

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

---

**«Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)»**

На правах рукописи

**Лукин Владимир Николаевич**

**МОДЕЛИ И МЕТОДИКИ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ПРОЦЕССОМ ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА**

Специальность 05.02.23 – «Стандартизация и управление качеством продукции»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
кандидат технических наук,  
доцент В. В. Яценко

Санкт-Петербург

2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА...	12
1.1. Схемы и модели процесса передачи голосового трафика.....	12
1.1.1. Структурная схема передачи голосового трафика.....	12
1.1.2. Модель системы управления процессом с обратной связью.....	14
1.1.3. Статистическая модель процесса передачи голосового трафика.....	16
1.1.3.1. Характеристики качества процесса передачи голосового трафика .....	16
1.1.3.2. Модель временного ряда значений характеристики ACD.....	20
1.1.3.3. Модель временного ряда значений характеристики ASR .....	29
1.2. Методы статистического мониторинга процесса передачи голосового трафика. Методика Брутлага.....	32
1.3. Выводы по главе 1 .....	35
ГЛАВА 2. ОБЗОР МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ .....	36
2.1. Статистическое управление процессами .....	36
2.2. Карта контроля процесса .....	39
2.3. Основные карты контроля процесса.....	40
2.3.1. Контрольные карты Шухарта .....	41
2.3.2. Карта кумулятивных сумм.....	44
2.3.3. Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних.....	46
2.4. Методики построения карт контроля процессов со сложной структурой .	47
2.4.1. Методики построения карт контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики .....	47

2.4.1.1. Обзор методик .....	48
2.4.1.2. Методика построения карты контроля на основе метода взвешенной дисперсии .....	53
2.4.1.3. Методика построения карты контроля на основе кривых Джонсона .....	56
2.4.2. Методики построения карт контроля автокоррелированных и нестационарных процессов .....	62
2.4.2.1. Обзор методик .....	62
2.4.2.2. Методика Алвана и Робертса.....	65
2.4.2.3. Методика Мюнза и Карла .....	68
2.5. Методики экономического планирования карт контроля процесса. Обзор методик.....	69
2.6. Выводы по главе 2 .....	71
<b>ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИК СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА .....</b>	<b>73</b>
3.1. Методика построения карты контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики.....	73
3.2. Методика построения карты контроля циклостационарного процесса.....	77
3.3. Методика экономического планирования карты контроля процесса со сложной структурой.....	80
3.4. Система методик статистического управления процессом передачи голосового трафика .....	83
3.5. Выводы по главе 3 .....	84
<b>ГЛАВА 4. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ДССП РАЗРАБОТАННОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДИК СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА.....</b>	<b>86</b>

4.1. Сравнительный анализ качества ДССП методик построения карт контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики .....	86
4.2. Сравнительный анализ качества ДССП методик построения карт контроля процесса передачи голосового трафика.....	97
4.3. Выводы по главе 4 .....	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	108
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	112
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	114
ПРИЛОЖЕНИЕ А – Таблицы констант коррекции смещения .....	124
ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Таблицы оценок $\alpha$ - и $(1-\beta)$ - вероятностей выхода точки за контрольные пределы карт.....	125
ПРИЛОЖЕНИЕ В – Данные, используемые для построения контрольных карт временного ряда значений ASD .....	127

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Современная тенденция развития стандартов на системы менеджмента качества (СМК) демонстрирует все больше примеров прямого указания на приведение процессов в стабильное состояние и/или поиск коренной причины, приводящей к нежелательной изменчивости процессов. Здесь можно сослаться как непосредственно на отраслевые требования к СМК (в частности, ИСО/ТУ 16949-2009, п. 7.5.1.1 [5], IRIS, п. 8.3.1 [20]), так и на руководства по применению статистических методов при реализации требований ISO/DIS 9001:2014 [26] (например, ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005. Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001 [4]). И в этом контексте одним из важнейших условий предоставления организацией продукции (и услуг) высокого уровня качества, является корректная диагностика состояния стабильности процессов (ДССП). Она даёт ответ на вопрос: «Процесс стабилен или нестабилен?». Минимизация ошибок идентификации состояния стабильности процесса 1-го рода (ложная тревога) и 2-го рода (пропуск сигнала) позволяет организациям сократить потери и повысить качество предоставляемой продукции (и услуг).

Для телекоммуникационной компании, предоставляющей услуги передачи голосового трафика, крайне важно оперативно выявлять случаи ухудшения качества связи и предпринимать действия по устранению их причин. Отсутствие оперативного и результативного мониторинга процесса передачи голосового трафика приводит к высоким рискам потери клиента, а, соответственно, и к возможным финансовым потерям организации. Средняя длительность телефонного разговора, *ACD*, и коэффициент успешности соединения, *ASR*, (из стандарта ITU-T Recommendation E.411 [64] и ряда руководств по использованию телекоммуникационного программного обеспечения) являются отраслевыми характеристиками качества процесса передачи голосового трафика, используемыми транзитными операторами связи. Временным рядам значений

этих характеристик свойственна сложная структура данных (циклостационарность, асимметрия распределения и др.).

Используемые в телекоммуникациях методы статистического мониторинга процесса передачи голосового трафика (в которых пороговые значения могут быть заданы на основе отраслевой практики (экспертом) или на основе анализа временных рядов) приводят к совершению большого количества ошибок 1-го и 2-го рода, так как плохо учитывают (или вовсе не учитывают) сложную структуру данных, свойственную временным рядам значений характеристик *ACD* и *ASR*.

Статистическому управлению процессами со сложной структурой данных посвящены работы как российских (Ю.П. Адлер [1, 2, 32], В.В. Ефимов [6], О.И. Илларионов [7-9], В.Н. Клячкин [11-13], Л.А. Кузнецов [14], В.И. Нечаев [25], А.И. Орлов [21], М.И. Розно [27], В.Л. Шпер [1, 2, 32], В.В. Яценко [18, 19, 79, 80] и др.), так и зарубежных учёных (Б. Аббаси [36], Л. Алван [37], Дж. Бокс [44, 45], В. Вудал [70, 107], М. Кху [47, 71], Д. Монтгомери [90, 107], Р. Нельсон [87], У. Паджетт [88], Д. Уиллер [103, 104], Ф. Чубине [52, 53] и др.). Однако существующие методики статистического управления процессами лишь частично учитывают структуру данных, свойственную временным рядам значений характеристик *ACD* и *ASR*.

Так отсутствуют методики одномерного статистического контроля процессов (как стационарных, так и нестационарных) с асимметричным распределением значений характеристики (представляющей собой статистику положения: среднее, медиану или др.), соответствующие следующим критериям: низкая вероятность совершения ошибок 1-го и 2-го рода, наличие вычислительной робастности контрольных пределов, отсутствие нелинейных преобразований исходных данных.

Существующие методики статистического управления нестационарными (в том числе циклостационарными) процессами не учитывают возможность сезонной вариации значений дисперсии и возможность неравного объёма выборки внутри подгрупп.

Отсутствуют методики экономического планирования карт контроля циклоstationарных процессов.

Помимо отрасли электро- и радиосвязи, процессы со схожей (частично) структурой данных присутствуют в таких отраслях, как химическая промышленность, машиностроение и металлообработка, промышленность строительных материалов, информационно - вычислительное обслуживание.

В связи с вышесказанным, актуальной задачей является разработка методик статистического управления процессом передачи голосового трафика, способных улучшить качество ДССП, что и обусловило выбор темы диссертационной работы.

**Целью диссертационного исследования** является улучшение качества диагностики состояния стабильности процесса передачи голосового трафика на основе разработки моделей и методик статистического управления процессом.

**Основные задачи исследования:**

1. Провести анализ пригодности существующих методов статистического управления процессами применительно к передаче голосового трафика.
2. Разработать модели и методики статистического управления процессом передачи голосового трафика.
3. Провести сравнительный анализ качества диагностики состояния стабильности процесса передачи голосового трафика методик построения карт контроля.
4. Определить оптимальные параметры плана контроля процесса передачи голосового трафика.

**Объектом исследования** является процесс передачи голосового трафика.

**Предметом исследования** являются методы статистического управления процессом передачи голосового трафика.

**Основными методами исследования** являются методы математического моделирования случайных процессов, методы сравнения чувствительности контрольных карт и методы экономического планирования карт контроля.

**Показатели качества** диагностики состояния стабильности процесса, используемые в диссертационной работе:

- оценки вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода;
- оценка суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода (комплексный показатель).

**Область исследования** соответствует пунктам 1. «Методы анализа, синтеза и оптимизации, математические и информационные модели состояния и динамики качества объектов», 2. «Стандартизация, метрологическое обеспечение, управление качеством и сертификация», 3. «Методы стандартизации и менеджмента (контроль, управление, обеспечение, повышение, планирование) качества объектов и услуг на различных стадиях жизненного цикла продукции», 4. «Квалиметрические методы оценки качества объектов, стандартизации и процессов управления качеством» паспорта специальности 05.02.23 – «Стандартизация и управление качеством продукции».

**Основные результаты и положения, выносимые на защиту:**

1. Модель процесса передачи голосового трафика.
2. Методика построения карты контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики, основанная на аналитической связи между моментами и параметрами функции распределения и параметрической бутстреп-процедуре вычисления контрольных пределов.
3. Методика построения карты контроля циклостационарного процесса, основанная на вычислении контрольных пределов по точкам, расположенным относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов (в которых процесс стационарен), и оценке состояния стабильности циклостационарного процесса при помощи критериев серий.
4. Методика экономического планирования карты контроля процесса со сложной структурой, в которой использованы современные возможности хранения и анализа большого объёма информации.

5. Система методик статистического управления процессом передачи голосового трафика, позволяющая улучшить качество ДССП.

**Научная новизна диссертационного исследования:**

1. Разработана методика построения карты контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики, основанная на параметрической бутстреп-процедуре. Новизна методики заключается в вычислении робастных оценок параметров распределения, использование которых позволяет рассчитывать корректные оценки контрольных пределов на основе частично неоднородных данных.

2. Разработана методика построения карты контроля циклостационарного процесса. Разработанная методика, в отличие от альтернативных методик, основана на вычислении контрольных пределов по точкам, расположенным относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов.

3. Разработана методика экономического планирования карты контроля процесса со сложной структурой. Новизна методики заключается в вычислении значения суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода на основе данных из ранее анализированных практических ситуаций (в отличие от альтернативных методик, предлагающих вычислять вероятности ошибок 1-го и 2-го рода на основе теоретических моделей распределения).

4. Впервые проведён сравнительный анализ качества ДССП разработанной и альтернативных методик построения карт контроля процесса со сложной структурой на основе показателя суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода.

**Теоретическая значимость работы.** На основе сравнительного анализа качества ДССП разработанных и альтернативных методик построения карт контроля доказано, что при определённых условиях разработанные методики являются оптимальными. Расширена область применения экономического планирования карт контроля: разработанная методика позволяет определять оптимальные параметры плана контроля не только стационарного, но и нестационарного процесса.

**Практическая значимость работы:**

1. Разработаны модели временных рядов значений отраслевых характеристик (*ACD*, *ASR*) процесса передачи голосового трафика.

2. Разработана методика построения карт контроля процесса передачи голосового трафика, учитывающая его сложную структуру.

3. Проведён сравнительный анализ качества ДССП разработанной и альтернативных методик построения карт контроля для процесса передачи голосового трафика (на примере временного ряда значений *ACD*). Показано, что качество ДССП разработанной методики в 2 раза (и более) превосходит качество ДССП альтернативных методик, что эквивалентно двукратному сокращению потерь в финансовом выражении.

4. При помощи разработанной методики экономического планирования карты контроля процесса со сложной структурой найдены оптимальные параметры плана контроля процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений *ACD*.

5. Помимо отрасли электро- и радиосвязи, разработанные в диссертации методики могут применяться для диагностики состояния стабильности процессов со сложной структурой из таких отраслей, как химическая промышленность, машиностроение и металлообработка, промышленность строительных материалов, информационно - вычислительное обслуживание и др.

**Достоверность научных результатов** подтверждается корректностью применения математического аппарата и компьютерного моделирования, адекватностью экспертных оценок, положительными результатами использования методик, предложенных в диссертации, на практике, а также публикацией и обсуждением основных результатов исследований.

**Апробация и внедрение результатов работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались на 6 научно-технических и научно-практических конференциях, в их числе: XIII Международная научно-практическая конференция «Управление качеством» (МАТИ, Москва, 2014 г.), VIII

и VI Всероссийские научно-практические конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Современные проблемы менеджмента» (СПбГЭТУ, Санкт-Петербург, 2014 – 2015 гг.), IEEE NW Russia Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conferences (Санкт-Петербург, 2014 – 2015 гг.).

Результаты исследований, выполненных в диссертационной работе, вошли в основу автоматизированной системы мониторинга телекоммуникационных показателей качества, разработанной на предприятии ООО «Телесофт», что подтверждено актом внедрения. Система мониторинга используется в телекоммуникационных компаниях Lanck Telecom Limited и ООО «Смарт Телеком», что подтверждено соответствующими документами.

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 12 научных работ, в том числе 5 публикаций в ведущих рецензируемых научных изданиях.

## ГЛАВА 1. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА

### 1.1. Схемы и модели процесса передачи голосового трафика

#### 1.1.1. Структурная схема передачи голосового трафика

Рынок международной голосовой связи продолжает расти. Объём международного голосового трафика в 2014 году вырос на 5% по сравнению с 2013 годом и составил более 550 миллиардов минут [82, 98].

По сравнению с мобильной и стационарной голосовой связью, стремительно растут объёмы голосового трафика, переданного через интернет (voice over internet protocol, VoIP), и составляют уже 40% от общего объёма звонков [98]. Этому способствует всё большее распространение компьютерных и мобильных VoIP - приложений (Skype, Viber, Vonage и др.). Главным достоинством VoIP - технологии является низкая стоимость передачи трафика.

При передаче голосового трафика на значительные расстояния (например, с одного континента на другой) большую роль играют транзитные операторы связи, использующие VoIP - технологию. Транзитный оператор – это провайдер, связывающий оператора-клиента (у которого есть трафик от абонентов, инициирующих звонки – стороны А) с оператором-поставщиком (который может доставить трафик до конечных абонентов – стороны Б).

Так как обычно оператор-клиент предоставляет своим абонентам практически все возможные телекоммуникационные направления голосовой связи (группы телефонных кодов, продаваемые по определённым ценам), ему предварительно необходимо заключить договоры с операторами-поставщиками этих направлений (примеры направлений: Россия, мобильная сеть МТС; Испания, Мадрид и т.д.), после чего маршрутизировать трафик на них. Обычно конечный оператор-поставщик (с собственными абонентами) предоставляет лишь несколько

телекоммуникационных направлений, поэтому оператору-клиенту нужно заключать договоры с множеством операторов-поставщиков, что достаточно проблематично осуществить. С другой стороны, оператор-поставщик заинтересован в привлечении как можно большего объёма трафика. Однако это сопряжено с большим количеством договоров с операторами-клиентами, а, соответственно, и с потенциальными финансовыми рисками (например, один или несколько операторов-клиентов могут не заплатить за услуги передачи трафика). Поэтому как операторам-поставщикам, так и операторам-клиентам, зачастую выгодно работать с компанией-посредником – транзитным оператором связи [24].

Пример структурной схемы передачи голосового трафика с участием транзитного оператора представлен на рисунке 1. Абонент А, инициирует звонок из России в Колумбию при помощи VoIP-приложения «Voxofon». У оператора абонента А («Voxofon») есть выбор из трёх поставщиков – транзитных операторов голосовой связи. В соответствии с некоторыми критериями (ценой на направление и качеством передачи трафика, предоставляемых транзитными операторами) оператор А направляет трафик на одного из транзитных операторов (1.1). В свою очередь транзитный оператор 1.1 также имеет выбор из трёх поставщиков – транзитных операторов и направляет голосовой трафик на оператора 2.1. Тот направляет трафик на оператора-поставщика «Comcel», доставляющего сигнал до своего абонента (сторона Б).

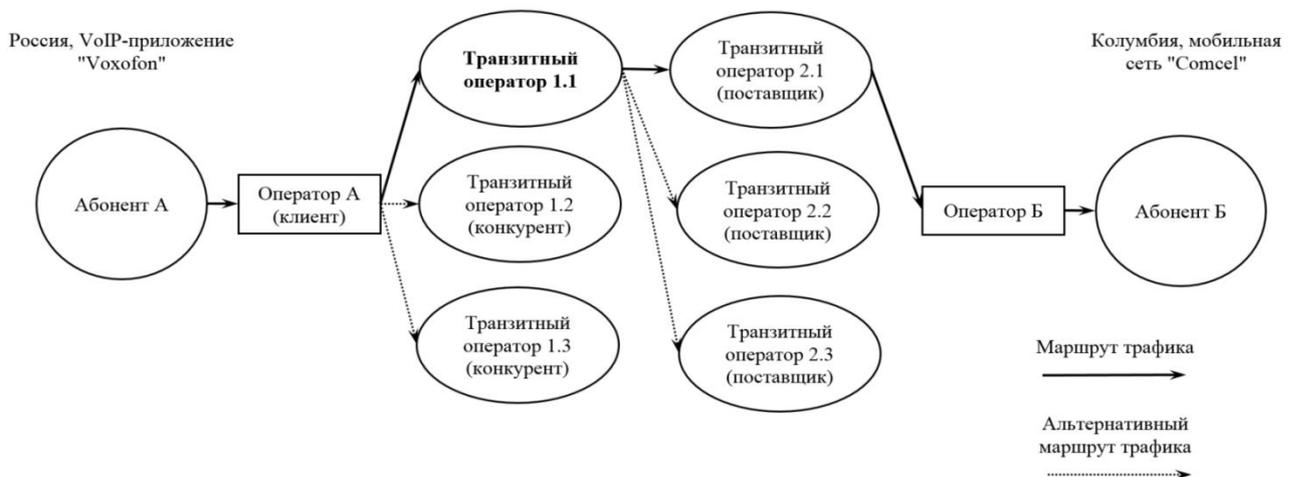


Рисунок 1 – Структурная схема передачи голосового трафика

### 1.1.2. Модель системы управления процессом с обратной связью

В соответствии с проектом международного стандарта ISO/DIS 9001:2014 при проектировании СМК организации следует применять процессный подход [26]. Процесс передачи голосового трафика с точки зрения транзитного оператора связи может быть представлен графически на основе модели системы управления с обратной связью, рекомендуемой в ссылочном руководстве «Статистическое управление процессами. SPC.» [28].

Модель системы управления процессом передачи голосового трафика транзитным оператором (с обратной связью) представлена на рисунке 2. В соответствии с этой моделью поставщиком исследуемого процесса является процесс «передача голосового трафика оператором - клиентом от абонента А». Входом процесса является голосовой трафик от оператора - клиента. Сам процесс «передача голосового трафика транзитным оператором» декомпозирован на два процесса: «передача голосового трафика от оператора - клиента до оператора - поставщика» и «передача голосового трафика оператором - поставщиком до абонента Б». Выходом процесса «передача голосового трафика транзитным оператором» является информация о переданном трафике, представленная в виде файлов подробных записей о вызовах (call detail record, CDR).

Ухудшение качества передачи голосового трафика может выражаться в отбоях звонков (вопреки желанию абонентов), наличии шумов, помех, эха, прерываний сигнала, искажение голоса и т.д.

Оператор - клиент на основе информации из файлов CDR, а также (в некоторых случаях) при помощи информации из жалоб абонентов и аудиозаписей звонков, производит анализ качества передачи голосового трафика. Основными инструментами анализа качества передачи голосового трафика, используемыми оператором - клиентом, являются методы статистического мониторинга процесса. В случае неудовлетворительного качества передачи голосового трафика «голос потребителя» (оператора - клиента) может быть выражен двумя способами:

- транзитному оператору может быть отправлена жалоба (trouble ticket) с требованием улучшить качество передачи голосового трафика;
- через транзитного оператора может быть прекращена передача голосового трафика (снятие трафика).

Если в первом случае транзитный оператор ограничивается только потенциальными потерями (от ухудшения своей репутации) и ещё может провести корректирующие действия по устранению причины проблемы, то во втором случае транзитному оператору гораздо сложнее исправить ситуацию, и он несёт значительные финансовые потери от снятия клиентского трафика. Таким образом, управление только на основе «голоса потребителя» является неэффективным.



Рисунок 2 – Модель системы управления процессом с обратной связью

Гораздо более эффективным является управление на основе «голоса процесса». Обычно ухудшение качества передачи голосового трафика происходит практически мгновенно (а не постепенно), что сразу отражается на статистических характеристиках процесса. Поэтому задача транзитного оператора, в первую очередь, сводится к *максимально оперативной идентификации ухудшения качества передачи голосового трафика* (при помощи методов статистического мониторинга процесса). Такая оперативная

идентификация позволит своевременно искать и устранять причины ухудшения качества передачи голосового трафика (до того, как наличие ухудшения качества обнаружит оператор - клиент). При реализации подобной стратегии поиска и устранения причин – для транзитного оператора его действия будут корректирующими (так как являются реакцией на обнаруженное им несоответствие), а по отношению к оператору - клиенту действия транзитного оператора будут предупреждающими (так как они выполняются до обнаружения оператором - клиентом несоответствия) [26].

### **1.1.3. Статистическая модель процесса передачи голосового трафика**

#### **1.1.3.1. Характеристики качества процесса передачи голосового трафика**

В стандарте TL 9000 (Measurements Handbook) определён ряд метрик, на основе которых может быть произведена оценка эффективности СМК телекоммуникационной компании. Однако этот стандарт предназначен для поставщиков, предоставляющих телекоммуникационное оборудование, программное обеспечение и их сервисное обслуживание (установку, поддержку пользователей и т.д.), а не для транзитных операторов связи [100].

В стандартах ITU-T международного союза электросвязи (МСЭ) приведены характеристики, используемые операторами связи для анализа качества услуг передачи VoIP - трафика. Так в рекомендации ITU-T Y.1540 описаны следующие характеристики качества передачи трафика (обычно обозначаемые аббревиатурой QoS – quality of service) [67]:

1) Производительность сети оператора определяется как скорость передачи данных, измеряемая в битах в секунду. С увеличением производительности сети повышается вероятность передачи голосового трафика без потерь в качестве.

2) Задержка доставки пакета IP (IP packet transfer delay, IPTD). Характеристика IPTD определяется как время ( $t_2 - t_1$ ) между двумя событиями –

вводом пакета во входную точку сети в момент  $t_1$  и выводом пакета из выходной точки сети в момент  $t_2$ . Также в рекомендации ITU-T Y.1540 приведены характеристики среднего, медианы и минимального значения IPTD.

3) Вариация задержки (джиттер) пакета IP (IP packet delay variation, IPDV). Для IP - пакета с индексом  $k$  характеристика IPDV ( $V_k$ ) определяется между входной и выходной точками сети в виде разности между абсолютной величиной задержки  $X_k$  при доставке пакета с индексом  $k$ , и определённой эталонной величиной задержки доставки пакета IP  $d_{1,2}$  для тех же сетевых точек  $V_k = X_k - d_{1,2}$ . Джиттер проявляется в том, что последовательные прибывают к получателю в нерегулярные моменты времени. При телефонном разговоре это приводит к искажениям звука и, в результате, к тому, что речь становится неразборчивой [34].

4) Коэффициент потери пакетов IP (IP packet loss ratio, IPLR). Коэффициент IPLR определяется как отношение суммарного числа потерянных пакетов к общему числу принятых в выбранном наборе переданных и принятых пакетов. Потери пакетов в сетях IP возникают в том случае, когда значение задержек при их передаче превышает некоторое нормированное значение. При передаче VoIP - трафика пакеты, пришедшие к получателю с задержкой, превышающей нормированное значение, отбрасываются, что ведет к провалам в принимаемой речи [34].

Среднее значение экспертной оценки (MOS) является комплексной характеристикой (субъективной оценкой), используемой в качестве альтернативы характеристикам QoS. Методика вычисления оценки MOS описана в рекомендации ITU-T P.800 [65]. В соответствии с этой методикой качество голосового трафика оценивается как арифметическое среднее от всех оценок, выставяемых экспертами после прослушивания тестируемого тракта передачи. Значения MOS ранжируются по 5-балльной шкале: от 1 (плохое качество голоса) до 5 (отличное качество голоса). В настоящее время также используются технологии, позволяющие выставять оценки MOS без участия человека.

Однако основными характеристиками, используемыми на рынке транзитного VoIP для мониторинга и анализа качества передачи голосового трафика, являются средняя длительность телефонных разговоров (average call duration,  $ACD$ ) и коэффициент успешности соединения (answer seizure ratio,  $ASR$ ) [24, 35, 95, 96].

Значение характеристики  $ACD$  (в качестве единицы измерения которой обычно используют минуту) вычисляется исходя из формулы:

$$ACD = \sum_{j=1}^n CD_j / n, \quad (1)$$

где  $CD_j$  – длительность  $j$ -го телефонного разговора;  $j$  – номер разговора в подгруппе;  $n$  – количество телефонных разговоров (с длительностью) в подгруппе.

