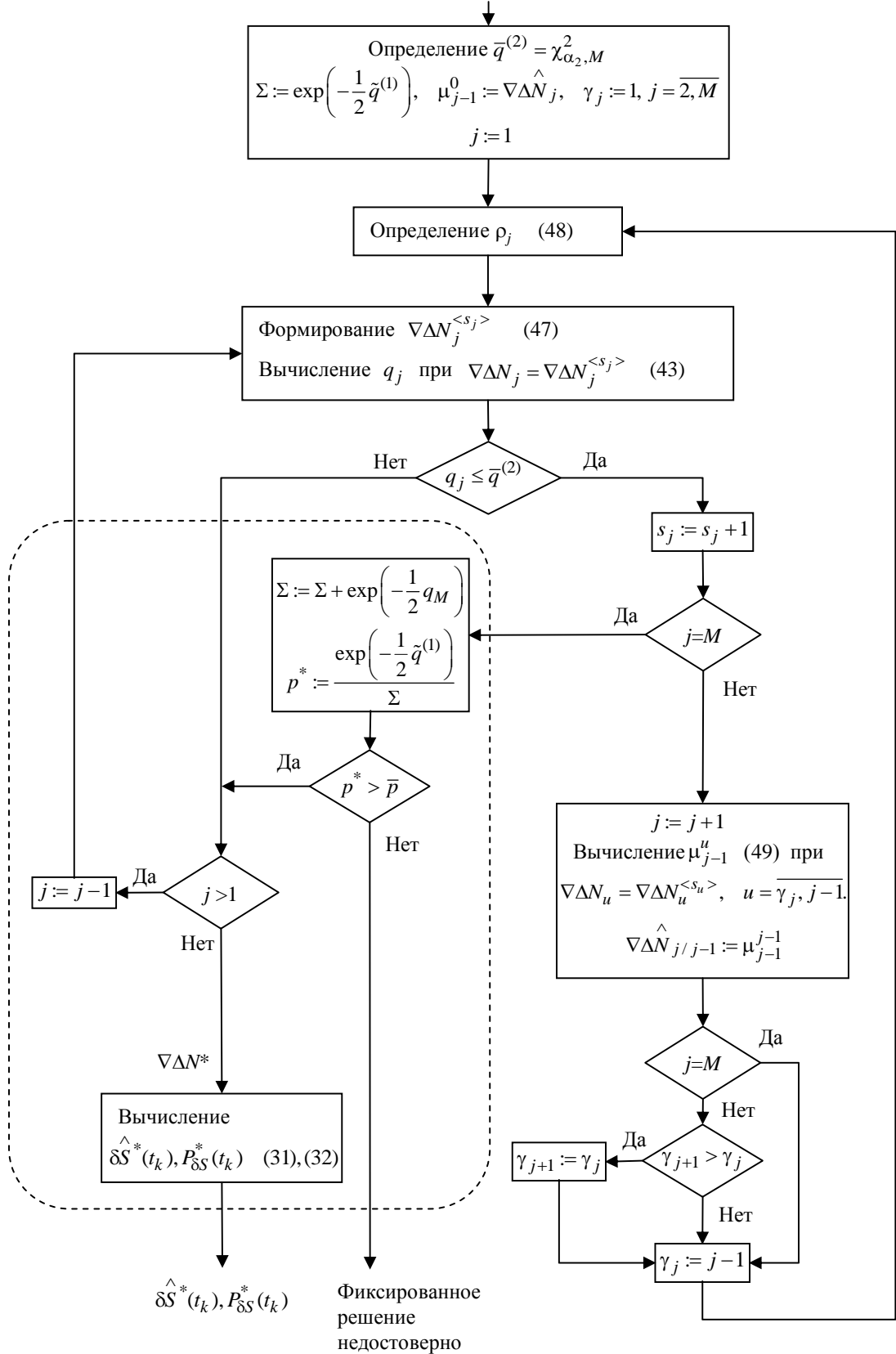


Рисунок 5.10 — Второй этап фиксированного решения

Рассматриваемое ниже дополнение к предлагаемым процедурам связано с одним очевидным обстоятельством: с точки зрения конечного результата безразлично, каким образом из имеющихся фазовых измерений составлены векторы  $\nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}$  и  $\nabla\Delta\mathbf{z}^{L_2}$ , т. е. здесь не важно, какому конкретному измерению соответствует та или иная компонента этого вектора. Однако объем необходимых для получения окончательного решения задачи вычислений в немалой степени зависит от того, каким образом сформированы векторы измерений  $\nabla\Delta\mathbf{z}^{L_1}$  и  $\nabla\Delta\mathbf{z}^{L_2}$ . В связи с этим возникает вопрос, как переставить компоненты вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , чтобы повысить экономичность предлагаемых процедур. Для получения ответа на данный вопрос рассмотрим случай, в котором  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  — двумерный вектор, а область перебора, т. е.  $\Omega^{(1)}$  или  $\Omega^{(2)}$ , представляет собой сильно вытянутый эллипс, изображенный на рисунке 5.11.

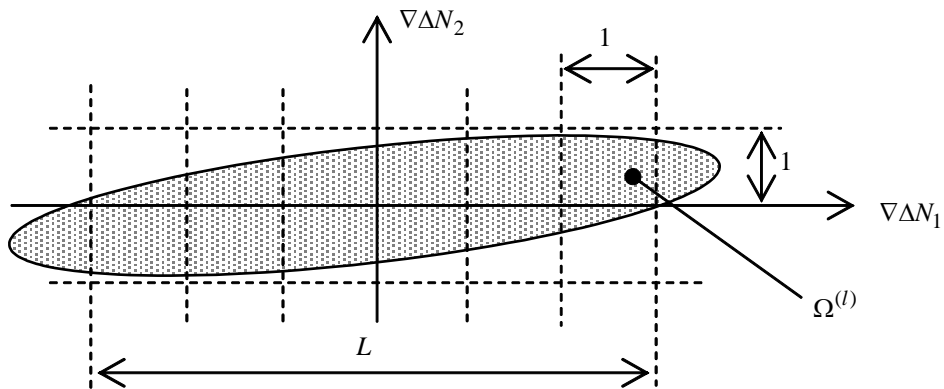


Рисунок 5.11 — Область перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$

Здесь узлы сетки представляют собой возможные (целые) значения компонент вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Предполагается, что  $L \gg 1$ . Обращаем внимание, что в данном случае для каждого из  $L$  значений  $\nabla\Delta N_1$ , входящих в область перебора, приходится дважды вычислять квадратичную форму  $q_2$ , соответствующую разным значениям  $\nabla\Delta N_2$ . При этом второй раз  $q_2$  для одного и того же значения  $\nabla\Delta N_1$  вычисляется только для того, чтобы принять решение о переходе к следующему значению  $\nabla\Delta N_1$ . Если же поменять местами  $\nabla\Delta N_1$  и  $\nabla\Delta N_2$ , то объем вычислений значительно сократится, т. к. в этом случае потребуется только  $L + 1$  раз вычислить квадратичную форму  $q_2$  для одного значения первой компоненты (в качестве которой будет выступать  $\nabla\Delta N_2$ ).

Учитывая высказанные применительно к рассмотренному частному случаю соображения, в общем случае для повышения экономичности рассматриваемых процедур представляется целесообразным вместо исходного вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  использовать преобразованный вектор  $\nabla\Delta\mathcal{N} = (\nabla\Delta\mathbf{N}_{u_1}, \dots, \nabla\Delta\mathbf{N}_{u_M})^T$ . При составлении этого вектора номера  $u_j$  образующих его компонент исходного вектора определяются последовательно (сначала  $u_1$ , затем  $u_2$  и т. д.) по правилу

$$u_j = \begin{cases} \arg \min_{u=1, M} \sigma_u^2, & \text{при } j = 1; \\ \arg \min_{\substack{u=1, M \\ u \neq u_1, \dots, u_{j-1}}} \mathcal{S}_{u/j-1}^2, & \text{при } j > 1, \end{cases} \quad (5.82)$$

где  $\mathcal{S}_{u/j-1}^2$  — условная по отношению к вектору  $\nabla\Delta\bar{\mathcal{N}}_{j-1} = (\nabla\Delta\mathbf{N}_{u_1}, \dots, \nabla\Delta\mathbf{N}_{u_{j-1}})^T$  дисперсия погрешности оценки  $\nabla\Delta\mathbf{N}_u$ . Обращаем внимание, что определение  $u_j$  осуществляется параллельно с вычислением  $\mathcal{S}_{u/j-1}^2$  и  $\mathcal{K}_{j-1}$ , для которых справедливы выражения, аналогичные (5.76), (5.77),

$$\mathcal{K}_{j-1} = \mathcal{P}_{u_j, j-1} \mathcal{P}_{j-1}^{-1}; \quad (5.83)$$

$$\mathcal{S}_{u_j/j-1}^2 = \sigma_{u_j}^2 - \mathcal{K}_{j-1} \mathcal{P}_{u_j, j-1}^T, \quad (5.84)$$

где  $\mathcal{P}_{u_j, j-1}$  — матрица-строка взаимных ковариаций погрешностей оценки компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{u_j}$  и вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathcal{N}}_{j-1}$ ;  $\mathcal{P}_{j-1}$  — ковариационная матрица погрешностей оценок вектора  $\nabla\Delta\bar{\mathcal{N}}_{j-1}$ .

Понятно, что для формирования значений  $\nabla\Delta\mathcal{N}_j^{(s_j)}$ ,  $j = \overline{1, M}$ , вычисления математических ожиданий  $\nabla\Delta\hat{\mathcal{N}}_{j/j-1}$ ,  $j = \overline{2, M}$  и значений квадратичной формы  $q$  можно использовать выражения (5.74)...(5.77), заменив в них  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_j$  на  $\nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{u_j}$ ,  $\mathbf{K}_{j-1}^u$  на  $\mathcal{K}_{j-1}^u$ ,  $\sigma_{j/j-1}^2$  на  $\mathcal{S}_{u_j/j-1}^2$ . После определения наиболее вероятного значения  $\nabla\Delta\mathcal{N}^*$  вектора  $\nabla\Delta\mathcal{N}$  значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  можно получить в результате обратной перестановки компонент  $\nabla\Delta\mathcal{N}^*$  в соответствии с равенствами  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{u_j}^* = \nabla\Delta\mathcal{N}_j^*$ ,  $j = \overline{1, M}$ .

Конечно, определение наиболее подходящего варианта преобразования вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  требует определенных вычислительных затрат. Однако эти затраты несущественны по сравнению с положительным эффектом, который дает такое преобразование при выполнении процедуры перебора значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ .

Необходимо сказать, что предлагаемое преобразование вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  является простым, но оно не претендует на минимизацию затрат, связанных с перебором значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Экономичность перебора может быть значительно повышена за счет предложенного в [179] перехода от исходного вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  к вектору, полученному в результате специального линейного преобразования — Least-squares AMBIGUITY Decorrelation Adjustment (LAMBDA). Особенность этого преобразования состоит в том, что возможными значениями компонент преобразованного вектора, как и исходного вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , являются целые числа. При этом ковариационная матрица для преобразованного вектора имеет вид близкий к диагональному, что способствует более экономичной реализации методов поиска. Следует, однако, отметить, что матрица, соответствующая такому преобразованию, может быть определена только численно (с помощью итерационной процедуры), а это очевидно связано с дополнительными затратами.

#### 5.5.4 Анализ существующих методов фиксированного решения и их сопоставление с разработанным методом

В настоящее время существует ряд методов получения фиксированного решения, т. е. значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$ , минимизирующего квадратичную форму  $q(\nabla\Delta\mathbf{N})$ .

Например, в работе [178] первичный набор значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  определяется с помощью неравенств типа (5.66). Отобранные с помощью (5.66) значения далее проверяются на выполнение неравенств

$$\left| \nabla\Delta\mathbf{N}_{j_1} - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j_1} - \nabla\Delta\mathbf{N}_{j_2} + \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j_2} \right| \leq \sigma_{j_1, j_2} \sqrt{q}, \quad j_1, j_2 = \overline{1, M}, j_1 \neq j_2, \quad (5.85)$$

где  $\sigma_{j_1, j_2}^2$  — вычисленная на основании  $\mathbf{P}_{\nabla\Delta\mathbf{N}}$  дисперсия погрешностей оценок разности  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{j_1} - \nabla\Delta\mathbf{N}_{j_2}$ . Для значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , прошедших такую проверку,

вычисляются квадратичные формы  $q$ , из которых отбираются наименьшая  $q^*$  и следующая за наименьшей  $q^{**}$ . В случае выполнения неравенства

$$q^{**} / q^* > F_{1-\alpha, M, M}, \quad (5.86)$$

где  $F_{1-\alpha, M, M}$  — квантиль порядка  $1 - \alpha$  ( $\alpha \ll 1$ ) для  $F$ -распределения (распределения Фишера) с  $M$  и  $M$  степенями свободы, значение  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$ , соответствующее  $q^*$ , принимается в качестве истинного. Применение условия (5.86) основано на том, что отношение квадратичных форм, сформированных из гауссовских векторов и соответствующих им ковариационных матриц, подчиняется распределению Фишера. Поэтому при выполнении неравенства (5.86) значение  $\nabla \Delta \mathbf{N}^{**}$ , соответствующее  $q^{**}$ , не может быть истинным.

Отметим, что дополнительное по отношению к (5.66) ограничение области перебора неравенствами (5.85) не позволяет кардинально сократить число перебираемых значений и вычисления квадратичной формы  $q$  для этих значений. Кроме того, отношение квадратичных форм (5.86) является менее очевидной характеристикой достоверности  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$ , чем апостериорная вероятность.

### **Рекуррентное вычисление квадратичной формы на основе разложения Холецкого**

Метод, предложенный в работе [180], опирается на возможность представления матрицы  $\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}$  в виде произведения

$$\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1} = \mathbf{S}^T \mathbf{S}, \quad (5.87)$$

где  $\mathbf{S}$  — треугольная матрица. Операция такого разложения симметричной матрицы носит название декомпозиции Холецкого.

Представление матрицы  $\mathbf{P}_{\nabla \Delta \mathbf{N}}^{-1}$  в виде (5.87) удобно тем, что с его помощью можно достаточно легко вычислять квадратичную форму  $q$ , используя рекуррентную процедуру. При этом на каждом шаге рекуррентного вычисления  $q$  можно проанализировать целесообразность его продолжения. Например, если  $\mathbf{S}$  — нижнетреугольная матрица, то вычисление квадратичной формы  $q$  производится по формуле

$$q_j = q_{j-1} + \left( \sum_{i=1}^j \mathbf{S}_{j,i} (\nabla \Delta \mathbf{N}_i - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_i) \right)^2, \quad j = \overline{1, M}, \quad q_0 = 0, q = q_M, \quad (5.88)$$

где  $\mathbf{S}_{j,i}$  — элементы матрицы  $\mathbf{S}$  ( $j$  — номер строки,  $i$  — номер столбца). Для каждого  $j$  значения  $q_j$  проверяются на выполнение неравенства типа  $q_j \leq \bar{q}$ , и в случае отрицательного результата этой проверки вычисления (5.88) для данного значения вектора  $\nabla \Delta \mathbf{N}$  прерываются и начинаются вычисления для следующего значения.

Благодаря применению рекуррентной формулы (5.88) объем вычислений, связанных с определением квадратичной формы  $q$ , существенно снижается, однако число перебираемых значений здесь велико из-за использования простейших неравенств (5.66) для ограничения области проверяемых значений  $\nabla \Delta \mathbf{N}$ .

#### Ограничение перебираемых компонент с помощью условных интервалов

Следующим усовершенствованием алгоритма фиксированного решения можно считать метод из работы [181], где искомое значение  $\nabla \Delta \mathbf{N}^*$  определяется с помощью условных интервалов для компонент этого вектора. Условными такие интервалы являются в том смысле, что при их определении учитываются значения предшествующих компонент. Указанные интервалы имеют вид

$$\left| \nabla \Delta \mathbf{N}_j - \nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_{j/j-1} \right| \leq \sigma_{j/j-1} \sqrt{\bar{q}}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (5.89)$$

где  $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}, \sigma_{j/j-1}^2$  — условные по отношению к  $\nabla \Delta \mathbf{N}_i, i = \overline{1, j-1}$  математическое ожидание и дисперсия  $j$ -й компоненты вектора  $\nabla \Delta \mathbf{N}$ , определяемые по формулам (5.75), (5.77). Математические ожидания  $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}$  вычисляются последовательно по мере увеличения  $j$ . Вычисление  $\nabla \Delta \hat{\mathbf{N}}_{j/j-1}$  при  $j > 1$  осуществляется только для тех значений компонент  $\nabla \Delta \mathbf{N}_1, \dots, \nabla \Delta \mathbf{N}_{j-1}$ , которые принадлежат соответствующим интервалам вида (5.89). В случае, когда все интервалы (5.89) содержат по одному целому числу, истинное значение вектора  $\nabla \Delta \mathbf{N}$  считается определенным. При



этом в качестве компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  выступают найденные целые числа. В противном случае среди значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , компоненты которых принадлежат интервалам (5.89), определяется пара значений, соответствующих двум наименьшим значениям квадратичной формы  $q$ , т. е.  $q^*$  и  $q^{**}$ . При выполнении неравенства (5.86) значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , соответствующее наименьшей квадратичной форме  $q^*$ , принимается за истинное.

Очевидное достоинство этого метода заключается в том, что используемая в нем область перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  имеет значительно меньший объем по сравнению с объемом области, определяемой неравенствами (5.66) и (5.85). Тем не менее область перебора здесь более обширна, чем область, которая определяется неравенством  $q(\nabla\Delta\mathbf{N}) \leq \bar{q}$ .

### **Использование условных интервалов и рекуррентной формулы для квадратичной формы**

Наиболее удачным из существующих методов фиксированного решения представляется метод, предложенный в работе [182]. По существу, он объединяет в себе положительные черты изложенных выше способов. В этом методе определяются условные интервалы для каждой  $j$ -й компоненты вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  и одновременно вычисляются соответствующие этим компонентам промежуточные значения  $q_j$  квадратичной формы  $q$ . Причем условные интервалы для  $j$ -й компоненты здесь, в отличие от (5.89), формируются с учетом  $q_{j-1}$ . Таким образом, реализация этого метода заключается в определении для  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , удовлетворяющих неравенству

$$\left| \nabla\Delta\mathbf{N}_j - \nabla\Delta\hat{\mathbf{N}}_{j/j-1} \right| \leq \sigma_{j/j-1} \sqrt{\bar{q} - q_{j-1}}, \quad (5.90)$$

значений  $q_j$  по формуле (5.74).

Следует, однако, иметь в виду, что наряду с очевидным преимуществом такой организации перебора значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  перед рассмотренными выше методами (меньшее число проверяемых значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ ) она имеет

недостаток, заключающийся в использовании трудоемкой операции извлечения квадратного корня. Эту операцию приходится выполнять всякий раз, когда происходит смена значений компонент вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  с номерами от 1 до  $M - 1$ .

### **Алгоритмы перебора с использованием уменьшающегося порога для квадратичной формы**

Понятно, что при поиске  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  определять значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , для которых величина квадратичной формы  $q$  превышает наименьшее из уже полученных значений этой квадратичной формы, не имеет смысла. Учесть отмеченное обстоятельство позволяют алгоритмы Depth-First и Best-First, описанные в работе [183]. Эти алгоритмы рассчитаны на случай, когда исходный набор возможных значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  задается неравенствами (5.66) для некоторой величины порога  $\bar{q}$ .

В алгоритмах предполагается использование одного из рекуррентных способов вычисления квадратичной формы  $q$  [(5.74) или (5.88)]. В обоих алгоритмах используется величина  $\tilde{q}$ , которая играет роль дополнительного (по отношению к  $\bar{q}$ ) порога для квадратичной формы  $q$ . Порог  $\tilde{q}$  принимает значение наименьшей из вычисленных на текущий момент квадратичных форм  $q$ . При этом порог  $\tilde{q}$  уменьшается по мере того, как отыскиваются значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , для которых квадратичная форма  $q$  меньше установленной ранее величины  $\tilde{q}$ . В алгоритмах на каждом  $j$ -м шаге рекуррентного вычисления квадратичной формы  $q$  проверяется, не превышает ли полученное промежуточное значение  $q_j$  этой квадратичной формы величины порога  $\tilde{q}$ . В случае, когда указанное превышение имеет место, рассматриваемая комбинация значений компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1, \dots, \nabla\Delta\mathbf{N}_j$  не получает дальнейшего развития, т. е. вектор  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  с такими значениями компонент формироваться не будет. Поскольку формирование значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  начинается с первой компоненты, работа алгоритмов завершается, когда все значения этой компоненты будут исчерпаны. Искомое значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$

определяется как значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , величина квадратичной формы  $q$  для которого была присвоена порогу  $\tilde{q}$  на момент завершения поиска.

Различия алгоритмов Depth-First и Best-First алгоритмов заключаются в способах перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . В Depth-First перебор осуществляется путем организации вложенных циклов для компонент вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , пробегающих все возможные целые значения, удовлетворяющие соответствующим неравенствам вида (5.66). При этом цикл по компоненте  $\nabla\Delta\mathbf{N}_M$  вкладывается в цикл по компоненте  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{M-1}$  и т. д. Во внешнем цикле происходит перебор значений компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_1$ . Таким образом, работа алгоритма начинается с вычисления для одного из значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  квадратичной формы  $q$ , величина которой принимается в качестве начального значения порога  $\tilde{q}$ . Затем осуществляется перебор остальных значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  с одновременным вычислением соответствующих квадратичных форм  $q$ . При этом сначала в векторе  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , для которого была вычислена квадратичная форма  $q$ , изменяется значение компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_M$ . После того как все значения этой компоненты будут исчерпаны, изменяется значение компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{M-1}$  и т. д. Обращаем внимание, что в данном алгоритме помимо  $\bar{q}$  для каждого  $j = \overline{1, M-1}$  требуется запоминать лишь по одному значению  $q_j$ .

Понятно, что для скорейшего определения значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}^*$  при использовании порога  $\tilde{q}$  важно как можно раньше определить такое значение вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , для которого величина квадратичной формы  $q$  близка к минимальной, т. е. желательно организовать перебор значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  так, чтобы порог  $\tilde{q}$  уменьшился как можно быстрее. Вариант такой улучшенной организации перебора применяется в алгоритме Best-First. В этом алгоритме, перед тем как полностью вычислить квадратичную форму  $q$  для каких-либо значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , проводится ряд подготовительных действий, направленных на выявление таких значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , от которых можно скорее всего ожидать, что для них величина  $q$  будет близка к минимальной. Подготовительные

действия состоят в том, что на каждом  $j$ -м шаге алгоритма величина  $q_j$  вычисляется не для одного значения компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , а сразу для всех ее значений, удовлетворяющих неравенству (5.66). При этом в случае, когда  $j > 1$ , предполагается, что значения компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}_i, i = \overline{1, j-1}$  зафиксированы, т. е.  $q_j$  при  $j = \overline{2, M}$  вычисляются для какой-либо одной комбинации значений этих компонент. После вычисления величин  $q_j$  выполняется их сортировка, по результатам которой вводится нумерация значений компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  так, что  $q_j$  для первого значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  наименьшая, а для последнего — наибольшая. При этом нумеруются лишь те значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , для которых  $q_j$  не превышает величину порога  $\tilde{q}$ . Значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , которые не удовлетворяют этому условию, на последующих шагах алгоритма не используются. На  $(j + 1)$ -м шаге алгоритма вычисление величин  $q_{j+1}$  сначала выполняется для первого значения компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , которое затем меняется на второе значение этой компоненты и т. д. Таким образом, при формировании значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  приоритет отдается тем значениям компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , для которых величина  $q_j$  меньше.

Заметим, что при реализации алгоритма Best-First возникает необходимость одновременного хранения массивов значений  $q_j$  для каждого  $j = \overline{1, M-1}$ . До вычисления первой квадратичной формы  $q$ , т. е. до того как будет определена величина порога  $\tilde{q}$ , эти значения определяются неравенствами (5.66). Количество таких значений может быть очень велико. Поэтому для реализации схемы Best-First требуется достаточно большой объем оперативной памяти. Важно также отметить, что хотя этот алгоритм и ориентирован на более быстрое по сравнению с Depth-First выявление значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ , для которого квадратичная форма  $q$  близка к минимальной, это усовершенствование требует выполнения сортировки величин  $q_j, j = \overline{2, M-1}$  после каждого изменения значения компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_{j-1}$ . В связи с этим время работы Best-First не всегда оказывается меньше, чем у Depth-First.

Если не принимать в расчет алгоритмы Depth-First и Best-First, в которых используется уменьшающийся порог  $\bar{q}$  для значений квадратичной формы  $q$ , то метод, основанный на использовании выражения (5.78), можно назвать самым совершенным из существующих методов фиксированного решения, поскольку в нем одновременно используются два из отмеченных выше эффективных приема: рекуррентный способ вычисления  $q$  и условные интервалы для компонент  $\nabla\Delta N$ , границы которых определяются с учетом промежуточных результатов вычисления  $q$ . Представляется целесообразным попытаться модифицировать этот метод с тем, чтобы использовать в нем еще и третий из отмеченных выше приемов — уменьшающийся порог  $\tilde{q}$ . Но, к сожалению, такое объединение оказывается малоэффективным, поскольку после каждого изменения  $\tilde{q}$  возникает потребность в пересчете границ условных интервалов для всех компонент вектора  $\nabla\Delta N$ . Отсюда следует, что для существенного снижения вычислительных затрат нужно использовать принципиально новую организацию перебора значений вектора  $\nabla\Delta N$ , которая позволит ограничить множество анализируемых значений этого вектора с помощью более простых средств, не препятствующих эффективному использованию уменьшающегося порога  $\tilde{q}$ . Именно такая организация перебора и была предложена выше.

### 5.5.5 Анализ преимуществ предлагаемого метода фиксированного решения

Итак, обсудим достоинства предложенного варианта перебора значений вектора  $\nabla\Delta N$ .

Отметим, что использование нумерации (5.78), (5.79) значений компонент вектора  $\nabla\Delta N$  позволяет организовать перебор без необходимого в методе, основанном на (5.90), вычисления границ условных интервалов, содержащих перебираемые значения компонент  $\nabla\Delta N$ . С точки зрения экономичности это обстоятельство представляется существенным, поскольку определение границ указанных интервалов, как уже отмечалось, связано с выполнением трудоемкой операции извлечения квадратного корня. В предлагаемых процедурах выполнение

подобных трудоемких операций при переборе значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  не требуется. Отказ от применения условных интервалов открывает также возможность более эффективного использования уменьшающегося порога  $\tilde{q}$ . Предлагаемая организация перебора не приводит к необходимости пересчета каких-либо промежуточных результатов при уменьшении порога  $\tilde{q}$ .

Обсудим теперь преимущества предлагаемой организации перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  по сравнению с алгоритмами Depth-First и Best-First, в которых также применяется уменьшающийся порог  $\tilde{q}$ . В первую очередь отметим, что значения вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  в предлагаемом методе берутся в таком же порядке, как и в Best-First, т. е. первым всегда берется то значение компоненты  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ , для которого величина  $q_j$  меньше. Но в отличие от данного алгоритма предлагаемый метод не требует заранее вычислять, сортировать и запоминать массивы величин  $q_j$  для множеств значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$ ,  $j = \overline{1, M-1}$ , поскольку выражения (5.78), (5.79) автоматически определяют значения  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  в порядке возрастания соответствующих им  $q_j$ . Важно при этом отметить, что определение значений  $\nabla\Delta\mathbf{N}_j$  осуществляется с помощью легковыполнимых операций с целыми числами. Несмотря на указанное сходство с Best-First, предложенный метод фиксированного решения по характеру перебора близок к Depth-First, в котором одновременно формируется только одно значение  $\nabla\Delta\mathbf{N}$ . Но в Depth-First значения компонент  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  не упорядочиваются в соответствие с величиной  $q_j$ , как это делается в алгоритме Best-First и в предлагаемом методе.

Таким образом, демонстрируемая организация перебора значений вектора  $\nabla\Delta\mathbf{N}$  обладает основными достоинствами существующих подходов, и в то же время она свободна от их недостатков.

Кроме того, еще одним преимуществом предлагаемого метода фиксированного решения является использование в нем экономичной схемы пересчета условных математических ожиданий  $\hat{\nabla\Delta\mathbf{N}}_{j/j-1}$  для значений вектора

$\nabla \Delta \bar{N}_{j-1}$ , у которых совпадают начальные компоненты [см. выражения (5.80), (5.81)].

## ***5.6 Результаты тестирования разработанного метода относительной навигации искусственного спутника Земли***

### **5.6.1 GPS-данные проекта GRACE**

Относительная навигация искусственных спутников Земли весьма важна при реализации одного из современных методов изучения гравитационного поля в труднодоступных районах Земли, основанного на использовании специализированных научно-исследовательских спутников. Эти методы хотя и уступают по точности традиционным подходам, основанным на выполнении детальной гравиметрической съемки, выполняемой с воздушных носителей [184], [185], тем не менее, получают активное развитие в последнее время в силу их высокой производительности. Примерами успешного решения задачи изучения гравитационного поля с использованием низкоорбитальных спутников служат европейские проекты GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) и GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer). Низкие орбиты спутников и высокая точность бортовой геодезической аппаратуры позволили в 2013 г. улучшить точность определения геоида до 1—2 см на масштабах порядка 100 км. Благодаря этим проектам в последние годы появились современные глобальные модели гравитационного поля Земли высокой точности и пространственного разрешения в виде разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям, рекомендованные к использованию Международным центром по глобальным моделям Земли – International Centre for Global Earth Models (ICGEM): модель EGM-2008 до 2190-й степени разложения; модель EIGEN-6C2 до 1949-й степени разложения; модель EIGEN-6C3 до 1949-й степени разложения.

Эффективность разработанного метода определения относительных координат НОС проверена, в частности, с использованием GPS-данных,

записанных в ходе выполнения проекта GRACE. GRACE является совместным проектом NASA — National Aeronautics and Space Administration (США) и DLR — Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt (Германия). Основная цель проекта — исследование гравитационного поля Земли с помощью датчиков, расположенных на двух НОС. Запуск спутников GRACE состоялся 17 марта 2002 г. с космодрома Плесецк (Россия).

Оба НОС (GRACE A/B) снабжены одинаковыми приемниками GPS для решения навигационной задачи. Приемники используют кодовые и фазовые измерения на двух частотах. В открытом доступе имеются записи измерений GPS, с помощью которых можно тестировать алгоритмы обработки информации GPS на НОС.

Спутники GRACE имеют призматическую форму, которая обеспечивает наиболее точное выравнивание и стабилизацию. Общий вес двух НОС составляет менее 950 кг. Помимо навигационных GPS-антенн, расположенных сверху, на борту НОС размещены антенны для измерения взаимного положения с помощью радиосигналов в специальной полосе частот (K-band) и лазерные дальнометры, также предназначенные для уточнения орбит спутников. Кроме того, имеются блоки акселерометров для измерения ускорений и астрономическая система определения ориентации. Совокупность указанных навигационных средств обеспечивает высокоточное позиционирование спутников GRACE.

Массивы координат, полученных в результате постобработки, открыты для общего пользования и могут рассматриваться как эталонные данные при проверке эффективности собственных алгоритмов обработки навигационной информации.

Спутники GRACE движутся по компланарным, околополярным орбитам. Основные параметры орбит приведены в таблице 5.2. Между НОС поддерживается номинальное расстояние 220 км при допустимом его увеличении на 50 км.

Таблица 5.2 — Параметры орбит GRACE



Параметр орбиты	Начальное значение	Погрешность	Значение при завершении проекта
Большая полуось, км	6878	$\pm 10$	6678
Эксцентриситет	менее 0,005	–	менее 0,005
Наклонение, ...°	89	$\pm 0,05$	89

Как видно из таблицы 5.2, спутники GRACE не выходят за пределы ионосферы, а база относительной навигации превышает 200 км, и ее нельзя полагать короткой. Одна из основных трудностей, возникающих при обработке данных эксперимента, — влияние ионосферных погрешностей на погрешность относительной навигации при использовании одночастотных измерений.

Верификацию предложенного метода относительной навигации мы разбили на три этапа:

1. относительная навигация без ионосферной погрешности по двухчастотным измерениям;
2. относительная навигация с моделированной ионосферной погрешностью по одночастотным измерениям;
3. относительная навигация с реальной ионосферной погрешностью по одночастотным измерениям.

На первом этапе описанный выше метод относительной навигации применялся к двухчастотным измерениям GRACE. Задачей этого этапа было тестирование предложенного метода относительной навигации в условиях, когда ионосферная погрешность отсутствует. На втором этапе моделировались одночастотные измерения с учетом ионосферной погрешности для коротких баз относительной навигации. Целью этого этапа было определение размеров баз, при которых предложенный метод относительной навигации применим к измерениям, включающим в себя ионосферную погрешность. Заметим, что на момент написания этой работы двухчастотные измерения были доступны только для приемников, использующих код высокой точности, т. е. выходящих за рамки работы. Нашей задачей является создание основ проектирования гражданской

аппаратуры, предназначенной для коммерческой реализации на гражданском рынке. Это и определило необходимость исследования границ применимости предложенного метода относительной навигации при использовании одночастотных измерений.

Для проведения численного эксперимента использовались данные GRACE так называемого уровня 1В. Это данные, которые уже прошли первичную обработку, связанную со снижением частоты и временной привязкой. Для проведения расчетов использовались два пакета данных: GPS Flight Data Format Record (GPS1B) и GPS Navigation Data Format Record (GNV1B). Первый пакет содержит записанные с темпом 10 с кодовые и фазовые измерения GPS-приемников на частотах  $L_1$  и  $L_2$ . Второй пакет — 60-секундные результаты навигационного решения, сопровождающиеся точностными характеристиками. Судя по этим характеристикам, погрешность определения координат спутников GRACE находится на уровне 2...3 см. Поскольку координаты из пакета GNV приведены с большей дискретностью, чем измерения, они пересчитывались с применением сплайн-интерполяции шестого порядка на моменты записи измерений. Тем самым создавалась возможность сопоставить каждый полученный с помощью тестируемого метода результат с эталонным GNV-решением.

Необходимые для решения навигационной задачи координаты НС GPS формировались на основе данных IGS — International GPS Service [171]. При этом использовались файлы типа `igsWWWWD.sp3` (WWW — номер недели GPS), содержащие наиболее точные координаты (final precise ephemerides), полученные с учетом недельных данных из глобальных и региональных решений. IGS-данные представляют собой 15-минутные записи координат НС GPS в связанной с Землей прямоугольной системе координат ITRF — International Terrestrial Reference Frame. Чтобы получить координаты НС GPS на моменты измерений (их дискретность составляет 10 с), применялась сплайн-интерполяция 8-го порядка. При этом учитывалось, что система координат ITRF за время прохождения сигнала от НС до приемников поворачивается на угол, равный произведению  $\tau U$ ,

где  $\tau$  — время прохождения сигнала от НС до приемника;  $U$  — скорость вращения Земли.

Отметим, что при решении не учитывались поправки на смещение фазовых центров антенн приемников. Пренебречь ими представляется возможным, поскольку они практически одинаковы для GRACE A/B ввиду использования на них одинаковых приемников, а различия в ориентации антенн незначительны.

На рисунке 5.12 представлена схема программного обеспечения, разработанного для проверки эффективности изложенного выше метода определения относительных координат НОС (закрашенный блок). Полученный результат здесь сопоставляется с эталонным GNV-решением. Разности этих решений рассматриваются как погрешности полученного решения, которые сопоставляются с рассчитанными в используемом методе среднеквадратическими значениями погрешностей. Таким образом, проверяется не только сама погрешность, но и адекватность ее оценки.

Для тестирования были использованы данные от 31.05.2006 г. При этом для решения был выбран восьмичасовой интервал, в течение которого не происходило перерывов в поступлении измерений от GPS. Причем в каждый момент этого интервала имеются измерения по крайней мере от четырех спутников. Максимальное количество видимых спутников достигает десяти.

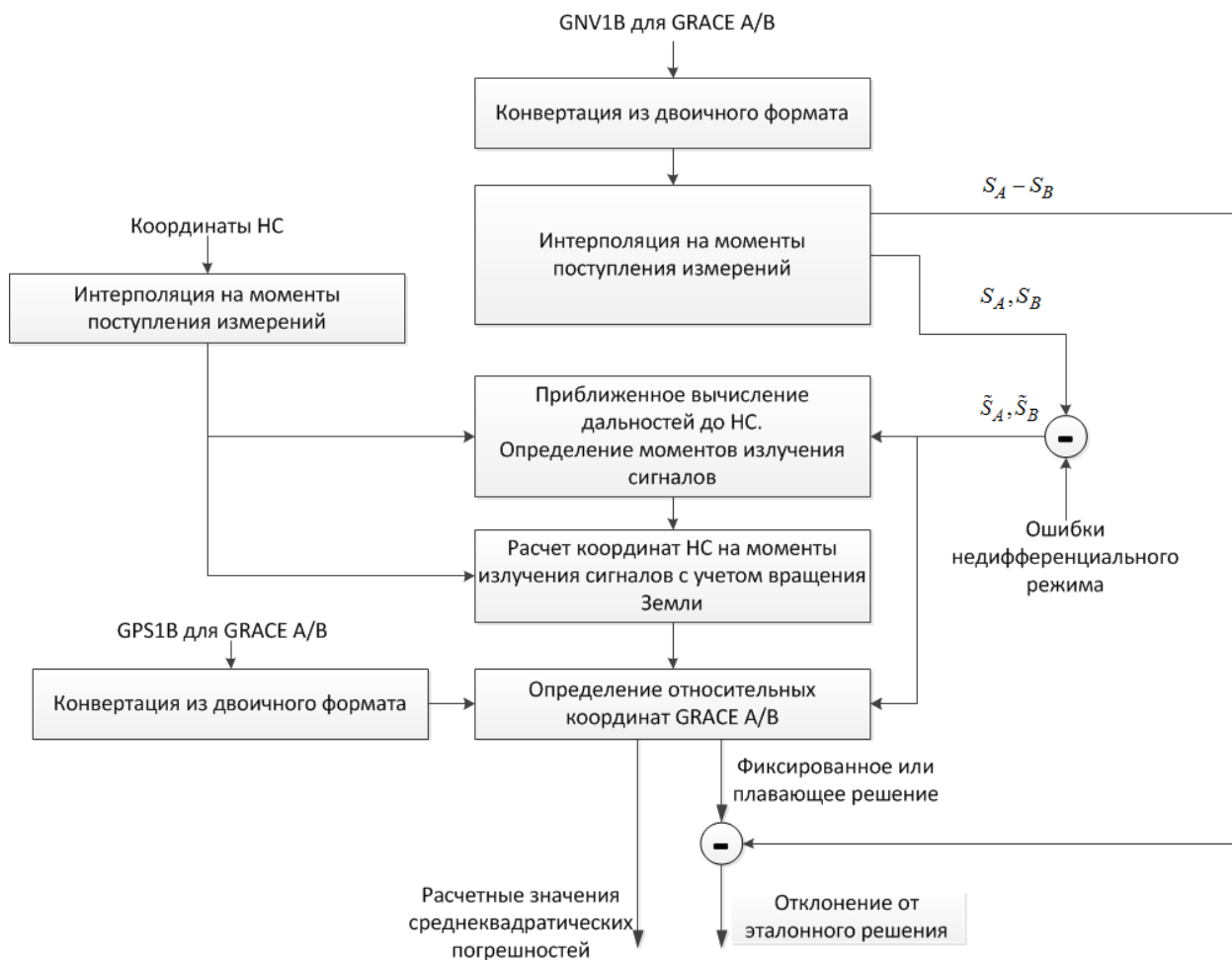


Рисунок 5.12 — Программное обеспечение для обработки данных GRACE

На рисунке 5.13 представлена диаграмма используемых НС GPS. Как видно из диаграммы, используемые НС часто меняются, что обусловлено малым периодом обращения НОС GRACE вокруг Земли (примерно 1,5 ч). Время непрерывного наблюдения НС в большинстве случаев находится в пределах 20...40 мин (рисунок 5.13).

## 5.6.2 Результаты обработки двухчастотных данных GRACE

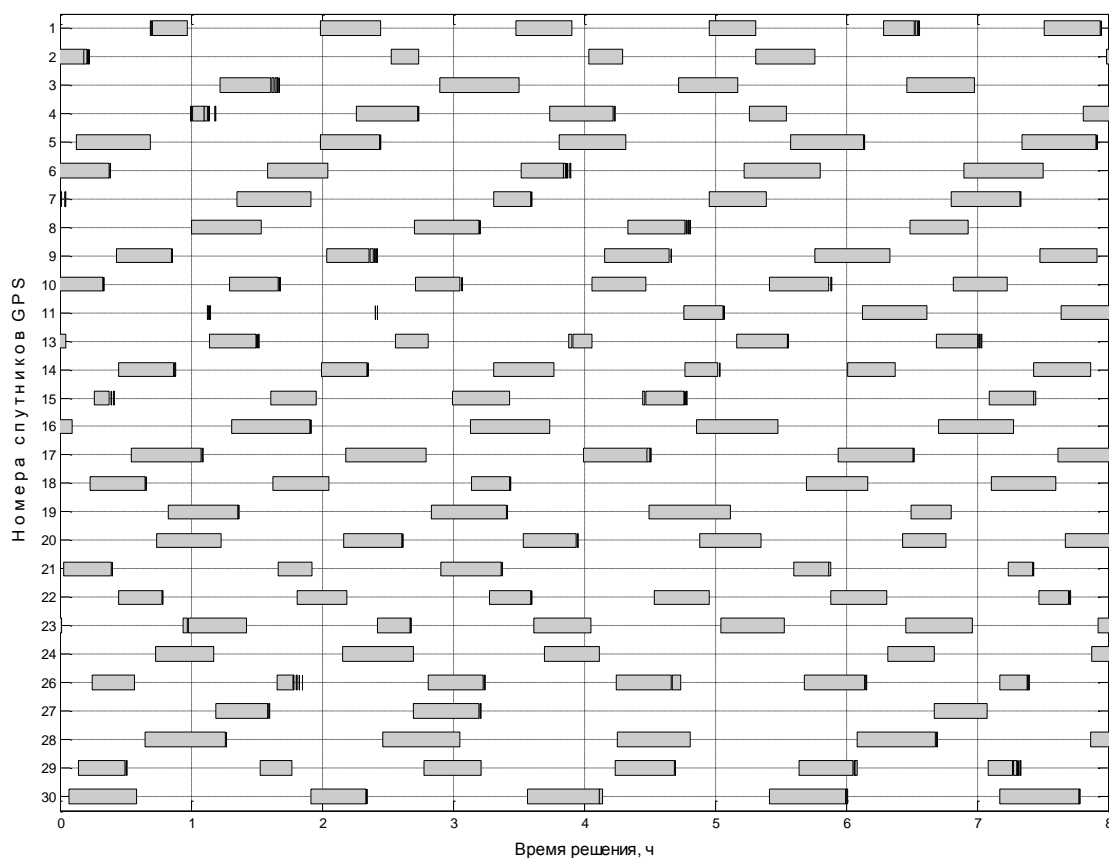


Рисунок 5.13 — Диаграмма используемых приемниками GRACE A/B навигационных спутников GPS на выбранном интервале решения

Длина базы на рассматриваемом интервале составляла около 250 км, а высота орбиты — примерно 350 км.

На рисунке 5.14 представлены результаты решения задачи относительной навигации по вторым разностям двухчастотных измерений, полученных приемниками GRACE A/B.

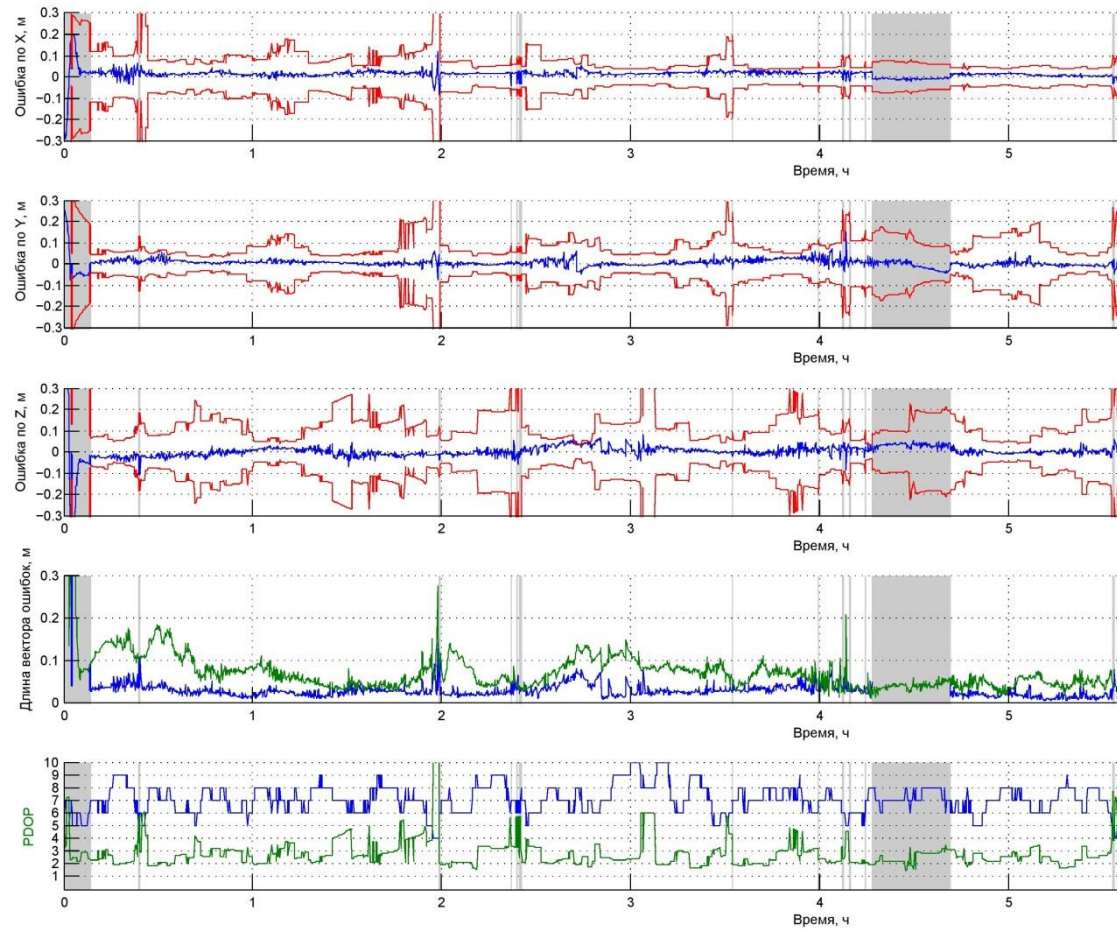


Рисунок 5.14 — Результаты двухчастотного решения по данным GRACE

На трех верхних графиках синими линиями изображены разности полученных в ходе решения оценок относительных координат и эталонных значений из пакета GNV. Красные линии передают утроенные среднеквадратические значения погрешности, рассчитанные при решении. Затемненные области графиков — это интервалы, где фиксированное решение оказалось невозможным и имеется только плавающее решение, не учитывающее целочисленный характер периодов фазы. Отметим, что отсутствие фиксированного решения в начале интервала обусловлено необходимостью исключения неоднозначности сразу для всех НС. По существу, начало интервала соответствует ситуации возобновления приема сигналов GPS после перерыва. На четвертом сверху графике приведена квадратичная норма разности трехмерных векторов полученного и эталонного решений, т. е. пространственное отклонение от эталонного решения. Для сравнения здесь приведены графики квадратичных норм для однозначного и плавающего решения (соответственно синяя и зеленая линии). На нижнем графике показано число видимых спутников (синяя линия) и соответствующий им геометрический фактор (зеленая линия).

Можно видеть, что фиксированное решение удается получить примерно в 90 % случаев. Там, где неоднозначность исключена, отклонение от GNV-решения, как правило, не превышает 5 см. Эти отклонения укладываются в расчетный коридор утроенных среднеквадратических значений, т. е. погрешность полученного решения оценивается адекватно. Эффективность фиксированного решения по сравнению с плавающим существенно варьируется. Иногда погрешности обоих решений очень близки, но есть интервалы, где фиксированное решение на порядок точнее.

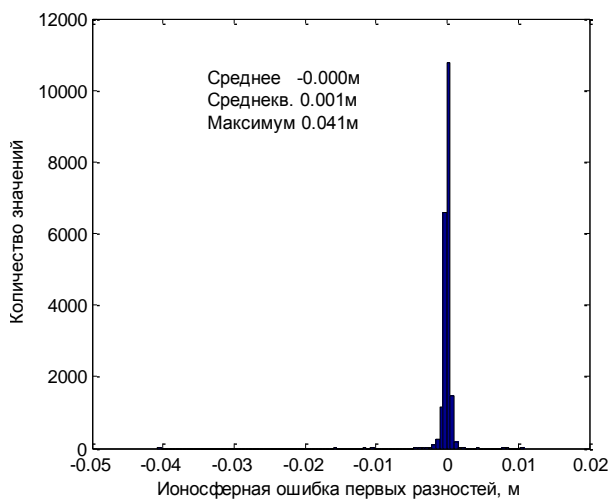
### 5.6.3 Результаты одночастотного решения на разных базах по данным моделирования

Для анализа возможности получения фиксированных решений по одночастотным измерениям было проведено моделирование ионосферной погрешности для двух НОС, расположенных на различных базах. В качестве траектории одного из НОС была принята реальная траектория GRACE В на рассмотренном выше восьмичасовом интервале. Моделирование ионосферных погрешностей проводилось путем интегрирования плотности электронного содержания по линии распространения сигналов от НС до приемника. Интегрирование осуществлялось от приемника до граничного слоя ионосферы (его высота была принята равной 1500 км). При этом интегрируемая плотность электронного содержания определялась исходя из вертикального полного электронного содержания, которое, в свою очередь, отыскивалось в виде разложения по сферическим гармоникам с параметрами, взятыми из ion-файла службы IGS [171]. Алгоритм расчета вертикального полного электронного содержания и ее вид взяты из диссертационной работы [177]. Моделирование одночастотного решения проводилось для баз длиной 1, 10, 20, 30, 40 и 50 км.