Характеристика  $ACD$  используется транзитными операторами связи как для оценки спроса на телекоммуникационное направление, так и для оценки качества передачи голосового трафика. Несмотря на то, что данная характеристика оценивает качество связи не напрямую (а косвенно), снижение значения  $ACD$  на телекоммуникационном направлении обычно свидетельствует об ухудшении качества голосового трафика (абоненты преждевременно заканчивают разговор или обрывают связь). Это подтверждено исследованием из работы [62], в соответствии с которым существует достаточно сильная корреляция между значениями характеристик  $MOS$  и  $ACD$  при низком и среднем уровнях качества связи (значения  $MOS$  от 1 до 3,5).  $ACD$ , как и  $MOS$ , являются комплексными оценками качества голосового трафика, в отличие от характеристик  $QoS$  (каждую из которых рассматривают отдельно). Однако процедуры прослушивания и оценивания качества голоса, необходимые для вычисления значения характеристики  $MOS$ , являются сравнительно дорогими, в то время как для вычисления значения  $ACD$  необходима лишь информация о длительностях телефонных разговоров из файлов  $CDR$ .

Так как первоочередной задачей транзитного оператора является оперативное выявление *наличия* ухудшения качества голосового трафика, для

этого целесообразно проводить мониторинг значений характеристики  $ACD$ , а уже впоследствии, при необходимости более глубокого анализа (например, для определения причин ухудшения качества связи), использовать характеристики QoS и MOS (обычно основной причиной ухудшения качества голосового трафика является проблема на стороне оператора - поставщика, поэтому анализ значений этих характеристик на практике происходит редко).

Значение характеристики  $ASR$  вычисляется по формуле:

$$ASR = \frac{n}{r} \cdot 100\% , \quad (2)$$

где  $r$  – общее количество попыток дозвониться в подгруппе.

Характеристика  $ASR$ , описание которой приведено в рекомендации ITU-T E.411 [64], отражает способность сети обеспечить соединение между абонентами (для заданного телекоммуникационного направления). Как и  $ACD$ ,  $ASR$  является косвенной оценкой качества передачи голосового трафика, так как на неё влияет и поведение абонентов (например, абонент может не ответить на вызов из-за того, что был далеко от телефона, а не из-за проблем сети).

Одной из важных причин, по которой транзитный оператор использует характеристики  $ACD$  и  $ASR$  для мониторинга и анализа качества голосового трафика, является их связь с финансовым показателем (маржи).

Если  $C_{cli}$  – цена минуты разговора для оператора - клиента (за доставку трафика транзитным оператором по телекоммуникационному направлению), а  $C_{sup}$  – цена минуты разговора для транзитного оператора (за доставку трафика оператором - поставщиком по тому же телекоммуникационному направлению), то маржа ( $Mrg$ ) транзитного оператора (за некоторый промежуток времени) вычисляется по формуле:

$$Mrg = (C_{cli} - C_{sup}) \cdot ACD \cdot ASR \cdot \frac{r}{100\%} . \quad (3)$$

Модель процесса передачи голосового трафика может быть описана через модели временных рядов значений характеристик процесса ( $ACD$  и  $ASR$ ). Для

этого было выбрано несколько телекоммуникационных направлений транзитного оператора, по которым передавался голосовой трафик клиента. Для каждого выбранного направления был собран большой объём данных о телефонных звонках (информация из файлов CDR и аудиозаписи телефонных разговоров). Для обеспечения условий стабильности процесса передачи голосового трафика был проведён анализ качества связи. Сначала в соответствии с рекомендацией ITU-T Q.931 анализировались причины разъединения (disconnect causes, dc) звонков (с длительностью и без длительности) [66]. Звонки, разъединённые по причинам, связанным с перегрузкой или отказом сети связи (например, dc №34 «нет схемы доступа / канала» или dc №66 «типа канала не поддерживается»), удалялись из выборки. Затем посредством выполнения процедуры прослушивания аудиозаписей звонков, описанной в рекомендации ITU-T P.800, группа экспертов оценивала качество связи каждого звонка (с длительностью) по 5-балльной шкале (используемой при оценке MOS). Звонки с оценкой ниже 3,5 баллов удалялись из выборки. Оставшаяся выборка звонков (с длительностью и без длительности) использовалась для расчёта характеристик *ACD* и *ASR*.

### **1.1.3.2. Модель временного ряда значений характеристики ACD**

Так как задачей транзитного оператора является максимально оперативная идентификация ухудшения качества передачи голосового трафика, ему необходим как можно более частый сбор данных (в подгруппы) для расчёта значений характеристик процесса и их последующего мониторинга. Обычно значения характеристики *ACD* (как и *ASR*) рассчитываются на основе собранных данных (автоматически) каждые 10 минут или 1 час. При этом в различные промежутки времени количество звонков непостоянно (неравный объём выборки в подгруппах).

Ранее отобранная выборка звонков для каждого телекоммуникационного направления была разбита на подгруппы с интервалом группировки данных в 1

час. Для каждой  $i$ -й подгруппы вычислены среднее ( $ACD_i$ ) и выборочная дисперсия ( $DCD_i$ ) значений длительности телефонных разговоров ( $CD_{ij}$ ). В результате были построены временные ряды значений  $ACD$  и  $DCD$ .

Пример временных рядов значений  $ACD$ ,  $DCD$  и  $n$  для одного из телекоммуникационных направлений представлен на рисунке 3. Из этого рисунка видно, что временным рядам свойственна циклическая структура данных с периодом ( $T$ ) в одни сутки. При этом структура данных в будние дни несколько отличается от структуры данных в выходные дни.

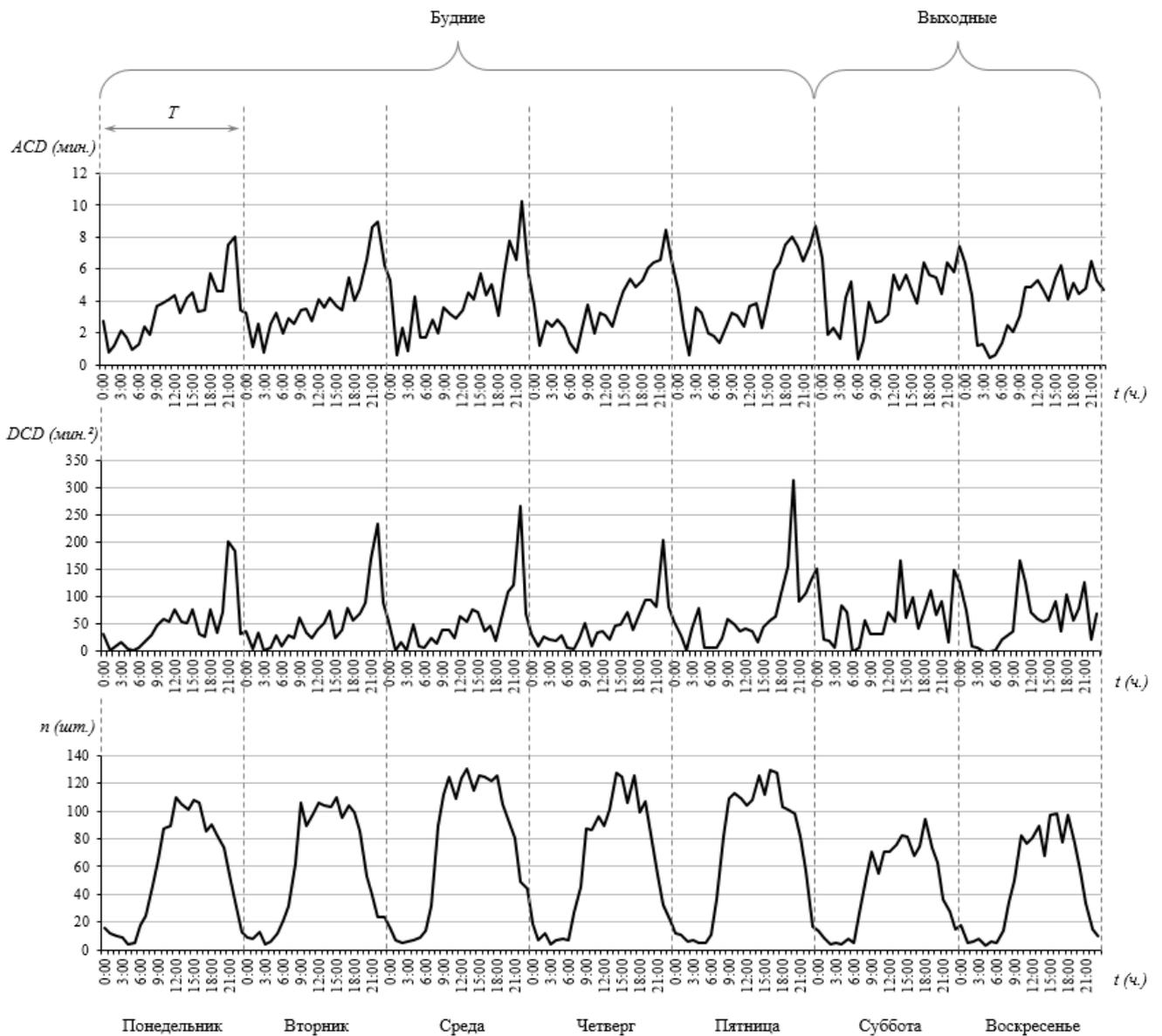


Рисунок 3 – Временные ряды значений  $ACD$ ,  $DCD$  и  $n$

Для анализа временного ряда значений  $ACD$  (за будние дни) была построена его выборочная автокорреляционная функция (АКФ), см. рисунок 4, *а*. График АКФ иллюстрирует зависимость величины коэффициента корреляции ( $R$ ) двух временных рядов (самого ряда значений  $ACD$  и ряда, сдвинутого на некоторую величину – лаг) от величины лага. Значение  $R$  двух временных рядов вычисляется из формулы:

$$R = \frac{\sum [(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (4)$$

где  $x_i$  –  $i$ -е значение временного ряда  $x$ ;  $\bar{x}$  – среднее значение временного ряда  $x$ ;  $y_i$  –  $i$ -е значение временного ряда  $y$ ;  $\bar{y}$  – среднее значение временного ряда  $y$ .

На рисунке 4, *а*, график АКФ по форме напоминает синусоиду с наибольшим значением  $R = +0,850$  (свидетельствующим о сильной корреляции) на лаге 24, что подтверждает гипотезу о циклической структуре временного ряда значений  $ACD$  с периодом в 24 часа (сутки) [30]. Для дальнейшей проверки свойств временного ряда его периодическая составляющая была удалена при помощи взятия разности первого порядка с лагом 24. Для образованного временного ряда была построена выборочная АКФ, см. рисунок 4, *б*. Из рисунка видно, что на графике АКФ отсутствуют зависимости синусоидальной формы, тренды, а максимальные значения  $R$  по модулю не превышают 0,3. Это свидетельствует об отсутствии дополнительных (кроме сезонной автокорреляции на лаге 24) сезонных и несезонных автокорреляций первоначального ряда значений  $ACD$ . Однако отсутствие тенденции к затуханию у выборочной АКФ преобразованного временного ряда говорит о его нестационарности [30]. Причины отсутствия стационарности у преобразованного ряда во многом связаны с сезонной вариацией дисперсии длительностей телефонных разговоров и неравным объёмом выборки в подгруппах, формирующих переменную дисперсию значений  $ACD$ .

Однако и значения  $ACD_i$ , и значения  $DCD_i$ , и значения  $n_i$  однородны (стационарны) в точках, расположенных относительно друг друга на расстояниях

целого числа периодов, поэтому эти временные ряды можно считать циклостационарными.

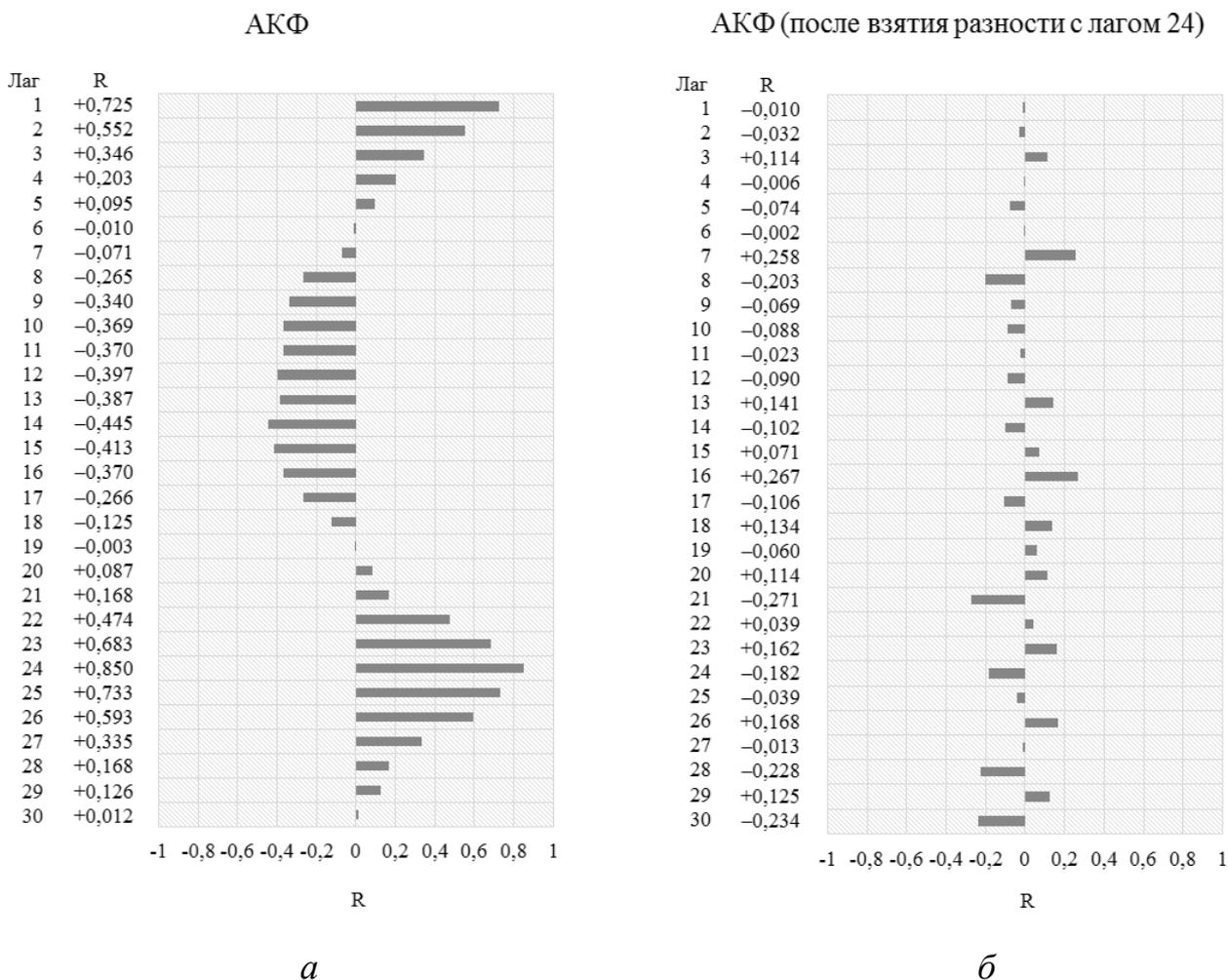


Рисунок 4 – АКФ временных рядов значений  $ACD$  для будних дней до и после взятия разности с лагом 24

При формировании подгрупп с интервалом группировки данных в 1 сутки временные ряды значений  $ACD_i$ ,  $DCD_i$  и  $n_i$  являются стационарными (в них отсутствует циклическая структура данных).

Классификация процессов (и место в ней стационарного и циклостационарного процессов) представлена на рисунке 5 [3].

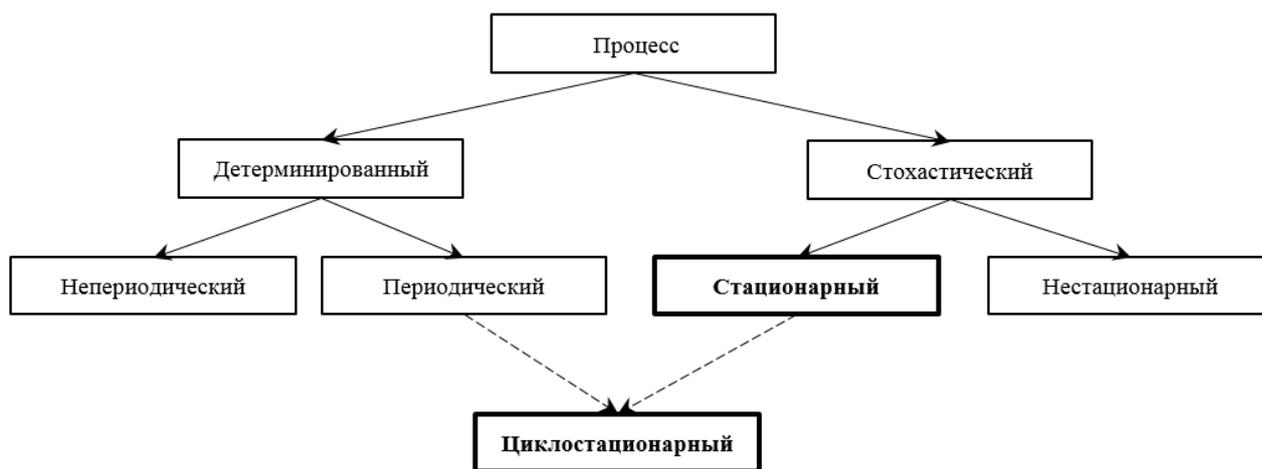


Рисунок 5 – Классификация процессов

Для анализа вида распределения значений  $ACD$  были рассмотрены выборки значений  $CD$  (больших объёмов), соответствующие некоторым телекоммуникационным направлениям. Каждая из этих выборок образовывала отдельную группу (интервал сбора данных составлял один час или одни сутки). Внутри каждой группы выборка значений  $CD$  была разбита на подгруппы объёма  $n$ , и в соответствии с формулой (1) для каждой подгруппы было вычислено значение  $ACD$ . При  $n = 1$  значения  $ACD$  являются длительностями телефонных разговоров.

Во всех группах вид распределения длительностей телефонных разговоров был схожим (см. рисунок 6, *a*). Из рисунка видно, что распределению значений  $CD$  характерна сильная правосторонняя асимметрия (коэффициент асимметрии  $K_3[ACD] > 5$ ) и очень сильный эксцесс (коэффициент эксцесса  $K_4[ACD] > 100$ ).

С увеличением объёма выборки  $n$  в подгруппах (под действием нормализующего свойства центральной предельной теоремы) уменьшается асимметрия распределения значений  $ACD$  (см. рисунок 6, *a – e*). Однако даже при  $n = 100$  асимметрия распределения остаётся значительной (рисунок 6, *e*), при этом объёмы выборки  $n \leq 100$  часто встречаются на практике.

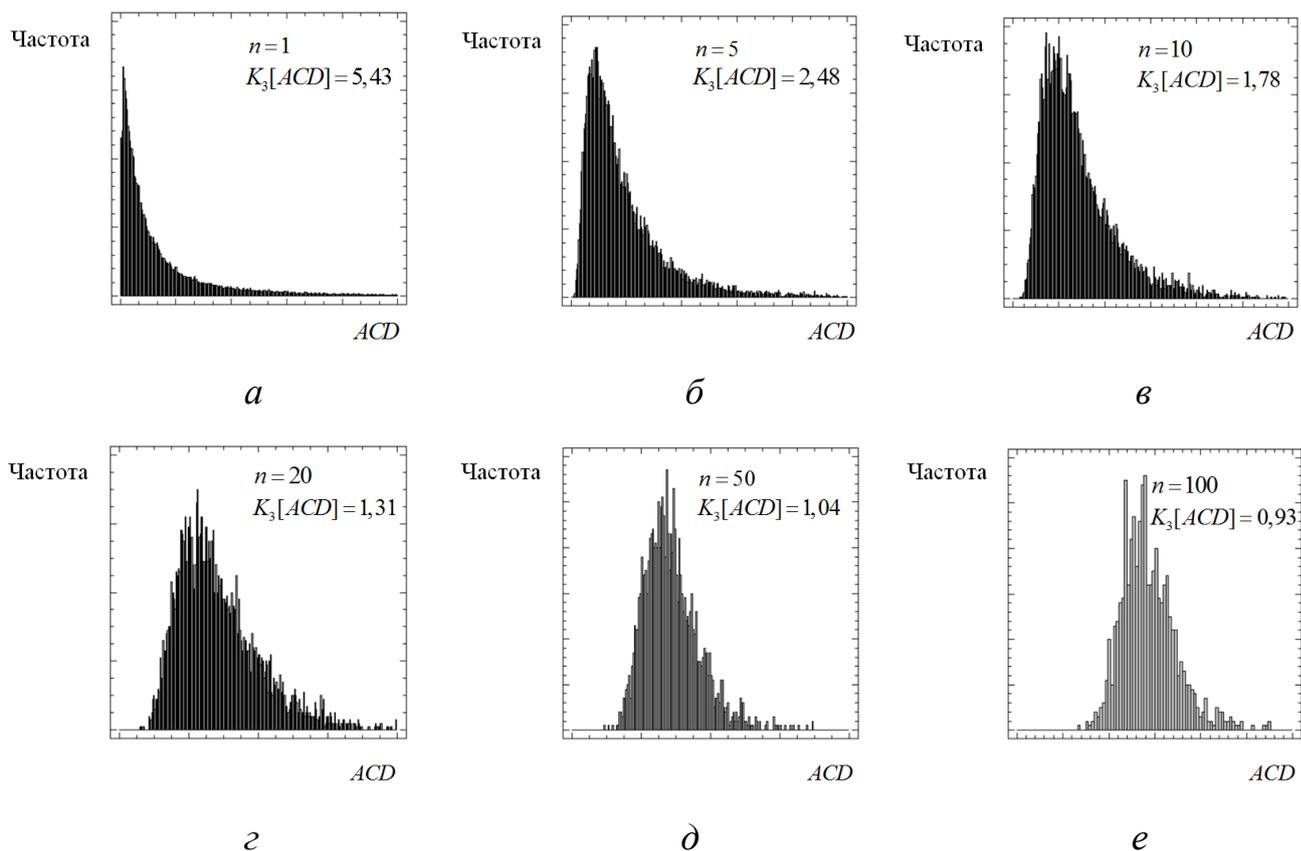


Рисунок 6 – Гистограммы распределения значений  $ACD$  при различных  $n$

Распределения значений  $ACD$  могут быть аппроксимированы теоретическим законом в соответствии с некоторым уровнем значимости. Целесообразно рассмотреть распределения значений  $ACD$  при  $n = 1$  (т.е. распределения длительностей телефонных разговоров) и подобрать для них теоретический закон, чтобы затем от аналитической функции распределения индивидуальных значений ( $CD$ ) переходить к аналитической функции распределения средних ( $ACD$ ) для заданного значения  $n$ .

На рисунке 7,  $a - г$ , представлены гистограммы некоторых рассмотренных выборок значений  $CD$ . Из рисунка видно, что форма распределений значений  $CD$  во всех случаях приблизительно одинакова.

Для проверки гипотезы о принадлежности значений  $CD$  одному из 15 теоретических законов (взятых из программного продукта Statgraphics Centurion XV) был использован критерий согласия Пирсона (критерий  $\chi^2$ ).

Для каждого закона распределения  $f(x; \theta_1 \dots \theta_u)$  область определения случайной величины  $x$  была разбита на  $s$  непересекающихся интервалов (вероятность попадания значения  $x$  в каждый из которых одинакова) таким образом, что число степеней свободы  $\nu = s - u - 1 = 97$  (где  $u$  – число параметров  $(\theta_1 \dots \theta_u)$  закона распределения) [10]. Затем подсчитывалось число значений  $CD$ , попавших в каждый из  $s$  интервалов, и вычислялась величина статистики  $\chi^2$ . Таким образом для каждой из выборок, представленных на рисунке 7,  $a - z$ , были получены 15 значений статистики  $\chi^2$ , соответствующих рассмотренным теоретическим законам распределения.