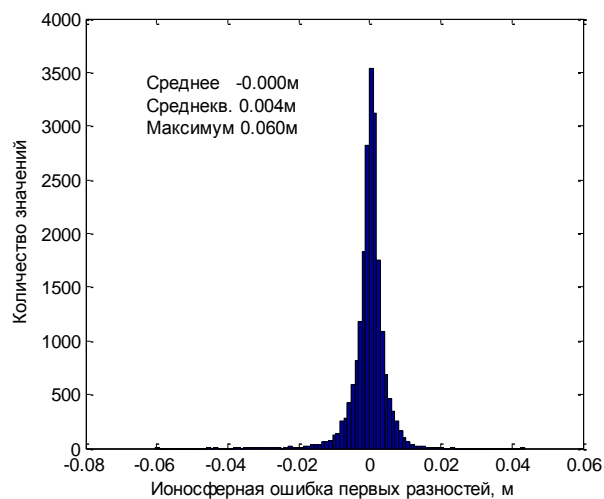
На рисунке 5.15 приведены частотные распределения смоделированных ионосферных погрешностей первых разностей измерений. Там же указаны среднее, среднеквадратическое и максимальное (по модулю) значения. При решении ионосферная погрешность учитывалась в виде дополнительной гауссовской шумовой составляющей с уровнем, зависящим от длины базы. При этом среднеквадратическое значение ионосферной погрешности первых разностей для базы длиной 1 км принималось равным 3 мм, для базы длиной 10 км — 1 см, длиной 20 км — 2 см, длиной 30 и 40 км — 3 см, длиной 50 км — 4 см. Указанные значения выбраны с учетом статистических данных, приведенных на рисунке 5.15, а также с целью, с одной стороны, максимизировать количество фиксированных решений, а с другой — минимизировать число ошибок при разрешении неоднозначности. Помимо ионосферных погрешностей были



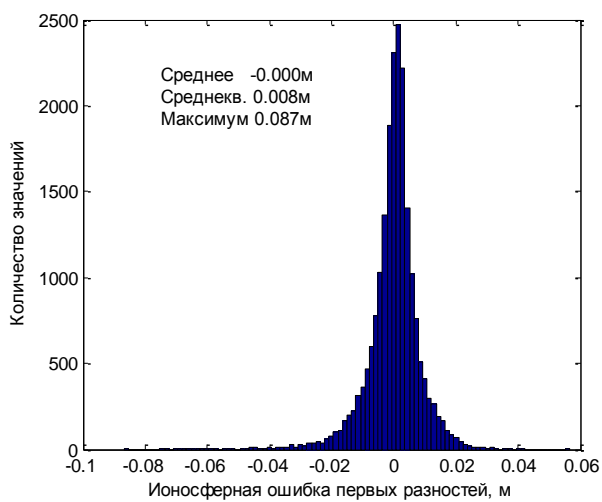
промоделированы шумовые составляющие кодовых и фазовых измерений с гауссовым распределением и со среднеквадратическими значениями, которые использовались в алгоритме двухчастотного решения. Чтобы сравнение было объективным, для всех баз использовались одни и те же смоделированные реализации шумовых составляющих измерений.



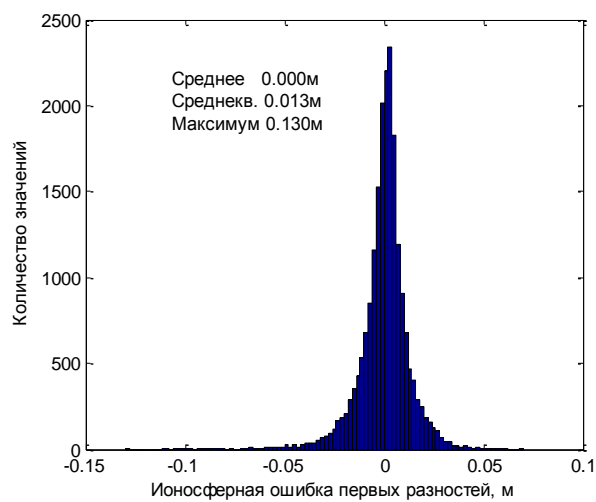
Длина базы 1 км



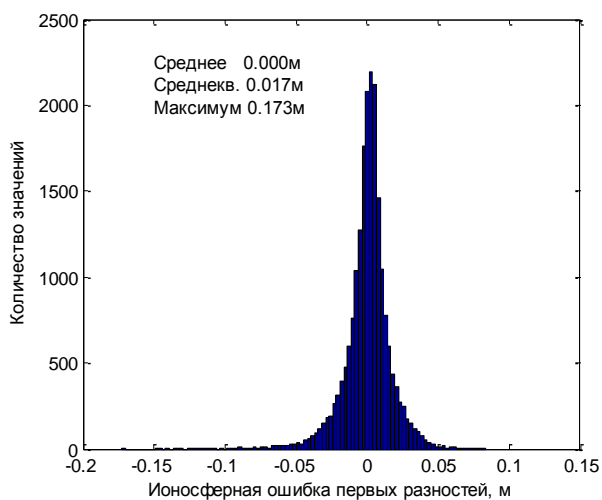
Длина базы 10 км



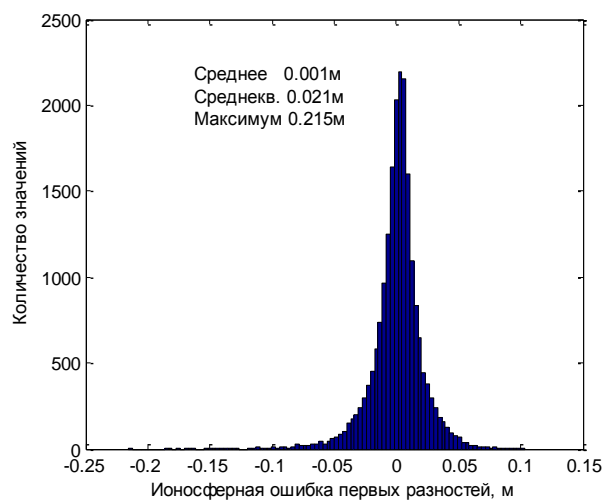
Длина базы 20 км



Длина базы 30 км



Длина базы 40 км



Длина базы 50 км

Рисунок 5.15 — Частотные распределения ионосферных погрешностей первых разностей измерений для частоты  $L_1$  (результаты моделирования)

Результаты моделирования одночастотного решения для указанных баз приведены на рисунках 5.16–5.21. Как и ранее, серые области соответствуют интервалам или отдельным моментам, где фиксированное решение было невозможно. Черные вертикальные линии обозначают моменты, в которые фиксированное решение оказывалось ошибочным. Как видно из графиков, на базах до 20 км возможно практически непрерывное фиксированное решение. При этом все решения оказываются правильными. Дальнейшее увеличение длины базы ведет к перерывам в получении однозначного решения и увеличению процента ложных результатов.

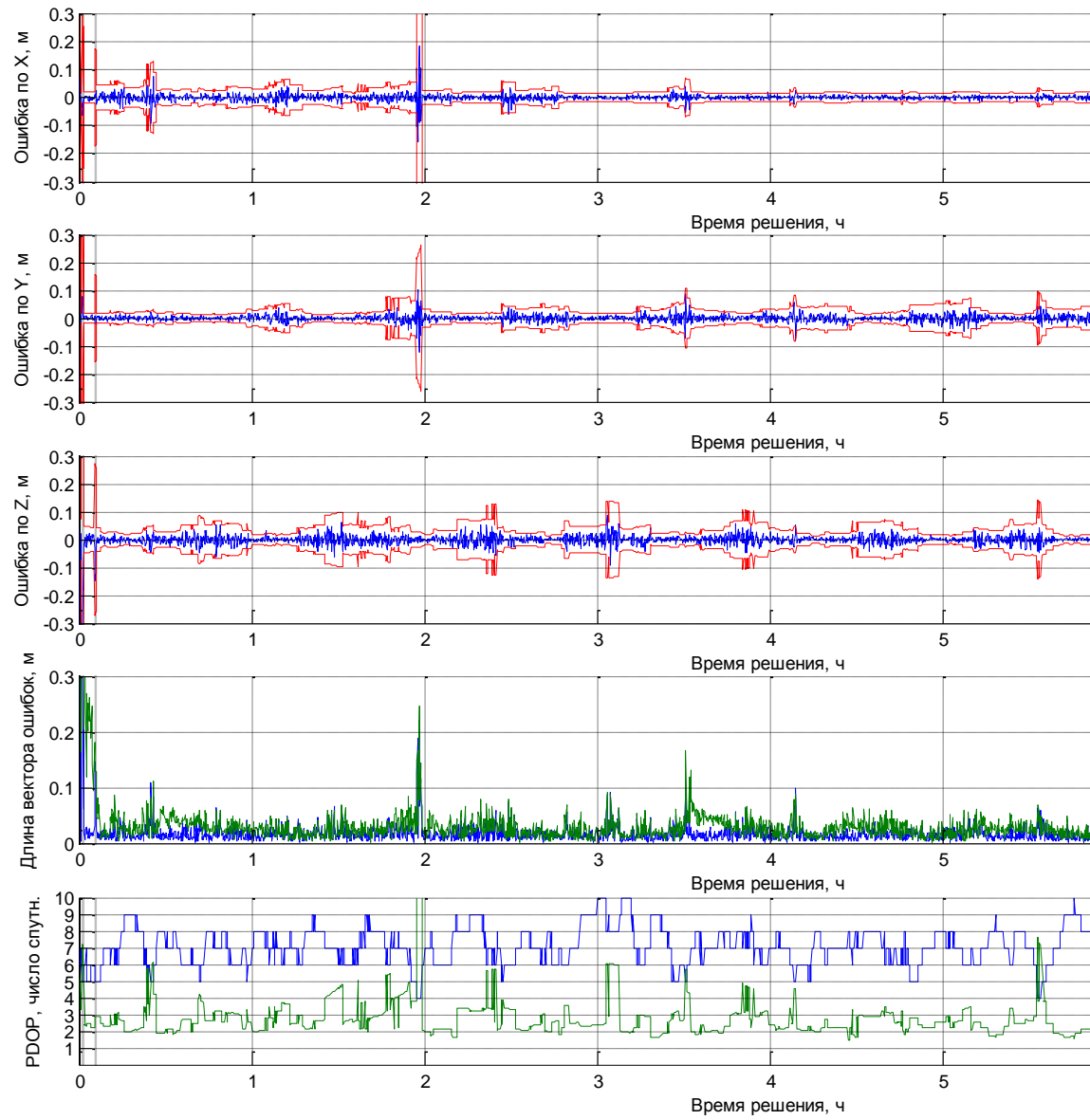


Рисунок 5.16 — Результаты одночастотного решения для километровой базы

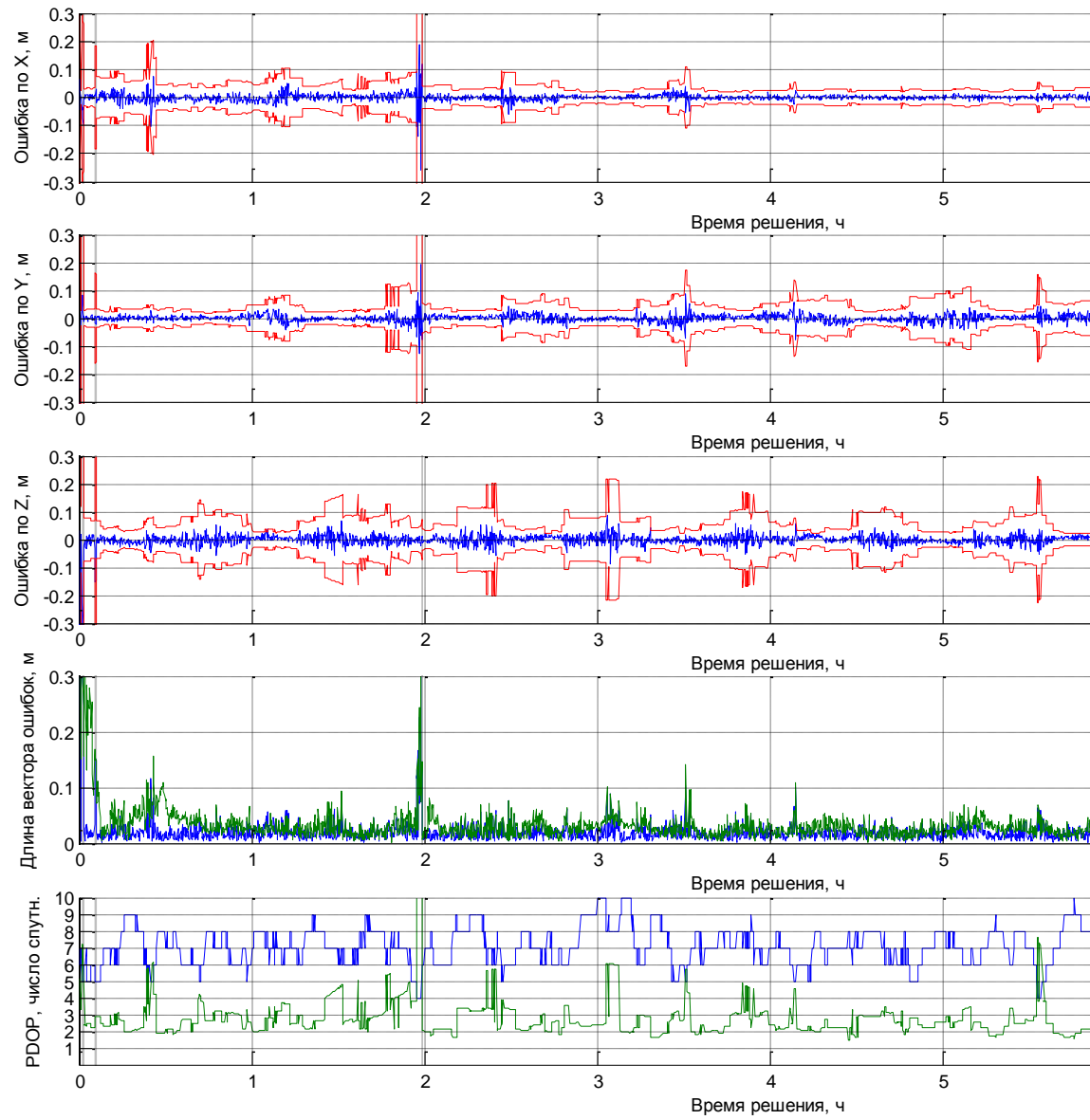


Рисунок 5.17 — Результаты одночастотного решения для 10-километровой базы

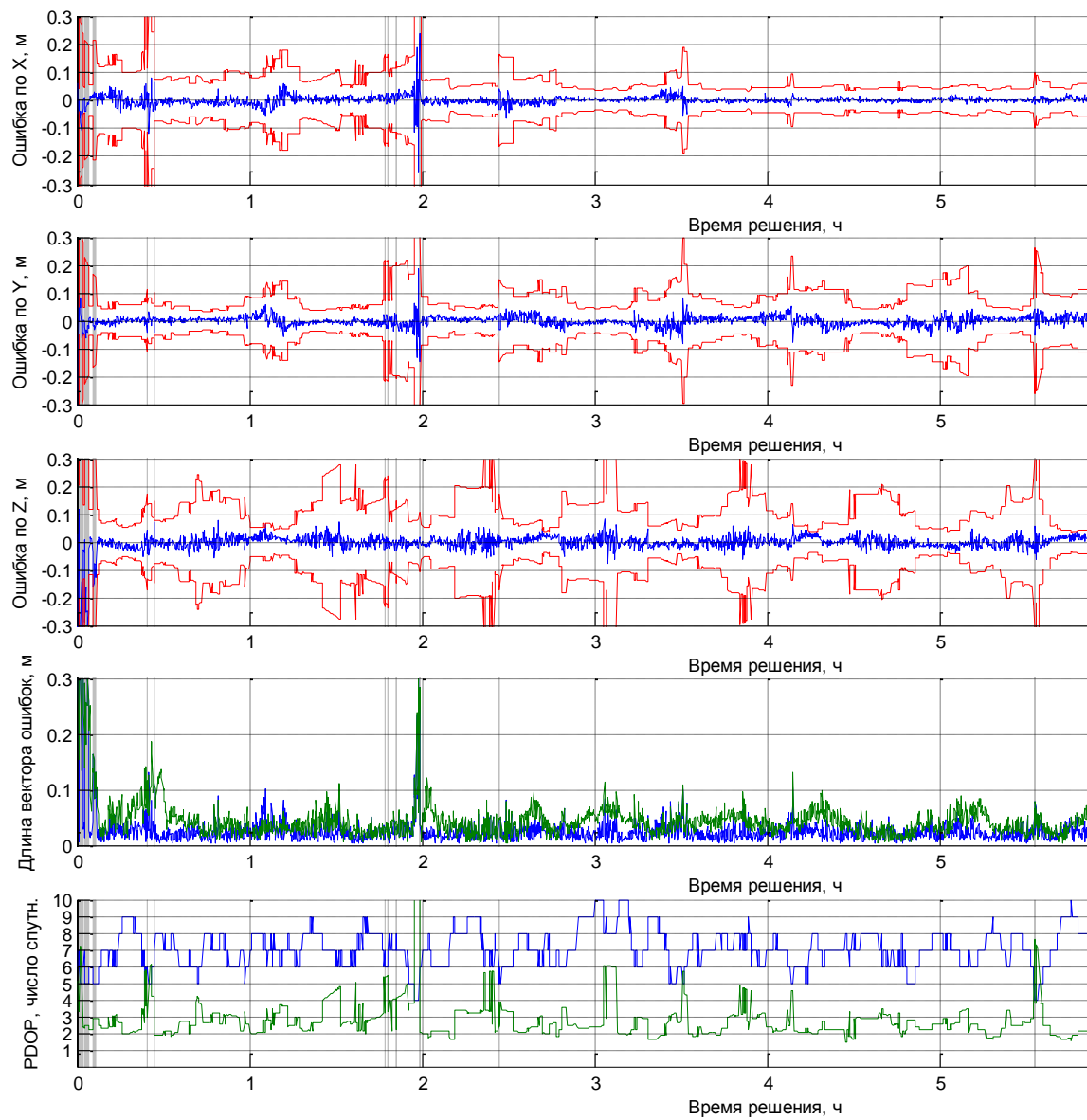


Рисунок 5.18 — Результаты одночастотного решения для 20-километровой базы

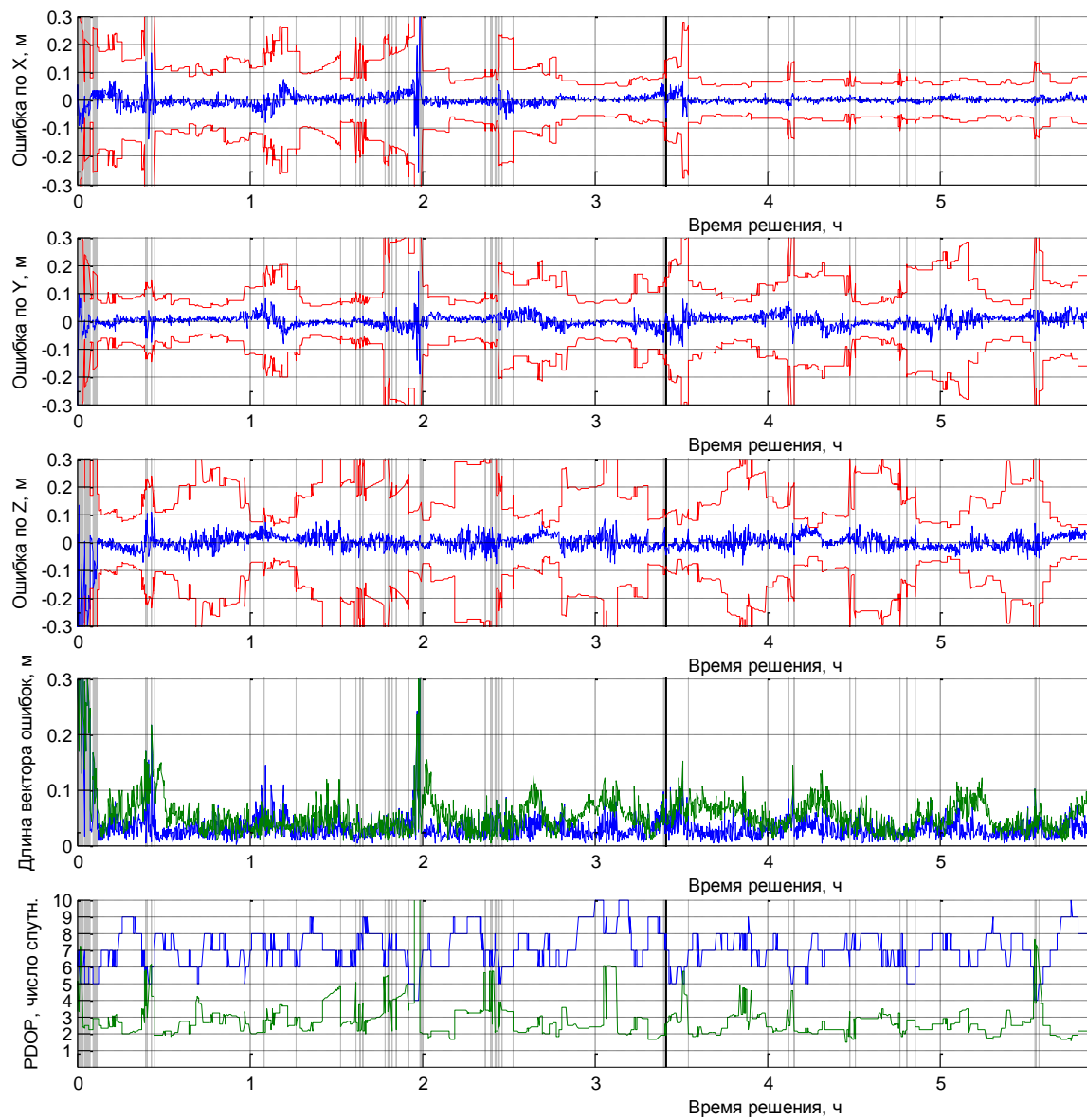


Рисунок 5.19 — Результаты одночастотного решения для 30-километровой базы

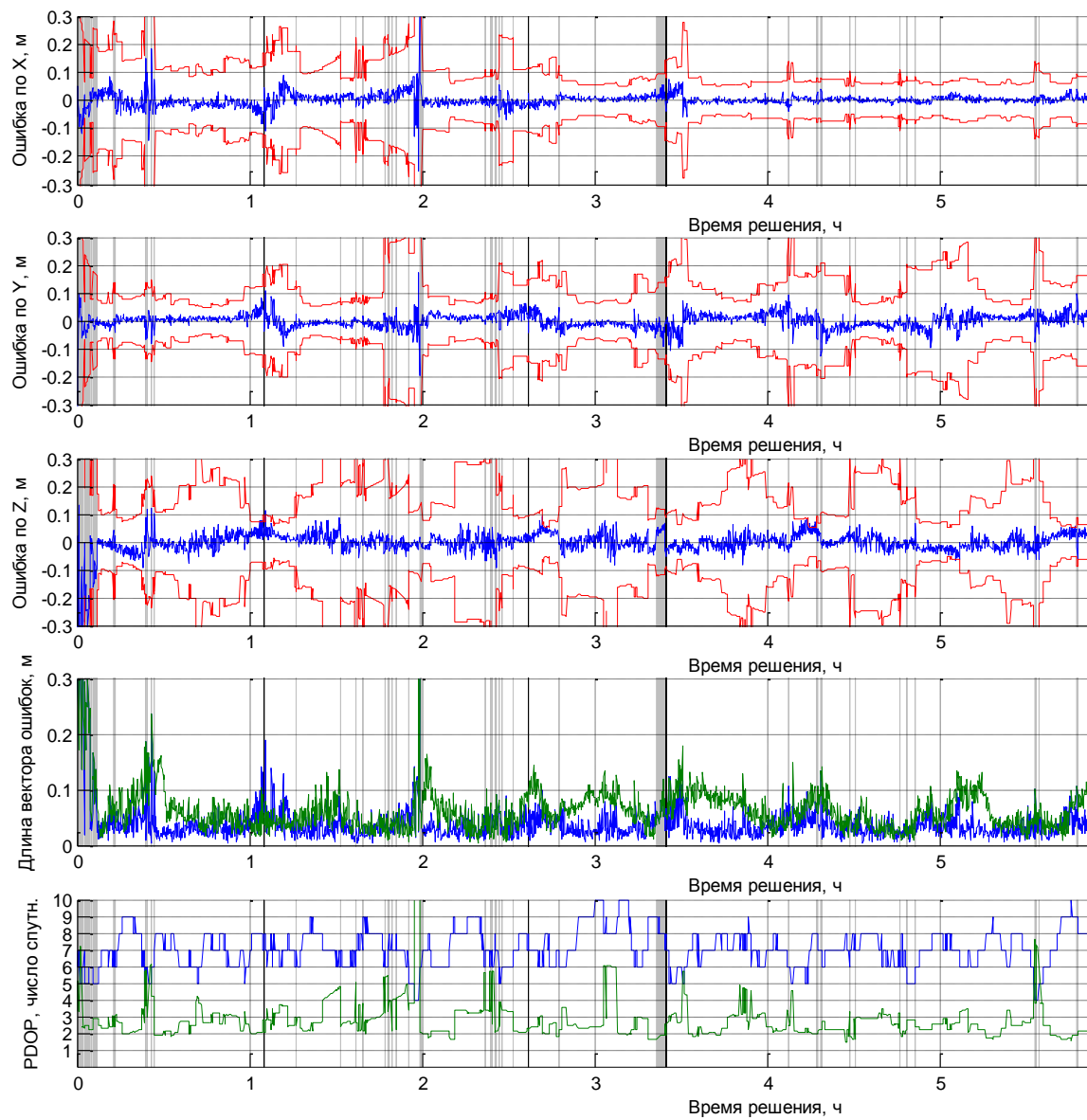


Рисунок 5.20 — Результаты одночастотного решения для 40-километровой базы



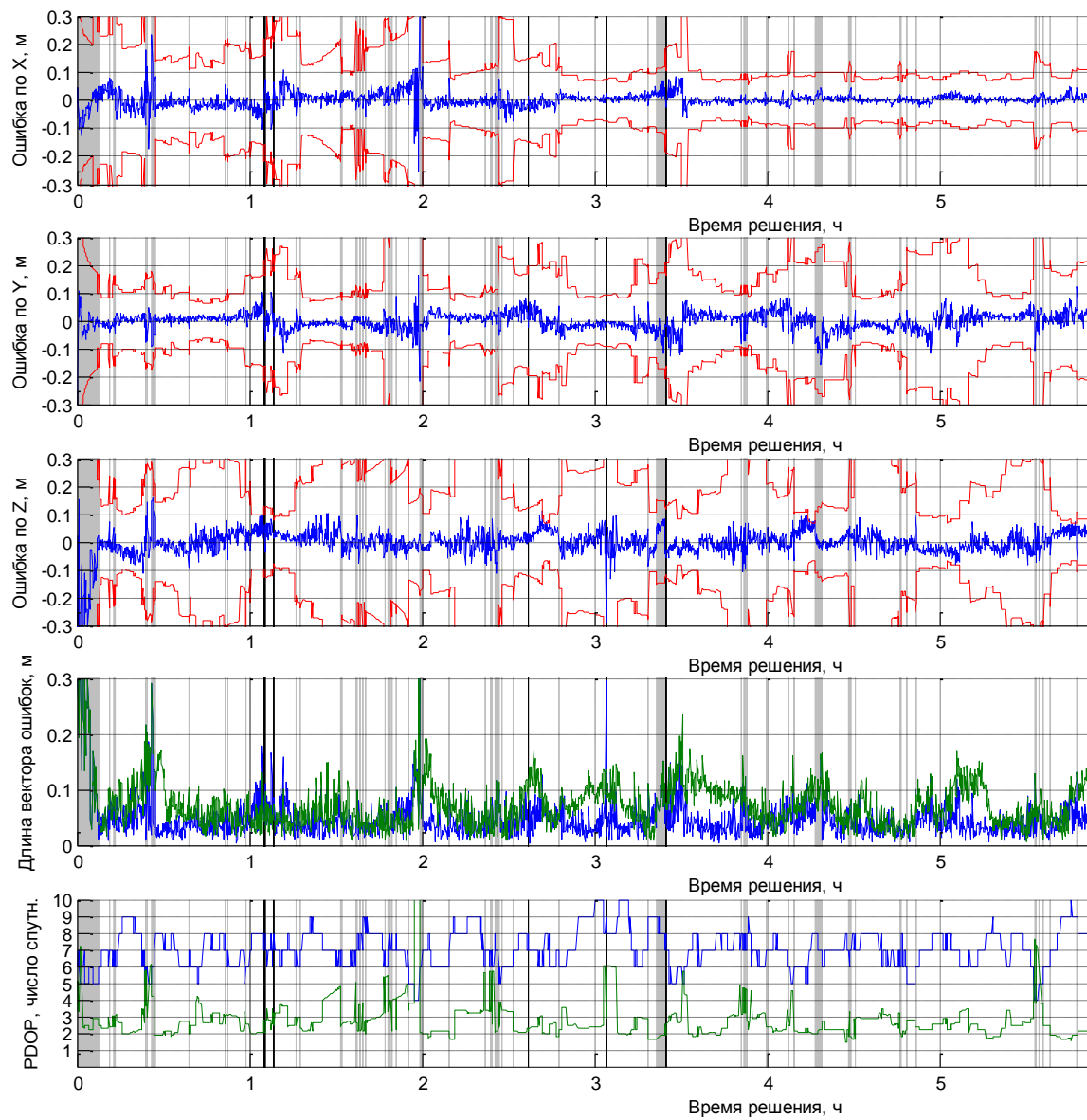


Рисунок 5.21 — Результаты одночастотного решения для 50-километровой базы

Итоговые показатели одночастотных решений для указанных баз сведены в таблице 5.3.