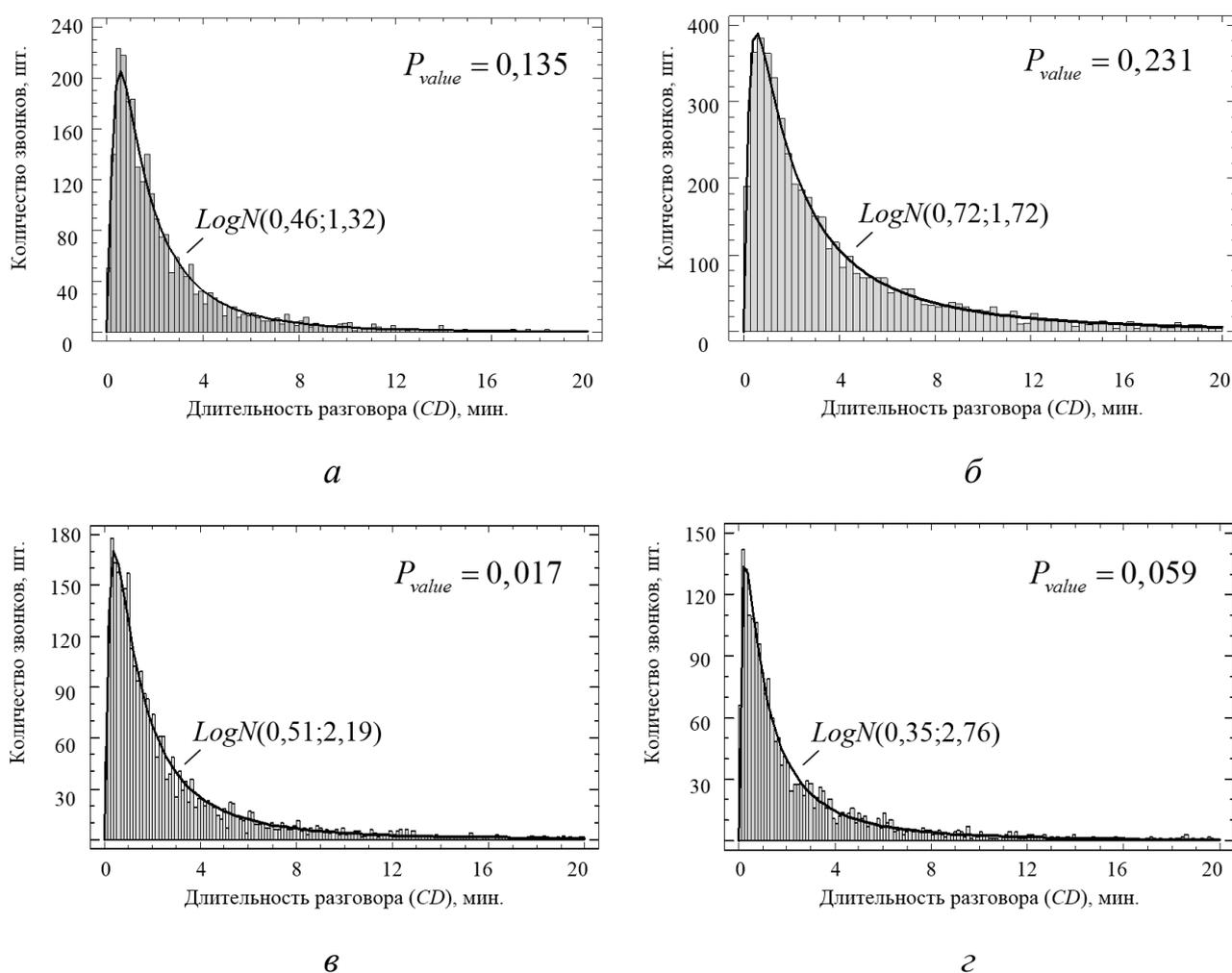


Рисунок 7 – Аппроксимация распределений длительностей разговоров логарифмически нормальным законом

В таблице 1 представлены значения статистики  $\chi^2$  для трёх теоретических законов, наилучшим образом аппроксимирующих распределения длительностей телефонных разговоров (не строго говоря, чем меньше значение  $\chi^2$ , тем лучше аппроксимация). При числе степеней свободы  $\nu = 97$  и заданном уровне значимости  $\alpha = 0,01$  критическое значение  $\chi_{\nu, (1-\alpha)}^2$  (являющееся верхним квантилем  $\chi^2$ -распределения) равно 132,21.

При аппроксимации каждой из представленных выборок логарифмически нормальным законом распределения выполняется условие  $\chi^2 < \chi_{\nu, (1-\alpha)}^2$ , в то время как при аппроксимации выборок лог-логистическим законом или законом Вейбулла это условие не выполняется. Таким образом, гипотеза о принадлежности значений  $CD$  логарифмически нормальному закону распределения может быть принята. На рисунке 7, а – г, представлены распределения  $CD$ , аппроксимированные логарифмически нормальным законом (с соответствующими достигнутыми уровнями значимости  $P_{value}$ ).

Необходимо отметить, что в ряде работ принята гипотеза о принадлежности значений  $CD$  экспоненциальному закону распределения [60, 105]. Однако в исследованиях из работ [43, 51] сделан вывод о том, что распределение времени удержания вызова (т.е. длительности телефонных разговоров) лучше аппроксимируется логарифмически нормальным законом (или смесью логарифмически нормальных законов).

Таблица 1 – Значения статистики  $\chi^2$  при аппроксимации распределений  $CD$

Гистограмма	Закон распределения		
	Логарифмически нормальный	Лог-логистический	Вейбулла
<i>а</i>	112,49	138,03	183,65
<i>б</i>	106,91	135,75	201,38
<i>в</i>	128,97	183,22	289,5
<i>г</i>	119,68	167,89	243,97

К сожалению, невозможно напрямую перейти от функции распределения индивидуальных значений ( $X$ ), заданной логарифмически нормальным законом (а также законом Вейбулла, гамма и некоторыми другими законами распределения) к аналитической функции распределения средних значений ( $\bar{X}$ ) [47]. Поэтому для моделирования распределения значений  $\bar{X}$  используют ряд методов, представленных в главе 2.3.1.1 (например, параметрический бутстреп - метод).

В соответствии с вышесказанным временной ряд значений  $ACD$  (при ежечасном сборе данных) обладает следующими свойствами:

- циклостационарность временного ряда значений  $ACD$  (а также циклостационарность значений моментов (математического ожидания и дисперсии) распределения значений  $ACD$ );
- асимметрия распределения значений  $ACD$ ;
- неравный объём выборки  $n$  (на основе которой вычисляется значение  $ACD$ ) в подгруппах.

На рисунке 8 представлена модель временного ряда значений  $ACD$ .

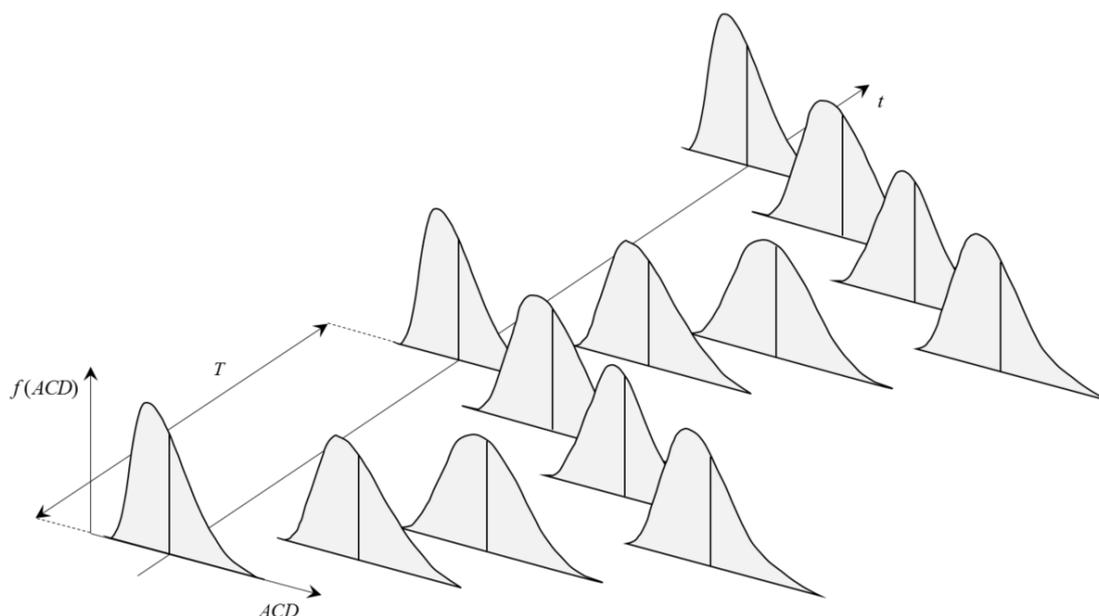


Рисунок 8 – Модель стабильного процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений  $ACD$

### 1.1.3.3. Модель временного ряда значений характеристики ASR

Ранее отобранная выборка звонков (с длительностью и без длительности) для каждого телекоммуникационного направления была разбита на подгруппы с интервалом группировки данных в 1 час. Для каждой  $i$ -й подгруппы вычислено значение коэффициента успешности соединения ( $ASR_i$ ). В результате были построены временные ряды значений  $ASR$  и  $r$ .

Пример этих временных рядов для одного из телекоммуникационных направлений представлен на рисунке 9. Из рисунка видно, что временному ряду значений  $ASR$  также свойственны циклостационарность (с периодом  $T$  в одни сутки) и неравный объём выборки  $r$  в подгруппах. Структура данных в будние дни несколько отличается от структуры данных в выходные дни.

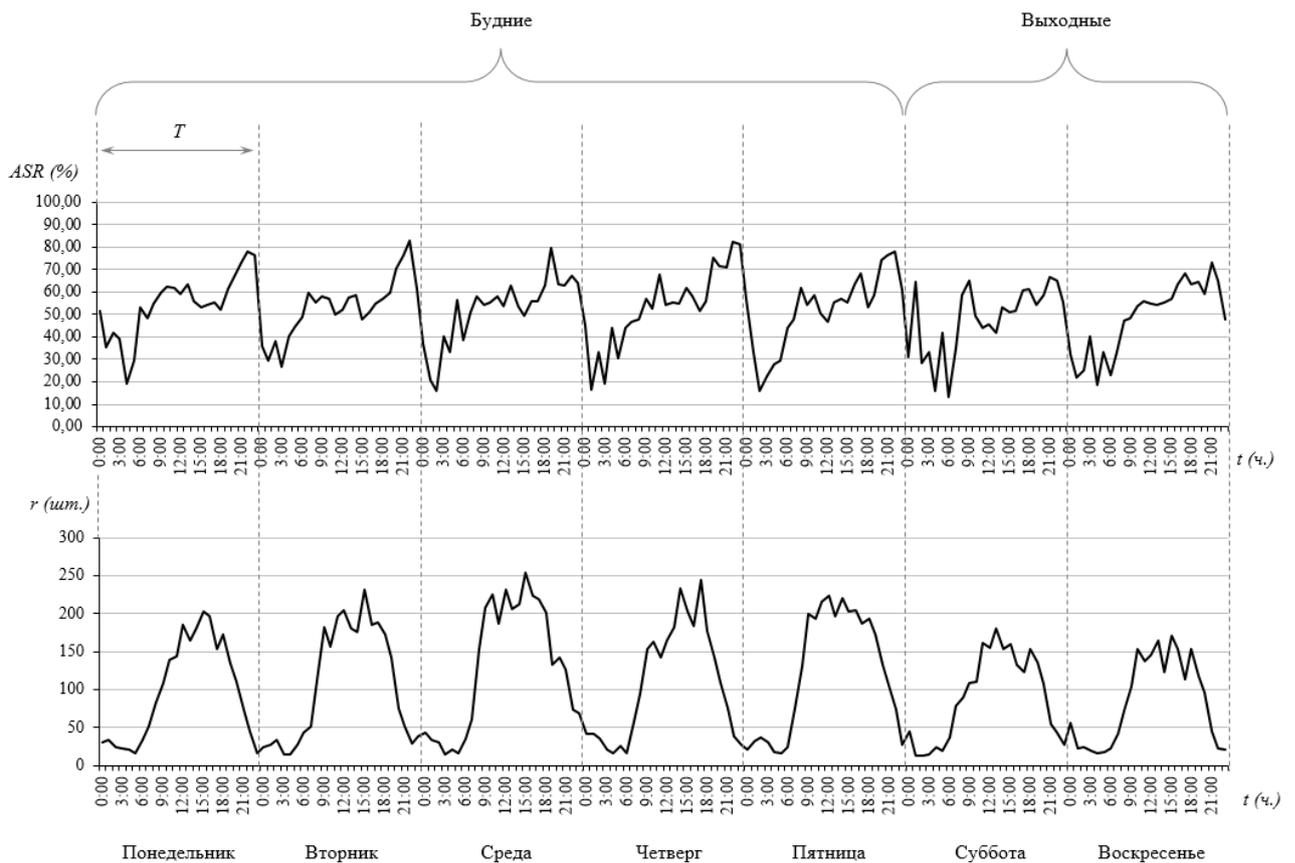


Рисунок 9 – Временные ряды значений  $ASR$  и  $r$

Как уже было показано ранее, значения  $n_i$  (количество телефонных разговоров с длительностью внутри подгруппы) стационарны в точках, расположенных относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов ( $m$  – количество точек внутри одного периода  $T$ ). Область определения  $n_i$  задаётся общим количеством звонков  $r_i$ . Допустим, количество звонков в каждой из подгрупп было одинаковым ( $r = \text{const}$ ). Тогда каждая из величин ряда  $n_i, n_{i+1m}, n_{i+2m}, n_{i+3m}, n_{i+4m}, \dots$  удовлетворяет следующим условиям:

1) Интервал  $[0; r]$  полностью определяет набор возможных значений дискретной величины  $n_{i+wm}$  (где  $w$  – любое целое число), т.е. её область определения состоит из  $r$  различных значений.

2) Каждое из  $r$  значений может быть классифицировано как либо обладающее, либо не обладающее неким атрибутом (длительностью телефонного разговора).

3) Вероятность ( $p$ ) того, что звонок прошёл с длительностью, постоянна для всех  $r$  звонков каждой подгруппы.

4) При стабильном состоянии процесса события (звонок прошёл с длительностью или без длительности) независимы друг от друга.

В соответствии с этими условиями для описания распределения значений  $n_{i+wm}$  может быть использован биномиальный закон.

Однако область определения значений  $n_{i+wm}$  может меняться от подгруппы к подгруппе ( $r_{i+wm} \neq \text{const}$ ). Поэтому, чтобы использовать биномиальный закон распределения, каждое дискретное значение  $n_{i+wm}$  необходимо скорректировать, разделив его на соответствующее значение  $r_{i+wm}$ . В результате образуются доли  $p_{i+wm}$ , распределённые в соответствии с биномиальным законом. В соответствии с формулой (2) значения  $ASR$  являются значениями  $p$ , выраженными в процентах. При больших значениях  $r_{i+wm}$  (в силу действия нормализующего свойства центральной предельной теоремы) распределение значений  $ASR_{i+wm}$  может быть описано нормальным законом.

На рисунке 10 представлена модель временного ряда значений  $ASR$ .

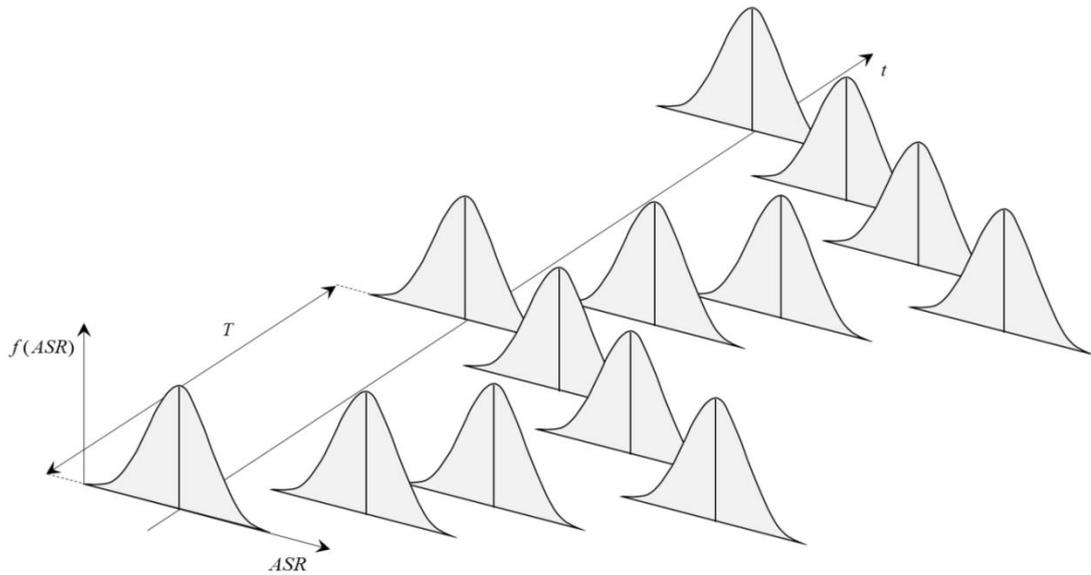


Рисунок 10 – Модель стабильного процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений  $ASR$

Для выявления взаимосвязи между значениями характеристик  $ACD$  и  $ASR$  на основе данных из подгрупп  $i$ -го часа (для исключения циклостационарной зависимости) некоторого телекоммуникационного направления был проведён корреляционный анализ (см. рисунок 11). Значение  $R = +0,139$  свидетельствует о крайне слабой (или об отсутствии) корреляции между величинами  $ACD$  и  $ASR$ .

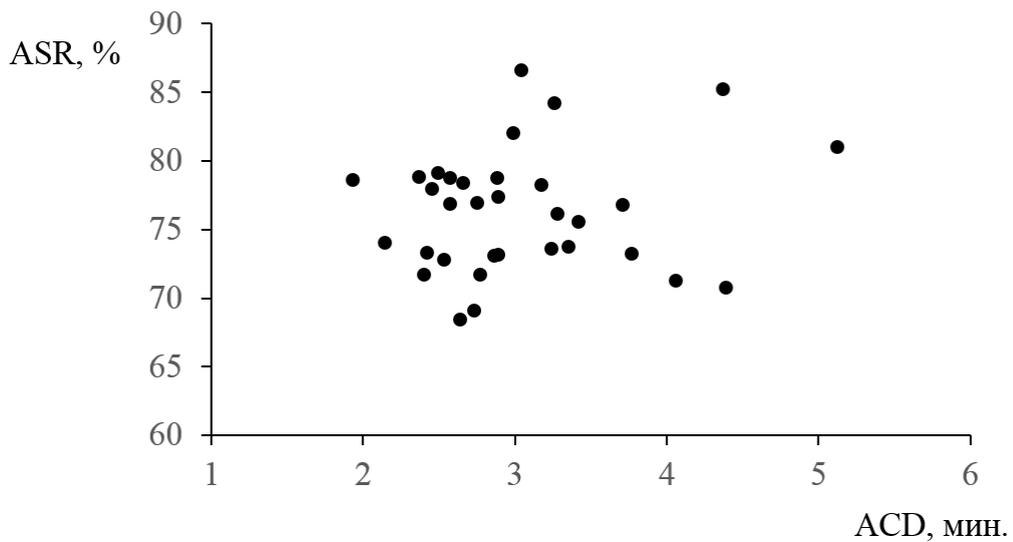


Рисунок 11 – Диаграмма рассеяния значений характеристик  $ACD$  и  $ASR$

Необходимо отметить, что свойства временных рядов значений *ACD* и *ASR* также характерны временным рядам (процессам) из других отраслей. Так асимметричное распределение значений характеристики свойственны процессам из следующих отраслей: химическая промышленность (наработка полупроводникового устройства на отказ) [77], машиностроение и металлообработка (отклонение формы поверхности от круглости) [31], промышленность строительных материалов (предел прочности материала на разрыв) [88]. А в отрасли электро- и радиосвязи процесс передачи трафика, характеризующийся временными рядами значений количества переданных байт и пакетов трафика, имеет циклостационарную структуру данных [85].

## **1.2. Методы статистического мониторинга процесса передачи голосового трафика. Методика Брутлага**

В соответствии с рекомендацией ИТУ-Т Е.411 при статистическом мониторинге процесса передачи голосового трафика критерием принятия решения о необходимости корректирующих действий является выход значения характеристики процесса за некоторый порог [64]. На практике транзитный оператор связи использует один из двух методов определения пороговых значений характеристики процесса.

В соответствии с первым методом пороговые значения задаются экспертом на основе отраслевой практики. Пороги могут быть заданы как оператором - клиентом (в виде требований потребителя), так и самим транзитным оператором (внутренние требования). В программных продуктах, предназначенных для статистического мониторинга процесса передачи голосового трафика, в основном реализован первый метод (пользователь сам задаёт необходимое пороговое значение характеристики) [35, 95, 96].

В соответствии со вторым методом пороговые значения задаются на основе анализа временных рядов (знаний о вариабельности значений характеристики

процесса). Сначала происходит подбор модели временного ряда для рассматриваемого процесса, а затем относительно полученной прогнозной линии модели вверх и вниз откладывается некоторое количество сигма-единиц (мер изменчивости), в результате чего образуются контрольные пределы (пороговые значения) временного ряда.

В рамках данного метода для мониторинга и анализа временных рядов значений характеристик  $ACD$  и  $ASR$  транзитными операторами используется методика, предложенная в работе Брутлага [24, 46]. В рамках методики рассмотрена модель временного ряда, обладающего следующими свойствами [46]:

- общий тренд;
- сезонный тренд или цикл;
- сезонная вариабельность данных;
- постепенное изменение представленных выше свойств.

Методика Брутлага может быть представлена в соответствии со следующими шагами:

1. Пусть дан временной ряд значений  $y_i$  (один цикл временного ряда содержит  $m$   $i$ -х значений характеристики). Модель временного ряда подбирается по методу Хольта – Уинтерса. В основе метода лежит декомпозиция временного ряда на три составляющие: базовую линию, линейный тренд и сезонный тренд.

Значение прогноза  $\hat{y}_{i+1}$  может быть получено из формулы:

$$\hat{y}_{i+1} = a_i + b_i + c_{i+1-m}, \quad (5)$$

где компоненты базовой линии ( $a_i$ ), линейного тренда ( $b_i$ ) и сезонного тренда ( $c_i$ ) находятся из выражений:

$$a_i = \alpha_{hw} \cdot (y_i - c_{i-m}) + (1 - \alpha_{hw}) \cdot (a_{i-1} + b_{i-1}); \quad (6)$$

$$b_i = \beta_{hw} \cdot (a_i - a_{i-1}) + (1 - \beta_{hw}) \cdot b_{i-1}; \quad (7)$$

$$c_i = \gamma_{hw} \cdot (y_i - a_i) + (1 - \gamma_{hw}) \cdot c_{i-m}, \quad (8)$$

при этом  $\alpha_{hw}$ ,  $\beta_{hw}$ ,  $\gamma_{hw}$  – соответствующие коэффициенты, значения которых лежат в промежутке (0; 1).

При мониторинге временных рядов значений характеристик *ACD* и *ASR* в работе [23] рекомендуется использовать следующие значения коэффициентов:  $\alpha_{hw} = 0,1$ ,  $\beta_{hw} = 0,0035$ ,  $\gamma_{hw} = 0,3$ . В результате вычисляются значения  $\hat{y}_{i+1}$  модели временного ряда.

2. В качестве меры изменчивости используется экспоненциально сглаженное средневзвешенное значение модуля отклонения от прогнозной линии модели ( $d_i$ ), вычисляемое для каждой  $i$ -й точки по формуле:

$$d_i = \gamma_{hw} \cdot (y_i - \hat{y}_i) + (1 - \gamma_{hw}) \cdot d_{i-m}. \quad (9)$$

3. Для каждого значения  $y_i$  рассчитываются значения верхнего ( $UCL_i$ ) и нижнего ( $LCL_i$ ) контрольных пределов в соответствии со следующими формулами:

$$UCL_i = \hat{y}_i + \delta_{hw} \cdot d_{i-m}; \quad (10)$$

$$LCL_i = \hat{y}_i - \delta_{hw} \cdot d_{i-m}, \quad (11)$$

где  $\delta_{hw}$  – коэффициент, определяющий ширину интервала между контрольными пределами (в работе [102] рекомендуется использовать значения  $\delta_{hw}$  между 2 и 3).

4. Задаётся правило определения аберрантного поведения временного ряда (свидетельствующего об ухудшении качества голосового трафика) при мониторинге характеристики процесса. В правиле указывается, какое количество значений  $y_i$  должно выйти за контрольные пределы (плавающее окно некоторой длины), чтобы было зафиксировано аберрантное поведение временного ряда. В работах [23, 46] рекомендуется использовать плавающее окно длиной от 9 до 12 точек.

Свойства временного ряда, рассматриваемого в методике Брутлага, отличаются от свойств временных рядов значений *ACD* и *ASR*. Так в методике не учтены: асимметрия распределения значений *ACD*, циклостационарность

дисперсии значений  $ACD$  и неравный объём выборки в подгруппах (для временных рядов  $ACD$  и  $ASR$ ). Поэтому использование методики Брутлага при мониторинге временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  приводит к частому совершению ошибок 1-го и 2-го рода при принятии гипотезы о качестве передачи голосового трафика [24].

### 1.3. Выводы по главе 1

1. При помощи структурной схемы процесса и модели системы управления процессом с обратной связью описан процесс передачи голосового трафика. Определена первоочередная задача транзитного оператора при статистическом мониторинге характеристик процесса передачи голосового трафика: максимально оперативная идентификация ухудшения качества передачи голосового трафика.

2. Исследованы основные характеристики процесса передачи VoIP - трафика (в том числе из рекомендаций ITU-T) и выделены те из них ( $ACD$  и  $ASR$ ), которые используются транзитными операторами связи. Определены свойства временных рядов значений характеристик  $ACD$  и  $ASR$ .

3. Рассмотрены основные методы статистического мониторинга процесса передачи голосового трафика. Описана методика Брутлага, наиболее распространённая среди транзитных операторов голосового трафика при мониторинге временных рядов характеристик  $ACD$  и  $ASR$ . Анализ методики Брутлага показал, что её (методики) использование при мониторинге временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  приводит к частому совершению ошибок 1-го и 2-го рода при принятии гипотезы о качестве передачи голосового трафика. Таким образом, необходимы более результативные методики мониторинга процесса передачи голосового трафика.