Таблица 5.3 — Результаты одночастотного решения для разных баз относительной навигации

Длина базы, км	Доля фиксированных решений, %	Доля правильных решений, %	Среднеквадратическое отклонение от эталонного решения, см
1	99,4	100	1
10	99,1	100	1,7
20	98,0	100	2,5
30	96,2	99,97	3,2
40	95,2	99,80	4,1
50	92,8	99,60	5,3

#### 5.6.4 Результаты обработки одночастотных данных GRACE

Приведенные выше результаты моделирования одночастотных данных требовали экспериментальной проверки. Эта задача представлялась практически неразрешимой, поскольку номинальное расстояние между спутниками GRACE насчитывает 220 км, а границы применимости метода для одночастотных данных составляют 40...50 км. К счастью, 10 декабря 2005 г. спутники GRACE выполняли маневр, который привел к сближению GRACE A и GRACE B до 400 м (!). Измерения GPS, полученные 10 декабря 2005 г., находятся в открытом доступе и представляют собой уникальную возможность для тестирования алгоритмов относительной навигации, использующих одночастотные данные.

На рисунке 5.22 представлены результаты решения задачи относительной навигации по вторым разностям одночастотных измерений, полученных приемниками GRACE A/B [186]. Как и на рисунке 5.21, на трех верхних графиках

черными линиями изображены разности полученных в ходе решения оценок относительных координат и эталонных значений. Красные линии передают утроенные среднеквадратические значения погрешности, рассчитанные при решении. В отличие от рисунка 5.14 на рисунке 5.22 отсутствуют затемненные области, т. е. удалось получить фиксированное решение почти на всем интервале наблюдения. На четвертом сверху графике приведена квадратичная норма разности трехмерных векторов полученного и эталонного решений, т. е. пространственное отклонение от эталонного решения. Отклонение решения от эталонного не превышает 3...4 см. На пятом графике показаны число видимых спутников (синяя линия) и соответствующий им геометрический фактор (зеленая линия), а на нижнем графике — база, т. е. расстояние между GRACE A и GRACE B.

Интересно сравнить результаты моделирования с обработкой реальных данных. Сравнивая рисунок 5.22 и таблицу 5.3, можно заключить, что моделирование было адекватным, но все-таки давало излишне оптимистичные результаты в части предсказанной погрешности решения.

Также интересен рисунок 5.23, на котором приведены расхождения решений, полученных для одночастотных и двухчастотных измерений. Показано, что существенное (более 10 см) расхождение между решениями наблюдается лишь в начале обработки. Такой результат ожидаем, с учетом того что фазовая неоднозначность разрешается практически на всем интервале наблюдения.

Таким образом, разработанный метод относительной навигации проверен на реальных одночастотных измерениях GPS, полученных на низкоорбитальных спутниках GRACE с базой менее 10 км. Доля фиксированных решений составила более 99 %, а доля правильных решений — 99,55 %. Погрешность оценки относительных координат (расхождение с эталонным решением) для фиксированных решений находится на уровне 3...5 см. При этом вычисляемая при решении среднеквадратическая погрешность адекватна реальной.

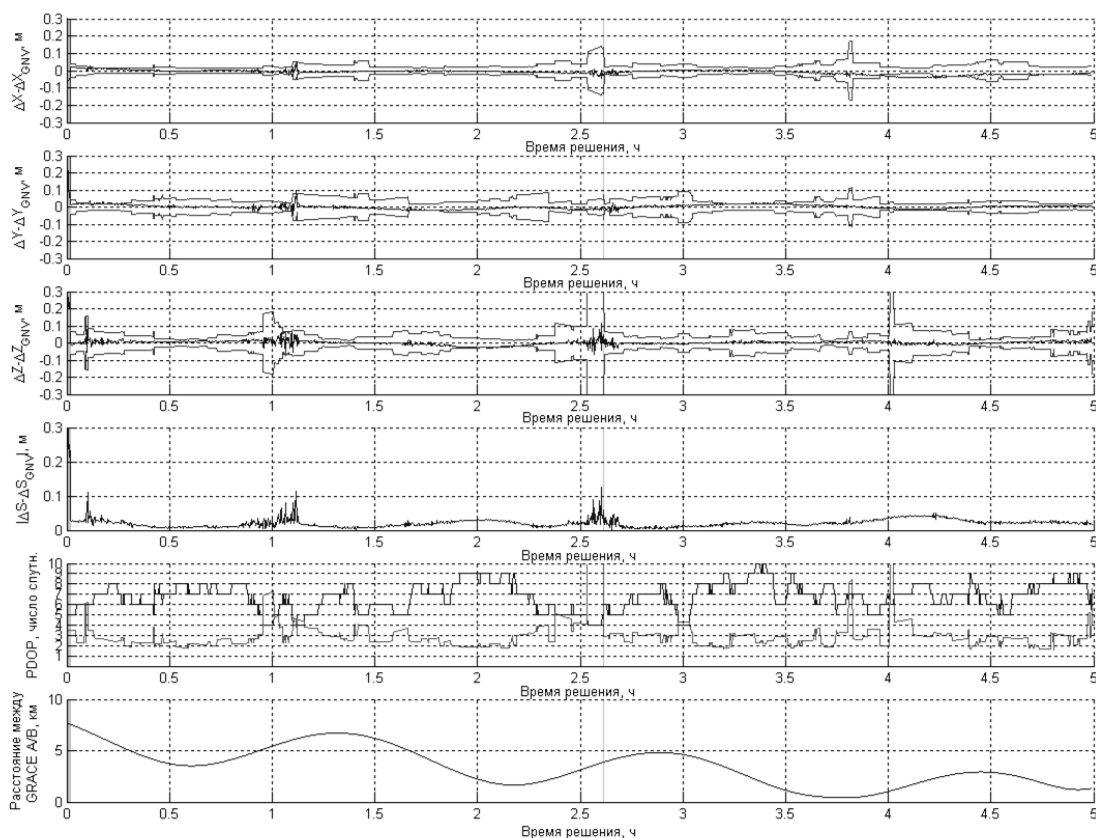


Рисунок 5.22 — Результаты одночастотного решения по данным GRACE (длина базы примерно 5 км). Доля правильных решений 99,55 %

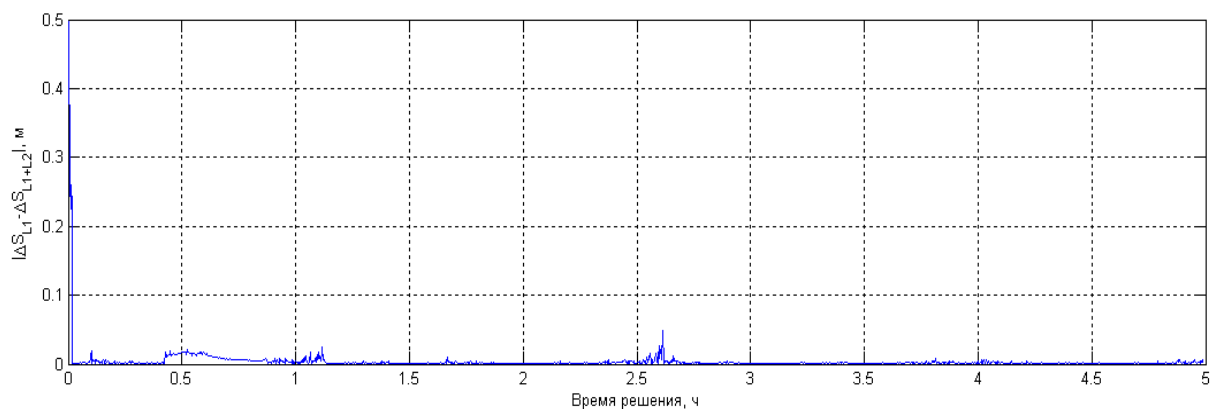


Рисунок 5.23 — Расхождение между одночастотным и двухчастотным решениями

### 5.7 Выводы по разделу 5

1. К особенностям автономной относительной навигации БАСН, следует отнести невысокую эффективность фильтрационных методов обработки измерений и малую долю слабокоррелированных измерений фазы

несущей, сложность учета ионосферных погрешностей для одночастотных приемников, а также ограниченность бортовых вычислительных ресурсов.

2. Для определения вектора взаимного положения двух космических кораблей на борту (без связи с наземными станциями) и в реальном масштабе времени необходимо использовать измерения фазы несущей сигнала СРНС и разрешать фазовую неоднозначности измерений.
3. Кроме вычислительной эффективности метод решения задачи относительной навигации должен обладать способностью вырабатывать адекватные оценки погрешности полученного решения. Этого можно добиться, если сократить до приемлемого уровня риск получения ложного решения на этапе исключения неоднозначности фазовых измерений. Целесообразно использовать апостериорную вероятность предполагаемого целочисленного значения. Если эта вероятность достигает установленного заранее порога (близкого к единице), целочисленная оценка периодов используется для получения окончательного решения — относительных координат.
4. На этапе фиксированного решения, т.е. решения с учетом целочисленности, целесообразно разбить решение на два этапа. На первом этапе фиксированного решения отыскивается наиболее вероятное значение целого числа периодов фазы. Второй этап служит для оценки апостериорной вероятности найденного значения целого числа периодов.
5. Проведено тестирование разработанного метода автономной относительной навигации на реальных двухчастотных измерениях GPS, полученных на низкоорбитных спутниках GRACE с базой 250 км. Достигнута погрешность оценки относительных координат на уровне 3...5 см. Тестирование на реальных одночастотных измерениях GPS с базой менее 10 км показало, что погрешность оценки относительных координат находится на уровне 3...5 см.

6. Показано, что разработанный метод является универсальным: он применим как к одночастотным, так и двухчастотным измерениям СРНС; область его использования не ограничивается БАСН; метод работает не только для СРНС, но и для радиочастотных датчиков.

## **6 Реализация методологии проектирования бортовой аппаратуры спутниковой навигации в БАСН Mosaic GNSS**

### ***6.1 Общие вопросы***

MosaicGNSS — один из самых успешных в мире приемников спутниковой навигации космического базирования. Первый запуск MosaicGNSS состоялся в 2006 г., по состоянию на январь 2012 г. восемь запущенных приемников отработали на орбите более 18 лет, а всего у немецкой компании Astrium GmbH — производителя MosaicGNSS — к началу 2012 г. было заказано более 40 приемников [8]. Ожидается, что к моменту написания работы число проданных приемников превысит 50, что сделает MosaicGNSS самой покупаемой БАСН в мире.

MosaicGNSS спроектирован автором и коллегами по заказу Astrium GmbH с использованием представленных в этой работе методов. Приемник построен на основе предложенной в разделе 2 архитектуры, в нем использованы методы первичной обработки сигналов согласно разделу 3 и методы вторичной обработки, разработанные в разделе 4. Предложенный в разделе 5 метод автономной относительной навигации пока еще не был опробован в космосе, но мы полагаем, что он будет применен в будущих полетах следующих поколений БАСН на основе MosaicGNSS.

### ***6.2 Архитектура MosaicGNSS***

Основные аппаратные блоки MosaicGNSS представлены на рисунке 6.1. Выход малошумящего усилителя (МШУ) антенны соединен с входом радиочастотного приемного устройства, реализованного на основе СБИС GEC

Plessey GP2015. Управляемая частотой 10 МГц, СБИС GP2015 преобразует входной сигнал на частоте 1575,42 МГц в вещественный сигнал на промежуточной частоте (ПЧ), равной 4,309 МГц, с полосой 2 МГц.

Аналого-цифровой преобразователь (АЦП) осуществляет преобразование вещественного сигнала в цифровую форму с частотой дискретизации  $f_s$ . Отсчеты сигнала на выходе СБИС GP2015 представлены двумя разрядами (знак и амплитуда). В цифровом преобразователе частоты (ЦПЧ) последовательность этих отсчетов преобразуется в квадратурные отсчеты на нулевой промежуточной частоте. Суммарные энергетические потери, вызванные квантованием входного сигнала в РПУ, составляют 2,55 дБ. СБИС GP2015 разработана для использования с активной антенной. Коэффициент усиления МШУ антенны выбран достаточно большим (около 26 дБ), поэтому коэффициент шума всего РПУ определяется коэффициентом шума МШУ, равным 3 дБ.

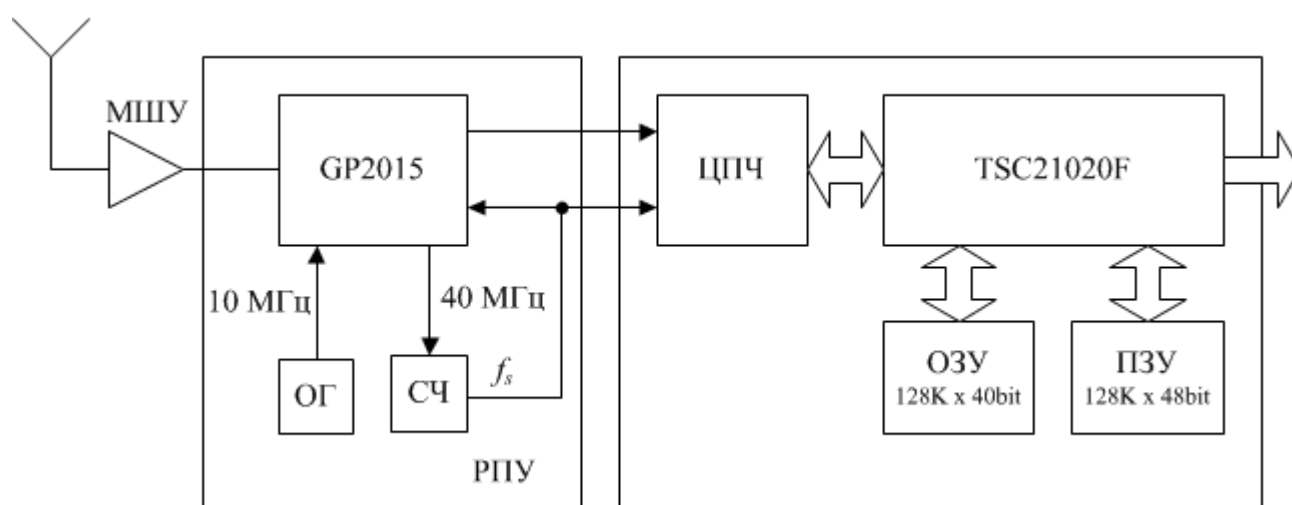


Рисунок 6.1 — Функциональная схема MosaicGNSS

Следовательно, потери в отношении  $C/N_0$  на входе МКК составляют около 6 дБ. Цифровая обработка сигналов, включая функции коррелятора в MosaicGNSS, осуществляется программно под управлением TSC21020F с тактовой частотой 20 МГц.

На рисунке 6.2 представлена схема СБИС GP2015, которая используется в РПУ MosaicGNSS для преобразования и фильтрации сигналов НС диапазона GPS L1. СБИС имеет архитектуру с тройным преобразованием входной частоты. Все



опорные частоты, используемые для трансформации входного сигнала, формируются входящим в состав СБИС синтезатором частоты (СЧ) (на рисунке не изображен).

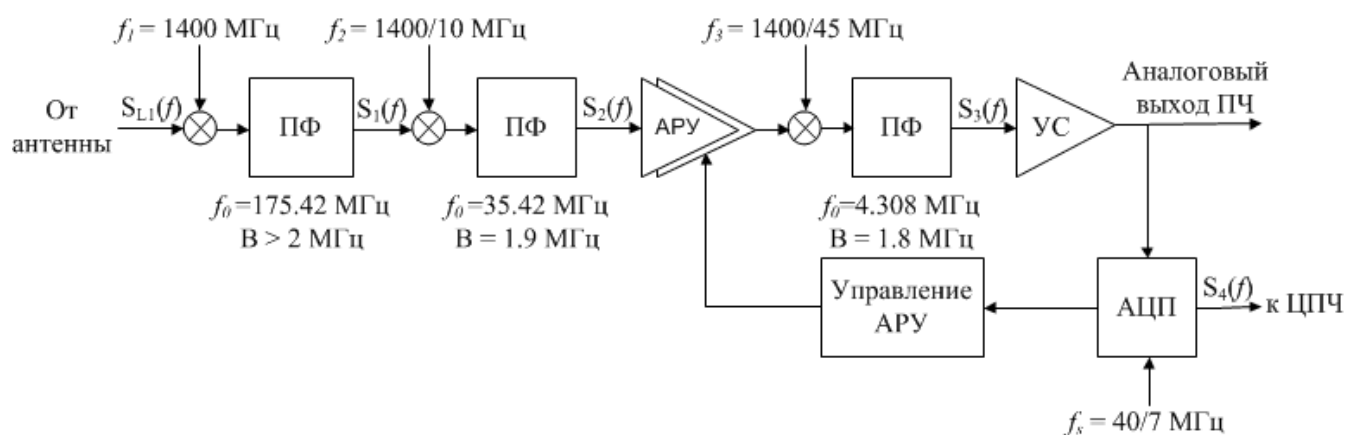


Рисунок 6.2 — Функциональная схема СБИС GP2015

Синтезатор частоты управляется термокомпенсированным опорным генератором, формирующим номинальную частоту 10 МГц. Полосовые фильтры (ПФ), расположенные после смесителей, применяются для подавления внеполосных помех и паразитных гармоник, возникающих в результате преобразования частот. В основном подавление внеполосных помех (свыше 40 дБ) достигается за счет параметров фильтра между вторым и третьим смесителями. Двухкаскадная схема автоматической регулировки усиления (АРУ), расположенная после второго смесителя, используется для поддержания заданного уровня мощности на выходе АЦП. АРУ настроено таким образом, что на выходе АЦП амплитуда отсчетов ПЧ принимает максимальное значение в среднем 30 % времени. При этом вес максимального значения амплитуды равен трем, а минимального — единице. В таблице 6.1 представлено распределение вероятности отсчетов ПЧ на выходе РПУ.

Таблица 6.1 — Распределение вероятности отсчетов ПЧ на выходе РПУ

Кодирование отсчета на выходе АЦП		Значение отсчета	Вероятность
Знак	Амплитуда		
1	1	−3	0,15
1	0	−1	0,35

0	0	+1	0,35
0	1	+3	0,15

Преобразование спектра входного сигнала в СБИС представлено на рисунке 6.3. Здесь изображен только основной лепесток спектра сигнала НС, огибающая которого имеет вид функции  $\sin(x)/x$ . На третьей стадии преобразования сигнал НС переносится на ПЧ, равную  $f_L - f_1 - f_2 - f_3 = 4,308$  МГц. АЦП, тактируемое частотой  $f_s$ , преобразует этот сигнал в цифровую форму.

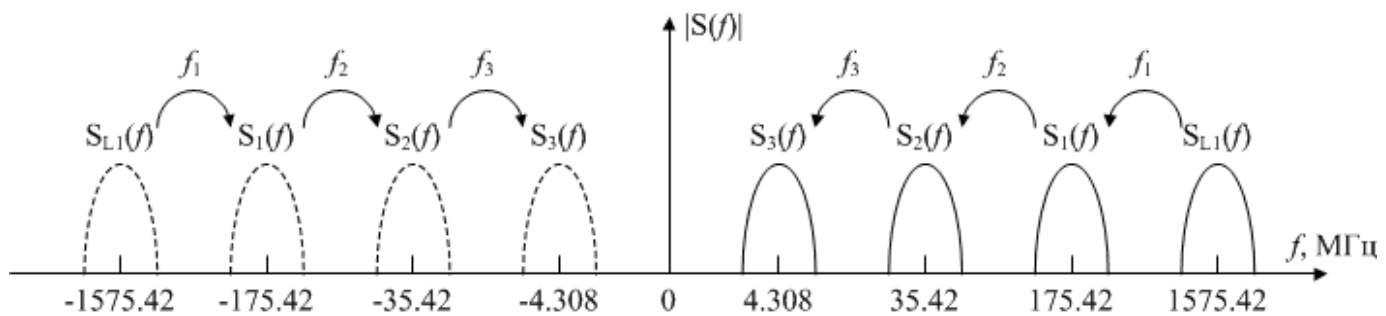
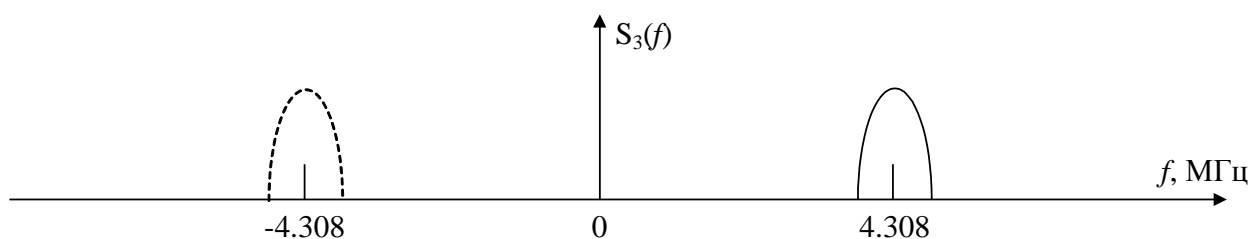
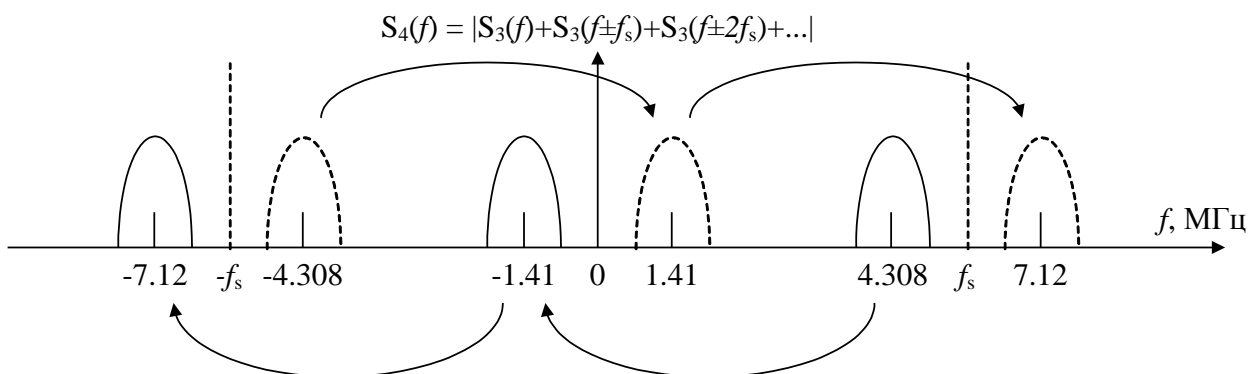


Рисунок 6.3 — Частотный план СБИС GP2015

Так как при дискретизации сигнала по времени его спектр становится периодическим, можно считать, что аналоговый сигнал на ПЧ, равной 4,308 МГц, преобразуется в цифровой сигнал на частоте  $f_L - f_1 - f_2 - f_3 - f_s$ , которая равна примерно минус 1,41 МГц для  $f_s = 5,71$  МГц и примерно минус 2,36 МГц для  $f_s = 6,67$  МГц. Это преобразование поясняется на рисунке 6.4 для случая  $f_s = 5,71$  МГц.