## ГЛАВА 2. ОБЗОР МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ

### 2.1. Статистическое управление процессами

Статистическое управление качеством – концепция управления качеством, базирующаяся на систематическом применении методов математической статистики [11]. Составными частями статистического управления качеством являются статистическое управление процессами (СУП), планирование экспериментов (ПЭ), анализ воспроизводимости процессов и приёмочный статистический контроль [107]. В современной литературе по статистическому управлению качеством основное внимание уделено СУП и ПЭ. СУП представляет собой набор методов, используемых для понимания процессов, их контроля, а также улучшения результативности процессов во времени [106].

Любой процесс подвержен вариабельности. В одних случаях вариабельность процесса обусловлена действием общих причин, которые внутренне ему (процессу) присущи. Структура такого процесса устойчива во времени (стабильное состояние процесса). В других случаях вариабельность процесса обусловлена действием особых причин, которые возникают в результате воздействия на процесс внешних факторов. Структура такого процесса неустойчива во времени (нестабильное состояние процесса)<sup>1</sup>. Следствием принятия решения о состоянии стабильности процесса является одна из четырёх возможных ситуаций, представленных в таблице 2.

---

<sup>1</sup> В диссертационной работе преднамеренно не используются общепринятые термины «управляемая вариабельность» и «неуправляемая вариабельность», так как процессу передачи голосового трафика, характеризующемуся временными рядами значений  $ACD$  и  $ASR$ , в стабильном состоянии свойственна сложная структура данных, но при этом транзитный оператор не может в полной мере управлять этим процессом (например, он не способен улучшить исходный уровень качества голоса, зависящий от телекоммуникационных операторов абонентов).

Таблица 2 – Следствия принятия решения о состоянии стабильности процесса

Принятое решение	Состояние стабильности процесса	
	Процесс стабилен	Процесс нестабилен
Процесс стабилен	<i>Корректное решение</i>	<i>Пропуск сигнала (ошибка 2-го рода)</i>
Процесс нестабилен	<i>Ложная тревога (ошибка 1-го рода)</i>	<i>Корректное решение</i>

Ошибка 1-го рода происходит в случае принятия решения о нестабильном состоянии процесса, в то время как он (процесс) стабилен. Ошибка 2-го рода происходит в случае принятия решения о стабильном состоянии процесса, в то время как он нестабилен. Качество диагностики состояния стабильности процесса (ДССП) характеризуется количеством ошибок 1-го и 2-го рода (чем меньше ошибок, тем выше качество ДССП). Совершение ошибок как 1-го, так и 2-го рода, приводит к экономическим потерям организации. К сожалению, невозможно полностью исключить обе ошибки, однако можно регулировать их частоту таким образом, чтобы минимизировать экономические потери от обеих [29].

Инструментом ДССП является контрольная карта (или карта контроля процесса). Контрольная карта (КК) была впервые предложена У. Шухартом в 1924 году. В качестве пределов КК Шухарт предложил использовать границы на уровне трёх сигма-единиц. Основаниями для применения трёхсигмовых пределов КК Шухарт считал неравенство Чебышева, а также эмпирическое подтверждение эффективности этих пределов при работе с реальными данными [94].

В литературе принято разделять два подхода к СУП.

Приверженцы первого подхода (У. Э. Деминг, Д. Уиллер, Г. Нив) рассматривают трёхсигмовые пределы контрольной карты Шухарта (ККШ) в качестве критерия состояния стабильности любого процесса. Другими словами, по их мнению, выход точки за трёхсигмовые пределы ККШ является операциональным определением нестабильного состояния любого процесса, поэтому такой подход принято называть операциональным [2]. Дело в том, что

согласно Уиллеру, основной целью СУП является улучшение процесса. Если процесс может быть улучшен (например, уменьшена вариабельность, изменена форма распределения значений характеристики процесса и т.д.), то в большинстве случаев имеет смысл рассматривать обобщённую модель «случайного поведения» процесса (которая и была предложена Шухартом) [103]: в случае подбора детализированной вероятностной модели для отдельного процесса, его (процесса) последующие улучшения каждый раз могут приводить к необходимости пересмотра модели (что на практике является весьма трудоёмкой процедурой). Кроме того, главным условием улучшения процесса сторонники операционального подхода считают непрерывное накопление знаний о процессе работниками организации. Благодаря своей универсальности (в основе ККШ лежит обобщённая модель «случайного поведения» процесса, а её эффективность была многократно подтверждена эмпирически при работе с реальными данными), несложности построения и лёгкости интерпретации, ККШ позволяет получать знания о процессе даже при невысоком уровне статистической подготовки работника организации. Поэтому для большинства процессов ККШ действительно может являться оптимальным инструментом ДССП.

Однако, если задачей организации является результативный мониторинг процесса для приведения его в исходное «идеальное» состояние (но не для последующего улучшения процесса), и при этом процессу свойственна сложная структура данных, то использование ККШ будет приводить к совершению большого количества ошибок 1-го и 2-го рода. В таких условиях более результативным будет использование КК, основанной на детализированной вероятностной модели процесса.

Второй подход, приверженцами которого являются Д. Монтгомери, В. Вудал, Дж. Бокс и многие другие статистики, в гораздо большей степени основан на применении теории вероятности и математической статистики, поэтому данный подход принято называть вероятностным [103]. В рамках этого подхода предложено множество методик построения КК, рассматривающих модели

процессов с различными свойствами. Учёт свойств конкретного процесса при определении контрольных пределов карты позволяет производить более точную ДССП. Количество ошибок 1-го и 2-го рода также может быть уменьшено за счёт экономического планирования КК, заключающегося в определении оптимальных параметров плана контроля процесса. В настоящее время построение КК для нестационарных процессов и экономическое планирование КК являются одними из основных направлений исследования в области СУП [2].

## 2.2. Карта контроля процесса

Карта контроля процесса (или контрольная карта) – это графическое изображение значений характеристики процесса, измеренных или вычисленных по некоторым выборкам в различные моменты их взятия [84]. Отдельные выборки (переменного или постоянного объёма  $n$ ), отобранные через определённые интервалы времени, образуют подгруппы (количеством  $k$ ). Обычно номера подгрупп или время взятия выборок наносятся на ось абсцисс, а значения характеристики процесса (индивидуальные значения, значения среднего, медианы, стандартного отклонения, размаха или др.) – на ось ординат. Помимо ряда значений характеристики процесса (представляемого в виде точек, соединённых отрезками), на КК также изображаются линии (прямые или кривые), являющиеся контрольными пределами. Эти пределы, рассчитываемые на основе взятой выборки, служат для идентификации состояния стабильности процесса (в соответствии с некоторыми правилами).

Пример КК представлен на рисунке 12. Для идентификации состояния стабильности процесса используется правило: «Выход точки за верхний ( $UCL$ ) или нижний ( $LCL$ ) контрольный предел указывает на нестабильное состояние процесса». Из рисунка видно, что в соответствии с используемым правилом положение крайней правой точки свидетельствует о нестабильном состоянии процесса.

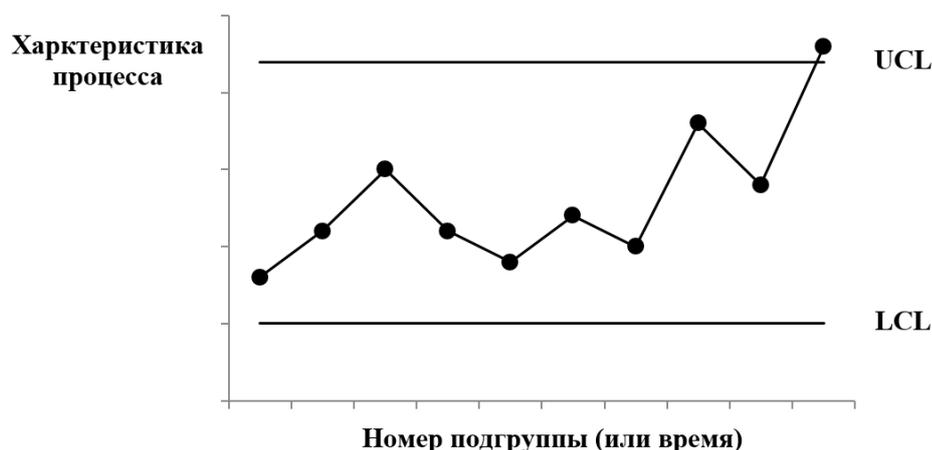


Рисунок 12 – Карта контроля процесса

В литературе разделяют два этапа работы с КК [84].

На этапе предварительного исследования процесса (в фазе I) контрольные пределы рассчитываются для того, чтобы определить, находился ли процесс в стабильном состоянии в том промежутке времени, когда были взяты выборки. Если процесс находился в нестабильном состоянии, то необходимо идентифицировать и устранить особые причины вариации значений характеристики процесса. Если состояние процесса было стабильным, то выборка, на основе которой строилась КК, может быть использована на этапе мониторинга процесса (в фазе II) [107].

В фазе II контрольные пределы рассчитываются на основе выборки, характеризующей стабильный процесс (взятой из фазы I). В интерактивном режиме новые значения исследуемой статистики сравниваются со значениями контрольных пределов для оперативного выявления нестабильного состояния процесса [107].

### 2.3. Основные карты контроля процесса

В литературе по СУП выделяют следующие основные карты контроля процесса: контрольные карты Шухарта, карту кумулятивных сумм (КУСУМ) и

карту экспоненциально взвешенных скользящих средних (ЭВСС). Эти КК также лежат в основе методик построения КК процессов со сложной структурой.

Данные КК являются одномерными. При одновременном контроле двух и более характеристик процесса, совокупность одномерных КК используется в случаях, когда контролируемые характеристики оказываются независимыми.

Однако существуют и многомерные КК, которые используются в случаях, когда контролируемые характеристики оказываются коррелированными. Одной из наиболее распространённых многомерных КК является карта Хотеллинга, предложенная в работе [63]. В работе [58] Б. Эвериттом сделан вывод о том, что статистика Хотеллинга  $T^2$  достаточно чувствительна к отсутствию многомерной нормальности (к асимметрии распределения), при этом эта чувствительность возрастает с увеличением числа анализируемых характеристик процесса, что ограничивает возможность применения карты Хотеллинга.

В диссертационной работе рассматриваются только одномерные КК, так как корреляционная связь между значениями характеристик процесса передачи голосового трафика ( $ACD$  и  $ASR$ ) практически отсутствует.

### 2.3.1. Контрольные карты Шухарта

Контрольные карты Шухарта являются наиболее распространёнными картами одномерного статистического контроля процесса. Как было сказано ранее, в качестве верхнего ( $UCL$ ) и нижнего ( $LCL$ ) контрольных пределов ККШ используются трёхсигмовые границы. Выход точки за эти пределы указывает на нестабильное состояние процесса (см. рисунок 12). В некоторых случаях также используют дополнительные правила определения нестабильного состояния процесса (критерии серий), например, «зональные критерии Western Electric» [103] или правила, предложенные Л. Нельсоном [86]. Практически все ККШ используют данные только одной подгруппы для каждой наносимой на карту точки (кроме карты скользящих размахов,  $mR$ ).

ККШ разделяют по количественному (непрерывные величины, факторы) и альтернативному признакам (дискретные величины, атрибуты) [29].

Основные типы ККШ для количественных признаков (характеристик):

а) Карты для подгрупп, состоящих из одного элемента ( $n = 1$ ):

– карта статистики положения: карта индивидуальных значений ( $X$  - карта);

– карта статистики изменчивости: карта скользящих размахов ( $mR$  - карта).

б) Карты для подгрупп, состоящих из множества элементов ( $n > 1$ ):

– карты статистики положения: карта средних ( $\bar{X}$  - карта), карта медиан ( $\tilde{X}$  - карта);

– карты статистики изменчивости: карта размахов ( $R$  - карта), карта стандартных отклонений ( $S$  - карта), карта дисперсий ( $S^2$  - карта) и некоторые другие [103].

Часто карты статистик положения и изменчивости используют совместно (например,  $\bar{X}$  - и  $S$  - карты). Необходимо отметить, что в основе расчёта констант, используемых для вычисления ККШ представленных типов, лежит нормальный закон распределения данных. Критичность требования нормальности данных до сих пор является одной из главных тем дискуссий между сторонниками двух различных подходов к СУП [106]. Использование среднего статистик внутригрупповой изменчивости (например,  $\bar{R}$  или  $\bar{S}$ ) позволяет рассчитывать корректные оценки контрольных пределов ККШ даже на основе частично неоднородных данных (при  $n = 1$  можно использовать среднее статистик скользящего размаха  $\overline{mR}$ ). Данное свойство (вычислительной робастности контрольных пределов) позволяет эффективно применять ККШ в фазе I [103]. При этом как в фазе I, так и в фазе II, важен рациональный отбор данных и правильное выделение подгрупп.

Основные типы ККШ для альтернативных признаков:

а) Карты на основе биномиального распределения:

–  $np$ - карта (карта количества единиц продукции, отнесенных к определённой категории);

–  $p$ - карта (карта долей, отнесенных к определенной категории единиц продукции).

б) Карты на основе распределения Пуассона:

–  $c$ - карта (карта количества событий);

–  $u$ - карта (карта количества событий на единицу области определения).

Наибольший интерес представляет  $p$ - карта, так как значения  $ASR$  являются долями успешных соединений связи, выраженными в процентах. Однако в случаях, когда область определения становится слишком большой, неоднородность  $ASR$  от выборки к выборке будет непостоянной (на практике это происходит при количестве звонков  $r > 100$ ), и оценки контрольных пределов  $p$ - карты становятся некорректными. В таких случаях в работе [29] предложено вместо  $p$  - карты использовать  $X$  - и  $mR$  - карты (при постоянной области определения для всех выборок). Для учёта неравного объёма выборки в подгруппах в работах [74, 104] предложены карты, совмещающие свойства  $p$ - карты и  $XmR$  - карты.

Алгоритм построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт Шухарта (используемый в исследовании из главы 4.1) представляет собой следующую последовательность шагов:

1. Из текущего процесса отбираются  $n \cdot k$  значений характеристики  $X_{ij}$ , где  $i=1, \dots, k$  – номер подгруппы в выборке;  $j=1, \dots, n$  – номер значения в подгруппе.

Для каждой  $i$ -й подгруппы рассчитываются:

– среднее подгруппы  $\bar{X}_i$ , где

$$\bar{X}_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} / n; \quad (12)$$

– стандартное отклонение  $S_i$ , где

$$S_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 / (n-1)}. \quad (13)$$

2. По  $k$  подгруппам рассчитываются:

– общее среднее  $\bar{\bar{X}}$ , где

$$\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^k \bar{X}_i / k; \quad (14)$$

– среднее значение стандартного отклонения  $\bar{S}$ , где

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^k (S_i) / k. \quad (15)$$

3. Вычисляются верхний и нижний трёхсигмовые контрольные пределы  $\bar{X}$  - карты:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4 \cdot \sqrt{n}}; \quad LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4 \cdot \sqrt{n}}, \quad (16)$$

где  $c_4 = \frac{M[S]}{\sqrt{D[X]}}$  – константа нормального распределения для некоторого значения

$n$ ;  $M[S]$  – математическое ожидание стандартного отклонения;  $\sqrt{D[X]}$  – квадратный корень из дисперсии случайной величины  $X$ .

Значения константы  $c_4$  приведены в таблице П.1 (Приложение А) 3 для  $n = 10$  и  $n = 20$ .

4. Вычисляются верхний и нижний трёхсигмовые контрольные пределы  $S$  - карты:

$$UCL_S = \bar{S} + \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - (c_4)^2}; \quad LCL_S = \bar{S} - \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - (c_4)^2}. \quad (17)$$

### 2.3.2. Карта кумулятивных сумм

Другими распространёнными КК являются карты кумулятивных сумм (КУСУМ). Их используют в случаях, когда требуется выявить наличие малого сдвига (положения) процесса от целевого (номинального) значения [11]. В большинстве случаев при расчёте контрольных пределов карты КУСУМ

предполагается, что данные распределены в соответствии с нормальным законом (процедура расчёта контрольных пределов может быть скорректирована с целью построения карты КУСУМ для величин, подчиняющихся другим законам распределения, например, биномиальному или Пуассона [84]).

Карта КУСУМ использует данные нескольких подгрупп для каждой наносимой на карту точки. Карту КУСУМ наиболее целесообразно применять в фазе II, когда объём выборки в подгруппе ограничивается одним значением ( $n = 1$ ) [84].

Для построения карты КУСУМ (при  $n = 1$ ) в первую очередь необходимо задать номинальное значение  $\mu_0$  и вычислить оценку стандартного отклонения  $\sigma$  (например, через скользящий размах  $mR$  [103]). В качестве контролируемой статистики используется сумма отклонений индивидуального значения  $X_i$  от номинала  $\mu_0$ :

$$C_i = \sum_{j=1}^i (X_j - \mu_0); \quad i = 1, \dots, \nu, \quad (18)$$

где  $\nu$  – количество мгновенных выборок (подгрупп).

Вычисленные значения  $C_i$  отображаются на графике кумулятивных сумм. Существуют две основные методики построения и интерпретации карты КУСУМ: табличный (алгоритмический) КУСУМ (методика Пейджа [89]) и КУСУМ с использованием V-маски (методика Барнарда [41]) [11]. В соответствии с [84] предпочтительно использовать методику Пейджа.

В соответствии с методикой Пейджа задаются планируемая величина сдвига  $\delta$  (выраженная в  $\sigma$ -единицах) относительно номинала  $\mu_0$  и значение константы  $h$  (обычно  $h$  принимают равным 5), после чего вычисляются значение  $K = (\delta \cdot \sigma)/2$  и значение  $H = h \cdot \sigma$ . Рассчитываются значения  $C_i^+$  и  $C_i^-$  исходя из формул:

$$C_i^+ = \max[0; X_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+]; \quad (19)$$

$$C_i^- = \max[0; (\mu_0 - K) - X_i + C_{i-1}^-], \quad (20)$$

где начальные значения  $C_0^+ = C_0^- = 0$ .

Если  $C_0^+ > H$  или  $C_0^- > H$ , то состояние процесса считается нестабильным.

### 2.3.3. Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних

Как и карта КУСУМ, карта экспоненциально взвешенных скользящих средних (ЭВСС) используется для обнаружения малых сдвигов положения процесса от номинала [11].

Карта ЭВСС использует данные нескольких подгрупп для каждой наносимой на карту точки. Её (как и карту КУСУМ) наиболее целесообразно применять в фазе II, когда объём выборки в подгруппе ограничивается одним значением ( $n = 1$ ) [84]. При этом, в отличие от карты КУСУМ, карта ЭВСС гораздо менее чувствительна к требованию нормальности распределения индивидуальных значений характеристики процесса ( $X_i$ ).

Для построения карты ЭВСС (при  $n = 1$ ) сначала необходимо вычислить оценку  $\sigma$ . Значения статистики ЭВСС ( $Z_i$ ), отображаемые на КК, рассчитываются по формуле [78]:

$$Z_i = \lambda \cdot X_i + (1 - \lambda) \cdot Z_{i-1}, \quad (21)$$

где  $\lambda$  – фактор сглаживания (принимает значения в интервале от 0 до 1), а первоначальное значение  $Z_0$  (требуемое для вычисления  $Z_0$  при  $i = 1$ ) принимается за номинал  $\mu_0$  или значение  $\bar{X}$  (вычисленное по всем подгруппам) [84].

Верхний и нижний контрольные пределы карты ЭВСС вычисляются из формул:

$$UCL = \mu_0 + L \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}; \quad (22)$$

$$LCL = \mu_0 - L \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}, \quad (23)$$

где  $L$  – константа, определяющая ширину контрольных пределов (в  $\sigma$ -единицах).

С увеличением  $i$  значение  $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$  стремится к единице (на практике часто это выражение заменяется на 1). Обычно задаются следующие значения констант:  $\lambda = 0,2$ ;  $L = 3$  [103].

Альтернативой картам КУСУМ и ЭВСС может быть карта Шухарта с использованием в ней критериев серий (правда при этом несколько возрастает вероятность совершения ошибки 1-го рода) [84]. При этом карта ЭВСС всегда отстаёт от карты Шухарта в оперативности обнаружения нестабильного состояния процесса [103].

Обычно ухудшение качества передачи голосового трафика сопровождается значительным сдвигом вниз значений временного ряда  $ACD$  или  $ASR$  (см. главу 4.1), поэтому использование карт КУСУМ или ЭВСС для мониторинга процесса передачи голосового трафика является нецелесообразным.

Также необходимо отметить, что карты Шухарта, КУСУМ и ЭВСС предназначены для диагностики состояния стабильности только стационарных процессов.

## **2.4. Методики построения карт контроля процессов со сложной структурой**

Поскольку основные КК не учитывают статистических свойств временных рядов значений характеристик процесса передачи голосового трафика (циклостационарность, асимметрия распределения и т.д.), необходимо рассмотреть методики построения карт контроля процессов со сложной структурой данных.

### **2.4.1. Методики построения карт контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики**

При очень малых объёмах трафика на телекоммуникационном направлении, мониторинг значений характеристик  $ACD$  и  $ASR$  имеет смысл проводить не

каждый час, а каждые сутки. Как было описано ранее, при формировании подгрупп с интервалом группировки данных в 1 сутки временные ряды значений  $ACD$  и  $ASR$  являются стационарными. Для диагностики состояния стабильности стационарного временного ряда значений  $ASR$  могут быть использованы методики, основанные на ККШ из работ [74, 104]. Однако основные КК плохо учитывают асимметрию данных, поэтому их использование для диагностики состояния стабильности стационарного временного ряда значений  $ACD$  будет приводить к совершению ошибок 1-го и 2-го рода. Поэтому необходимо рассмотреть существующие методики построения КК, предназначенные для контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики.

#### 2.4.1.1. Обзор методик

Можно выделить пять основных подходов к построению КК статистик положения и изменчивости для случаев, когда распределению значений  $X$  свойственна асимметрия (предполагается, что в стабильном состоянии процесс является стационарным и не содержит автокорреляций).

*Первый подход* предполагает использование эвристических методов (т.е. методов, не имеющих строгого обоснования, но дающих приемлемое решение поставленной задачи в большинстве практически значимых случаев) построения КК, не зависящих от теоретического закона распределения.

Авторы [52] предложили эвристический метод взвешенной дисперсии (weighted variance, WV), основанный на аппроксимации полудисперсий [53], и представили методику расчёта контрольных пределов  $\bar{X}$  - и  $R$  - карт для асимметричных распределений. Авторы [39] преобразовали WV - метод, предложив использовать табличные константы в формулах контрольных пределов  $\bar{X}$  - и  $R$  - карт. Авторы [71] предложили свою методику расчёта контрольных пределов  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт, основанную на WV - методе.

Метод взвешенных стандартных отклонений (weighted standard deviations, WSD), схожий с WV - методом, предложен в [49]. Он используется для построения  $\bar{X}$  - карт, карт КУСУМ и карт ЭВСС при асимметричном распределении данных.

Для построения  $\bar{X}$  - и  $R$  - карт предложен метод поправки на асимметрию (skewness correction, SC) [48]. В основе SC - метода лежит учёт значения коэффициента асимметрии распределения при вычислении контрольных пределов.

Недостатком эвристических методов построения КК является невысокая точность оценки контрольных пределов по сравнению с параметрическими методами построения КК (для случаев, когда возможна аппроксимация распределения значений  $X$ ).

*Второй подход* заключается в вычислении пределов КК при помощи непараметрического бутстреп - метода<sup>2</sup> [57]. Методика расчёта контрольных пределов на основе данного метода была впервые предложена в работе [40]. Авторы [70] утверждают, что результативность КК, построенных по данной методике, особенно высока для распределений с сильной асимметрией. Главным недостатком, ограничивающим использование непараметрических бутстреп - методов на практике, является отсутствие вычислительной робастности пределов КК: даже если контрольные пределы вычисляются по данным, содержащим в том числе и особые причины вариации, необходимо, чтобы полученные пределы можно было использовать для обнаружения отсутствия статистической управляемости. Поэтому при использовании методике, предложенной в [40], необходимо предварительно формировать выборку, характеризующую стабильный процесс (что далеко не всегда возможно на практике), для последующей оценки квантилей.

---

<sup>2</sup> Бутстреп - метод (англ. bootstrap method) – практический компьютерный метод определения статистик распределений, основанный на многократной генерации выборок методом Монте-Карло на базе имеющейся выборки.

*Третий подход* предполагает подбор семейства кривых распределения (например, Джонсона, Пирсона или др.) для последующего вычисления квантилей, используемых в качестве контрольных пределов. Данный подход целесообразно использовать в тех случаях, когда изначально закон распределения  $X$  неизвестен. Например, в [47] предложено вычислять контрольные пределы  $\bar{X}$ -карты, основываясь на квантилях кривых Джонсона (при помощи подгонки первых четырех моментов наблюдаемых данных [61]). Недостатком указанной методики является невысокая робастность КК к присутствию особых причин вариации значений характеристики (из-за использования коэффициентов асимметрии и эксцесса, чувствительных к выбросам), что может проявляться в некорректных контрольных пределах, вычисленных в фазе I. Эта достаточно трудоёмкая методика реализована в версиях программного продукта STATISTICA.

*Четвёртый подход* основан на вычислении контрольных пределов некоторой статистики в аналитическом виде при заданном асимметричном теоретическом распределении значений  $X$ . В [59] предложена методика построения КК двух статистик<sup>3</sup> при логарифмически нормальном законе распределения значений  $X$ . К недостаткам методики относят необходимость экспоненциального преобразования данных, что снижает корректность оценки контрольных пределов [50]. В [87] предложена методика построения КК нескольких статистик<sup>4</sup> для случаев, когда значения  $X$  распределены в соответствии с законом Вейбулла. Практическое использование этой методики затруднено сложностью вычисления значений констант для определения пределов КК. При этом (как было описано ранее) определить аналитическую функцию распределения значений таких статистик, как  $\bar{X}$  и  $S$ , зачастую либо затруднительно, либо невозможно.

*Пятый подход* заключается в вычислении пределов КК при помощи параметрического бутстреп - метода (ПБ - метода). Идея ПБ - метода заключается в переходе от теоретического распределения значений  $X$  к распределению

---

<sup>3</sup> Геометрическое среднее максимального и минимального значений (geometric midrange), частное максимального и минимального значений (geometric range).

<sup>4</sup> Медиана, размах, а также оценки параметров положения и масштаба.

значений интересующей статистики при помощи генерирования псевдослучайных чисел для исследования характеристик (математического ожидания, медианы, дисперсии, квантилей и др.) распределения интересующей статистики [38].

В литературе предложен целый ряд методик оценки контрольных пределов, основанных на ПБ - методе, для мониторинга квантилей интересующей статистики ( $\xi_p$ ), когда значения  $X$  распределены в соответствии с некоторым теоретическим законом. Например, авторы [88] предложили методику оценки контрольных пределов для мониторинга квантилей  $W_p^w$ , когда значения  $X$  распределены в соответствии с законом Вейбулла, а авторы [75] – для мониторинга квантилей  $W_p^{b-s}$ , когда значения  $X$  распределены в соответствии с законом Бирнбаума – Саундерса. Авторы [36] рассмотрели четыре теоретических распределения значений  $X$  (Вейбулла, Бэрра, Бирнбаума – Саундерса и Парето) и для каждого из них предложили методику оценки контрольных пределов, основанную на ПБ - методе, для мониторинга квантилей интересующей статистики с возможностью переменного объёма выборки в подгруппах. Методики [36, 75, 88] основаны на использовании нелинейных преобразований исходных данных для перехода к нормальному распределению значений преобразованной статистики. В [101] описана общая схема расчёта контрольных пределов при помощи ПБ - метода для мониторинга квантилей  $\xi_p$ . При исследовании чувствительности КК, построенной по ПБ - методу, авторами [101] рассматривалась  $X_p$  - карта (карта квантилей распределения  $X$ ). Главным достоинством методик, основанных на ПБ - методе, является высокая точность получения заданной  $\alpha$ -вероятности (вероятности совершения ошибки 1-го рода). Однако их использование возможно только в фазе II (и невозможно в фазе I), так как изначально предполагается, что выборка, на основе которой вычисляются контрольные пределы, характеризует стабильный процесс.

При диагностике состояния стабильности временного ряда значений  $ACD$  аналитику важно, чтобы методика построения КК соответствовала следующим критериям:

- наличие вычислительной робастности контрольных пределов;
- отсутствие нелинейных преобразований исходных данных;
- низкая вероятность совершения ошибок 1-го и 2-го рода при помощи КК.

Комментируя эти критерии, необходимо отметить следующее.

При анализе процесса передачи голосового трафика изначально (в фазе I) никогда не известно, стабилен ли он или нет. Поэтому при выборе методики построения КК важна вычислительная робастность контрольных пределов.

Нелинейные преобразования исходных данных, используемые для построения КК, усложняют интерпретацию и применение на практике результатов анализа, что может привести к некорректной оценке состояния стабильности процесса. В связи с этим нелинейные преобразования данных являются нежелательными [99, 103].

Поскольку величина характеристики  $ACD$  является средним значением выборки внутри подгруппы, для её контроля целесообразно использовать  $\bar{X}$ -карту.

Только несколько методик построения КК в некоторой степени удовлетворяют приведённым выше критериям: методики, основанные на эвристических методах, и методики, основанные на подборе семейства кривых распределения.

Так как распределение длительностей телефонных разговоров может быть аппроксимировано логарифмически нормальным законом, теоретическая модель распределения значений  $ACD$  может быть получена с помощью параметрической бутстреп-процедуры. Однако представленные выше методики построения КК, основанные на параметрическом бутстреп-методе, не удовлетворяют первым двум приведённым критериям. В связи с этим актуальной задачей является разработка методики построения КК на основе параметрической бутстреп-

процедуры, позволяющей получить робастные контрольные пределы без использования нелинейных преобразований исходных данных.

Более подробно рассмотрим две методики построения КК, удовлетворяющие приведённым выше критериям.

#### 2.4.1.2. Методика построения карты контроля на основе метода взвешенной дисперсии

В основе WV - метода лежит идея разбиения асимметричной кривой плотности распределения  $f(x)$  на два сегмента в точке математического ожидания  $\mu_x$  (рисунок 13, а). Каждый сегмент достраивается до симметричной кривой плотности (рисунок 13, б, в), и для каждого из симметричных распределений вычисляется оценка полудисперсии ( $ASV_n$  – для нижнего сегмента,  $ASV_e$  – для верхнего сегмента) по формулам, предложенным авторами [53]:

$$ASV_n = (1 - P_x) \cdot \sigma_x^2; \quad ASV_e = P_x \cdot \sigma_x^2, \quad (24)$$

где  $\sigma_x$  – стандартное отклонение случайной величины  $x$ ;  $P_x$  – вероятность того, что  $x \leq \mu_x$ .

Значения оценок полудисперсий совпадают с теоретическими значениями полудисперсий, когда функция плотности  $f(x)$  симметрична. Для симметричного распределения  $P_x = 0,5$ , а значит  $ASV_e = ASV_n = 0,5 \cdot \sigma_x^2$ , и поэтому  $\sigma_x = \sqrt{2 \cdot ASV_e} = \sqrt{2 \cdot ASV_n}$ . При симметричной  $f(x)$  стандартные отклонения для нижнего ( $\sigma_n$ ) и верхнего ( $\sigma_e$ ) достроенных сегментов и  $\sigma_x$  равны, поэтому справедливы следующие выражения:

$$\sigma_n = \sqrt{2 \cdot ASV_n} = \sqrt{2 \cdot (1 - P_x)} \cdot \sigma_x; \quad \sigma_e = \sqrt{2 \cdot ASV_e} = \sqrt{2 \cdot P_x} \cdot \sigma_x. \quad (25)$$

Авторы [52] допустили возможность использования (25) для асимметричных распределений: если правый хвост распределения длиннее левого (рисунок 13, а), то  $P_x > 0,5$  и  $\sigma_e > \sigma_n$ ; если левый хвост распределения длиннее правого, то  $P_x < 0,5$

и  $\sigma_\theta < \sigma_n$ . Оценки  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_n$  используются для вычисления верхнего и нижнего пределов КК.

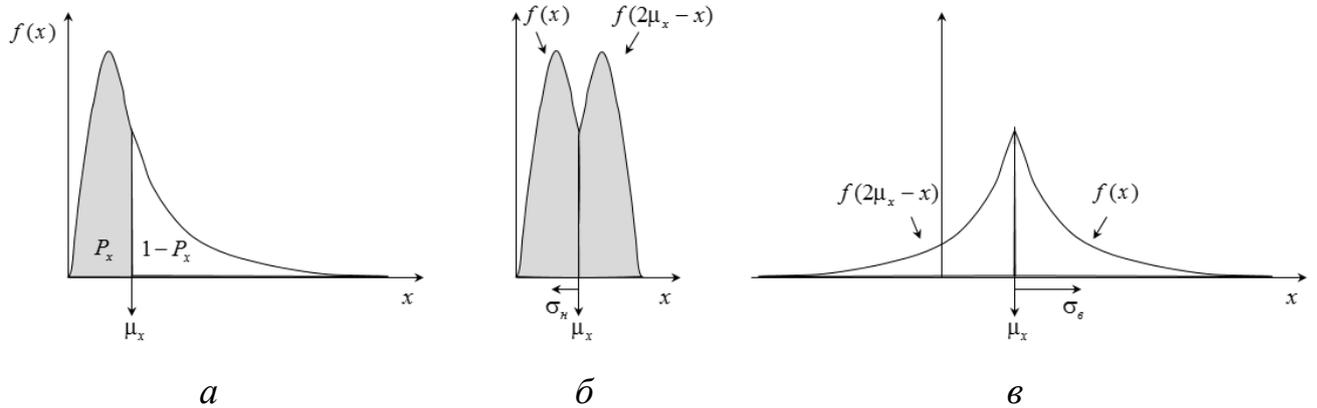


Рисунок 13 – Разбиение кривой плотности распределения на два сегмента

На основе WV - метода предложены методика построения  $\bar{X}$  - и  $R$  - карт [39] и методика построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт (методика Кху, Атта и Чен) [71]. Согласно методике Кху, Атта и Чен верхний и нижний трёхсигмовые контрольные пределы  $\bar{X}$  - карты вычисляются по формулам:

$$UCL_{\bar{X}} = \mu_x + \frac{3 \cdot \sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot P_x} = \bar{X} + \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4' \cdot \sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot \hat{P}_x}; \quad (26)$$

$$LCL_{\bar{X}} = \mu_x - \frac{3 \cdot \sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - P_x)} = \bar{X} - \frac{3 \cdot \bar{S}}{c_4' \cdot \sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \hat{P}_x)}, \quad (27)$$

где  $\hat{P}_x = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n I(X_{ij})}{n \cdot k}$  – оценка  $P_x$ ;  $I(X_{ij}) = \begin{cases} 1, & \text{если } X_{ij} \leq \bar{X} \\ 0, & \text{если } X_{ij} > \bar{X} \end{cases}$ ;  $c_4'$  – константа

теоретического распределения для некоторых значений  $n$  и  $P_x$ .

Верхний и нижний трёхсигмовые пределы  $S$  - карты вычисляются по формулам:

$$UCL_S = \mu_s + 3 \cdot \sigma_s \cdot \sqrt{2 \cdot P_x} = \bar{S} + \frac{3 \cdot \bar{S} \cdot \sqrt{1 - (c_4')^2}}{c_4'} \cdot \sqrt{2 \cdot \hat{P}_x}; \quad (28)$$

$$LCL_S = \mu_s - 3 \cdot \sigma_s \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - P_x)} = \bar{S} - \frac{3 \cdot \bar{S} \cdot \sqrt{1 - (c_4')^2}}{c_4'} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \hat{P}_x)}, \quad (29)$$

где  $\mu_s$  и  $\sigma_s$  – математическое ожидание и стандартное отклонение статистики  $S$  соответственно.

Значения константы  $c_4'$ , используемые в диссертационной работе, получены следующим образом. Для каждого из теоретических распределений (логарифмически нормального и Вейбулла) с соответствующим значением  $P_x$  генерируются  $k = 10^5$  выборок объёма  $n$ . Для каждой выборки по (13) вычисляется значение выборочного стандартного отклонения  $S_i$ , затем по всем  $k$  выборкам, в соответствии с (15), вычисляется среднее значение выборочного стандартного отклонения  $\bar{S}$ . По  $n \times k$  псевдослучайным числам рассчитывается значение

$$S_{\text{общ}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X})^2}{n \cdot k - 1}}. \quad \text{Далее значение } c_4' = \frac{M[S]}{\sqrt{D[X]}} = \frac{\bar{S}}{S_{\text{общ}}} \text{ вычисляется для}$$

каждого из выбранных теоретических распределений.

В таблице П.2 (Приложение А) приведены значения константы  $c_4'$  теоретических распределений для различных комбинаций  $n$  и  $P_x$  ( $n = 10; 20$ ;  $P_x \in \{0,5; 0,51(0,01); 0,8\}$ ). В ряде практических случаев, когда закон распределения неизвестен, используют среднее из значений констант, вычисленных для каждого из выбранных распределений (см. таблицу П.2).

Алгоритм построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт в соответствии с методикой Кху, Атта и Чен [71] (используемый в исследовании из главы 4.1) может быть представлен в следующем виде:

1. Выполняются шаги 1 и 2 из алгоритма построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт Шухарта.
2. В соответствии с (26) и (27) вычисляются верхний и нижний трёхсигмовые контрольные пределы  $\bar{X}$  - карты.

3. В соответствии с (28) и (29) вычисляются верхний и нижний трёхсигмовые контрольные пределы  $S$  - карты.

### 2.4.1.3. Методика построения карты контроля на основе кривых Джонсона

Методика построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт на основе кривых Джонсона (КД) реализована в версиях программного продукта STATISTICA [97], что значительно облегчает её применение на практике.

Джонсон в [69] предложил аппроксимировать эмпирические распределения кривыми, образованными при помощи преобразования плотности нормального распределения. Подбор кривых распределения Джонсона по экспериментальным данным осуществляется в два этапа: для начала определяется, какое из трёх семейств распределений приемлемо, а затем находятся оценки параметров выбранного семейства распределений. При этом пусть  $x$  – случайная величина, для которой подбирается распределение. В общем случае преобразование Джонсона имеет вид:  $z = \gamma + \eta \times \tau(x; \varepsilon; \lambda)$ , где  $\eta > 0$ ,  $\lambda > 0$ ,  $-\infty < \gamma < +\infty$ ,  $-\infty < \varepsilon < +\infty$  – параметры закона распределения Джонсона, а  $\tau(x; \varepsilon; \lambda)$  – произвольная функция, обеспечивающая преобразование случайной величины  $x$  в случайную величину  $z$ , имеющую стандартное нормальное распределение. Джонсон предложил три семейства кривых:  $S_L$ ,  $S_B$  и  $S_U$ .

$S_L$  - распределение Джонсона основано на преобразовании:

$$\tau_L(x; \varepsilon; \lambda) = \ln(x - \varepsilon); \quad (30)$$

плотность  $S_L$  - распределения случайной величины  $x$  имеет вид:

$$f_L(x) = -\left(\frac{\eta}{\sqrt{2\pi(x - \varepsilon)}}\right) \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \eta^2 \cdot \left[\frac{\gamma}{\eta} + \ln(x - \varepsilon)\right]^2\right\}, \quad (31)$$

где  $x > \varepsilon$ .

$S_B$  - распределение Джонсона:

$$\tau_B(x; \varepsilon; \lambda) = \ln\left(\frac{x - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - x}\right); \quad (32)$$

$$f_B(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \times \frac{\lambda}{(x-\varepsilon) \cdot (\lambda-x+\varepsilon)} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left[ \gamma + \eta \cdot \ln \left( \frac{x-\varepsilon}{(\lambda-x+\varepsilon)} \right)^2 \right] \right\}, \quad (33)$$

где  $\varepsilon \leq x \leq \varepsilon + \lambda$ .

$S_U$  - распределение Джонсона:

$$\tau_U(x; \varepsilon; \lambda) = \text{Arsh} \left( \frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right); \quad (34)$$

$$f_U(x) = \frac{\eta}{\sqrt{2\pi}} \times \frac{1}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2 + \lambda^2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left[ \gamma + \eta \cdot \ln \left\{ \left( \frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right) + \sqrt{\left( \frac{x-\varepsilon}{\lambda} \right)^2 + 1} \right\}^2 \right] \right\}, \quad (35)$$

где  $-\infty < x < +\infty$ .

В [61] предложен метод вычисления параметров распределения Джонсона, основанный на подгонке первых четырех моментов наблюдаемых данных. Семейство распределений Джонсона выбирается на основе значений оценок моментов, вычисленных по экспериментальным данным (см. рисунок 14):

$$\left\{ \begin{array}{l} M[X] = \bar{\bar{X}} \\ D[X] = (S_{\text{общ}})^2 \\ K_3[X] = \frac{n \cdot k}{(n \cdot k - 1) \cdot (n \cdot k - 2)} \times \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \left( \frac{X_{ij} - \bar{\bar{X}}}{S_{\text{общ}}} \right)^3 \\ K_4[X] = \frac{n \cdot k \cdot (n \cdot k + 1)}{(n \cdot k - 1) \cdot (n \cdot k - 2) \cdot (n \cdot k - 3)} \times \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \left( \frac{X_{ij} - \bar{\bar{X}}}{S_{\text{общ}}} \right)^4 - \frac{3 \cdot (n \cdot k - 1)^2}{(n \cdot k - 2) \cdot (n \cdot k - 3)} \end{array} \right., \quad (36)$$

где  $K_3[X]$  – коэффициент асимметрии;  $K_4[X]$  – коэффициент эксцесса.

Для выбранного семейства распределений Джонсона решается система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} M[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda) dx \\ D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[X])^2 \cdot f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda) dx \\ K_3[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{x - M[X]}{\sqrt{D[X]}} \right)^3 \cdot f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda) dx \\ K_4[X] = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{x - M[X]}{\sqrt{D[X]}} \right)^4 \cdot f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda) dx \right] - 3 \end{array} \right. , \quad (37)$$

где  $f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda)$  – плотность распределения Джонсона в общем случае.

Численный метод решения данной системы (нахождение значений параметров  $\gamma; \eta; \varepsilon; \lambda$ ) представлен в [61].

Система распределений Джонсона занимает большие области на плоскости моментов, что позволяет описывать различные законы распределения экспериментальных данных, кроме мультимодальных, которые попадают в критическую область (см. рисунок 14).

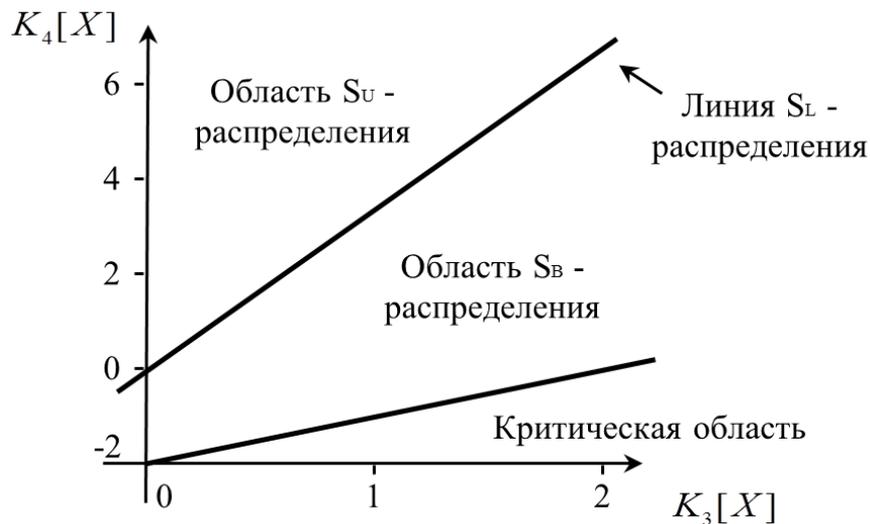


Рисунок 14 – Области, занимаемые семействами распределений Джонсона, на плоскости моментов

Случайные величины  $x$  с распределениями из семейства КД могут быть преобразованы к стандартным нормальным случайным величинам  $z$ , что позволяет использовать результаты, полученные для нормального распределения: выразить квантили  $x_\alpha$  распределения случайной величины  $x$  через квантили  $z_\alpha$  стандартного нормального распределения.

Алгоритм построения  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт на основе КД может быть представлен в следующем виде:

1. Для определения контрольных пределов  $\bar{X}$  - карты из текущего процесса отбираются  $n \times k$  значений характеристики  $X_{ij}$  и по ним вычисляются значения статистик из системы (36).

2. Значения оценок математического ожидания  $M[\bar{X}]$ , дисперсии  $D[\bar{X}]$  и коэффициентов асимметрии  $K_3[\bar{X}]$  и эксцесса  $K_4[\bar{X}]$  для  $\bar{X}$  вычисляются из системы уравнений

$$\begin{cases} M[\bar{X}] = M[X] \\ D[\bar{X}] = \frac{D[X]}{n} \\ K_3[\bar{X}] = \frac{K_3[X]}{\sqrt{n}} \\ K_4[\bar{X}] = \frac{K_4[X]}{n} \end{cases} \quad (38)$$

Далее подбор кривой плотности  $f_j(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda)$  осуществляется для описания распределения значений  $\bar{X}_i$  [71].

3. Семейство распределения Джонсона выбирается на основе значений оценок  $K_3[\bar{X}]$  и  $K_4[\bar{X}]$  в соответствии с рисунком 14 (на осях графика коэффициенты  $K_3[X]$  и  $K_4[X]$  замещаются соответственно на  $K_3[\bar{X}]$  и  $K_4[\bar{X}]$ ).

4. Подставив в (37)  $M[\bar{X}]$  вместо  $M[X]$ ,  $D[\bar{X}]$  вместо  $D[X]$ ,  $K_3[\bar{X}]$  вместо  $K_3[X]$  и  $K_4[\bar{X}]$  вместо  $K_4[X]$ , численным методом, представленным в [61],

находятся значения параметров плотности  $f_j(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda)$  для выбранного на шаге 3 семейства распределений Джонсона.

5. Задаётся значение  $\alpha$  - вероятности. Квантили стандартного нормального распределения вычисляются из формулы:

$$P(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}} dz. \quad (39)$$

Подставив величины  $\alpha/2$  и  $1 - (\alpha/2)$  вместо  $P(z)$ , численным методом находятся значения квантилей  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  и  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  соответственно. При  $\alpha = 0,0027$  значения квантилей  $z_{\frac{\alpha}{2}} = -3$  и  $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 3$  (эти значения квантилей используются в исследовании из главы 4.1).

6. Значения квантилей  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  и  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  подставляются в уравнение  $z = \gamma + \eta \times \tau(x; \varepsilon; \lambda)$  и, используя одно из выражений (30), (32) или (34) для выбранного семейства распределений Джонсона, вычисляются соответственно  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  и  $x_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . Значение  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  является нижним контрольным пределом  $LCL_{\bar{X}}$ , а значение  $x_{1-\frac{\alpha}{2}}$  – верхним контрольным пределом  $UCL_{\bar{X}}$ .

7. Для определения контрольных пределов  $S$  - карты из текущего процесса отбираются  $n \times k$  значений  $X_{ij}$ , и для каждой подгруппы по формуле (13) рассчитывается статистка  $S_i$ .

8. Значения оценок математического ожидания  $M[S]$ , дисперсии  $D[S]$ , коэффициентов асимметрии  $K_3[S]$  и эксцесса  $K_4[S]$  для внутригрупповых стандартных отклонений ( $S_i$ ) вычисляются из системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} M[S] = \bar{S} \\ D[S] = \frac{\sum_{i=1}^k (S_i - \bar{S})^2}{k-1} \\ K_3[S] = \frac{k}{(k-1) \cdot (k-2)} \times \sum_{i=1}^k \left( \frac{S_i - \bar{S}}{S_{\text{общ}}[S]} \right)^3 \\ K_4[S] = \frac{k \cdot (k+1)}{(k-1) \cdot (k-2) \cdot (k-3)} \times \sum_{i=1}^k \left( \frac{S_i - \bar{S}}{S_{\text{общ}}[S]} \right)^4 - \frac{3 \cdot (k-1)^2}{(k-2) \cdot (k-3)} \end{array} \right. , \quad (40)$$

где  $S_{\text{общ}}[S] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (S_i - \bar{S})^2}{k-1}}$ .

Подбор кривой плотности  $f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda)$  осуществляется для описания распределения внутригрупповых значений  $S_i$ .

9. Семейство распределения Джонсона выбирается на основе значений оценок  $K_3[S]$  и  $K_4[S]$  в соответствии с рисунком 14 (на осях графика коэффициенты  $K_3[X]$  и  $K_4[X]$  замещаются соответственно на  $K_3[S]$  и  $K_4[S]$ ).

10. Подставив в (37)  $M[S]$  вместо  $M[X]$ ,  $D[S]$  вместо  $D[X]$ ,  $K_3[S]$  вместо  $K_3[X]$  и  $K_4[S]$  вместо  $K_4[X]$ , численным методом, представленным в [61], находятся значения параметров плотности  $f_J(x; \gamma; \eta; \varepsilon; \lambda)$  для выбранного на шаге 9 семейства распределений Джонсона.

11. Повторяется шаг 5.

12. Значения квантилей  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  и  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  подставляются в уравнение  $z = \gamma + \eta \times \tau(x; \varepsilon; \lambda)$  и, используя одно из выражений (30), (32) или (34) для выбранного семейства распределений Джонсона, вычисляются соответственно  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  и  $x_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . Значение  $x_{\frac{\alpha}{2}}$  является нижним контрольным пределом  $LCL_S$ , а значение  $x_{1-\frac{\alpha}{2}}$  – верхним контрольным пределом  $UCL_S$ .

Необходимо отметить, что формулы оценок  $D[X]$  и  $D[S]$  из систем (36) и (40), соответственно, в первую очередь предназначены для использования в фазе II. В

фазе I могут быть использованы более робастные оценки (хотя и менее точные),

например:  $D[X] = (\bar{S})^2$  и  $D[S] = \frac{\overline{mR(S)}}{1,128}$ .

## 2.4.2. Методики построения карт контроля автокоррелированных и нестационарных процессов

При ежечасном мониторинге процесса передачи голосового трафика временным рядам значений  $ACD$  и  $ASR$  свойственна циклостационарная структура. Так как основные КК не учитывают автокорреляции или нестационарность процесса, их использование для диагностики состояния стабильности циклостационарных временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  будет приводить к совершению ошибок 1-го и 2-го рода. Поэтому необходимо рассмотреть существующие методики построения КК автокоррелированных и нестационарных процессов.