а) Спектр сигнала после третьей стадии преобразования частоты



б) Спектр сигнала на выходе РЧ блока

Рисунок 6.4 — Преобразование спектра при дискретизации сигнала по времени

Отрицательный знак ПЧ цифрового сигнала на выходе РПУ означает, что в процессе дискретизации происходит инверсия фазы входного сигнала. В отличие от трех аналоговых стадий преобразования сигнала, в которых опорная частота ниже входной, на четвертой стадии опорная частота, равная  $f_s$ , выше ПЧ. В результате положительное приращение фазы входного сигнала НС, вызванное доплеровским сдвигом частоты, преобразуется в отрицательное на ПЧ. Этот эффект необходимо учитывать при реализации системы ФАПЧ.

### 6.2.1 Цифровой преобразователь частоты

Цифровой сигнал на выходе РПУ имеет периодический спектр с полосой 2 МГц и центральной частотой  $4,309 + kf_s$  МГц [38], где  $k \in Z, f_s$  — частота дискретизации, которая может принимать два значения:  $40/7 \approx 5,71$  МГц или  $40/6 \approx 6,67$  МГц. Цифровой преобразователь частоты предназначен для трансформации этих отсчетов в квадратурные на нулевой ПЧ, упаковки их в 32-



Синус	1	2	2	1	-1	-2	-2	-1
Косинус	2	1	-1	-2	-2	-1	1	2

Двоичное представление квадратурных отсчетов на выходе синтезатора частоты приведено в таблице 6.3.

Таблица 6.3 — Квадратурные отсчеты на выходе генератора несущей

Кодирование квадратурного отсчета		Значение отсчета
Знак	Амплитуда	
1	1	-2
1	0	-1
0	0	+1
0	1	+2

Разрядность накапливающего сумматора генератора, управляемого кодом синтезатора частоты, равна 13 и позволяет формировать сетку опорных частот в диапазоне от 0 до  $f_s / 2$  с шагом  $f_s / 2^{13}$ .

В каждом квадратурном канале результаты перемножения отсчетов поступают на вход фильтра низких частот (ФНЧ), являющегося фильтром с конечной импульсной характеристикой шестого порядка для  $f_s = 5,71$  МГц и 30-го порядка — для  $f_s = 6,67$  МГц. Синтез ФНЧ осуществлялся средствами MATLAB в классе фильтров с равноволновой амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) и коэффициентами с фиксированной точкой. Исходные данные для синтеза фильтров приведены ниже:

Частота дискретизации, МГц	40/7	40/6
Нормированная частота среза полосы пропускания	0,179	0,142
Неравномерность в полосе пропускания, дБ	3	3
Нормированная частота среза полосы подавления	0,313	0,15

Допустимый уровень боковых лепестков в полосе

подавления, дБ, не более

-15

-15

Коэффициенты синтезированных фильтров равны  $\{-1, 0, 4, 6, 4, 0, -1\}$  для ФНЧ шестого порядка и  $\{2, 0, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 0, -1, -2, -1, 1, 5, 8, 9, 8, 5, 1, -1, -2, -1, 0, 1, 1, 0, 0, -1, -1, 0, 2\}$  для ФНЧ 30-го порядка. Соответствующие АЧХ фильтров представлены на рисунках 6.6 и 6.7. Результаты фильтрации подвергаются целочисленной децимации: с выхода ФНЧ в блок сравнения поступает каждый второй отсчет для  $f_s = 5,71$  МГц и каждый третий отсчет для  $f_s = 6,67$  МГц.

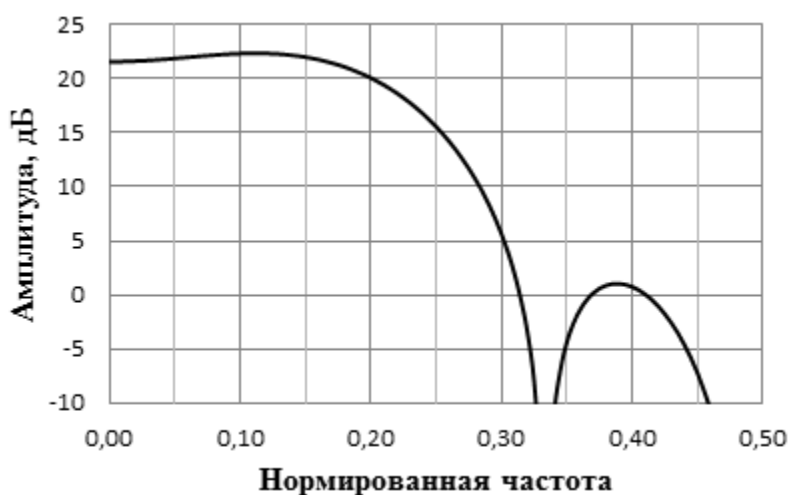


Рисунок 6.6 — Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ для  $f_s = 5,71$  МГц

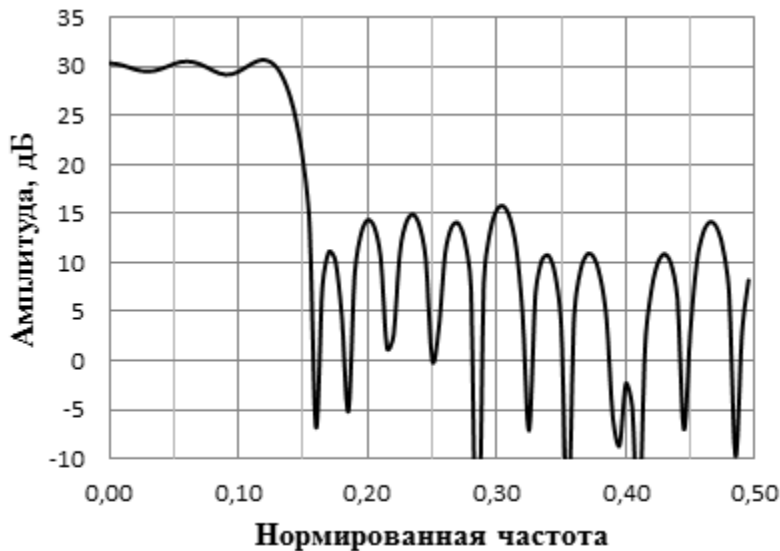


Рисунок 6.7 — Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ для  $f_s = 6,67$  МГц

В блоках сравнения осуществляется кодирование квадратурных отсчетов в соответствии с таблицей 6.4. При этом порог выбирают таким образом, чтобы на выходе блока сравнения отсчеты принимали максимальное значение амплитуды 30 % времени.

Таблица 6.4 — Кодирование квадратурных отсчетов

Знак	Амплитуда	Старший разряд	Младший разряд
+	$\geq$ порог	0	1
+	$<$ порог	0	0
-	$<$ порог	1	0
-	$\geq$ порог	1	1

Ниже приведена методика расчета порогов для рассматриваемых значений  $f_s$ .

Пусть  $\{s_i\}$  и  $\{r_j\}$  — последовательности отсчетов ПЧ на выходе РПУ и опорной частоты на выходе синтезатора частоты, имеющих плотности распределения вероятностей  $\{p_i\}$  и  $\{q_j\}$  соответственно. Считаем, что в пределах периода отсчеты опорной частоты распределены равномерно, а отсчеты ПЧ

имеют распределение, заданное таблицей 6.1. Результат их произведения есть последовательность  $\{u_{ij}\}$  с плотностью распределения вероятности  $\{p_i q_j\}$ .

Произведение имеет нулевое математическое ожидание, так как

$$E\{s_i\} = 0 \text{ и } E\{r_j\} = 0.$$

Следовательно, дисперсия отсчетов на выходе смесителя в каждом квадратурном канале определяется выражением

$$\sigma^2 = \sum_{i,j} u_{ij}^2 p_i q_j = \sum_i s_i^2 p_i \sum_j r_j^2 q_j.$$

Так как отсчеты опорной частоты распределены равномерно, то в соответствии с таблицей 6.2 получим

$$\sum_j r_j^2 q_j = \frac{1}{8}(1+4+4+1+1+4+4+1) = 2,5,$$

откуда следует, что дисперсия отсчетов на входе ФНЧ

$$\sigma^2 = [(-3)^2 \cdot 0,15 + (-1)^2 \cdot 0,35 + 1^2 \cdot 0,35 + 3^2 \cdot 0,15] \cdot 2,5 = 8,5.$$

Дисперсия отсчетов на выходе ФНЧ с коэффициентами  $\{a_i\}$  определяется соотношением

$$\sigma_{\text{LPF}}^2 = D \left\{ \sum_{i=1}^N a_i s_i \right\} = \sum_{i=1}^N a_i^2 D\{s_i\} + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \sqrt{D\{s_i\} D\{s_j\}} \rho_{ij},$$

где  $D\{s_i\}$  — дисперсия;  $s_i$ ,  $\rho_{ij}$  — коэффициенты корреляции отсчетов  $s_i$  и  $s_j$  на входе ФНЧ.

Последовательность  $\{s_i\}$  представляет собой стационарный случайный процесс с дисперсией  $\sigma^2$ .

Следовательно,

$$\sigma_{\text{LPF}}^2 = \sigma^2 \left\{ \sum_{i=1}^N a_i^2 + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \rho_{ij} \right\}.$$

АКФ отсчетов  $\{s_i\}$  определяется полосой фильтра РПУ; по уровню минус 3 дБ равной 2,5 МГц [38].

При  $n \geq \frac{1}{2BT}$  отсчеты  $s_i$  и  $s_{i+n}$  можно считать некоррелированными.

Следовательно,



$$\sigma_{\text{LPF}}^2 = \sigma^2 \sum_{i=1}^N a_i^2 \text{ для } f_s = 2B.$$

Учитывая, что  $n \geq 1,14$  для  $f_s = 5,71$  МГц и  $n \geq 1,33$  для  $f_s = 6,67$  МГц, дисперсия отсчетов на выходе ФНЧ определяется соотношением

$$\sigma_{\text{LPF}}^2 = \sigma^2 \left\{ \sum_{i=1}^N a_i^2 + 2\rho \sum_{i=1}^{N-1} a_i a_{i+1} \right\},$$

где  $\rho$  — коэффициент корреляции между соседними отсчетами.

АКФ отсчетов на выходе идеального ФНЧ с полосой  $B$  описывается функцией  $\rho(n) = \text{sinc}(2BnT)$ . Следовательно,

$$\rho = \begin{cases} 0,14, & f_s = 5,71 \text{ МГц;} \\ 0,30, & f_s = 6,67 \text{ МГц.} \end{cases}$$

Подставив в выражение для дисперсии значения коэффициентов фильтра, получим  $\sigma_{\text{LPF}}^2 = \begin{cases} 26,63^2, & f_s = 5,71 \text{ МГц} \\ 60,84^2, & f_s = 6,67 \text{ МГц} \end{cases}$ .

Считая, что отсчеты на выходе ФНЧ имеют нормальное распределение, порог может быть определен следующим образом:  $R = [1,03\sigma_{\text{LPF}}]$ , где  $[x]$  — целая часть  $x$ .

Таким образом, в диапазон  $[-R...R]$  попадает 70 % отсчетов с выхода блока сравнения, что оптимально для двухразрядного квантования.

## 6.2.2 Архитектура программного обеспечения MosaicGNSS

Архитектура программного обеспечения (ПО) MosaicGNSS изображена на рисунке 6.8. ПО MosaicGNSS состоит из четырех основных блоков: МКК, блоков первичной и вторичной обработки сигнала, а также менеджера каналов. В МКК осуществляется формирование отсчетов опорного сигнала, свертка этих отсчетов с отсчетами сигнала, полученными на выходе ЦПЧ, а также интегрирование результата свертки для получения первичных квадратурных накоплений  $I$  и  $Q$ . В блоке первичной обработки эти накопления используются для оценки текущей фазы кода и фазы несущей, а также отношения  $C/N_0$  для каждого из каналов. На

основании оценок фаз кода и несущей производятся измерения псевдодальности и псевдоскорости. Кроме того, в блоке первичной обработки осуществляется декодирование навигационного сообщения.

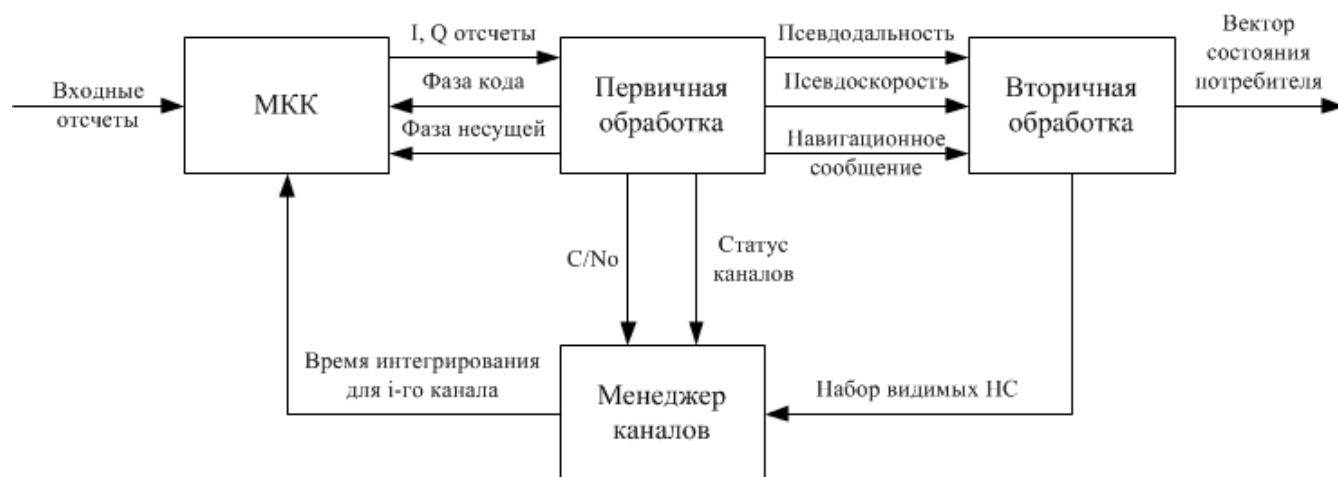


Рисунок 6.8 — Архитектура ПО MosaicGNSS

В блоке вторичной обработки на основании измерений псевдодальности и псевдоскорости, полученных в разных каналах, вычисляется вектор состояния потребителя. Кроме того, на основании альманаха системы, передаваемого в навигационном сообщении, и вектора состояния потребителя вычисляется набор НС, находящихся в зоне радиовидимости приемника. Управление обработкой сигналов в МКК осуществляется при помощи менеджера каналов, который на основе данных о наборе видимых НС, статусе канала и отношении  $C/N_0$  устанавливает время интегрирования для каждого из каналов, а также принимает решение об изменении числа параллельных каналов МКК.

### 6.3 Характеристики Mosaic GNSS

Приведем характеристики БАСН, достигнутые при его реализации.

1. MosaicGNSS представляет собой универсальное решение для НОС, СИСЗ и ЭОС, полученное за счет гибкой архитектуры и вычислительно эффективных методов обработки.
2. Радиационная стойкость 100 крад обеспечена благодаря отказу от аппаратного коррелятора и использованию только радиационно стойких компонент. Интересно, что программная реализация обработки сигналов (включая корреляцию) отнесена производителем к уникальному преимуществу аппаратуры спутниковой навигации.
3. Высокая чувствительность приемника (26 дБГц в слежении за сигналом и 30 дБГц в поиске сигналов) достигается за счет, во-первых, минимизации потерь в обработке сигналов и, во-вторых, вследствие разработанных методов первичной обработки.
4. Доступность навигационного решения при наличии только двух спутников в зоне радиовидимости возможна благодаря разработанным методам вторичной обработки сигналов.
5. Способность приемника функционировать в условиях высокой динамики (при частоте Доплера до  $\pm 60$  кГц и скорости изменения до  $\pm 60$  кГц/с) достигается при помощи разработанных методов первичной обработки сигналов.
6. Точность приемника (трехмерная погрешность определения координат менее 10 м для НОС и менее 150 м для СИСЗ) является интегральной характеристикой, которая была получена как за счет минимизации потерь в обработке, так и за счет разработанных методов первичной и вторичной обработки.
7. Наконец, MosaicGNSS работает по гражданскому сигналу GPS L1 и не включает в себя элементную базу военного применения.

Приведем характеристики приемника Mosaic GNSS [8].

*Уникальное свойство – программная обработка сигналов (быстрое первое решение, обработка слабых сигналов для СИСЗ).*

*Навигация поддерживается при двух навигационных спутниках в зоне радиовидимости.*

*Программное обеспечение может быть изменено и сконфигурировано во время полета.*

ПО работает на НОС, ЭОС и СИСЗ.

Масса приемника, кг 3,2

Габаритные размеры, мм 272×260×25

Мощность, Вт 10

Интерфейсы — SpaceWire, RS-422, Mil Bus 1553.

Антенна — SMA, 50 Ω.

Приемник восьмиканальный L1 C/A GPS.

Орбита спутника	Погрешность положение, м, не более	Погрешность скорости, см/с, не более	Погрешность времени, нс, не более
НОС	10	10	100
СОС	30	20	200
СИСЗ	150	20	750

Рабочие диапазоны:

- частота Доплера —  $\pm 60$  Гц;
- производная частота Доплера —  $\pm 60$  Гц/с;
- угловое вращение —  $0,5 \dots$  %/с.

Чувствительность:

- слежение — 26 дБГц;
- захват — 30 дБГц.

Выходные данные:

- частота выдачи — 1 Гц;
- шкала времени — GPS;
- система — ECEF или ECI;
- синхроимпульс — 1 Гц, RS-422.

Прочие характеристики:

- рабочая температура —  $20 \dots +60$  °C;
- радиационная стойкость — 100 крад;
- время жизни 15 лет.

#### 6.4 Результаты испытаний в космических полетах

Приведем результаты испытания MosaicGNSS на борту немецкого спутника TerraSAR-X [187].

Спутник TerraSAR-X — немецкий спутник дистанционного зондирования Земли; предназначен для радарной съемки поверхности Земли в гражданских

интересах. ИСЗ запущен 15 июня 2007 г. с космодрома Байконур при помощи ракеты-носителя «Днепр». TerraSAR-X изготовлен компанией EADS Astrium. На спутнике установлен радар с синтезированной апертурой, который позволяет вести съемку поверхности Земли. На борту были установлены два приемника СРНС — MosaicGNSS и геодезический двухчастотный приемник IGOR, разработанный специалистами GeoForschungsZentrum в Потсдаме на основе американского (NASA-JPL) устройства Black Jack. Для оценки характеристик MosaicGNSS в качестве опорной орбиты использовались как данные от IGOR, так и результаты наземной лазерной локации.

Внешний вид MosaicGNSS приведен на рисунке 6.9.

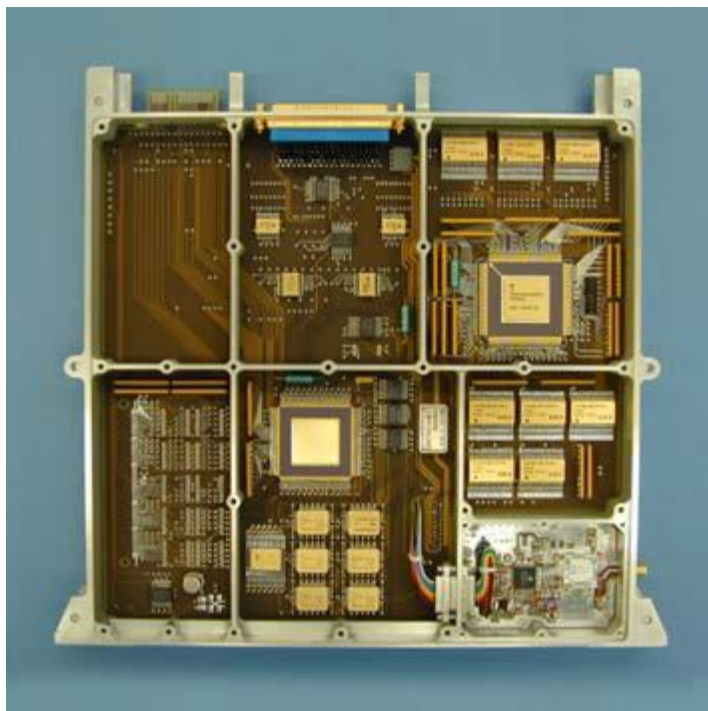


Рисунок 6.9 — Внешний вид приемника Mosaic GNSS

На рисунке 6.10 показаны положения обоих приемников на борту спутника TerraSAR-X, из которого видно, что антенны IGOR и Mosaic ориентированы в разных направлениях. Антенны IGOR нацелены строго в зенит, в то время как антенны MosaicGNSS сориентированы в направлении, противоположном направлению антенны радара, сканирующего поверхность Земли. В стандартном режиме сканирования, когда антенна радара отклонена вправо от направления полета спутника, максимум диаграммы направленности антенны GPS отстоит

влево от наведения в зенит на  $33,8^\circ$ . Из рисунка 6.10 можно определить тип антенны — с подавлением многолучевости (типа choke ring). Пассивная антенна компании Antenna Research соединена с МШУ Delta Microwave, что обеспечивает в максимуме диаграммы направленности отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума  $C/N_0$  около 45 дБГц.

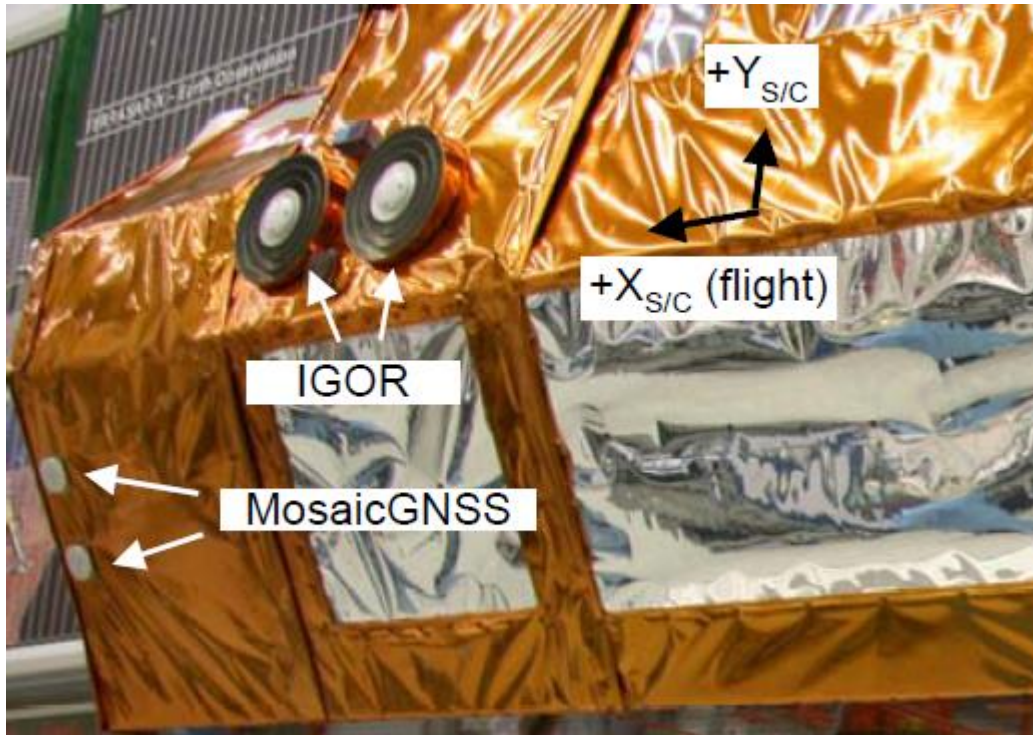


Рисунок 6.10 — MosaicGNSS и приемник IGOR на борту TerraSAR-X

Влияние смещения антенн MosaicGNSS относительно зенита хорошо видно на рисунке 6.11 (см. Fig. 2 в работе [187]), где изображены пути перемещения спутников GPS, обрабатываемых приемником, в полярной системе координат.

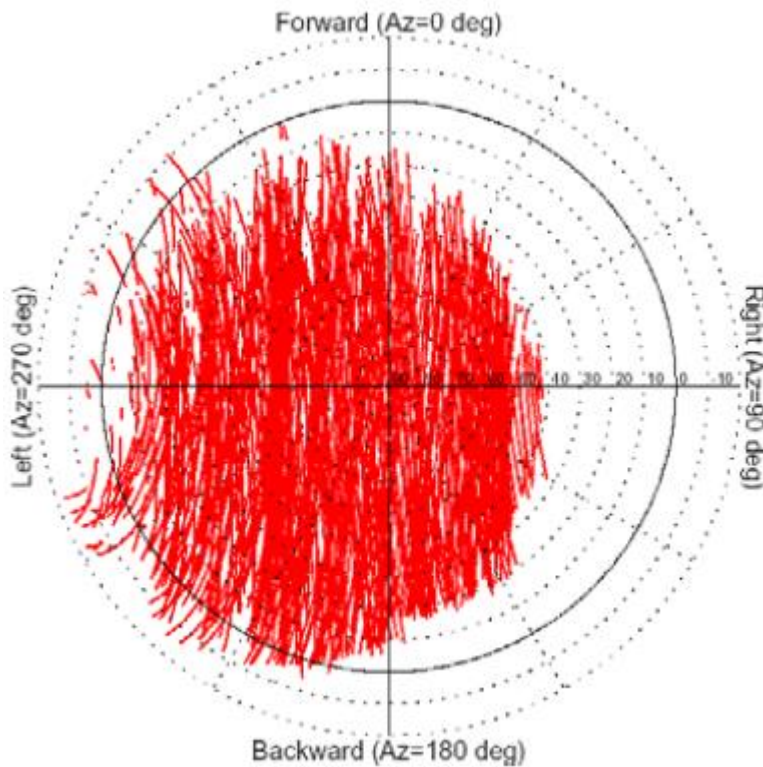


Рисунок 6.11 — Пути перемещения НС GPS в полярной системе координат [187]

На рисунке 6.11 видно, что число спутников (количество и плотность линий) в левой полусфере MosaicGNSS значительно выше, чем в правой полусфере. Вслед за коллегами из немецкого аэрокосмического центра DLR [187] отметим гибкость программного обеспечения MosaicGNSS в части навигационного планирования: приемник обрабатывал сигналы от «подгоризонтных» ИСЗ (вне выделенной жирным линией горизонта на рисунке 6.11). Интересно, что число анализируемых спутников в направлении полета (в передней полусфере) меньше, чем их число в задней полусфере. Это объясняется ограниченным числом каналов и высокими частотами Доплера:двигающиеся с космическими скоростями спутники GPS успевают достичь большого возвышения к моменту переназначения канала от заходящего спутника к восходящему.

Из гистограммы распределения числа следимых спутников (рисунок 6.12, см. Fig. 2 в работе [187]) видно, что MosaicGNSS обеспечивает слежение за сигналами в среднем шести спутников, но очень редко достигает заявленного максимума в восемь ИСЗ.

Оба приемника включались на борту TerraSAR-X на интервалы от нескольких часов (15 июня 2007 г.) до нескольких дней (начиная с 17 июня 2007 г.). Во время всех включений MosaicGNSS аппаратура работала без сбоев и в соответствии с заявленными характеристиками. При этом наблюдалось серьезное ухудшение характеристик MosaicGNSS при включении приемника IGOR, подтвержденное выключением IGOR в 6:00 28 июня 2007 г. Наземные эксперименты, проведенные Центром космических исследований университета Техаса, показали, что из-за плохого заземления внешних МШУ IGOR излучал СВЧ-сигнал, воздействовавший на MosaicGNSS. Подробнее лабораторные испытания и причины низкой электромагнитной совместимости IGOR описаны в работе [187].

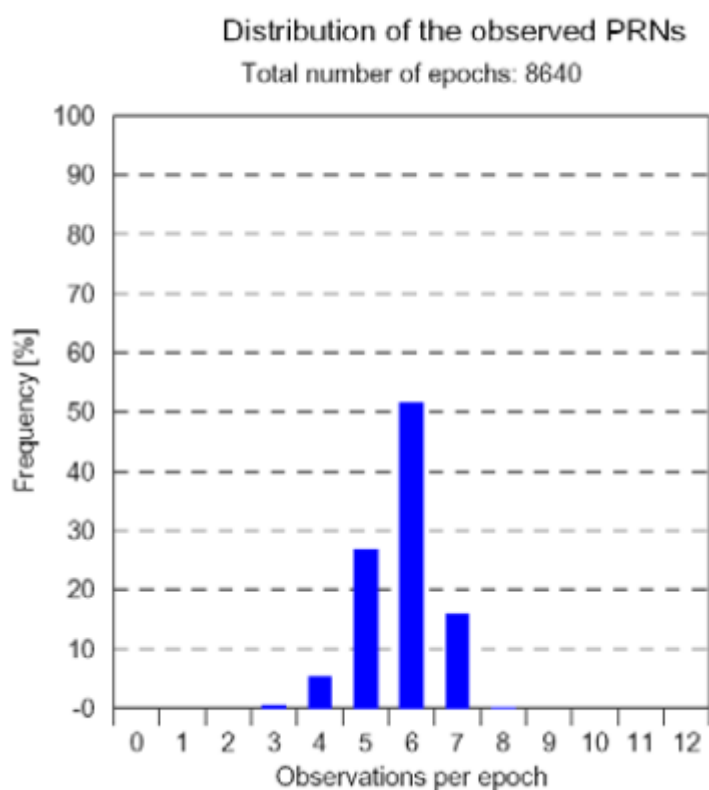


Рисунок 6.12 — Гистограмма распределения числа НС, используемых MosaicGNSS

[187]

В предполетных испытаниях на имитаторе сигналов GPS СКП измерения фазы ПСП составляла 4...5 м, а СКП измерения фазы несущей — 2...3 мм [187].



Полет на TerraSAR-X показал, что эти оценки были пессимистичны. В периоды, когда приемник IGOR был отключен, СКП измерения фазы ПСП составляла 2,1 м, а при включенном IGOR — 3,7 м [187]. На рисунке 6.13 (см. Fig. 6 в работе [187] для описания метода, которым были получены графики) показана СКП измерения фазы ПСП при выключенном приемнике IGOR (верхний график) и включенном приемнике IGOR (нижний график).

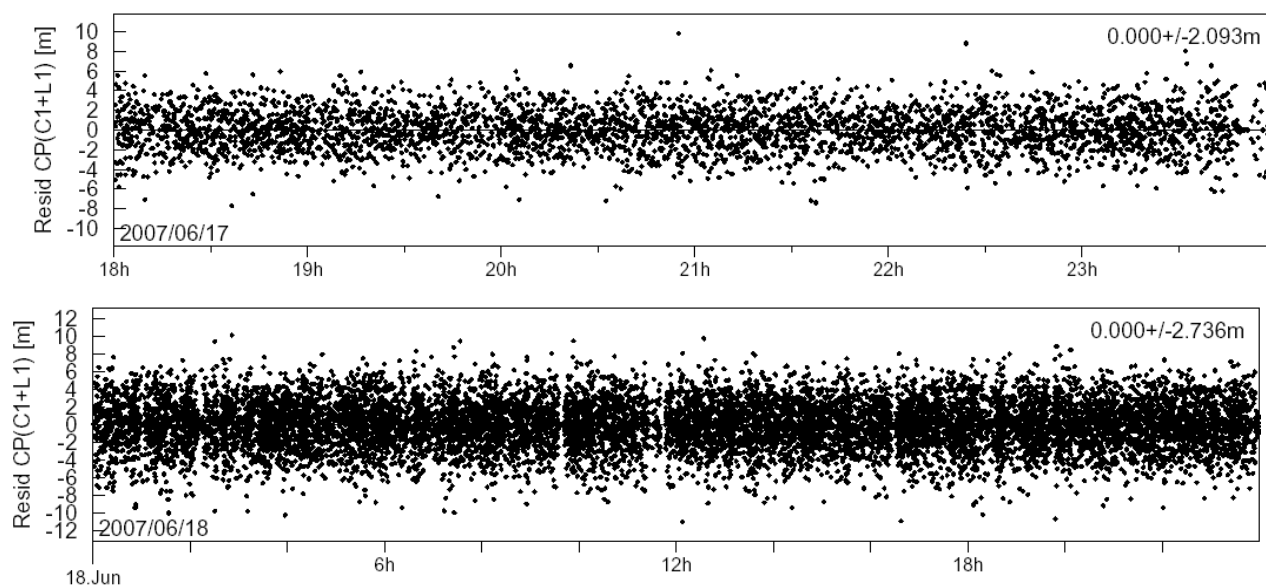


Рисунок 6.13 — СКП фазы ПСП на борту спутника TerraSAR-X [187]

Трудно представить себе лучший способ верификации сырых измерений БАСН, чем многомесячный эксперимент, проведенный независимыми и скрупулезными экспертами. В исследовании [9] представлена постобработка данных с борта Terra-SAR-X; в числе прочих выводов был получен ответ на вопрос о пригодности сырых измерений MosaicGNSS для точного определения орбит ИСЗ. Для этого по сырым измерениям MosaicGNSS были определены параметры орбиты Terra-SAR-X. Полученная орбита сравнивалась с опорной, известной из результатов лазерной локации. Обработка значительного массива данных (более пяти месяцев полетного времени) позволяет заключить, что «измерения MosaicGNSS полностью удовлетворяют требованиям, предъявляемым к точности определения орбиты спутника TerraSAR-X (СКП трехмерного определения орбиты менее двух метров)» ([9], с. 4, перевод автора).

Предпосылкой для такого заключения послужило то, что СКП определения орбиты при помощи сырых измерений MosaicGNSS не превышала 70 сантиметров.

На рисунке 6.14 приведена гистограмма распределения трехмерной СКП определения орбиты Terra-SAR-X по сырым измерениям MosaicGNSS (см. Fig. 7 из работы [9]). Всего было обработано около 500 витков орбиты, наблюдаемых в период с 19 июня по 19 ноября 2007 г. Медиана распределения составляет около 1 м, на основании чего специалисты немецкого центра авиации и космонавтики сделали вывод: «Точное быстрое определение орбиты, полученное с использованием одночастотных измерений MosaicGNSS, демонстрирует достижимость трехмерной СКП определения орбиты, не превышающей двух метров» ([9], с. 4, перевод автора).

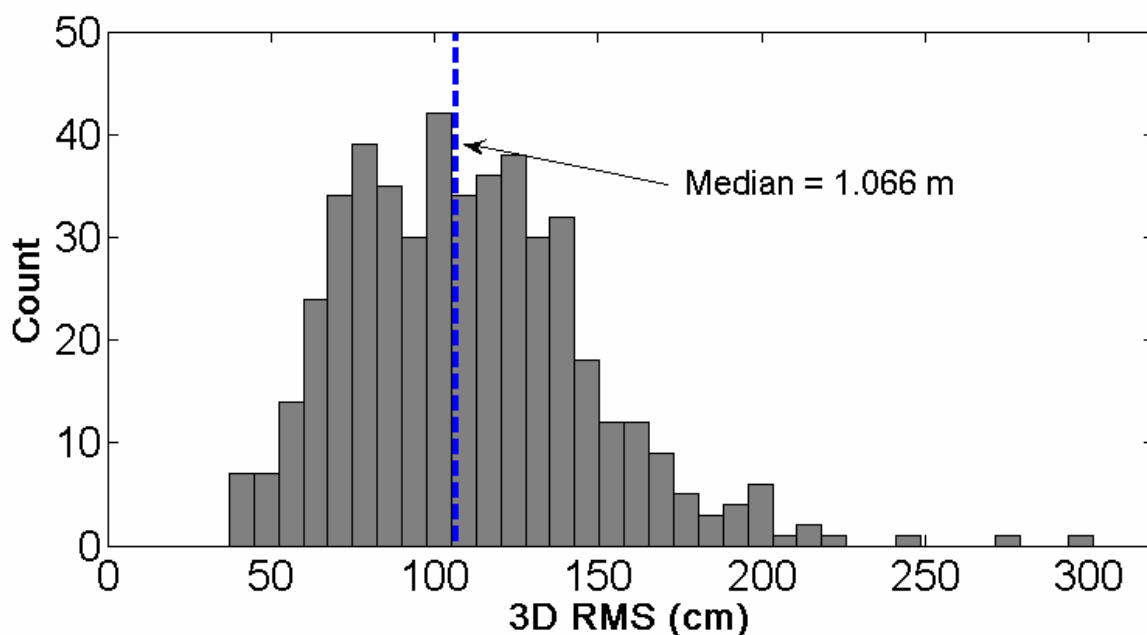


Рисунок 6.14 — Погрешность определения орбиты спутника Terra-SAR-X по данным BACH MosaicGNSS [9]

### 6.5 Вывод по разделу 6

Создание бортовой аппаратуры спутниковой навигации путем использования разработанной методологии ее проектирования доказывает справедливость разработанной теории, а результаты проведенных летных

испытаний подтверждают этот факт и также подтверждают факт создания автономной системы спутниковой навигации и тем самым доказывают решение крупной научной проблемы – повышение эффективности использования искусственных спутников Земли.

## Заключение

Проектирование БАСН — важная научно-техническая задача, решение которой требует междисциплинарных исследований по проектированию аппаратуры, радионавигации, статистической обработке сигналов, прикладной астрономии, цифровой обработке сигналов и физике космического пространства. В работе систематизированы методы разработки БАСН и предложены практические решения, основанные на опыте создания успешно опробованной аппаратуры. Создание БАСН базировалось на разработанной методологии проектирования. Проведенные летные испытания БАСН подтвердили справедливость разработанной методологии проектирования и доказали реализацию автономной системы навигации искусственных спутников Земли, что безусловно позволяет утверждать, что решена крупная научная проблема — повышение эффективности использования искусственных спутников Земли.

Проектирование БАСН, безусловно, будет развиваться: этого требует и логика развития космической отрасли, и складывающийся рынок космической радионавигации.

Важно отметить, что БАСН пригодна как для абсолютной, так и для относительной навигации, она представляет собой недорогое устройство, которое при соответствующем алгоритмическом обеспечении может решить широкий спектр задач, таких как временное обеспечение ИСЗ, определение и контроль ориентации спутников. В итоге БАСН станет «сердцем» комплексной навигационной системы космических аппаратов, которая будет обеспечивать определение местоположения, контроль параметров орбиты, контроль ориентации и координацию с другими спутниками внутри группировки.

Эволюция БАСН только начинается. Под руководством автора была выполнена работа [188] по архитектуре БАСН и по первичной обработке сигналов в БАСН. В ближайшие годы закономерно ожидать постановки и решения следующих задач:

1. повышение точности навигации благодаря учету эффектов распространения сигнала, в частности, многолучевости и ионосферной погрешности;
2. определение ориентации ИСЗ в пространстве на основе СРНС;
3. решение задачи относительной навигации в космосе для произвольных баз навигации;
4. использование функциональных дополнений (WAAS, EGNOS, MSAS) СРНС в космосе;
5. построение многосистемных навигационных приемников, использующих новые сигналы GPS и Galileo, а также активное использование ГЛОНАСС.

Для решения этих задач потребуются усилия научного сообщества, специалистов космической промышленности, микроэлектроники и других отраслей хозяйства. Можно надеяться, что результаты работы принесет пользу создателям следующих поколений БАСН.

## Перечень сокращений

АКФ	— автокорреляционная функция
АРУ	— автоматическая регулировка усиления
АЦП	— аналого-цифровой преобразователь
АЧХ	— амплитудно-частотная характеристика
БАСН	— бортовая аппаратура спутниковой навигации
БПФ	— быстрое преобразование Фурье
ВКФ	— взаимная корреляционная функция
ВОС	— высокоорбитальный спутник
ВЭО	— высокоэллиптическая орбита
ГКЛ	— галактические космические лучи
ГЛОНАСС	— глобальная навигационная спутниковая система
ГУК	— генератор, управляемый кодом
ДН	— диаграмма направленности
ДПФ	— дискретное преобразование Фурье
ДХ	— дискриминационная характеристика
ИНС	— инерциальная навигационная система
ИСЗ	— искусственный спутник Земли
КСС	— контрольная станция слежения
МКК	— многоканальный коррелятор
МКС	— международная космическая станция
МНК	— метод наименьших квадратов
МШУ	— малошумящий усилитель
НОС	— низкоорбитальный спутник
НП	— наземный потребитель
НС	— навигационный спутник
ОБПФ	— обратное быстрое преобразование Фурье
ОГ	— опорный генератор

ОЗУ	— оперативное запоминающее устройство
ОСШ	— отношение сигнал/шум
ПАВ	— поверхностные акустические волны
ПВЗ	— параметры вращения Земли
ПЗУ	— постоянное запоминающее устройство
ПЛИС	— программируемая логическая интегральная схема
ПО	— программное обеспечение
ПСП	— псевдослучайная последовательность
ПЧ	— промежуточная частота
ПФ	— полосовой фильтр
РНП	— радионавигационный приемник
РПУ	— радиоприемное устройство
САПР	— средства автоматизированного проектирования
СБИС	— сверхбольшая интегральная схема
СИСЗ	— стационарный искусственный спутник Земли
СКЛ	— солнечные космические лучи
СКО	— среднеквадратическое отклонение
СКП	— среднеквадратическая погрешность
СРНС	— спутниковая радионавигационная система
ССЗ	— система слежения за задержкой
СЧ	— синтезатор частоты
ФАПЧ	— фазовая автоподстройка частоты
ФК	— фильтр Калмана
ФНЧ	— фильтр нижних частот
ЦПУ	— центральное процессорное устройство
ЦПЧ	— цифровой преобразователь частоты
ЦУП	— центр управления полетом
ЧАП	— частотная автоподстройка
ЭОС	— спутник на эллиптической орбите
AGGA	— Advanced GPS/GLONASS ASIC

CRS	— Celestial Reference System
ESA	— European Space Agency
GPS	— Global Positioning System
ECEF	— Earth Centered, Earth Fixed
FFRF	— Formation Flying Radio-Frequency
FIFO	— First Input First Output
GDOP	— Geometrical Dilution of Precision
ICRF	— International Celestial Reference Frame
IERS	— International Earth Rotation Service
IGS	— International GNSS Service
MMX	— Multimedia Extensions
MIPS	— Million Instructions Per Second
NASA	— National Aeronautics and Space Administration
NRE	— Non-Recurring Engineering cost
SEB	— Single event Burnout
SEE	— Single Events Effects
SEL	— Single event Latchup
SEU	— Single event Upset
SIMD	— Single Instruction Multiple Data
SSE	— Streaming SIMD Extensions
TCXO	— Temperature Controlled Crystal Oscillator
TLE	— Two-Line Element
TRS	— Terrestrial Reference System
UTC	— Coordinated Universal Time
USERE	— User Equivalent Range Error
URE	— User Range Error
UEE	— User Equipment Error
XO	— Crystal Oscillator



## Список литературы

1. Радионавигационный план Российской Федерации [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.internavigation.ru/documents/RNP2011.doc> (дата обращения: 09.09.2015).
2. Аншаков, Г.П. Автономная навигация космических аппаратов / Г. П. Аншаков, А. Д. Голяков, В. Ф.Петрищев, В. А.Фурсов. — Самара: Изд-во ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс», 2011. — 569 с.
3. Montenbruck, O. GNSS Receivers for Space Applications [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.iapg.bv.tum.de/mediadb/14973/14974/04\\_ACES\\_WS\\_08\\_SGNS\\_S.pdf](http://www.iapg.bv.tum.de/mediadb/14973/14974/04_ACES_WS_08_SGNS_S.pdf) (дата обращения: 09.09.2015).
4. Тучин, Д. А. Автономное определение параметров движения околоземного космического аппарата по измерениям спутниковых навигационных систем : дис.... канд. физ.-мат. Наук : 01.02.01 / Тучин Денис Андреевич. — М., 2004. — 111 с.
5. Махненко, Ю. Ю. Экономически эффективные технологии навигации геостационарных спутников : дис. ... д-ра техн. наук : 05.07.09 / Махненко Юрий Юрьевич. — М., 2008. — 356 с.
6. TOPSTAR 3000 — An Enhanced GPS Receiver for Space Applications [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.esa.int/esapub/bulletin/bullet104/germer104.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
7. Wennersten, M. D., Baner, A. V., Boegner, G. J., Dougherty, L., et al. PiVoT GPS Receiver // Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001). — Salt Lake City, UT, 2001. — P. 855–861.

8. Mosaic GNSS Receiver LEO, MEO, GEO [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.space-airbusds.com/en/equipment/mosaicgnss-receiver.html> (дата обращения: 09.09.2015)
9. Yoon, Y. T., Eineder, M., Yague-Martinez, N., Montenbruck, O. TerraSAR-X precise trajectory estimation and quality assessment // *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on.* — 2009. — V. 47. — № 6. — P. 1859–1868.
10. Космонавтика [Электронный ресурс] // БСЭ. — Яндекс. Словари. — Режим доступа: <http://slovari.yandex.ru/~%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B8/%D0%91%D0%A1%D0%AD/%D0%9A%D0%BE%D1%81%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/> (дата обращения: 11.11.2014).
11. Разработка бортовой системы автономной навигации для космических средств с использованием глобальных навигационных спутниковых систем (шифр: ОКР «Борт-САН») [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.alltenders.ru/tender\\_podrob\\_new.asp?KodTendera=182239](http://www.alltenders.ru/tender_podrob_new.asp?KodTendera=182239) (дата обращения: 03.03.2013).
12. Gurevich, G., Wertz, J. R. Autonomous On-board Orbit Control: Flight Results and Cost Reduction // *JHU/APL Symposium on Autonomous Ground Systems for 2001 and Beyond.* — Laurel, Maryland, 2001. — April 25–27. — P. 25–27.
13. Gurevich, G, Bell, R., Wertz, J. R. Autonomous On-board Orbit Control: Flight Results and Applications // *AIAA paper 2000–5226.* — Long Beach, CA, 2000. — September 19–21. — P. 19–21.
14. Chobotov, V. A., Herman, D. E., Johnson, C. G. Collision and Debris Hazard Assessment for a Low- Earth-Orbit Constellation // *Journal of Spacecraft and Rockets.* — March-April 1997. — P. 233–238.

15. Jenkin, A. B. Analysis of the Non-Stationary Debris Cloud Pinch Zone. Paper No. AASS-93-625 // AAS/AIAA Astrodynamics Conference. — Victoria, BC, Canada, 1993. — P. XX-XX.
16. Jenkin, A. B. DEBRIS: A Computer Program for Debris Cloud Modeling. Paper No. IAA. 6. 3-93-746 // 44th Congress of the International Astronautical Federation. — Graz, Austria, 1993. — P. XX-XX.
17. Jenkin, A. B. Probability of Collision During the Early Evolution of Debris Clouds // 46th Congress of the International Astronautical Federation. — Oslo, Norway, 1995. — P. 525-538.
18. Johnson, N., McKnight, D. Artificial Space Debris. — Malabar : Orbit Book Company, 1991. — 111 p.
19. Preservation of Near-Earth Space for Future Generations / ed. J. A. Simpson. — Cambridge : Cambridge University Press, 1994. — 349 p.
20. Гальперин, Ю. И. Влияние космической погоды на безопасность авиа и космических полетов [Электронный ресурс] / Ю. И. Гальперин, А. В. Дмитриев, Л. М. Зеленый. — Режим доступа: [http://www.kosmofizika.ru/pdf/sp\\_wtr.pdf](http://www.kosmofizika.ru/pdf/sp_wtr.pdf) (дата обращения: 09.09.2015).
21. Seltze, S. M. Electron, Electron-Bremsstrahlung and Proton Depth-Dose Data for Space-Shielding Applications // IEEE Trans. Nucl. Sc. — 1979. — № 26. — P. 21-60.
22. Daly, E. J., Drolshagen, G., Hilgers, A., Evans, H. D. R. Space Environment Analysis: Experience and Trends // Environment Modeling for Space-Based Applications. — ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 1996. — September 18-20. — P. 15-22.
23. ECSS-E-ST-10-04C [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.spacewx.com/Docs/ECSS-E-ST-10-04C\\_15Nov2008.pdf](http://www.spacewx.com/Docs/ECSS-E-ST-10-04C_15Nov2008.pdf) (дата обращения: 09.09.2015)
24. Kayali, S. Space Radiation Effects on Microelectronics [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://parts.jpl.nasa.gov/docs/Radcrs\\_Final.pdf](http://parts.jpl.nasa.gov/docs/Radcrs_Final.pdf) (дата обращения: 09.09.2015).