### 2.4.2.1. Обзор методик

В литературе по СУП можно выделить два основных подхода к построению КК автокоррелированных и нестационарных процессов [91].

*Первый подход* заключается в моделировании автокорреляции временного ряда и последующем использовании стандартных (основных) КК с настроенными контрольными пределами, учитывающими автокорреляционную составляющую процесса. В [103, стр. 284] представлена методика вычисления контрольных пределов карты индивидуальных значений ( $X$  - карты) Шухарта, учитывающая значительную автокорреляцию на лаге 1. Автором [93] предложена методика построения карты ЭВСС для автокоррелированного процесса. В основе расчёта пределов КК обеих методик лежит допущение о нормальном (или приблизительно нормальном) распределении индивидуальных значений характеристики ( $X$ ). В [72]

предложена методика построения карты КУСУМ для автокоррелированных данных. Однако ни одна из данных методик не применима для контроля нестационарных процессов (например, процессов с сезонной вариацией значений математического ожидания  $M[X]$  и дисперсии  $D[X]$ ).

*Второй подход* основан на подборе модели временного ряда для рассматриваемого автокоррелированного процесса и последующем построении КК остатков (или ошибок прогноза) модели. Данный подход представлен авторами [37]. В своей работе они предложили использовать две карты (вместо одной):

1. *Карта (график) общих причин*<sup>5</sup> (карта подобранных значений модели временного ряда). На этой карте представляется модель временного ряда, вариации значений которого обусловлены действием только общих причин.

2. *Карта особых причин*<sup>6</sup> (карта остатков (или ошибок прогноза) подобранной модели). Она представляет собой стандартную КК (обычно КК Шухарта) и используется для выявления особых причин вариации значений временного ряда.

Авторы [85] предложили использовать метод экспоненциального сглаживания и метод Хольта – Уинтерса для построения модели временного ряда (на карте общих причин). На основе данных сетевого трафика они сравнили чувствительность трёх карт особых причин:  $X$  - карты Шухарта, карты ЭВСС и карты КУСУМ. В результате сравнения они сделали вывод о том, что  $X$  - карта Шухарта позволяет выявлять аномалии трафика не хуже карт ЭВСС и КУСУМ, и при этом с относительно меньшим количеством ложных сигналов (ошибок 1-го рода). В качестве оценки  $D[X]$  авторы использовали статистику экспоненциально взвешенной среднеквадратической ошибки, что позволило им учитывать динамические изменения дисперсии (индивидуальных значений) при вычислении контрольных пределов.

---

<sup>5</sup> В англоязычной литературе данную карту принято называть «Common-Cause Chart».

<sup>6</sup> В англоязычной литературе данную карту принято называть «Special-Cause Chart».

Авторы [37, 42, 45] предложили строить карту общих причин на основе подобранной *ARIMA* - модели. При этом в работах [42, 45] авторы предложили строить границы на карте общих причин. Предполагается, что выход значения подобранной модели временного ряда за эти границы сигнализирует о том, что общие (уже известные) причины вариаций вызвали избыточное отклонение процесса от номинала, и оператору (или аналитику) необходимо произвести настройку процесса на номинальное значение (если настройка процесса возможна в принципе). В качестве карты особых причин в [37, 42, 45] использована *X* - карта Шухарта.

Важной особенностью *ARIMA* - моделей является возможность предварительного преобразования данных. Например, логарифмирование значений ряда может использоваться для нормализации данных или для уменьшения дисперсии временного ряда, а взятие разности некоторого порядка – для удаления сезонных и несезонных автокорреляций, и т. д. Таким образом, циклостационарный временной ряд может быть преобразован (с некоторыми допущениями) в стационарный ряд с нормальным распределением независимых значений характеристики для подбора *ARMA* - модели преобразованного ряда и последующего построения карты остатков.

Однако в случае мониторинга значений характеристики *ACD* (или *ASR*) с неравным объёмом выборки внутри подгрупп, дисперсия значений *ACD* (или *ASR*) может сильно варьироваться для каждой из подгрупп, что значительно усложняет (а зачастую делает невозможным) преобразование данных для перехода к стационарному временному ряду. В связи с этим актуальной задачей является разработка методики построения КК, позволяющей полностью учесть свойства временных рядов значений характеристик *ACD* и *ASR* (рассмотренные в главах 1.1.3.2 и 1.1.3.3).

Более подробно рассмотрим две методики построения КК, применимые для контроля циклостационарных процессов (на примере временного ряда значений *ACD*).

### 2.4.2.2. Методика Алвана и Робертса

Методика Алвана и Робертса основана на подборе *ARIMA* - модели временного ряда и последующем построении карты остатков подобранной модели [37].

*ARIMA* - модель (интегрированная модель авторегрессии – скользящего среднего) является расширением *ARMA* - модели (модели авторегрессии – скользящего среднего) для нестационарных временных рядов.

*ARIMA* - модель содержит  $p$  параметров авторегрессии,  $q$  параметров скользящего среднего, которые вычисляются для временного ряда после взятия разности порядка  $d$  ( $d$  – это число взятых разностей). За счёт взятия разности порядка  $d$  с некоторым лагом (см. главу 1.1.3.2) осуществляется переход от нестационарного процесса (рассматриваемого в рамках *ARIMA* - модели) к стационарному процессу (рассматриваемому в рамках *ARMA* - модели). Помимо этого, для достижения стационарности временного ряда применяют процедуры возведения в степень и логарифмирования (для стабилизации дисперсии) [30].

Стационарный временной ряд  $X_t$  может быть представлен в следующем виде:

$$X_t = \hat{X}_t + \omega_t, \quad (41)$$

где  $\hat{X}_t$  – *ARMA* - модель временного ряда;  $\omega_t$  – остаток модели временного ряда.

В свою очередь, *ARMA* - модель временного ряда может быть выражена следующей формулой:

$$\hat{X}_t = c + \sum_{j=1}^p (p_{ARj} \cdot X_{t-j}) - \sum_{j=1}^q (q_{MAj} \cdot \omega_{t-j}), \quad (42)$$

где  $c$  – некоторая константа (часто для упрощения предполагается равной нулю);

$p_{ARj}$  –  $j$ -й параметр авторегрессии;  $q_{MAj}$  –  $j$ -й параметр скользящего среднего.

В [30] на стр. 449 приведены практические критерии выбора одной из пяти основных *ARMA* - моделей (различающихся типом и количеством параметров) с

помощью автокорреляционных (АКФ) и частных автокорреляционных функций (ЧАКФ) временного ряда.

Сезонная *ARIMA* - модель представляет собой аддитивную  $ARIMA(p;d;q)+(P;D;Q)^s$  или мультипликативную  $ARIMA(p;d;q)\times(P;D;Q)^s$  модель временного ряда. Она включает в себя как несезонные параметры (рассмотренные ранее), так и сезонные параметры ( $P$  параметров авторегрессии,  $Q$  параметров скользящего среднего). Эти параметры вычисляются для временного ряда после взятия несезонной разности порядка  $d$  (обычно с лагом 1) и далее сезонной разности порядка  $D$  с сезонным лагом  $s$  (для достижения стационарности временного ряда) [30].

Общие рекомендации относительно выбора параметров несезонных моделей (с помощью АКФ и ЧАКФ) полностью применимы к сезонным моделям [33].

При оценивании параметров модели используют один из методов максимального правдоподобия, основанный на вычислении (условных) сумм квадратов остатков ( $SS$ ) модели временного ряда [81, 83]. В диссертационном исследовании оценка параметров *ARIMA* - моделей производилась по приближенному методу максимального правдоподобия МакЛеода и Сейлза (в программном продукте STATISTICA).

Для оценки качества подгонки (точности) модели используют показатель среднего квадрата остатков ( $MS$ ):

$$MS = \frac{\sum_{t=1}^k (\omega_t)^2}{k - (p + q)}, \quad (43)$$

где  $k$  – количество значений временного ряда  $X_t$ ;  $(p+q)$  – число параметров модели (значение константы  $c$  предполагается равным нулю).

Чем ближе значение показателя  $MS$  к нулю, тем лучше качество подгонки модели.

Методика Алвана и Робертса может быть представлена в соответствии со следующими шагами:

1. Пусть дан временной ряд значений  $ACD_i$  (один цикл временного ряда содержит 24 значения  $ACD_i$ ). Задаётся некоторая  $ARIMA$  - модель (на основе предварительного анализа временного ряда), например, аддитивная сезонная модель  $ARIMA(0;1;1)+(0;0;1)^{24}$  (используемая в исследовании из главы 4.2). Для получения формулы этой модели временного ряда, значения  $ACD_i$  были прологарифмированы ( $Y_i = \ln(ACD_i)$ ), после чего были взяты разности порядка 1 с лагом 1 ( $X_t = Y_i - Y_{i-1}$ , где  $t = i - 1$ ). В соответствии с заданной моделью, временной ряд  $X_t$  может быть представлен в следующем виде:  $X_t = -q_{MA} \cdot \omega_{t-1} - Q_{MA} \cdot \omega_{t-24} + \omega_t$ . Значения параметров модели  $q_{MA}$  и  $Q_{MA}$  подбираются при помощи программного продукта STATISTICA.

Последовательно рассчитываются значения остатков модели ( $\omega_t$ ). Для заданной модели вычисляется значение показателя  $MS$  по формуле (43).

2. Шаг 1 повторяется для некоторых заданных  $ARIMA$  - моделей.

3. На основе значений  $MS$  выбирается  $ARIMA$  – модель с наилучшим качеством подгонки.

4. По остаткам ( $\omega_t$ ) выбранной модели вычисляются среднее значение  $\bar{\omega}$  и стандартное отклонение  $\sigma$  в соответствии с формулами:

$$\bar{\omega} = \frac{\sum_{t=1}^k \omega_t}{k}; \quad (44)$$

$$\sigma = \frac{mR(\omega_t)}{1,128}, \quad (45)$$

где  $mR(\omega_t) = \frac{\sum_{t=1}^{k-1} |\omega_{t+1} - \omega_t|}{k-1}$ .

5. Верхний ( $UCL$ ) и нижний ( $LCL$ ) контрольные пределы карты индивидуальных значений рассчитываются в соответствии со следующими формулами:

$$UCL = \bar{\omega} + \delta \cdot \sigma; \quad (46)$$

$$LCL = \bar{\omega} - \delta \cdot \sigma, \quad (47)$$

где  $\delta$  – коэффициент, определяющий ширину интервала между контрольными пределами.

6. Задаются правила определения нестабильного состояния временного ряда остатков  $\omega_t$ .

### 2.4.2.3. Методика Мюнза и Карла

Методика Мюнза и Карла основана на подборе модели временного ряда по методу Хольта – Уинтерса (как и методика Брутлага) и последующем построении карты остатков подобранной модели ( $X$  - карты Шухарта) [85]. Она может быть представлена в соответствии со следующими шагами:

1. Пусть дан временной ряд значений  $ACD_i$  (один цикл временного ряда содержит  $m = 24$  значения  $ACD_i$ ). Обозначим  $ACD_i$  за  $y_i$ . Модель временного ряда значений  $\hat{y}_{i+1}$  подбирается по методу Хольта – Уинтерса в соответствии с шагом 1 методики Брутлага (см. главу 1.2). При этом подбор коэффициентов  $\alpha_{hw}$ ,  $\beta_{hw}$ ,  $\gamma_{hw}$  производится методом сеточного поиска (в программном продукте STATISTICA). При помощи программного продукта STATISTICA вычисляются начальные значения компонент  $a_0$ ,  $b_0$  и  $c_{i+1-m}$  (для  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ), после чего рассчитываются значения  $\hat{y}_{i+1}$  модели временного ряда (в соответствии с формулой (5)).

2. Рассчитываются значения остатков ( $\omega_i$ ) модели временного ряда по формуле:

$$\omega_i = y_i - \hat{y}_i. \quad (48)$$

3. Вычисляется значение  $\bar{\omega}$  (по аналогии с формулой (44)).

4. Задаётся значение коэффициента  $\rho$  и для каждого  $i$  вычисляется статистика экспоненциально взвешенной среднеквадратической ошибки:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \rho \cdot (\omega_i - \bar{\omega})^2 + (1 - \rho) \cdot \hat{\sigma}_{i-1}^2. \quad (49)$$

5. Для каждого значения  $\omega_i$  рассчитываются значения верхнего ( $UCL_i$ ) и нижнего ( $LCL_i$ ) контрольных пределов в соответствии со следующими формулами:

$$UCL_i = \bar{\omega} + \delta \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_i^2}; \quad (50)$$

$$LCL_i = \bar{\omega} - \delta \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_i^2}, \quad (51)$$

где  $\delta$  – коэффициент, определяющий ширину интервала между контрольными пределами.

6. Задаются правила определения нестабильного состояния временного ряда остатков  $\omega_i$ .

## 2.5. Методики экономического планирования карт контроля процесса.

### Обзор методик

Как уже было отмечено ранее, задачей транзитного оператора является оперативный и результативный мониторинг процесса передачи голосового трафика для приведения его (в случае ухудшению качества связи) в исходное «идеальное» состояние (однако транзитный оператор не способен улучшить исходный уровень качества голоса, зависящий от телекоммуникационных операторов абонентов). Использование КК, учитывающих свойства временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$ , при мониторинге процесса позволяет уменьшить количество совершаемых ошибок 1-го и 2-го рода. В добавление к этому потери от ошибок могут быть минимизированы за счёт экономического планирования КК [56].

Экономическое планирование КК заключается в следующем. Задаётся некоторая стоимостная модель затрат, связанных с диагностикой и регулированием процесса. Обычно компоненты стоимостной модели включают в себя стоимость нестабильного состояния процесса, стоимость ложного сигнала, стоимость поиска особой причины вариаций, стоимость взятия выборки,

построения и анализа КК [56]. Стоимостная модель является функцией параметров КК. Найдя минимум полученной функции, можно установить соответствующие этому минимуму оптимальные параметры плана контроля (метод построения КК, правила идентификации нестабильного состояния процесса, периодичность взятия выборок ( $h$ ), объемы выборок в подгруппах ( $n$ ), количество подгрупп ( $k$ )). В качестве метода поиска оптимальных значений параметров КК может быть использован генетический алгоритм, метод сеточного поиска или др.

В качестве примера наиболее простой стоимостной модели потерь ( $L_{\Sigma}$ ) от некорректной диагностики процесса (для нахождения оптимальных правил идентификации нестабильного состояния процесса) можно привести следующую формулу:

$$L_{\Sigma} = N_{\text{стаб}} \cdot L_{\alpha} \cdot \alpha + N_{\text{нест}} \cdot L_{\beta} \cdot \beta, \quad (52)$$

где  $N_{\text{стаб}}$  – количество случаев (точек) присутствия общих причин вариации (шт.);  $L_{\alpha}$  – средние потери от ошибок 1-го рода (у.е.);  $\alpha$  – вероятность ошибки 1-го рода (%);  $N_{\text{нест}}$  – количество случаев присутствия особых причин вариации (шт.);  $L_{\beta}$  – средние потери от ошибок 2-го рода (у.е.);  $\beta$  – вероятность ошибки 2-го рода (%).

В работах [56, 90, 92] при экономическом планировании КК предполагается, что данные независимы и распределены в соответствии нормальным законом, а процесс является стационарным. В работе [76] предложена методика экономического планирования  $\bar{X}$  -, p- и u- карт (для данных с нормальным распределением, биномиальным распределением и распределением Пуассона, соответственно). Однако на практике многим процессам свойственна гораздо более сложная структура: асимметричное распределение данных, автокорреляции (сезонные или несезонные) или нестационарность (в том числе процессу передачи голосового трафика, характеризующегося временными рядами значений  $ACD$  и  $ASR$ ).

В литературе предложен ряд методик экономического планирования КК для процессов со сложной структурой. Например, в работах [44, 68] предложены методики экономического планирования КК для процессов с несезонной автокорреляцией, в работе [55] – для процессов с асимметричным распределением данных, а в работе [54] – для процессов с асимметричным распределением данных и внутригрупповой корреляцией. Однако в литературе по СУП отсутствуют методики экономического планирования КК циклостационарных процессов (не говоря о циклостационарных процессах с асимметричным распределением значений характеристики).

Существующие методики экономического планирования КК основаны на некоторой постоянной теоретической модели распределения данных (для описания процесса в его стабильном состоянии) и заданном значении сдвига положения процесса (при его нестабильном состоянии) – исходя из этого вычисляются значения  $\alpha$  - и  $\beta$  - вероятностей. Однако значения моментов (математического ожидания и дисперсии) величин  $ACD$  и  $ASR$  непостоянны в различные интервалы времени, поэтому использование неизменной теоретической модели распределения данных при экономическом планировании КК приводит к получению неоптимальных параметров плана контроля процесса.

Таким образом, актуальной задачей является разработка методики экономического планирования КК для циклостационарных процессов (с асимметричным распределением значений характеристики).

## 2.6. Выводы по главе 2

1. Выделены два подхода к СУП (на основе КК): операциональный и вероятностный. В рамках вероятностного подхода учитываются свойства конкретного процесса при определении контрольных пределов карты, что позволяет производить более точную ДССП. Поэтому для мониторинга процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временными рядами значений

*ACD* и *ASR*, использование КК, построенных в соответствии с вероятностным подходом, является предпочтительным.

2. Исследованы и систематизированы основные подходы к построению КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики. Выделены и подробно описаны две методики построения КК, в наибольшей степени удовлетворяющие критериям, важным для аналитика при диагностике состояния стабильности временного ряда значений *ACD*. Однако эти методики не учитывают ранее выявленную теоретическую модель распределения значений *ACD*, что может привести к расчёту некорректных оценок контрольных пределов. В связи с этим актуальной задачей является разработка методики построения КК на основе параметрической бутстреп-процедуры (учитывающей теоретическую модель распределения), полностью соответствующей критериям, важным для аналитика при диагностике состояния стабильности временного ряда значений *ACD*.

3. Исследованы основные подходы к построению КК автокоррелированных и нестационарных процессов. Выделены и подробно описаны две методики построения КК, позволяющие учесть циклическую структуру процесса. Однако данные методики не учитывают возможность сезонной вариации значений дисперсии и возможность неравного объёма выборки внутри подгрупп (характерные временным рядам значений *ACD* и *ASR*). В связи с этим актуальной задачей является разработка методики построения КК, позволяющей полностью учесть свойства временных рядов значений характеристик *ACD* и *ASR*.

4. Исследованы основные методики экономического планирования КК. В результате исследования литературы по СУП выявлено, что отсутствуют методики экономического планирования КК, применимые для циклостационарных процессов. В связи с этим актуальной задачей является разработка методики экономического планирования КК для циклостационарных процессов, характеризующихся временными рядами значений *ACD* и *ASR*.

## ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДИК СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА

### 3.1. Методика построения карты контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики

На основе ранее выявленных требований к методике построения КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики (для мониторинга временного ряда значений  $ACD$ ) автором диссертационной работы разработана методика оценки контрольных пределов КК при помощи параметрической бутстреп - процедуры (ПБ - процедуры) [19].

С помощью этой методики может быть построена КК *любой* статистики для *любого* теоретического закона распределения (с одним или двумя параметрами) индивидуальных значений характеристики ( $X$ ).

Особенность разработанной методики построения КК заключается в использовании средних из  $k$  ( $k$  – это число подгрупп) статистик положения и изменчивости для формирования теоретической модели распределения значений  $X$  (при помощи аналитической связи между математическим ожиданием  $M[X]$ , дисперсией  $D[X]$  и параметрами  $(\theta_1, \dots, \theta_m)$  теоретического распределения значений  $X$ ), в отличие от использования оценок параметров распределения, рассчитанных по  $n \cdot k$  значениям  $X_{ij}$  (применяемых в существующих методиках построения КК на основе ПБ - процедуры [36, 75, 88]). Использование среднего статистик внутригрупповой изменчивости в разработанной методике позволяет рассчитывать корректные оценки контрольных пределов даже на основе частично неоднородных данных (наличие вычислительной робастности контрольных пределов). Поэтому, в отличие от альтернативных методик на основе ПБ - процедуры, разработанная методика может использоваться не только в фазе II, но и в фазе I.

При этом в методике отсутствует необходимость в нелинейных преобразованиях исходных значений  $X$  (для перехода к другой характеристике), усложняющих интерпретацию и применение на практике результатов анализа.

Методика построения КК может быть представлена в соответствии со следующими шагами (на примере  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт):

1. Принимается решение о теоретическом законе, описывающем распределение значений  $X$  текущего процесса (например, при помощи одного из критериев согласия).

2. Из текущего процесса отбираются  $n \times k$  значений характеристики  $X_{ij}$ . Для каждой  $i$ -й подгруппы вычисляются среднее подгруппы  $\bar{X}_i$  (по формуле (12)), стандартное отклонение  $S_i$  (по формуле (13)) и квадрат стандартного отклонения  $S_i^2$ , где

$$S_i^2 = \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 / (n-1). \quad (53)$$

3. По  $k$  подгруппам рассчитываются общее среднее  $\bar{\bar{X}}$  (по формуле (14)), среднее значение стандартного отклонения  $\bar{S}$  (по формуле (15)) и среднее значение квадрата стандартного отклонения  $\bar{S}^2$ , где

$$\bar{S}^2 = \sum_{i=1}^k (S_i^2) / k. \quad (54)$$

4. Для теоретического распределения с двумя параметрами (с одним параметром – аналогично), определённого на шаге 1, математическое ожидание  $M[X]$ , дисперсия  $D[X]$  и параметры распределения  $(\theta_1, \theta_2)$  имеют аналитическую связь следующего вида:

$$\begin{cases} M[X] = g_1(\theta_1, \theta_2) \\ D[X] = g_2(\theta_1, \theta_2) \end{cases}. \quad (55)$$

Статистики  $\bar{\bar{X}}$  и  $\bar{S}^2$  (или  $(\bar{S})^2$ ) принимаются соответственно за  $M[X]$  и  $D[X]$ , и рассчитываются оценки параметров теоретического распределения  $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ . В

фазе I целесообразно использовать статистику  $(\bar{S})^2$ , так как она более робастна к присутствию особых причин вариабельности значений  $X$ , чем  $\overline{S^2}$ . В отличие от  $(\bar{S})^2$ , статистика  $\overline{S^2}$  является несмещённой оценкой дисперсии, поэтому в фазе II использование  $\overline{S^2}$  является более целесообразным.

В исследовании чувствительности  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт будет рассмотрена фаза II (см. главу 4.1), поэтому в качестве оценки  $D[X]$  примем статистику  $\overline{S^2}$ .

Для логарифмически нормального распределения  $LogN(\mu; \sigma^2)$ :

$$\begin{cases} \hat{\mu} = \ln(\bar{X}) - \frac{\hat{\sigma}^2}{2} \\ \hat{\sigma} = \sqrt{\ln\left(\frac{\overline{S^2}}{e^{2 \cdot \ln(\bar{X})}} + 1\right)} \end{cases} \quad (56)$$

Для распределения Вейбулла  $W(\delta; \psi)$ :

$$\begin{cases} \hat{\psi} = \frac{\bar{X}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{\delta}}\right)} \\ \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\hat{\delta}}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\hat{\delta}}\right)} = 1 + \frac{\overline{S^2}}{(\bar{X})^2} \end{cases}, \quad (57)$$

где  $\Gamma(x)$  – это гамма - функция, которая определяется выражением:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \cdot e^{-t} dt. \quad (58)$$

Оценка параметра формы  $\hat{\delta}$  находится из нижнего уравнения (57) при помощи одного из численных методов, доступных в большинстве математических программных продуктов.

5. С помощью одного из методов генерирования псевдослучайных чисел [73] формируется выборка объёма  $N$ , значения которой  $X_{ij}^*$  (символом «\*» в методике обозначены характеристики, для расчёта которых используется псевдослучайная

выборка), образуются в соответствии с плотностью теоретического распределения  $f_x(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$ .

6. Полученная выборка разбивается на  $B = N/n$  подгрупп, и для каждой подгруппы объёма  $n$  рассчитываются значения статистик  $\bar{X}_i^*$  и  $S_i^*$  в соответствии с (12) и (13).

7. В порядке возрастания ранжируются  $B$  значений  $\bar{X}_i^*$ . Нижним пределом  $LCL_{\bar{X}}$  является значение с порядковым номером  $(\alpha/2) \cdot B$ . Верхним пределом  $UCL_{\bar{X}}$  является значение с порядковым номером  $[1 - (\alpha/2)] \cdot B$ .

8. В порядке возрастания ранжируются  $B$  значений  $S_i^*$ . Нижним пределом  $LCL_S$  является значение с порядковым номером  $(\alpha/2) \cdot B$ . Верхним пределом  $UCL_S$  является значение с порядковым номером  $[1 - (\alpha/2)] \cdot B$ .

Пример применения параметрической бутстреп - процедуры для образования теоретической модели распределения значений  $ACD$  представлен на рисунке 15 ( $a$  – кривая плотности логарифмически нормального распределения  $LogN(\hat{\mu}; \hat{\sigma}^2)$ ;  $b$  – гистограмма псевдослучайной выборки  $X_{ij}^*$ , образованной в соответствии с  $LogN(\hat{\mu}; \hat{\sigma}^2)$ ;  $в$  – гистограмма значений  $\bar{X}_i^*$  после разбиения  $X_{ij}^*$  на подгруппы объёма  $n$ ) [80].