25. Panasyuk, M. I. Space Storms and Space Weather Hazards // Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Space Storms and Space Weather Hazards. — Hersonissos, Crete, Greece, 2000. — 19–29 June. — P. 251–284.
26. Leyssens, J., Markgraf, M. Evaluation of a Commercial-Off-The-Shelf Dual-frequency GPS Receiver for use on LEO Satellites // Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005). — Long Beach, CA, USA, 2005. — P. 1208–1218.
27. Montenbruck, O., Markgraf, M., Leung, S., Gill, E. A GPS Receiver for Space Applications // Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001). — Salt Lake City, UT, 2001. — P. 227–232.
28. Unwin, M. J., Oldfield, M. K., Underwood, C. I. The use of commercial technology for spaceborne GPS receiver design // Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). — Nashville, TN, 1998. — P. 1983–1989.
29. Gruenbacher, D. M., Strohbehm, K., Devereux, W. S., Heins, R. J., Linstrom, L. A., Moore, G. T. Design of a GPS Tracking ASIC for Space Applications // Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). — Nashville, TN, 1999. — P. 895–900.
30. Meehan, T., Duncan, C., Dunn, C., Spitzmesser, D., Srinivasan, J., Munson, T., How, J. "GPS On A Chip" — An Advanced GPS Receiver for Spacecraft // Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). — Nashville, TN, 1998. — P. 1509–1517.
31. Unwin, M. J., Oldfield, M. K., Purivigraipong, S., Hashida, Y., Palmer, P. L., Kitching, I. Preliminary orbital results from the SGR space GPS receiver // Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite

- Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). — Nashville, TN, 1999. — P. 849–855.
32. Markgraf, M., Montenbruck, O. Total Ionizing Dose Testing of the Orion and Phoenix GPS Receivers [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.weblab.dlr.de/rbrt/pdf/TN\\_0401.pdf](http://www.weblab.dlr.de/rbrt/pdf/TN_0401.pdf) (дата обращения: 04.04.2014).
33. Hollreiser, M. Advanced GPS/GLONASS ASIC (AGGA2) [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://microelectronics.esa.int/presentation/AGGA2.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
34. Михайлов, Н. В. Приемники спутниковой навигации космического базирования : архитектура и первичная обработка сигналов / Н. В. Михайлов, В. В. Чистяков. — Воронеж : Изд-во «Научная книга», 2014. — 124 с.
35. Aparicio, M. GPS satellite and payload / M. Aparicio [et al.] // В. W. Parkinson, J. J. Jr. Spilker. Global Positioning System : Theory and Applications. — Washington, DC: [s. n.], 1996. — V. 1.— P. 209–244.
36. Czopek, F. Description and Performance of the GPS Block I and II L Band and Link Budget // Proceedings of ION-GPS-93. — 1993. — P. 37–43.
37. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — М. : Радиотехника, 2010. — 800 с.
38. Global Positioning Products Handbook. — GEC Plessey Semiconductors, 1996.
39. Ward, P. Radio Frequency Interference Chapter 6 / editor E. D. Kaplan // Understanding GPS : Principles and Applications. — Artech House Publishers, 2006. — P. 243–278.
40. Misra, P., Enge, P. Global Positioning System. Signals, Measurements, and Performance. — Ganga-Jamuna Press, 2006. — 390 p.
41. Patent US 7 688 262 B2. Method of Cross-correlation and Continuous Wave Suppression for GPS Signal and Associated GPS Receiver / A Bochkovskiy,

- M. Goloubev, S. Pospelov, M. Vasilyev, V. Tchistiakov, M. Kholostov, S. Nozdrachev, N. Mikhaylov, B. Jalali. — March 2010.
42. Митнахт, М., Готтцайн, Е., Хартрампф, М., Конрад, А., Васильев, М. Стенд для испытаний в реальном масштабе времени бортовой системы определения пространственного положения и параметров орбиты искусственных спутников Земли // Гироскопия и навигация. — 2004. — № 2. — С. 25–36.
43. Михайлов, Н. В. Автоматизированное функциональное регрессионное тестирование GNSS приемников / Н. В. Михайлов, А. В. Никандров, П. С. Глушков, В. Ф. Михайлов // Материалы XVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2009. — С. XX–XX.
44. Kaplan, E. D., Hegarty, C. Understanding GPS : Principles and Applications. Artech House Mobile Communications Series. — Second Edition. — Boston : Artech House, Inc., 2006. — 703 p.
45. Space product assurance ASIC and FPGA development [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://escies.org/download/webDocumentFile?id=19656> (дата обращения: 09.09.2015).
46. The NASA ASIC Guide : Assuring ASICS for Space [Электронный ресурс] / J. Wall, A. Macdonald (Eds.). — Режим доступа: <http://parts.jpl.nasa.gov/asic/title.page.html> (дата обращения: 09.09.2015).
47. Никифоров, А. Ю. Актуальные задачи создания радиационно стойких изделий микроэлектроники // Научная сессия МИФИ-2005. — М., 2005. — Т. 1 : Автоматика. Микроэлектроника. Электроника. Электронные измерительные системы. Компьютерные медицинские системы. — С. 206–207.
48. Ачкасов, А. В. Разработка средств автоматизации проектирования комплементарных микросхем с учетом статических видов радиации

- космического пространства : дис. ... канд. техн. наук : 05.12.13 / Ачкасов Александр Владимирович. — Воронеж, 2006. — 155 с.
49. ESCC Qualified manufacturers List [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://escies.org/download/webDocumentFile?id=60322> (дата обращения: 09.09.2015).
50. ATC18RNA [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.atmel.com/products/other/space\\_rad\\_hard\\_ics/rad\\_hard\\_asics.aspx](http://www.atmel.com/products/other/space_rad_hard_ics/rad_hard_asics.aspx) (дата обращения: 09.09.2015).
51. Atmel : Aerospace Products Radiation Policy [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://aerosupport.atmel.com/Atmel/doc4170.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
52. JPL. Section Three : Chapter Four [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://parts.jpl.nasa.gov/asic/Sect.3.4.html#A0> (дата обращения: 09.09.2015).
53. Попов, В. Проблемы и возможности применения коммерческих интегральных схем в военной и космической технике [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://chipnews.gaw.ru/html.cgi/arhiv/99\\_05/stat\\_28.htm](http://chipnews.gaw.ru/html.cgi/arhiv/99_05/stat_28.htm) (дата обращения: 03.03.2013).
54. Методы повышения радиационной стойкости интегральных микросхем НПО «Интеграл», предназначенных для условий работы в космических летательных аппаратах [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.155la3.ru/datafiles/1817vf11.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
55. Department of Defense. Test Method Microcircuits [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://scipp.ucsc.edu/groups/fermi/electronics/mil-std-883.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
56. European Space Components Information Exchange System [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://escies.org> (дата обращения: 09.09.2015).

57. Райзберг, Б. А. Современный экономический словарь / Б. А. Райзберг, Л. Ш. Лозовский, Е. Б. Стародубцева. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2007. — 495 с.
58. Smith, M. J. S. Application-Specific Integrated Circuits. — Addison-Wesley, 2008. — 1040 p.
59. Economics of ASICs [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www10.edacafe.com/book/ASIC/Book/CH01/CH01.4.php#pgfId=44056> (дата обращения: 09.09.2015).
60. Mikhaylov, N. MosaicGNSS : An embedded GPS Receiver for Space Applications / N. Mikhailov, W. Fichter, M. Bruder, E. Gottzein, P. A. Krauss, M. Mitnacht, A. Botchkovski, M. Vasilyev // Proceedings of the AAS/IFAC/ESA/ION International Workshop on Aerospace Applications of the GlobalPositioning System. Breckenridge. CO, USA, January 31 — February 2. — 2000.
61. Botchkovski, A., Chistyakov, V., Golubev, M., Mikhailov, N., Pospelov, S., Vasilyev, M., Krauss, P. A., Fichter, W., Mitnacht, M., Gottzein, E. SoftFlex : An Advanced Approach to Design of GNSS Receiver with Software Correlator // Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). — Nashville, TN, 1999. — P. 353–362.
62. Botchkovski, A. GNSS Software Receivers: Recent Developments / A. Botchkovski, N. Mikhailov, S. Pospelov // Proceedings of 7th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — St. Petersburg, May 2000. — P. XX–XX.
63. Пат. 2140090 Российская Федерация, МПК 6G01S1PФ G01S1/30, G01S5/12. Цифровой приемник спутниковой радионавигационной системы / А. Л. Бочковский, М. В. Васильев, М. А. Голубев, Н. В. Михайлов, С. С. Пospelov, В. В. Чистяков ; заявитель и патентообладатель ООО «Софт Нав». — № 99104407/09 ; заявл. 12.03.99 ; опубл. 20.10.99. — 14 с. : 5 ил.



64. Комплекс встроенного программного обеспечения для навигационного приемника GPS на основе программного коррелятора : свидетельство об офиц. регистрации программы для ЭВМ 990066 Российская Федерация / заявитель и патентообладатель ООО «Софт Нав». — № 980694 ; опубли. 15.02.99.
65. Михайлов, Н. В. Приемники GNSS с программным коррелятором : современные разработки / Н. В. Михайлов, А. Л. Бочковский, С. С. Пospelov // Материалы VII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор». — 2001. — С. XX–XX.
66. Krauss, P. A., Berberich, S., Mitnacht, M., Botchkovsky, A., Chistyakov, V., Golubev, M. Correlation in Software in Comparison to Correlation in Hardware // International Workshop on aerospace Applications of the Global Positioning System. — Breckenridge, Colorado, 2000. — XXX p.
67. Krauss, P. A., Fichter, W., Mitnacht, M., Bruder, M., Chistyakov, V. Development of the MosaicGNSS, a spaceborne GPS/GNSS Receiver to be used in LEO, GEO and GTO // Proceedings of DASIA-2000. — Montreal, 2000. — XXX p.
68. Pospelov, S., Botchkovski, A. GNSS Software receivers // GPS Solutions. — V. 4 (1). — P. 48–55.
69. Berberich, S. Development of a Prototype Spaceborne Galileo Navigation Signal Receiver / S. Berberich, P. A. Krauss, A. Botchkovski // Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000). — Salt Lake City, UT, 2000. — P. 855–861.
70. Fridman, A., Semenov, S. Architectures of Software GPS Receivers // GPS Solutions. — 2000. — V. 3. — № 4. — P. 58–64.
71. Fridman, A. Architecture of Software of TFAG50 Low-Cost Low Power GPS/GLONASS Receiver / A. Fridman, S. Semenov // Proceedings of the

- 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001). — Salt Lake City, UT, 2001. — P. 768–777.
72. Shenoy, M. R., Nagaraj, C. S., et al. Accord's Next Generation High Performance GPS/WAAS Receiver Based on the Soft-Correlator // Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001). — Salt Lake City, UT, 2001. — P. 329–336.
73. Lin, D. Acquisition schemes for software GPS receiver / D. Lin, J. Tsui // Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). — Nashville, TN, 1998. — P. 317–326.
74. Schamus, J. J. Acquisition to Tracking and Coasting for Software GPS Receiver / J. J. Schamus, J. B. Y. Tsui // Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). — Nashville, TN, 1998. — P. 325–328.
75. Won, J.-H. GNSS Software Defined Radio, Real Receiver or Just a Tool for Experts? [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.insidegnss.com/auto/julyaug06-WP.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
76. Borre, K., Akos, D. M., Bertelsen, N., Rinder, P., Jensen, S. H. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver : A Single-Frequency Approach. — Birkhäuser, 2007. — P. 75–86.
77. ERC32 page at ESTEC [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://www.esa.int/TEC/Microelectronics/SEM2XKV681F\\_0.html](http://www.esa.int/TEC/Microelectronics/SEM2XKV681F_0.html) (дата обращения: 09.09.2015).
78. TSC21020F Radiation Hard 32/40-bit IEEE Floating Point DSP [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.atmel.com/Images/doc4153.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).

79. Processors. Aeroflex Gaisler [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://gaisler.com/index.php/products/processors> (дата обращения: 09.09.2015).
80. Felhauer, T., Tews, T., Botchkovski, A., Golubev, M., Vasilyev, M. ASN-22 Combined GPS/GLONASS Receiver Module // Architecture, Technical Characteristics and Performance Analysis (ION-GPS-97). — Kansas City, MI, September 1997. — P. 81–87.
81. Heckler, G. W., Garrison, J. L. Architecture of a Reconfigurable Software Receiver // Proceedings of ITN-2004, ION. — Long Beach, CA, 2004. — P. 947–955.
82. Charkhandeh, S., Petovello, M. G., Watson, R., Lachapelle, G. Implementation and Testing of a Real-Time Software-Based GPS Receiver for x86 Processors // Proceedings of NTN-2006, ION. — Monterey, California, 2006. — P. 927–934.
83. Ledvina, B. M., Psiaki, M. L., Powell, S. P., Kintner, P. M. Bit-Wise Parallel Algorithms for Efficient Software Correlation Applied to a GPS Software Receiver // IEEE Transactions on Wireless Communications. — 2004. — V. 3. — № 5. — P. 1468–1473.
84. Ledvina, B. M., Powell, S. P., Kintner, P. M., Psiaki, M. L. A 12-Channel Real-Time GPS L1 Software Receiver // Proceedings of NTM-2003 (ION). — Anaheim, 2003. — P. 762–782.
85. Ledvina, B. M., Cerruti, A. P., Psiaki, M. L., Powell, S. P., Kintner, P. M. Performance Tests of a 12-Channel Real-Time GPS L1 Software Receiver // Proceedings of ION GPS/GNSS 2003. — Portland, 2003. — P. 679–688.
86. Семенов, С. А. Методы программной реализации приемников спутниковых радионавигационных систем: дис. ... канд. техн. наук: 05.12.14 / Семенов Сергей Александрович. — М., 2005. — 152 с.
87. Waelchli, G. Architecture of a Real-Time Platform Independent GPS L1 Software Receiver [Электронный ресурс]: Thesis of PhD / Waelchli Gregorie. — Lausanne, 2010. — Режим доступа:

- [http://infoscience.epfl.ch/record/150473/files/EPFL\\_TH4832.pdf](http://infoscience.epfl.ch/record/150473/files/EPFL_TH4832.pdf) (дата обращения: 09.09.2015).
88. Baracchi-Frei, M. Real-Time GNSS Software Receiver Optimized for General Purpose Microprocessors [Электронный ресурс] / Marcel Baracchi-Frei. — Neuchatel, 2010. — Режим доступа: <http://doc.rero.ch/record/20498/files/00002162.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
89. Tao, J., Yu, W. A Real-Time GPS Software Receiver Correlator Design for Embedded Platform // Proceedings of ITM-2011 (ION). — Portland, 2011. — P. 808–812.
90. Бортовые устройства спутниковой навигации / И. В. Кудрявцев [и др.] ; под ред. В. С. Шебшаевича. — М. : Транспорт, 1988. — 201 с.
91. Михайлов, Н. В. Разработка опытного образца бортового спутникового приемника навигационного сигнала Galileo / П. Краусс, С. Берберих, Н. В. Михайлов, А. Л. Бочковский // Гироскопия и навигация. — 2002. — № 1. — С. 108–121.
92. Mikhailov, N. V., Chistyakov, V. V. The SoftFlex Approach in the User Equipment for Satellite Navigation: Examples of Application // Gyroscopy and Navigation. — 2013. — V. 4. — P. 50–56.
93. Михайлов, Н. В., Чистяков, В. В. Опыт использования метода Softflex в аппаратуре потребителей спутниковой навигации // Гироскопия и навигация. — 2012. — № 4. — С. 105–111.
94. Михайлов, Н. В., Чистяков, В. В. Опыт использования метода SoftFlex в аппаратуре потребителей спутниковой навигации // Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2012. — С. XX–XX.
95. Михайлов, Н. В. Опыт проектирования совмещенного приемника GPS/ГЛОНАСС и результаты его предварительных испытаний / А. Л.

- Бочковский, Н. В. Михайлов, С. С. Поспелов // Гироскопия и навигация. — 2012. — № 1. — С. 3–13.
96. Mikhailov, N. V. GPS/GLONASS receiver for consumer market / A. L. Bochkovskii, S. S. Pospelov, N. V. Mikhailov // Gyroscopy and Navigation. — 2012. — V. 5. — № 3. — P. 181–187.
97. Botchkovski, A. L., Mikhailov, N. V., Pospelov, S. S. GPS/GLONASS receiver in land vehicle : Expectations and reality // ITS Telecommunications (ITST) the 11th International Conference on Telecommunications for Intelligent Transport Systems. — 2011. — P. 287–292.
98. Михайлов, Н. В. Методы первичной обработки сигналов в радионавигационных приемниках космического базирования / Н. В. Михайлов, В. Ф. Михайлов // Сборник материалов VII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2009. — С. XX–XX.
99. Михайлов, Н. В. Методы первичной обработки сигналов в радионавигационных приемниках космического базирования / Н. В. Михайлов, В. Ф. Михайлов // Гироскопия и навигация. — 2009. — № 4. — С. 35–44.
100. Mikhailov, N. Methods for digital signal processing in space-based radionavigation receivers / N. V. Mikhailov, V. F. Mikhailov // Gyroscopy and Navigation. — 2010. — V. 1. — № 3. — P. 163–169.
101. Стиффлер, Дж. Дж. Теория синхронной связи / Дж. Дж. Стиффлер. — М. : Изд-во «Связь», 1975. — 488 с.
102. Спилкер, Дж. Цифровая спутниковая связь / Дж. Спилкер ; пер. с англ. под ред. В. В. Маркова. — М. : Изд-во «Связь», 1979. — 592 с.
103. Михайлов, Н. В., Чистяков, В. В. Методы поиска сигналов спутниковых навигационных систем в приемниках космического базирования. Ч. 1. Комбинированный поиск // Гироскопия и навигация. — 2013. — № 4 (83). — С. 60–71.

104. Mikhailov, N. V., Chistyakov, V. V. Signal Search Methods for Space Based GNSS Receivers. Part 1. Combined Search // Gyroscopy and Navigation. — 2013. — V. 4. — № 4. — P. 60–71.
105. Михайлов, Н. В., Чистяков, В. В. Методы поиска сигналов спутниковых навигационных систем в приемниках космического базирования. Ч. 2. Расчет параметров комбинированного поиска // Гироскопия и навигация. — 2014. — № 1 (84). — С. 70–80.
106. Mikhailov, N. V., Chistyakov, V. V. Signal Search Methods for Space Based GNSS Receivers. Part 2. Calculation of combined search parameters // Gyroscopy and Navigation. — 2014. — V. 5. — № 1. — P. 70–80.
107. Fantino, M., Pini, M., Mulassano, P., Girau, G., Nicola, M., Nordio, A. Signal Compression for an Efficient and Simplified GNSS Signal Parallel Acquisition // Proceedings of ION GNSS. — Savannah, GA, 2008. — P. 159–166.
108. Сейдж, Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж. Мелс ; пер. с англ. под ред. проф. Б. Р. Левина. — М. : Изд-во «Связь», 1976. — С. 146–156.
109. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. — М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. — 328 с.
110. Михайлов, Н. В., Чистяков, В. В. Метод слежения за задержкой сигнала в бортовой аппаратуре спутниковой навигации с программным коррелятором // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. — 2013. — № 5. — С. 60–66.
111. Михайлов, Н. В. Автономное определение параметров орбиты искусственных спутников земли с использованием спутниковых радионавигационных систем / Н. В. Михайлов, М. В. Васильев, В. Ф. Михайлов // Гироскопия и навигация. — № 4. — 2010. — С. 41–52.
112. Михайлов, Н. В. Автономная навигация космических кораблей с использованием GPS // Сборник материалов XIV Санкт-Петербургской

- международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2007. — С. XX–XX.
113. Михайлов, Н. В., Михайлов, В. Ф., Васильев, М. В. Автономная навигация космических кораблей с использованием GPS // Гироскопия и навигация. — 2008. — № 1. — С. 3–21.
114. Mikhailov, N. V., Vasil'ev, M. V. Autonomous satellite orbit determination using spaceborne GNSS receivers // Gyroscopy and Navigation. — 2011. — V. 2. — № 1. — P. 1–9.
115. Жодзишский, А. И. Оценка достижимой точности удержания спутников на геостационарной орбите / А. И. Жодзишский, Ю. Ю. Махненко // Электросвязь. — Вып. 8. — 2002. — С. 18–21.
116. Бартнев, В. А. Орбиты спутников связи / В. А. Бартнев, Г. М. Чернявский. — М. : Изд-во «Связь», 1978. — 240 с.
117. Бартнев, В. А. Управление орбитой стационарного спутника / В. А. Бартнев, В. А. Малышев, Г. М. Чернявский. — М. : Машиностроение, 1984. — 144 с.
118. Бартнев, В. А. Управление и навигация ИСЗ на околокруговых орбитах / В. А. Бартнев, А. А. Лебедев, М. Ф. Решетнев. — М. : Машиностроение, 1988. — 335 с.
119. Su, H. Precise Orbit Determination of Global Navigation Satellite System of Second Generation // Institute of Geodesy and Navigation, University FAF Munich, Germany. — 2000.— 153 с.
120. Agrawal, B. N. Design of Geosynchronous Spacecraft. — Englewood Cliffs, NJ 07632 : Prentice-Hall, Inc., 1986.
121. Улыбышев, Ю. П. Геостационарная орбита как исчерпаемый ресурс // Полет. — 2008. — № 7. — С. 20–25.
122. Soop, M. Handbook of Geostationary Orbits. — Space Technology Library, Kluwer Academic Publishers, 1994. — 309 p.

123. Красильщиков, М. Н. Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов / М. Н. Красильщиков, А. А. Лебедев, В. В. Малышев. — М. : Машиностроение, 1974. — 199 с.
124. Gill, E. Precise Orbit Determination of the GNSS-2 Space Segment from Ground-Based and Satellite-To-Satellite Tracking // 2nd European Symposium on Global Satellite Navigation Systems GNSS 98. — Toulouse, 1998. — P. 24–30.
125. Parkinson, B. W. Global Positioning System : Theory and Applications / Eds. B. W. Parkinson, Jr. J. J. Spilker. — Aiaa, 1996. — V. 1, 2.
126. Bretagnon, P. Planetary Theories in Rectangular and Spherical Variables / P. Bretagnon, G. Francou // Astron. Astrophys. — 1998. — V. 202. — P. 309–315.
127. New Techniques for Orbit Determination of Geosynchronous, Geosynchronous-Transfer, and Other High-Altitude Earth Orbiters [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://trs-new.jpl.nasa.gov/dspace/bitstream/2014/22478/1/97-0971.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
128. McCarthy, D. D. IERS Standards. IERS Technical Note 21 // Observatoire de Paris. — Paris, 1996. — P. XX–XX.
129. Axelrad, P., Brown, R. G. GPS Navigation Algorithms // GPS : Theory and Applications. Progress in Astronautics and Aeronautics. — 1996. — № 1. — P. 409–434.
130. Пат. RU 2325667 С1 Российская Федерация, МПК G01S 5/12 (2006.01). Способ определения вектора состояния космического аппарата по сигналам космических навигационных систем / И. Е. Ислентев, А. К. Гречкосеев, В. И. Кокорин ; заявитель и патентообладатель ФГУП «Научно-производственное объединение прикладной механики им. акад. М. Ф. Решетнева». — № 2006139540/09; заявл. 07.11.06 ; опубл. 27.05.08. — 13 с. : 3 ил.



131. Mikhaylov, N. V. “Soyuz”-“Mir” Orbital Flight GPS/GLONASS Experiment / V. Branets, M. Mikhailov, Y. Stishov, S. Klyushnikov, S. Filatchenkov, N. Mikhailov, M. Vasilyev // Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998). — Nashville, TN, 1998. — P. 2303–2312.
132. Mikhaylov, N. V. “Soyuz”-“Mir” Orbital Flight GPS/GLONASS Experiment : First Results / S. Klyushnikov, S. Filatchenkov, N. Mikhailov, S. Pospelov, M. Vasilyev // Proceedings of the 6th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — St. Petersburg, 2000. — P. 1–10.
133. Tapley, B. D., Schutz, B. E., Born, G. H. Statistical orbit determination. — Burlington : Elsevier Academic Press, 2004. — 547 p.
134. Михайлов, Н. В. Метод определения координат и скорости геостационарного космического аппарата по измерениям спутниковых навигационных систем / Н. В. Михайлов, В. Ф. Михайлов // Успехи современной радиоэлектроники. — 2013. — № 2. — С. 113–121.
135. Михайлов, Н. В. Применение метода определения параметров орбиты геостационарного спутника Земли с использованием спутниковых радионавигационных систем / Н. В. Михайлов, В. Ф. Михайлов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. — 2013. — № 2. — С. 71–76.
136. Brumberg, V. A. Essential relativistic celestial mechanics. — CRC Press, 1991. — 274 p.
137. Медич, Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. — М. : Энергия, 1973. — 440 с.
138. Bell, B. M., Cathey, F. W. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1993. — V. 38. — № 2. — 294–297.

139. Ивановский, Р. Ю. Статистическая оптимизация навигационных систем / Р. Ю. Ивановский, А. В. Костров, С. С. Ривкин. — Л. : Судостроение, 1976. — 280 с.
140. Brown, R. G. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, 2nd ed / R. G. Brown, P. Y. C. Hwang. — N. Y. : Wiley, 1992.
141. McCarthy, D. D. IERS Technical Note // US Naval Observatory. — 1992. — P. XX–XX.
142. Xu, G. Orbits. — Berlin-Heidelberg : Springer Verlag, 2008. — 229 p.
143. Capderou, M. Satellites : Orbits and missions. — First Edition. — Springer, 2005. — 544 p.
144. Cunningham, L. E. On the computation of the spherical garmonic terms needed during the numerical integration of the orbital motion of an aircraft satellite // Celest. Mech. — 1970. — V. 2. — P. 207–216.
145. JPL Solar System Dynamics [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://ssd.jpl.nasa.gov> (дата обращения: 09.09.2015).
146. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. — М. : Наука, 1968. — 720 с.
147. Clenshaw, C. A note on the summation of Chebyshev series // Math. Tabl. & Aids. Comput. — 1955. — V. 9. — P. 118–120.
148. Bauer, F. H., Moreau, M. C., Dahle-Melsaether, M. E., Petrofski, W. P., Stanton, B. J., Thomason, S., Temple III, L. P. The GPS space service volume // Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006). — Forth Worth, TX, 2006. — P. 2503–2514.
149. Miller, J. J. Enabling a Fully Interoperable GNSS Space Service Volume / J. J. Miller, M. C. Moreau // Presentations from 7th Meeting of the International Committee on Global Navigation Satellite Systems (ICG–7). — Beijing, China, 2012.

150. Short, N. M. The LANDSAT Tutorial Workbook : Basics of Satellite Remote Sensing [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://hdl.handle.net/2060/19830002188> (дата обращения: 03.03.2013).
151. Satellite formation flying concept becoming a reality [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://spaceflightnow.com/news/n0106/04formation/> (дата обращения: 04.04.2014).
152. Burlacu, M. M., Lorenz, P. A survey of small satellites domain : challenges, applications and communications key issues // ICaST, Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering (ICST). — 2010. — P. 1–11.
153. D'Amico, S. Autonomous Formation Flying in Low Earth Orbit [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://repository.tudelft.nl/assets/uuid:a10e2d63-399d-48e5-884b-402e9a105c70/Damico\\_PhD\\_15012010.pdf](http://repository.tudelft.nl/assets/uuid:a10e2d63-399d-48e5-884b-402e9a105c70/Damico_PhD_15012010.pdf) (дата обращения: 04.04.2014).
154. Rupp, T., D'Amico, S., Montenbruck, O., Gill, E. Autonomous formation flying at DLR's German space operations center (GSOC) [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://elib.dlr.de/51388/1/IAC\\_07D12.pdf](http://elib.dlr.de/51388/1/IAC_07D12.pdf) (дата обращения: 04.04.2014).
155. Highsmith, D., Axelrad, P. Relative state estimation using GPS flight data from co-orbiting spacecraft // Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999). — Nashville, TN, 1999. — P. 401–409.
156. Ebinuma, T. Precision spacecraft rendezvous using global positioning system : an integrated hardware approach : Ph. D. dissertation. — University of Texas, 2001. — 178 p.
157. Михайлов, Н. В. Высокоточная относительная навигация ИСЗ по спутникам системы GPS / Н. В. Михайлов, М. Миттнахт, М. Хартрампф. М. В. Васильев // Материалы IX Санкт-Петербургской международной

- конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2002. — С. XX–XX.
158. Busse, F. D. Precise Formation-State Estimation in Low Earth Orbit Using Carrier Differential GPS : Ph. D. dissertation. — Stanford University, 2001. — 192 p.
159. Leung, S., Montenbruck, O. Real-time navigation of formation-flying spacecraft using global-positioning-system measurements // Journal of Guidance, Control and Dynamics. — 2006. — V. 28. — № 2. — P. 226–235.
160. Mitnacht, M., Hartrampf, M., Vasilev, M., Mikhailov, N. Precise relative navigation of space vehicles with GPS // Proceedings of the 9th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — St. Petersburg, 2002. — 2002 p.
161. Kroes, R., Montenbruck, O., Bertiger, W., Visser, P. Precise GRACE baseline determination using GPS // GPS Solutions. — 2005. — V. 9 (1). — P. 21–31.
162. Kroes, R. Precise relative positioning of formation flying spacecraft using GPS [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://repository.tudelft.nl/view/ir/uuid:1a68ee94-3d55-44b9-9d8b-25fa44e96922/> (дата обращения: 04.04.2014).
163. Пат. 2419807 Российская Федерация, МПК G01S5/02. Устройство контроля относительного(ых) положения(й) путем анализа двухчастотных сигналов для космического аппарата группы космических аппаратов при полете строем / П. Эстелль, К. Мелен ; заявитель и патентообладатель «ТАЛЬ» (FR). — заявл. 19.01.2007 ; опубл. 27.05.11. — 12 с. : 7 ил.
164. Rodríguez, A. G., Martinez, A. M. B., Mehlen, C. GNSS in Space—Part 2 Formation Flying Radio Frequency Techniques and Technology // Inside GNSS. — 2009. — V. 4 (1). — P. 43–51.
165. Bourga, C. Autonomous Formation Flying RF Ranging Subsystem / C. Bourga, C. Mehlen, P. Colmenarejo, J. M. Lopez-Almansa, V. Barrena, A.

- Garcia-Rodriguez, G. Seco-Granados // Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003). — Portland, OR, 2003. — P. 2194–2200.
166. Garcia-Rodriguez, A. Formation Flight (FF) Radio-Frequency (RF) Metrology // ESA/ESTEC Technology Dossier. — 2008. — № 1, 2
167. Delpech, M., et al. Formation flying radio frequency instrument : First flight results from the PRISMA mission // Proceedings of the 5th ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing (NAVITEC). — 2010. — P. 1–8.
168. Delpech, M., et al. The FFIORD Experiment : CNES' RF Metrology Validation and Formation Flying Demonstration on PRISMA // Proceedings of the 3rd International Symposium on Formation Flying, Missions and Technology, ESA/ESTEC. — 2008. — P. 23–25.
169. Teunissen, P. J. G. Performance of the LAMBDA Method for Fast GPS Ambiguity Resolution / P. J. G. Teunissen, P. J. de Jounge, C. C. J. M. Tiberius // Navigation. — 1997. — № 44. — P. 373–383.
170. Lestarquit, L., Harr, J., Grelier, T., Peragin, E., Wilhelm, N., Mehlen, C., Peyrotte, C. Autonomous Formation Flying RF Sensor Development for the PRISMA Mission // Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006). — Forth Worth, TX, 2006. — P. 2571–2578.
171. Global Ionosphere Model For Day 073, 1996 [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/product/>, <ftp://igscb.jpl.nasa.gov/pub/data/format/sp3.txt> (дата обращения: 09.09.2015).
172. Remondi, B. W. Performing Centimeter-Level Surveys in Seconds with GPS Carrier Phase : Initial Results // Navigation. — 1985. — V. 32. — № 4. — P. 386–400.
173. Teunissen, P. J. G. GPS carrier phase ambiguity fixing concepts // GPS for Geodesy. — Springer Berlin Heidelberg, 1996. — P. 319–388.

174. Diggle, D. W. Interferometric GPS Flight Reference / Autoland System : Flight Test Results / D. W. Diggle, F. van Graas, R. M. Hueschen // Navigation. — 1994. — V. 41. — № 1. — P. 57–82.
175. Van Graas, F. High Accuracy Differential Positioning for Satellite-based Systems without Using Code-Phase Measurements / F. van Graas, Sh.-W. Lee // Navigation. — 1995. — V. 42. — № 4. — P. 605–618.
176. Михайлов, Н. В. Автономная относительная навигация космических кораблей с использованием GPS / Н. В. Михайлов, В. Ф. Михайлов // Сборник материалов XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор», 2008. — С. XX–XX.
177. Shaer, S. Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <ftp://ftp.unibe.ch/aiub/papers/ionodiss.pdf> (дата обращения: 09.09.2015).
178. Frei, E., Beutler, G. Rapid static positioning based on the fast ambiguity resolution approach FARA : theory and first results // Manuscripta geodaetica. — 1990. — V. 15 (6). — P. 325–356.
179. Teunissen, P. J. G. A New Method for Fast Carrier Phase Ambiguity Estimation // Proceedings of Position Location and Navigation Symposium. — Las Vegas, 1994. — P. 562–573.
180. Landau, H., Euler, H. J. On-the-fly ambiguity resolution for precise differential positioning // Proceedings of the 5th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1992). — Alexandria, VA, 1992. — P. 607–613.
181. Chen, D., Lachapelle, G. A Comparison of the FASF and Least-Squares Search Algorithms for Ambiguity Resolution On The Fly // Proceedings of the International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation. — Banff, Canada, 1994. — P. 371–390.
182. Teunissen, P., De Jonge, P., Tiberius, C. C. J. M. The Volume of the GPS Ambiguity Search Space and its Relevance for Integer Ambiguity Resolution

- // Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995). — Kansas City, MI, 1996. — P. 889–898.
183. Hein, G., Werner, W. Comparison of different on-the-fly ambiguity resolution techniques // Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995). — Palm Springs, CA, 1995. — P. 1137–1144.
184. Пешехонов, В.Г. Результаты разработки и испытаний нового аэроморского гравиметра. / В.Г. Пешехонов, А.В. Соколов, Л.С. Элинсон, А.А. Краснов. // Материалы XXII международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор». — 2015. — С.173-179.
185. Степанов О.А., Адаптивная фильтрация в задаче авиационной гравиметрии / О.А. Степанов, Д.А. Кошаев, А.В. Моторин // Материалы XXII международной конференции по интегрированным навигационным системам. — СПб. : ЦНИИ «Электроприбор». — 2015. — С.185-189.
186. Михайлов, Н. В. Автономная относительная навигация космических кораблей при помощи одночастотного приемника сигналов GPS // Известия высших учебных заведений России. Приборостроение. — 2011. — № 8. — С. 71–77.
187. Montenbruck, O., Yoon, Y., Ardaens, J. S., Ulrich, D. In-flight performance assessment of the single frequency MosaicGNSS receiver for satellite navigation // The 7th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control Systems. — 2008. — P. 2–5.
188. Чистяков, В. В. Архитектура приемника спутниковой навигации для космических аппаратов и методы первичной обработки сигналов : дис. ... канд. техн. наук : 05.11.03 / Чистяков Валерий Валентинович. — СПб., 2014. — 135 с.

## Приложение А

### Приращение характеристической скорости, формула Циолковского

Первые исследования поступательного прямолинейного движения ракет были выполнены К. Э. Циолковским и опубликованы в 1903 г. Допустим, что ракета движется поступательно в бессилом пространстве. Пусть относительная скорость отбрасываемых ракетным двигателем частиц  $\mathbf{v}_r$  постоянна и направлена противоположно скорости центра масс ракеты. Если при выгорании топлива центр масс ракеты не смещается относительно ее корпуса, то движение ракеты описывается дифференциальным уравнением движения точки

$$\mathbf{P} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (\text{A.1})$$

где  $m$  — масса ракеты;  $\mathbf{v}$  — вектор скорости центра масс;  $\mathbf{P}$  — сила тяги двигателя.

Реактивную силу  $\mathbf{P}_r$  можно представить в виде произведения расхода массы топлива  $\frac{dm}{dt}$  на скорость истечения продуктов сгорания  $\mathbf{v}_r$ ,

$$\mathbf{P}_r = -\frac{dm}{dt} \mathbf{v}_r. \quad (\text{A.2})$$

Тогда уравнение движения центра масс ракеты примет вид уравнения Мещерского:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{dm}{dt} \mathbf{v}_r. \quad (\text{A.3})$$

Положим, что в начальный момент времени  $t_n$  начальная масса и скорость равны соответственно  $m_n$  и  $\mathbf{v}_n$ . Тогда изменение скорости  $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_k - \mathbf{v}_n$  на интервале времени  $\Delta t = t_k - t_n$  дается интегрированием уравнения (A.3)



$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_r \int_{t_n}^{t_k} \frac{dm}{m} = \mathbf{v}_r \ln \left( \frac{m_n}{m_k} \right). \quad (\text{A.4})$$

Отношение начальной массы ракеты к ее конечной массе называется числом Циолковского:

$$Z = \frac{m_n}{m_k}. \quad (\text{A.5})$$

Окончательно формула Циолковского приобретает вид

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_r \ln(Z). \quad (\text{A.6})$$

Из нее вытекают следующие основные закономерности движения ракеты в бессиловом пространстве:

- скорость ракеты в конце активного участка прямо пропорциональна скорости истечения продуктов сгорания из сопла ракетного двигателя;
- скорость ракеты в конце активного участка возрастает при увеличении отношения начальной массы ракеты к конечной по логарифмическому закону;
- скорость ракеты в конце активного участка не зависит от закона изменения массы ракеты (режима работы двигателей).

Формула Циолковского позволяет определить скорость ракеты при движении в бессиловом пространстве, т. е. так называемую характеристическую скорость. Характеристическая скорость — это скорость, которую приобрела бы ракета с данной начальной и конечной массами  $m_0$  и  $m_1$  под действием реактивной тяги, если бы ракета двигалась в безвоздушном пространстве и в отсутствии сил тяготения. Предположим, что  $\mathbf{v}_n = 0$  (наземный старт), тогда

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_r \ln(Z). \quad (\text{A.7})$$

Физически значение приращения характеристической скорости  $\Delta v$  представляет собой интеграл ускорения, произведенного двигателями ракетной тяги за время  $\Delta t = t_k - t_n$ . Поэтому  $\Delta v$ , иногда обозначаемая  $d\mathbf{v}$ , используется в ракетодинамике как показатель количества топлива, требуемого для маневра. Например, для вывода спутника на круговую околоземную орбиту требуется развить первую космическую скорость, равную 7920 м/с. В нашей терминологии

это означает, что приращение характеристической скорости должно составить 7920 м/с. Ниже приведены примеры приращения характеристической скорости для разных типов орбитальных маневров:

Таблица А.1 — Значения приращения характеристической скорости для разных типов орбитальных маневров

	$dv$ в год, м/с
Компенсация влияния атмосферы для НОС с радиусом орбиты 500 км	20...25
Удержание СИСЗ на орбите	50...55
Контроль ориентации ИСЗ	2...6
Раскрутка для стабилизации	5...10

## Приложение Б

### Минимальные функциональные требования к бортовой аппаратуре спутниковой навигации

Ниже приведены минимальные требования, которым должна удовлетворять БАСН MosaicGNSS. Минимальными требования называются потому, что невыполнение любого из них означает несоответствие аппаратуры заявленной цели и ее непригодность для автономной навигации. Функциональные требования специфицируют (оставляя в стороне механические, электрические и другие характеристики), какие функциональные характеристики должны быть достигнуты.

#### Опорные орбиты

Определяются опорные орбиты трех типов — НОС, СИСЗ и ЭОС. Во всех случаях предполагается, что пространственная ориентация ИСЗ контролируется таким образом, что скорость вращения ИСЗ вокруг любой из осей составляет не более  $0,5...^{\circ}/с$ .

#### Низкоорбитальный спутник

В таблице Б.1 приведены параметры опорной орбиты НОС.

Таблица Б.1 — Параметры опорной орбиты (НОС)

Параметр	Значение	Примечание
Полуось, км	7792	Высота орбиты 1414 км
Эксцентриситет	0	Круговая орбита
Угол склонения, ... $^{\circ}$	52	—
Угол прямого восхождения, ... $^{\circ}$	0	—

Пространственная ориентация ИСЗ: ось  $X$  — в направлении полета, ось  $Y$  — по нормали к плоскости орбиты, ось  $Z$  — в направлении центра Земли.

Пространственная ориентация и параметры антенны: микрополосковая антенна с полусферической диаграммой направленности, пеленг расположен вдоль оси  $Z$  в отрицательном ее направлении, т. е. в направлении, противоположном надиру.

Предусматривается следующий маневр:

1. вращение из положения надира ( $0$ ) до угла тангажа  $+60^\circ$  со скоростью вращения  $0,5 \dots \text{ }^\circ/\text{с}$ ;
2. 5 мин полета при угле тангажа  $+60^\circ$ ;
3. вращение из угла тангажа  $+60^\circ$  до угла тангажа  $-60^\circ$  со скоростью вращения  $0,5 \dots \text{ }^\circ/\text{с}$ ;
4. 5 мин полета при угле тангажа  $-60^\circ$ ;
5. вращение из угла тангажа  $-60^\circ$  до надира со скоростью  $0,5 \dots \text{ }^\circ/\text{с}$ .

### **Стационарный искусственный спутник Земли**

В таблице Б.2 даны параметры опорной орбиты СИСЗ.

Таблица Б.2 — Параметры опорной орбиты (СИСЗ)

Параметр	Значение	Примечание
Полуось, км	42 164	Высота орбиты 32 768 км
Эксцентриситет	0	Круговая орбита
Угол склонения, $\dots^\circ$	0	Экваториальная орбита

Пространственная ориентация ИСЗ: ось  $X$  — в направлении полета, ось  $Y$  — по нормали к плоскости орбиты, ось  $Z$  — в направлении центра Земли.

Пространственная ориентация и параметры антенны: микрополосковая антенна с полусферической диаграммой направленности, пеленг расположен вдоль оси  $Z$  в положительном ее направлении, т. е. в направлении надира.

### Высокоэллиптическая орбита

В таблице Б.3 даны параметры опорной орбиты ВЭО.

Таблица Б.3 — Параметры опорной орбиты ВЭО

Параметр	Значение	Примечание
Полуось, км	26610	Высота 400...40 064 км
Эксцентриситет	0,7453	Орбита типа «Молния»
Угол склонения, ...°	63	Длительность витка 12 ч
Аргумент перигея, ...°	270	Над южным полушарием

Пространственная ориентация ИСЗ: ось  $Z$  — в направлении линии апсид на апогей.

Пространственная ориентация и параметры антенны: микрополосковая антенна с полусферической диаграммой направленности, пеленг расположен вдоль оси  $Z$  в отрицательном ее направлении, т. е. в направлении надира в апогее и в направлении, противоположном надире в перигее.

### Функциональные требования

Чтобы строго сформулировать требования, введем в рассмотрение два случая взаимного пространственного расположения ИСЗ и созвездия НС GPS — «под GPS» и «над GPS». В первом случае в поле радиовидимости непрерывно и в зоне радиовидимости находится четыре и более НС GPS, во втором случае в зоне радиовидимости находится не более трех НС GPS. Первый случай соответствует высотам полета до 10 000 км, а во втором случае высота полета превышает 30 000 км.

Здесь и далее  $C/N_0$  обозначает отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума.

## Захват сигнала и слежение за сигналом

### *Захват сигнала*

Следующий набор условий, называемый ниже “условия захвата сигнала”, должен выполняться для захвата сигнала:

- минимальное  $C/N_0$  на выходе приемной антенны составляет 36 дБГц для случая «под GPS»;
- минимальное  $C/N_0$  на выходе приемной антенны составляет 30 дБГц для случая «над GPS»;
- максимальное  $C/N_0$  на выходе приемной антенны составляет 50 дБГц для случаев как «над GPS», так и «под GPS»;
- доплеровский сдвиг частоты несущей не превышает  $\pm 65$  кГц для случая «под GPS»;
- доплеровский сдвиг частоты несущей не превышает  $\pm 2$  кГц для случая «над GPS»;
- скорость изменения доплеровского сдвига частоты несущей не превышает 78 Гц/с для случая «под GPS»;
- скорость изменения доплеровского сдвига частоты несущей не превышает 5 Гц/с для случая «под GPS».

Если выполнен набор этих условий, то должны удовлетворяться следующие требования.

Требование 1. «Над GPS» сигнал HC GPS, находящийся в зоне радиовидимости, без априорного знания вектора потребителя и альманаха GPS должен быть захвачен в течение 540 с.

Требование 2. «Под GPS» сигнал HC GPS, находящийся в зоне радиовидимости, без априорного знания вектора потребителя и альманаха GPS, должен быть захвачен в течение максимум 100 с, а среднее значение времени захвата не должно превышать 10 с.

### *Слежение за сигналом*

Если выполняются условия захвата сигнала, то должны удовлетворяться следующие требования.

Требование 3. «Над GPS» приемник должен быть способен осуществлять слежение за фазой несущей сигналов до трех НС GPS одновременно.

Требование 4. «Под GPS» приемник должен быть способен осуществлять слежение за фазой несущей сигналов до восьми НС GPS одновременно.

Требование 5. После захвата сигнала и начала слежения за фазой несущей сигнала приемник должен быть способен осуществлять слежение за фазой несущей сигналов непрерывно, если выполняются условия захвата сигнала.

### ***Перезахват сигнала***

Чтобы строго сформулировать требования, введем в рассмотрение два случая перезахвата: с потерей решения и без потери решения. В первом случае при потере слежения за сигналом в канале вектор состояния потребителя остается известным, во втором случае — становится неизвестным.

Требование 6. В случае без потери решения, если НС GPS находится в зоне радиовидимости и слежение за его несущей осуществлялось, но было прервано на 3 с или менее, приемник должен быть способен выполнить перезахват несущей сигнала в течение 2 с, если выполняются условия захвата сигнала.

Требование 7. В случае с потерей решения, если НС GPS находится в зоне радиовидимости и слежение за его несущей осуществлялось, но было прервано на 0,5 с или менее, приемник должен быть способен выполнить перезахват несущей сигнала в течение 2 с, если выполняются условия захвата сигнала.

## **Сырые измерения**

### ***Псевдодальность***

Требование 8. Приемник должен производить вычисления псевдодальности, используя C/A-код, до каждого из следимых НС GPS не реже чем один раз в секунду.

Требование 9. «Под GPS» СКП псевдодальности должна быть не более 5 м, если исключены внешние факторы, такие как селективный доступ, многолучевость, ионосферные эффекты и пр.

Требование 10. «Над GPS» СКП псевдодальности должна быть не более 15 м, если исключены внешние факторы, такие как селективный доступ, многолучевость, ионосферные эффекты и пр.

### ***Частота Доплера (псевдоскорость)***

Требование 11. Приемник должен производить вычисления псевдоскорости на частоте GPS  $L_1$  до каждого из следимых НС GPS не реже чем один раз в секунду.

Требование 12. «Под GPS» СКП псевдоскорости должна быть не более 1 см/с, если исключены внешние факторы, такие как селективный доступ, многолучевость, ионосферные эффекты и пр.

Требование 13. «Над GPS» СКП погрешности измерения псевдодальности должна быть не более 20 см/с, если исключены внешние факторы, такие как селективный доступ, многолучевость, ионосферные эффекты и пр.

### ***Интегрированные измерения псевдоскорости***

Требование 14. Приемник должен производить вычисления интегрированной псевдоскорости на частоте GPS  $L_1$  до каждого из следимых НС GPS не реже чем один раз в секунду.

Требование 15. Период интегрирования должен составлять 1 с, измеренную как временной интервал между двумя последовательными секундными метками времени по внутренней шкале приемника.

Требование 16. СКП интегрированной псевдоскорости должна быть не более 3 см, если исключены внешние факторы, такие как селективный доступ, многолучевость, ионосферные эффекты и пр.

### ***Синхронизация сырых измерений***

Требование 17. Сырые измерения должны быть синхронизированы с GPS-временем.



## Вторичная обработка

Здесь и ниже мы будем использовать следующие определения.

Следимым называется спутник, сигнал которого отслеживается замкнутыми следящими петлями приемника.

Валидным (англ. valid) называется следимый спутник, который не исключен алгоритмом контроля целостности и на который есть текущие эфемериды.

### *Общие требования*

Требование 18. В приемнике должны быть реализованы два метода вторичной обработки — динамический и кинематический.

Требование 19. Должна быть предусмотрена возможность перехода от кинематического метода к динамическому и обратно.

Требование 20. Приемник должен быть способен использовать кинематический метод при наличии более трех валидных НС GPS в зоне радиовидимости.

Требование 21. Приемник должен быть способен использовать динамический метод при наличии более одного валидного НС GPS в зоне радиовидимости.

Требование 22. При применении динамического метода вектор потребителя должен быть представлен в инерционной системе координат J2000. Представление в системе координат, связанной с Землей, не является обязательным.

Требование 23. При использовании кинематического метода вектор потребителя должен быть представлен в системе координат, связанной с Землей. Представление в инерционной системе координат J2000 не является обязательным.

Требование 24. Должна использоваться шкала времени GPS.

Требование 25. Алгоритмы навигационного планирования должны предусматривать использование информации о пространственной ориентации ИСЗ, получаемой от бортовых инерциальных систем.

Требование 26. Если информация о пространственной ориентации ИСЗ недоступна, то навигационное планирование должно предусматривать ориентацию антенны в надир с осью  $Z$ , направленной к Земле, а осью  $Y$  — по нормали к орбите.

В таблице Б.4 приведены системы координат и шкалы времени, которые должны использоваться в приемнике. В таблице использованы сокращения ECEF — Earth Centered Earth Fixed (начало координат расположено в центре масс Земли и направления осей связаны с Землей) и ECI — Earth Centered Inertial (геоцентрическая инерциальная система координат).

Таблица Б.4 — Использование систем координат и шкал времени

Параметр	Кинематический метод	Динамический метод
Шкала времени (инициализация приемника)	GPS, UTC <sup>10</sup>	GPS, UTC <sup>1</sup>
Шкала времени (выходные данные)	GPS, UTC <sup>11</sup>	GPS, UTC <sup>2</sup>
Внешние (инициализационные) местоположение и скорость	ECI	ECI
Выходные местоположение и скорость	ECEF, ECI <sup>2</sup>	ECI, ECEF

### ***Режимы навигации***

<sup>10</sup> В инициализации может также использоваться время по шкале времени GPS и разница между шкалами времени GPS и UTC.

<sup>11</sup> Опция.

Требование 27. Приемник должен использовать кинематический метод навигации, если число следимых спутников больше трех.

Требование 28. Динамический метод навигации должен использоваться по команде и при наличии начального вектора потребителя (от кинематического решения или от внешнего источника данных).

Требование 29. Приемник должен использовать динамический метод навигации, если невозможно использовать кинематический метод навигации.

### ***Секундная метка времени***

Если приемник определяет вектор потребителя, то секундная метка времени синхронизирована с временем GPS таким образом, что передний фронт импульса секундной метки соответствует началу очередной секунды по шкале времени GPS. Если же вектор потребителя не определяется приемником, то передний фронт импульса секундной метки соответствует началу очередной секунды по внутренней шкале приемника.

Требование 30. Приемник должен обеспечивать импульс секундной метки времени.

Требование 31. Выходное сообщение приемника, содержащее вектор потребителя, должно содержать информацию об абсолютном времени (по шкале времени GPS) переднего фронта первого следующего за этим сообщением импульса секундной метки времени.

Требование 32. Выходное сообщение приемника, содержащее вектор потребителя, должно посылаться не позже чем за 100 мс до переднего фронта следующего за этим сообщением импульса секундной метки времени.

### ***Погрешности определения вектора потребителя***

Требование 33. Для опорной орбиты НОС, определенной в таблице Б.1 СКП определения трех координат должна быть не более 15 м, СКП определения скорости — не более 50 см/с, СКО погрешности определения времени — не более 120 нс.

Требование 34. Для опорной орбиты СИСЗ, определенной в таблице Б.2 СКП определения трех координат должна быть не более 150 м, СКП определения скорости — не более 20 см/с, СКО погрешности определения времени — не более 750 нс.

Требование 35. Для опорной орбиты ВЭО, определенной в таблице Б.3 СКП определения трех координат должна быть не более 300 м, СКП определения скорости — не более 5 см/с, СКО погрешности определения времени — не более 1000 нс.

### ***Время первого решения***

Время первого решения определяется как промежуток времени от включения приемника до первого определения вектора состояния потребителя, такого что определяются три пространственные координаты местоположения при наличии минимум четырех валидных спутников в зоне радиовидимости.

Условия теплого старта определяются как наличие в приемнике априорного знания о векторе состояния потребителя и знания альманаха GPS, причем СКП местоопределения не превышает 100 км, СКП скорости не выше 500 м/с, СКП определения времени 15 с, возраст альманаха не более четырех недель.

Условия холодного старта определяются как отсутствие в приемнике любого априорного знания.

Требование 36. С вероятностью 95 процентов время до первого решения при холодном старте должно быть меньше чем шесть минут.

Требование 37. С вероятностью 95 процентов время до первого решения при теплом старте должно быть меньше чем три минуты.

### ***Контроль целостности решения***

Требование 38. В навигационном решении не должны участвовать сырые измерения от тех спутников, которые объявлены нездоровыми в навигационном сообщении (т. е. в эфемериде или в альманахе).

Требование 39. Каждое местоположение НС GPS, полученное на основе эфемериды, должно сравниваться с местоположением НС GPS, полученным на

основе альманаха. Если модуль вектора разности местоположений превышает 100 км, этот HC GPS должен быть исключен из решения.

Требование 40. Если следимы пять и более HC GPS и используется метод кинематической навигации, должен проводиться тест по критерию «хи-квадрат», при этом вероятность ложной тревоги должна быть 0,0001.

Требование 41. Если следимы шесть и более HC GPS и используется метод кинематической навигации, должно проводиться исключение сырых измерений ошибочных спутников.

Требование 42. Если используется метод динамической навигации, то должен использоваться алгоритм обнаружения ошибочных псевдодальностей, использующий невязки псевдодальностей, определяемые как разность между измеренными и предсказанными псевдодальностями.

Требование 43. Если контроль целостности решения исключил сырые измерения по какому-то спутнику, то этот спутник должен быть объявлен невалидным на 300 с.