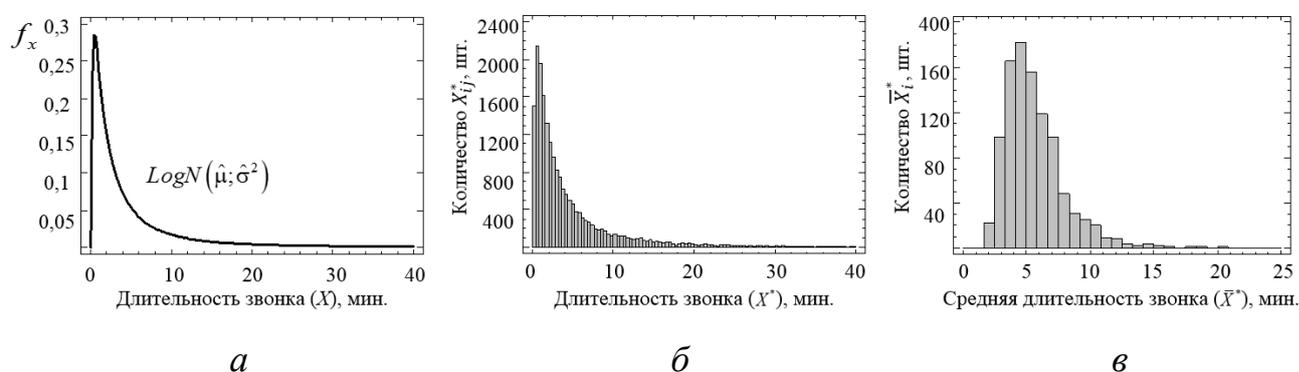


Рисунок 15 – Параметрическая бутстреп - процедура образования теоретической модели распределения значений  $ACD$

Разработанная методика построения КК может быть использована в случаях неравного объёма выборки внутри подгрупп. Для вычисления оценок  $M[X]$  и  $D[X]$  на шаге 3 можно воспользоваться следующими формулами:

$$\bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^k (n_i \cdot \bar{X}_i) / \sum_{i=1}^k n_i; \quad (59)$$

$$\bar{S}^2 = \sum_{i=1}^k [(n_i - 1) \cdot S_i^2] / \sum_{i=1}^k (n_i - 1). \quad (60)$$

Тогда на шагах 6 – 8 вместо  $n$  рассматривается  $n_i$ , и пределы  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт рассчитываются отдельно для каждой из подгрупп (объёма  $n_i$ ).

Необходимо отметить, что на шаге 6 вместо значений  $\bar{X}_i^*$  и  $S_i^*$  можно также рассчитывать значения любой другой интересующей статистики, чтобы на шагах 7 – 8 вычислять контрольные пределы для этой статистики.

### 3.2. Методика построения карты контроля циклостационарного процесса

Автором диссертационной работы разработана методика построения КК циклостационарного процесса, учитывающая возможность сезонной вариации значений дисперсии и неравный объём выборки внутри подгрупп (характерные временным рядам значений  $ACD$  и  $ASR$ ) [16, 18].

Методика построения КК циклостационарного процесса может быть представлена в соответствии со следующими шагами:

1. Происходит оценка периодической структуры процесса (при помощи спектрального анализа, автокоррелограммы или другим методом) для идентификации циклов.

2. Отбираются точки, расположенные относительно друг друга на расстояниях  $w \times \varphi$  (где  $w$  – любое целое число,  $\varphi$  – количество точек внутри одного периода  $T$ ), в которых процесс стационарен. По этим точкам рассчитываются контрольные пределы карты стационарного процесса (в соответствии с выбранной

методикой построения КК стационарного процесса). Таким образом для каждой из отобранных точек рассчитаны контрольные пределы.

3. Рассчитанные контрольные пределы (вместе с точками, для которых они были рассчитаны) переносятся на график циклостационарного процесса.

4. Шаги 2 и 3 повторяются для всех остальных точек циклостационарного процесса. В результате для каждой точки найдены контрольные пределы.

5. В соответствии с критериями серий (правилами, предложенными Л. Нельсоном, «зональными критериями Western Electric» или др.) происходит диагностика состояния стабильности циклостационарного процесса. Данные правила позволяют оценить состояние стабильности как стационарного, так и циклостационарного процесса.

На рисунке 16 представлена графическая интерпретация разработанной методики построения  $\bar{X}$  - карты циклостационарного процесса: *a* – график циклостационарного процесса с периодом  $T$  (внутри пунктирных прямоугольников находятся точки  $t_{1+w\cdot\varphi}$ ,  $\varphi=6$ ); *б* – контрольная карта стационарного процесса для точек  $t_{1+w\cdot\varphi}$ , где  $UCL$  – верхний контрольный предел,  $LCL$  – нижний контрольный предел,  $UWL$  – верхний предупредительный предел,  $LWL$  – нижний предупредительный предел [22],  $CL$  – центральная линия; *в* – график циклостационарного процесса с контрольными пределами для точек  $t_{1+w\cdot\varphi}$ ; *г* – контрольная карта циклостационарного процесса (пределы которой вычисляются на шагах *a* – *в* для точек  $t_{2+w\cdot\varphi}$ ,  $t_{3+w\cdot\varphi}$  и так далее). В качестве примера критерия серии (свидетельствующего о выходе процесса из стабильного состояния) используется правило: «Выход двух из трёх последовательных точек, лежащих по одну сторону от  $CL$ , за  $UWL$  или  $LWL$  указывает на нестабильное состояние процесса». Из рисунка 16, *г* видно, что в соответствии с используемым критерием серии положение трёх крайних правых точек свидетельствует о нестабильном состоянии процесса.

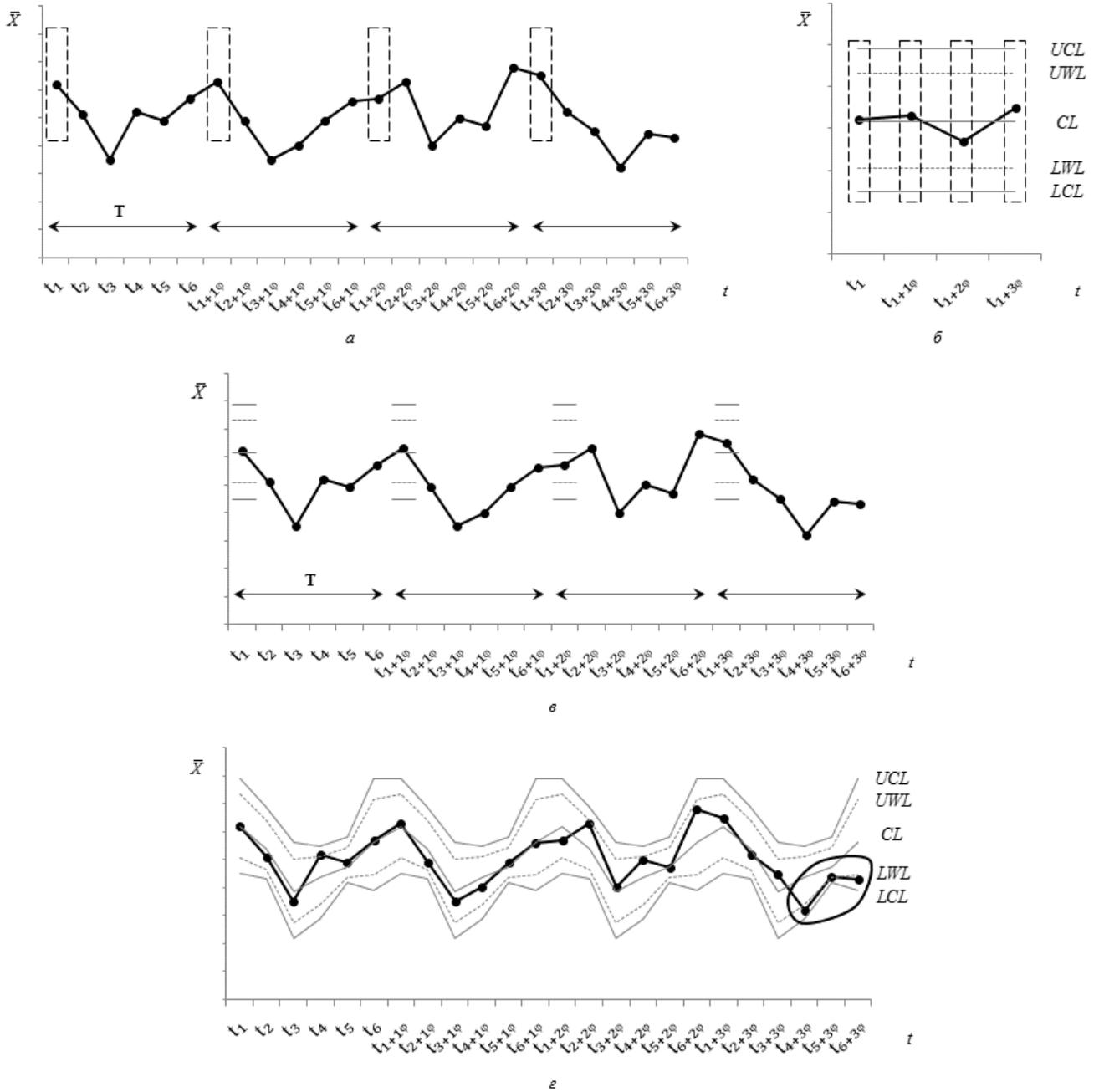


Рисунок 16 – Графическая интерпретация методики построения  $\bar{X}$  - карты циклоstationарного процесса

Главным достоинством разработанной методики является возможность использования в ней практически любой КК стационарного процесса (за исключением карт КУСУМ и ЭВСС), в том числе КК, построенной при помощи ПБ – процедуры, что позволяет использовать разработанную методику для

диагностики состояния стабильности циклостационарных процессов с асимметричными распределениями данных.

### 3.3. Методика экономического планирования карты контроля процесса со сложной структурой

Автором диссертационной работы разработана методика экономического планирования КК процесса со сложной структурой данных (в том числе циклостационарного процесса, характеризующегося временными рядами значений  $ACD$  и  $ASR$ ) [15].

В разработанной методике экономического планирования КК используются современные возможности хранения и анализа большого объема информации. В её основе лежит стоимостная модель потерь, предложенная в работе [68]. Формула этой модели модифицирована с целью вычисления значения суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода на основе данных из ранее анализированных практических ситуаций:

$$L_{\Sigma} = L_{in} + L_{out} = N_{\alpha} \cdot C_D + \sum_{l=1}^{\infty} [N_{(1-\beta)l} \cdot A_l + C_D + C_A], \quad (61)$$

где  $L_{\Sigma}$  – суммарные потери от ошибок (у.е.);  $L_{in}$  – потери от ошибок 1-го рода (у.е.);  $L_{out}$  – потери от ошибок 2-го рода (у.е.);  $N_{\alpha}$  – количество случаев совершения ошибки 1-го рода (шт.);  $N_{(1-\beta)l}$  – дина серии (количество точек) до идентификации нестабильного состояния процесса для  $l$ -го случая (шт.);  $A_l$  – потери из-за нестабильного состояния процесса (для одной точки) для  $l$ -го случая (у.е.);  $C_D$  – стоимость диагностики (работниками организации) одного случая (у.е.);  $C_A$  – стоимость корректирующего действия (у.е.).

Исходные условия применения разработанной методики (для определения оптимальных параметров плана контроля процесса):

- используются данные о реальных процессах, которые представлены в виде временных рядов некоторой характеристики;

- группа экспертов на основе отраслевой практики формирует согласованное мнение об аномальном поведении каждого временного ряда: в реализации дифференцируются точки стабильного состояния процесса от нестабильного;

- для этих временных рядов уже установлены, обусловленные практическими ситуациями, периодичность взятия выборок и объемы выборок в подгруппах.

Методика экономического планирования КК может быть представлена в соответствии со следующими шагами [15]:

1. Устанавливаются некоторые значения параметров плана контроля: методика построения КК, правила идентификации нестабильного состояния процесса.

2. Каждый из временных рядов разбивается на две части. Первая часть временного ряда используется в фазе I, а вторая часть – в фазе II.

3. В соответствии с выбранной методикой построения КК рассчитываются контрольные пределы для первых частей временных рядов (в фазе I).

4. Проводится ДССП (в фазе I).

5. Происходит идентификация ошибок 1-го и 2-го рода (в фазе I).

6. Из временных рядов удаляются точки (значения), в которых идентифицировано нестабильное состояние процесса.

7. Происходит пересчёт контрольных пределов на основе значений «очищенных» временных рядов.

8. К «очищенным» первым частям временных рядов добавляются вторые части. Для вторых частей временных рядов используются контрольные пределы, рассчитанные на шаге 7.

9. Шаги 4 – 5 повторяются в фазе II.

10. Вычисляются значения  $N_\alpha$  и  $N_{(1-\beta)l}$  (для каждого  $l$ -го случая нестабильного состояния процесса); группой экспертов задаются значения  $A_l$ ,  $C_D$ ,  $C_A$ . Полученные величины подставляются в формулу (61) для вычисления  $L_\Sigma$  в фазе II.

Так как количество точек (значений) временных рядов не бесконечно, продолжительность каждого из случаев нестабильного состояния процесса

ограничена некоторой длиной серии. Однако при определённых параметрах плана контроля процесса, КК не способна идентифицировать эту серию точек. Тогда значение  $N_{(1-\beta)l}$  для данного случая не может быть вычислено (следовательно, не может быть вычислено и значение  $L_{\Sigma}$  при заданных параметрах плана контроля). В такой ситуации можно воспользоваться некоторыми допущениями. Например, в фазе I (на шаге 6) вместо того, чтобы вычислять значение выражения  $N_{(1-\beta)l} \cdot A_l + C_D + C_A$ , задать некоторое значение потерь от пропуска случая нестабильного состояния процесса.

Каждому случаю нестабильного состояния процесса характерен сдвиг значений параметров распределения (например, сдвиг математического ожидания  $M[X]$ ). Для такого сдвига может быть создана модель (выраженная в сигма-единицах). Прибавляя значение сдвига  $M[X]$  к значению центральной линии ( $CL$ ), можно получить значение модели временного ряда, характеризующей нестабильный процесс. Таким способом можно вычислить любое количество значений модели временного ряда, т.е. создать модель нестабильного процесса с бесконечной длиной серии. Эти модели могут быть использованы в фазе II (на шаге 10) при вычислении значений  $N_{(1-\beta)l}$  в формуле (61).

Таким образом, для заданных параметров КК вычислено значение стоимостной модели потерь  $L_{\Sigma}$ . Стоимостная модель является функцией параметров КК. Минимум этой функции можно определить при помощи одного из алгоритмов поиска (генетического алгоритма или др.).

11. Выбирается один из алгоритмов поиска. В соответствии с этим алгоритмом производится поиск минимального значения  $L_{\Sigma}$  (за счёт выполнения шагов 1 – 10). Найденному минимуму функции соответствуют оптимальные значения параметров плана контроля.

### 3.4. Система методик статистического управления процессом передачи голосового трафика

Для оперативного (почасового) мониторинга процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временными рядами значений  $ACD$  и  $ASR$ , может быть использована система разработанных автором методик СУП.

За основу взята разработанная методика построения КК циклостационарного процесса. Используемые в этой методике КК стационарного процесса различны для характеристик  $ACD$  и  $ASR$ . Для построения КК стационарного временного ряда значений  $ACD$  применима разработанная методика на основе ПБ-процедуры (в результате образуется методика построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ-процедуры [16]). Для построения КК стационарного временного ряда значений  $ASR$  применимы методики из работ [74, 104].

Совместное использование этих методик (отдельно для  $ACD$  и  $ASR$ ) позволяет при построении КК полностью учитывать свойства временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$ :

- циклостационарность временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  (а также циклостационарность значений моментов (математического ожидания и дисперсии) распределений значений  $ACD$  и  $ASR$ );
- асимметричные распределения значений характеристики  $ACD$  (длительности телефонных разговоров ( $CD$ ) распределены в соответствии с логарифмически нормальным законом);
- биномиальное распределение значений характеристики  $ASR$ ;
- неравный объём выборки (на основе которой вычисляются значения  $ACD$  и  $ASR$ ) в подгруппах.

Использование разработанной методики экономического планирования КК (для КК, построенной в соответствии с разработанными методиками) позволяет подобрать оптимальные правила определения нестабильного состояния временного ряда значений характеристики ( $ACD$  или  $ASR$ ), что приводит к

минимизации потерь от ошибок 1-го и 2-го рода при ДССП передачи голосового трафика.

Помимо этого, система методик СУП позволяет получить робастные пределы КК (т.е. она может использоваться как в фазе II, так и в фазе I) без использования нелинейных преобразований исходных данных.

### 3.5. Выводы по главе 3

1. Разработана методика построения КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики, основанная на аналитической связи между моментами и параметрами функции распределения и параметрической бутстреп-процедуре вычисления контрольных пределов. Методика позволяет вычислять робастные оценки параметров распределения, использование которых приводит к расчёту корректных оценок контрольных пределов даже на основе частично неоднородных данных. При этом в методике отсутствует необходимость в нелинейных преобразованиях исходных данных, усложняющих интерпретацию и применение на практике результатов анализа.

2. Разработана методика построения КК циклостационарного процесса, основанная на вычислении контрольных пределов по точкам, расположенным относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов (в которых процесс стационарен), и оценке состояния стабильности циклостационарного процесса при помощи критериев серий. В методике может быть использована практически любая КК стационарного процесса (за исключением карт КУСУМ и ЭВСС).

3. Разработана методика экономического планирования КК процесса со сложной структурой (в том числе циклостационарного процесса). Методика позволяет вычислять значения суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода на основе данных из ранее анализированных практических ситуаций и подбирать оптимальные параметры плана контроля процесса.

4. Предложена система методик СУП (разработанных автором), которая полностью учитывает свойства временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  при построении КК, а также позволяет подобрать оптимальные правила определения нестабильного состояния временного ряда значений характеристики.

## ГЛАВА 4. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ДССП РАЗРАБОТАННОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДИК СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПЕРЕДАЧИ ГОЛОСОВОГО ТРАФИКА

### 4.1. Сравнительный анализ качества ДССП методик построения карт контроля стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики

Как в случае посуточного, так и в случае почасового (или поминутного) мониторинга временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$ , могут быть использованы КК стационарного процесса. В первом случае они используются напрямую (так как временные ряды  $ACD$  и  $ASR$  стационарны), а во втором случае они используются в методике построения КК циклостационарного процесса для точек, расположенных относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов, в которых процесс стационарен.

Как было отмечено ранее (см. главу 2.4.1.1), при диагностике состояния стабильности временного ряда значений  $ACD$  аналитику важно, чтобы методика построения КК соответствовала следующим критериям:

- наличие вычислительной робастности контрольных пределов;
- отсутствие нелинейных преобразований исходных данных;
- низкая вероятность совершения ошибок 1-го и 2-го рода при помощи КК.

Первым двум вышеуказанным критериям соответствуют следующие методики построения КК ( $\bar{X}$  - и  $S$  - карт):

- методика Шухарта (см. главу 2.3.1);
- методика Кху, Атга и Чен (см. главу 2.4.1.2);
- методика на основе КД (см. главу 2.4.1.3);
- методика на основе ПБ - процедуры, разработанная автором диссертации (см. главу 3.1) [79].

Для определения вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода (третий критерий) при помощи  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт, построенных в соответствии с выбранными методиками, было проведено исследование их (КК) чувствительности.

Для этого в фазе II было проведено компьютерное моделирование по методу Монте-Карло. В качестве показателей чувствительности КК использованы оценки вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода (оценки  $\alpha$ - и  $\beta$ - вероятности соответственно). Данные, использованные в исследовании, получены генерированием выборки двух асимметричных теоретических распределений (наиболее часто применяемых на практике): логарифмически нормального распределения  $LogN(\mu; \sigma^2)$  и распределения Вейбулла  $W(\delta; \psi)$ . Значения индивидуальных значений ( $X$ ), на основе которых вычислялись контрольные пределы  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт, характеризуют выборку стабильного процесса. Для карт, построенных по методикам Шухарта и Кху, Атта и Чен, в качестве контрольных пределов были приняты границы  $\pm 3\sigma$ , а для карт, построенных по методикам на основе КД и на основе ПБ - процедуры, – квантили  $UCL_{99,865\%}$  и  $LCL_{0,135\%}$ .

Значения оценок  $\alpha$ -вероятности  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт вычислялись в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Вычисляются контрольные пределы карт.

1.1. Генерируется  $n$  значений характеристики  $X$ , распределённых в соответствии с  $LogN(\mu; \sigma^2)$  или  $W(\delta; \psi)$ , при помощи программного продукта STATGRAPHICS Centurion XV.

1.2. Шаг 1.1 повторяется  $k = 10$  раз для формирования  $k$  подгрупп (по  $n$  значений в каждой подгруппе).

1.3. Контрольные пределы  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт рассчитываются в соответствии с методикой Шухарта, методикой Кху, Атта и Чен, методикой на основе КД и разработанной методикой на основе ПБ - процедуры.

1.4. Шаги 1.1 – 1.3 повторяются  $10^2$  раз для каждой методики.

1.5. Шаги 1.1 – 1.4 повторяются для  $n = 10$  и  $n = 20$ .

1.6. Шаги 1.1 – 1.5 повторяются для  $LogN(0,44;1,32)$ ,  $LogN(1,53;0,52)$ ,  $LogN(1,74;0,1)$ ,  $W(0,75;5)$ ,  $W(1,24;3)$ ,  $W(2,6;3)$ .

2. Вычисляются значения оценок  $\alpha$ -вероятности.

2.1. Генерируется  $n$  значений характеристики  $X$ , распределённых в соответствии с  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  (аналогично шагу 1.1).

2.2. По  $n$  значениям, полученным на шаге 2.1, рассчитываются статистики  $\bar{X}_i$  и  $S_i$ .

2.3. В соответствии с  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  из шага 2.1 выбирается одна из  $\bar{X}$  - карт, построенных по некоторой методике на шагах 1.1 – 1.6. Значение  $\bar{X}_i$ , рассчитанное на шаге 2.2, сравнивается со значениями  $UCL_{\bar{X}}$  и  $LCL_{\bar{X}}$  этой  $\bar{X}$  - карты по следующим формулам:

$$I_{UCL}(\bar{X}_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{X}_i > UCL_{\bar{X}} \\ 0, & \text{если } \bar{X}_i \leq UCL_{\bar{X}} \end{cases}; \quad I_{LCL}(\bar{X}_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{X}_i < LCL_{\bar{X}} \\ 0, & \text{если } \bar{X}_i \geq LCL_{\bar{X}} \end{cases}. \quad (62)$$

Значения  $I_{UCL}(\bar{X}_i)$  и  $I_{LCL}(\bar{X}_i)$  рассчитываются для каждой из  $\bar{X}$  - карт, построенных по выбранной методике на шагах 1.1 – 1.6 (при заданных  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  из шага 2.1).

2.4. В соответствии с  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  из шага 2.1 выбирается одна из  $S$  - карт, построенных по некоторой методике на шагах 1.1 – 1.6. Значение  $S_i$ , рассчитанное на шаге 2.2, сравнивается со значениями  $UCL_S$  и  $LCL_S$  этой  $S$  - карты по следующим формулам:

$$I_{UCL}(S_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } S_i > UCL_S \\ 0, & \text{если } S_i \leq UCL_S \end{cases}; \quad I_{LCL}(S_i) = \begin{cases} 1, & \text{если } S_i < LCL_S \\ 0, & \text{если } S_i \geq LCL_S \end{cases}. \quad (63)$$

Значения  $I_{UCL}(S_i)$  и  $I_{LCL}(S_i)$  рассчитываются для каждой из  $S$  - карт, построенных по выбранной методике на шагах 1.1 – 1.6 (при заданных  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  из шага 2.1).

2.5. Шаги 2.1 – 2.4 повторяются  $10^4$  раз.

2.6. Для выбранной методики вычисляются среднее из значений  $I_{UCL}(\bar{X}_i)$ , которое является оценкой  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $UCL_{\bar{X}}$ , и среднее из значений  $I_{LCL}(\bar{X}_i)$ , которое является оценкой  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$ .

2.7. Для выбранной методики вычисляются среднее из значений  $I_{UCL}(S_i)$ , которое является оценкой  $\alpha_s$ -вероятности выхода за  $UCL_s$ , и среднее из значений  $I_{LCL}(S_i)$ , которое является оценкой  $\alpha_s$ -вероятности выхода за  $LCL_s$ .

2.8. Шаги 2.3 – 2.7 повторяются для каждой из методик построения КК.

2.9. Шаги 2.1 – 2.8 повторяются для  $n = 10$  и  $n = 20$ .

2.10. Шаги 2.1 – 2.9 повторяются для  $LogN(0,44;1,32)$ ,  $LogN(1,53;0,52)$ ,  $LogN(1,74;0,1)$ ,  $W(0,75;5)$ ,  $W(1,24;3)$ ,  $W(2,6;3)$ .

В таблице П.3 (Приложение Б) представлены оценки  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $UCL_{\bar{X}}$  и  $LCL_{\bar{X}}$  (и сумма этих оценок)  $\bar{X}$  - карт, построенных по описанным выше методикам. В таблице П.4 (Приложение Б) представлены оценки  $\alpha_s$ -вероятности выхода за  $UCL_s$  и  $LCL_s$  (и сумма этих оценок)  $S$  - карт, построенных по описанным выше методикам.

Значения оценок  $\alpha$ -вероятности выхода за  $UCL$  и  $LCL$  (отдельно для верхнего и нижнего пределов) КК, построенных в соответствии с методикой на основе ПБ - процедуры, наиболее близки к требуемым (требуемые значения приблизительно равны 0,135%). На практике именно этот критерий является основным при выборе оптимального метода построения КК.

В качестве примера на рисунке 17 представлены графические зависимости оценок  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$   $\bar{X}$  - карты (для каждой из рассмотренных выше методик) от величины  $P_x$  (для распределений  $LogN(0,44;1,32)$ ,  $LogN(1,53;0,52)$ ,  $LogN(1,74;0,1)$  и  $n = 10$ ). Под каждым из значений  $P_x$  представлен соответствующий вид функции плотности распределения значений  $X$ .

Из рисунка 17 видно, что для всех рассмотренных методик, за исключением методики на основе ПБ - процедуры, по мере увеличения асимметрии

распределения значительно возрастает отклонение  $\alpha_{\bar{X}}$  от требуемого значения 0,135%. Несмотря на то, что при  $P_x = 0,72$  использование методик Шухарта и Кху, Атта и Чен приводит к отсутствию ошибок 1-го рода, данный факт сигнализирует о возможной неспособности этих методик вычисления  $LCL_{\bar{X}}$  к идентификации нестабильного состояния процесса (что и будет подтверждено далее, см. рисунок 18).

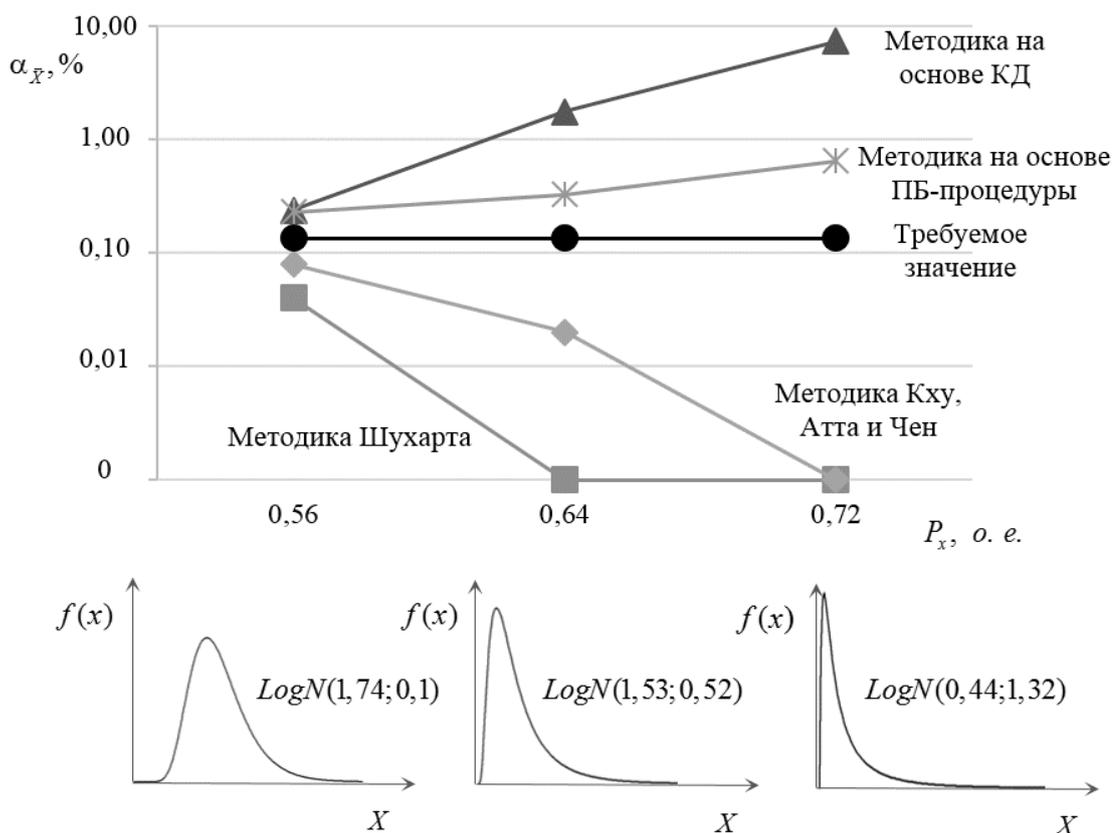


Рисунок 17 – Графики зависимости оценок  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$   $\bar{X}$ -карт от величины  $P_x$  при  $n = 10$

При сравнении оценок  $\beta$ -вероятности  $\bar{X}$ - и  $S$ -карт, построенных по представленным выше методикам, необходимо учитывать, что карты с большими значениями оценок  $\alpha$ -вероятности, заведомо имеют преимущество. Поэтому основная задача данного исследования оценок  $\beta$ -вероятности – выяснить способность КК, построенных по методике на основе ПБ - процедуры, к идентификации нестабильного состояния процесса (в принципе).

Наиболее распространённый метод моделирования распределения, характеризующего нестабильный процесс [107], заключается в сдвиге значений  $M[X]$  и  $SD[X]$  распределения стабильного процесса на заданное число сигма-единиц в соответствии с формулами:

$$M[X]^* = M[X] + a \cdot SD[X], \quad (64)$$

$$SD[X]^* = b \cdot SD[X], \quad (65)$$

где  $M[X]^*$  и  $SD[X]^*$  – математическое ожидание и стандартное отклонение модели распределения нестабильного процесса;  $a$  и  $b$  – параметры, характеризующие величины сдвига значений  $M[X]$  и  $SD[X]$ .

Данный метод удобен при моделировании нормального (симметричного) распределения нестабильного процесса, так как:

– при сдвигах значений  $M[X]$  и  $SD[X]$  распределения, его форма остаётся неизменной;

– кривые плотности распределения нестабильного процесса, сдвинутые на  $\pm a \cdot SD[X]$  от  $M[X]$ , симметричны относительно  $M[X]$ .

Однако данные условия не выполняются в случае моделирования асимметричного распределения нестабильного процесса, что усложняет выбор подходящих параметров  $a$  и  $b$ . В связи с этим для моделирования асимметричного распределения нестабильного процесса автором диссертационной работы предложено использовать WV-метод (учитывающий асимметрию распределения).

Для вычисления оценок  $(1-\beta)$ -вероятности, распределения, характеризующие нестабильные процессы, моделировались при помощи сдвигов значений  $M[X]$  и  $M[S]$  (для последующего перехода к  $SD[X]$ ) распределений  $LogN(\mu; \sigma^2)$  и  $W(\delta; \psi)$  стабильных процессов на заданное число  $\sigma_n$  в отрицательную сторону и на заданное число  $\sigma_e$  в положительную сторону [19].

Значения оценок  $(1-\beta)$ -вероятности  $\bar{X}$  - и  $S$  - карт вычислялись в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Вычисляются контрольные пределы карт.

1.1. Шаги 1.1 – 1.5 алгоритма вычисления оценок  $\alpha$ -вероятности повторяются для  $LogN(0,44;1,32)$ ,  $W(0,75;5)$ .

2. Вычисляются значения оценок  $(1-\beta)$ -вероятности.

2.1. Для некоторых  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$  находятся значения  $M[X]$  и  $SD[X]$  (из таблиц П.3 и П.4). Вычисляется  $M[X]^*$  для одной из пар значений  $\{a;b\}$  –  $\{-2;-1\}$ ,  $\{-1;-0,5\}$ ,  $\{2;1\}$ ,  $\{4;2\}$  – по следующим выражениям:

$$M[X]^* = \mu_x + \frac{a \cdot \sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot P_x}, \quad (66)$$

если  $a > 0$ ;

$$M[X]^* = \mu_x + \frac{a \cdot \sigma_x}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - P_x)}, \quad (67)$$

если  $a < 0$ ; значение  $P_x$  находится из таблиц П.3 и П.4.

Из равенства  $\mu_S = M[S] = c_4' \cdot \sqrt{D[X]} = c_4' \cdot \sigma_x$  следует, что

$$\begin{aligned} \sigma_S &= \sqrt{D[S]} = \sqrt{M[S^2] - (M[S])^2} = \sqrt{D[X] - (M[S])^2} = \sqrt{\sigma_x^2 - (M[S])^2} = \\ &= \frac{M[S]}{\sigma_x} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 - (M[S])^2} = \frac{M[S]}{\sigma_x} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_x^2 - (M[S])^2}{\sigma_x^2}} = \frac{M[S]}{\sigma_x} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{M[S]}{\sigma_x}\right)^2} = \\ &= \frac{M[S]}{\sigma_x} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{M[S]}{\sqrt{D[X]}}\right)^2} = \frac{M[S]}{c_4'} \cdot \sqrt{1 - (c_4')^2} = \frac{c_4' \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{1 - (c_4')^2}}{c_4'} = \sigma_x \cdot \sqrt{1 - (c_4')^2}. \end{aligned}$$

Вычисляется  $SD[X]^*$  для аналогичной пары значений  $\{a;b\}$  по формулам:

$$SD[X]^* = \frac{M[S]^*}{c_4'} = \frac{\mu_S + b \cdot \sigma_S \cdot \sqrt{2 \cdot P_x}}{c_4'}, \quad (68)$$

если  $b > 0$ ;

$$SD[X]^* = \frac{M[S]^*}{c_4'} = \frac{\mu_S + b \cdot \sigma_S \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - P_x)}}{c_4'}, \quad (69)$$

если  $b < 0$ ; константа  $c_4'$  находится из таблицы 4 (для некоторых  $n$  и  $P_x$ ).

В (68) и (69) сделано допущение о том, что значения  $P_x$  распределений, характеризующих стабильный и нестабильный процессы, равны (следовательно, равны и значения  $c_4'$ ).

Таким образом для выбранной пары значений  $\{a;b\}$  рассчитаны значения  $M[X]^*$  и  $SD[X]^*$ . На основе аналитической связи (56) или (57) (в зависимости от выбранного закона распределения) для рассчитанных значений  $M[X]^*$  и  $SD[X]^*$  вычисляются параметры распределения  $LogN(\mu^*; \sigma^{2*})$  или  $W(\delta^*; \psi^*)$ , моделирующего нестабильный процесс.

2.2. При помощи программного продукта STATGRAPHICS Centurion XV генерируется  $n$  значений характеристики  $X$ , распределённых в соответствии с образованным на шаге 2.1  $LogN(\mu^*; \sigma^{2*})$  или  $W(\delta^*; \psi^*)$ .

2.3. По  $n$  значениям, полученным на шаге 2.2, рассчитываются статистики  $\bar{X}_i$  и  $S_i$ .

2.4. В соответствии с  $n$  и  $LogN(\mu; \sigma^2)$  или  $W(\delta; \psi)$  из шага 2.1 выбирается одна из  $\bar{X}$  - карт, построенных на шаге 1.1 по некоторой методике. Значение  $\bar{X}_i$ , рассчитанное на шаге 2.3, сравнивается со значениями  $UCL_{\bar{X}}$  и  $LCL_{\bar{X}}$  этой  $\bar{X}$  - карты по (62). Значения  $I_{UCL}(\bar{X}_i)$  и  $I_{LCL}(\bar{X}_i)$  рассчитываются для каждой из  $\bar{X}$  - карт, построенных по выбранной на шаге 1.1 методике (для заданных  $n$  и  $LogN(\mu; \sigma^2)$  или  $W(\delta; \psi)$ ).

2.5. В соответствии с  $n$  и  $LogN(\mu; \sigma^2)$  или  $W(\delta; \psi)$  из шага 2.1 выбирается одна из  $S$ - карт, построенных на шаге 1.1 по некоторой методике. Значение  $S_i$ , рассчитанное на шаге 2.3, сравнивается со значениями  $UCL_S$  и  $LCL_S$  этой  $S$  - карты по (63). Значения  $I_{UCL}(S_i)$  и  $I_{LCL}(S_i)$  рассчитываются для каждой из  $S$  - карт, построенных по выбранной на шаге 1.1 методике (для заданных  $n$  и  $LogN(\mu; \sigma^2)$  или  $W(\delta; \psi)$ ).

2.6. Шаги 2.2 – 2.5 повторяются  $10^4$  раз.

2.7. Для выбранной методики вычисляются среднее из значений  $I_{UCL}(\bar{X}_i)$ , которое является оценкой  $(1-\beta_{\bar{X}})$  - вероятности выхода за  $UCL_{\bar{X}}$ , и среднее из значений  $I_{LCL}(\bar{X}_i)$ , которое является оценкой  $(1-\beta_{\bar{X}})$  - вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$ .

2.8. Для выбранной методики вычисляются среднее из значений  $I_{UCL}(S_i)$ , которое является оценкой  $(1-\beta_s)$ -вероятности выхода за  $UCL_s$ , и среднее из значений  $I_{LCL}(S_i)$ , которое является оценкой  $(1-\beta_s)$ -вероятности выхода за  $LCL_s$ .

2.9. Шаги 2.4 – 2.8 повторяются для каждой из методик построения КК.

2.10. Шаги 2.1 – 2.9 повторяются для остальных пар значений  $\{a;b\}$ .

2.11. Шаги 2.1 – 2.10 повторяются для каждой из пар  $n$  и  $LogN(\mu;\sigma^2)$  или  $W(\delta;\psi)$ :  $n = 10$  и  $LogN(0,44;1,32)$ ;  $n = 20$  и  $LogN(0,44;1,32)$ ;  $n = 10$  и  $W(0,75;5)$ ;  $n = 20$  и  $W(0,75;5)$ .

В таблице П.5 (Приложение Б) представлены оценки  $(1-\beta_{\bar{X}})$ -вероятности выхода за  $UCL_{\bar{X}}$  и  $LCL_{\bar{X}}$  (и сумма этих оценок)  $\bar{X}$  - карт, построенных по описанным выше методикам. В таблице П.6 (Приложение Б) представлены оценки  $(1-\beta_s)$ -вероятности выхода за  $UCL_s$  и  $LCL_s$  (и сумма этих оценок)  $S$  - карт, построенных по описанным выше методикам.

Представленные в таблицах результаты также могут быть интерпретированы при помощи показателя средней продолжительности серии (количества точек) до выхода точки за контрольный предел карты (average run length,  $ARL$ ):

$$ARL_{\bar{X}} \approx \frac{1}{1-\beta_{\bar{X}}}; \quad ARL_s \approx \frac{1}{1-\beta_s}. \quad (70)$$

Например, при  $1-\beta_{\bar{X}} > 50\%$   $\bar{X}$  - карта в среднем выявляет наличие особых причин вариабельности процесса ранее, чем на второй точке (чувствительность такой карты считается высокой).

КК, построенные в соответствии с методикой на основе ПБ - процедуры, малочувствительны к небольшим сдвигам в положении и изменчивости значений

характеристики процесса, но при значительных сдвигах ( $\{-2;-1\}$  и  $\{4;2\}$ ) их чувствительность высока.

В качестве примера на рисунке 18 представлены графические зависимости оценок  $(1-\beta_{\bar{X}})$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$   $\bar{X}$ -карты (для каждой из рассмотренных методик) от значений параметров  $\{a;b\}$  (для  $n = 10$ ). В качестве модели распределения значений  $X$  стабильного процесса рассмотрено  $LogN(0,44;1,32)$  с  $P_x=0,72$ . Моделями распределений нестабильного процесса являются  $LogN(-0,12;1,43)$  (при значениях параметров  $\{-1;-0,5\}$ ) и  $LogN(-1,41;1,9)$  (при значениях параметров  $\{-2;-1\}$ ). Кроме того, на рисунке 18 под каждой парой значений  $\{a;b\}$  представлен соответствующий вид функции плотности распределения значений  $X$  нестабильного процесса, а также вид функции плотности распределения значений  $X$  стабильного процесса.

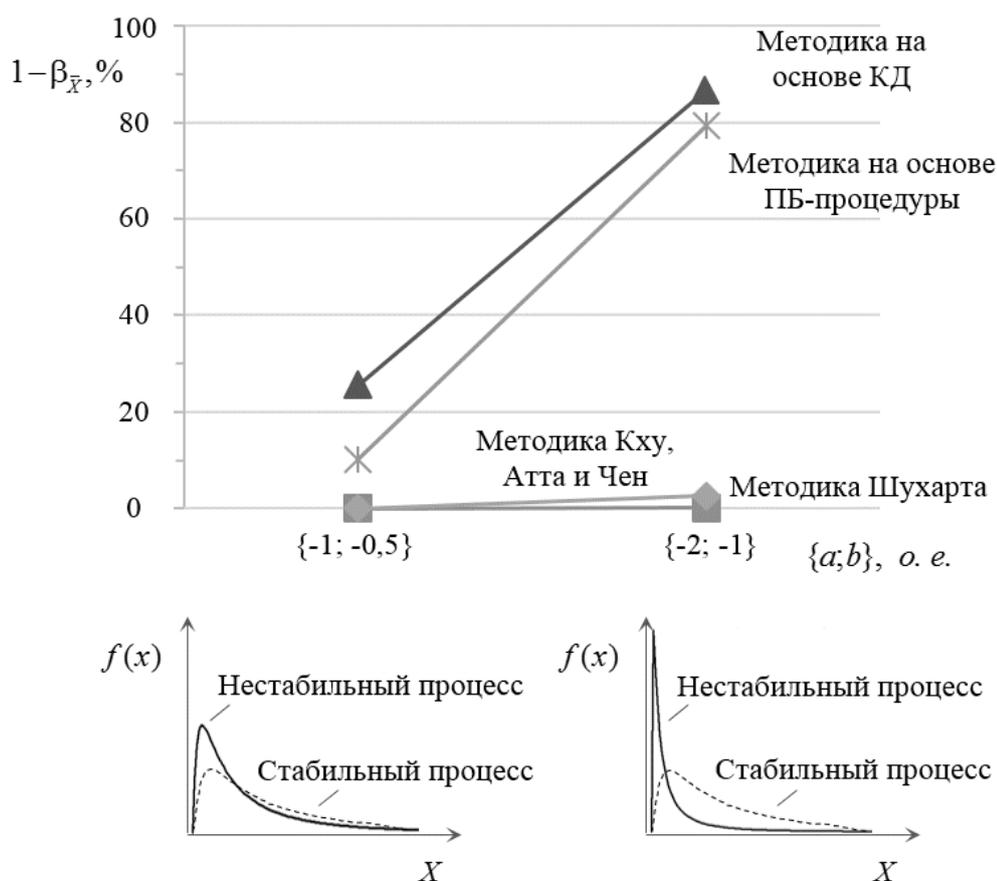


Рисунок 18 – Графики зависимости оценок  $(1-\beta_{\bar{X}})$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$

$\bar{X}$ - карт от значений параметров  $\{a;b\}$  при  $n = 10$  и  $P_x = 0,72$

Как видно из рисунка 18,  $\bar{X}$  - карта, построенная в соответствии с методикой на основе ПБ - процедуры, способна практически сразу идентифицировать нестабильное состояние процесса при сдвиге  $\{-2; -1\}$ . Однако  $\bar{X}$  - карты, построенные в соответствии с методиками Шухарта и Кху, Агта и Чен, неспособны идентифицировать нестабильное состояние процесса при аналогичном сдвиге в положении и изменчивости значений характеристики процесса.

Данный пример (см. рисунок 18) содержит практическую ценность: рассмотренные в нём теоретические распределения являются моделями распределений значений *ACD* стабильного и нестабильного процессов передачи голосового трафика.

Таким образом, среди методик построения КК (стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики), соответствующих приведённым выше критериям (важным для аналитика при диагностике состояния стабильности временного ряда значений *ACD*), значения оценок вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода КК, построенными по разработанной автором диссертации методике (на основе ПБ - процедуры), являются оптимальными: значения оценок  $\alpha$ -вероятности выхода за контрольные пределы наиболее близки к требуемым; значения оценок  $(1-\beta)$ -вероятности выхода за контрольные пределы таковы, что КК способна практически сразу идентифицировать нестабильное состояние процесса при значительном сдвиге.

Поэтому в методике построения КК циклостационарного процесса (для почасового мониторинга временного ряда значений *ACD*) наиболее целесообразно использовать карты стационарного процесса, построенные в соответствии с разработанной методикой на основе ПБ - процедуры.

#### 4.2. Сравнительный анализ качества ДССП методик построения карт контроля процесса передачи голосового трафика

Качество ДССП разработанных методик построения КК может быть проверено на основе реальных (почасовых) данных о процессе передачи голосового трафика.

Для транзитного оператора связи проблема ухудшения качества самого голоса (характеризуемого значением  $ACD$ ) является более критичной, чем проблема ухудшения доступности сети (характеризуемой значением  $ASR$ ). Это связано с тем, что при отбоях инициированного звонка одним оператором - поставщиком у транзитного оператора существует возможность автоматического перевода звонка на другого оператора - поставщика (что никак не отражается на качестве сигнала, воспринимаемом абонентами), однако при ухудшении качества голоса такой автоматический перевод невозможен. Помимо этого, наличие ухудшения качества голосового трафика сложнее идентифицировать, чем наличие ухудшения доступности сети (из-за более сложной структуры данных временного ряда значений  $ACD$  по сравнению с временным рядом значений  $ASR$ ).

В связи с вышесказанным, сравнительный анализ качества ДССП методик построения КК осуществлён на основе данных о процессе передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений  $ACD$  [17]. Этот анализ проведён при помощи разработанной методики экономического планирования КК процесса со сложной структурой. Для методики построения КК, обладающей наилучшим качеством ДССП, подобраны оптимальные правила определения нестабильного состояния временного ряда значений характеристики  $ACD$ .

При помощи автоматизированной системы сбора данных для выбранного телекоммуникационного направления передачи голосового трафика была сформирована выборка из звонков с длительностью за 30 последовательных будних дней (суток). Звонки, завершившиеся в моменты времени, входящие в

промежуток одного часа, образуют одну подгруппу – таким образом было сформировано  $k=30 \times 24=720$  подгрупп (с объёмом выборки  $n_i$  внутри подгруппы, варьирующемся между 2 и 130), и для каждой подгруппы было вычислено значение  $\overline{X}_i$  ( $ACD_i$ ), а также значение  $S_i^2$ .

Сбор данных производился на тот момент, когда в организации отсутствовала автоматизированная система мониторинга телекоммуникационных показателей качества. Случаи ухудшения качества связи сопровождались снижением значений статистик  $\overline{X}_i$  и  $S_i^2$ . Процесс продолжал находиться в нестабильном состоянии до тех пор, пока оператор - клиент не высылал trouble ticket транзитному оператору с требованием улучшить качество передачи голосового трафика, после чего происходила диагностика процесса, и предпринимались корректирующие действия по его стабилизации. Впоследствии группа экспертов на основе отраслевой практики сформировала согласованное мнение об аномальном поведении образованного временного ряда значений  $ACD_i$ ; в результате произошла дифференциация точек стабильного состояния процесса от нестабильного.

Для исследования были выбраны следующие методики построения КК нестационарного процесса:

- методика Алвана и Робертса (см. главу 2.4.2.2);
- методика Мюнза и Карла (см. главу 2.4.2.3);
- методика Брутлага (см. главу 1.2);
- методика построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры, разработанная автором диссертации (см. главы 3.1 и 3.2) [16].

В методиках построения КК применялись следующие настройки:

*Методика Алвана и Робертса:*

- аддитивная сезонная модель  $ARIMA(0;1;1)+(0;0;1)^{24}$  (предварительно значения  $ACD_i$  были прологарифмированы ( $Y_i = \ln(ACD_i)$ ), после чего были взяты разности порядка 1 с лагом 1 ( $X_t = Y_t - Y_{t-1}$ , где  $t = i - 1$ ));

– формула временного ряда  $X_t$  (в соответствии с заданной моделью):

$$X_t = -q_{MA} \cdot \omega_{t-1} - Q_{MA} \cdot \omega_{t-24} + \omega_t, \text{ где } q_{MA} = 0,849 ; Q_{MA} = -0,161;$$

– для заданной модели временного ряда  $MS = 0,482$ ;

– для вычисления контрольных пределов принято  $\delta = 1; 2; 3$ .

*Методика Мюнза и Карла:*

– коэффициенты  $\alpha_{hw} = 0,05$  ;  $\beta_{hw} = 0,05$  ;  $\gamma_{hw} = 0,05$  подобраны методом сеточного поиска;

– для вычисления значения статистики  $\hat{\sigma}_i^2$  принято значение коэффициента  $\rho = 0,01$  [85];

– для вычисления контрольных пределов принято  $\delta = 1; 2; 3$ .

*Методика Брутлага:*

– значения коэффициентов  $\alpha_{hw} = 0,1$ ;  $\beta_{hw} = 0,0035$ ;  $\gamma_{hw} = 0,3$  взяты из [46];

– для вычисления контрольных пределов принято  $\delta = 1; 2; 3$ .

*Методика построения КК ( $\bar{X}$  - карты) циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры:*

– оценки  $M[X]$  и  $D[X]$  для точек  $ACD_i$ , расположенных относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов ( $m = \varphi = 24$ ), вычислялись из формул (59) и (60), таким образом были вычислены значения 24 пар оценок  $M[X]$  и  $D[X]$ ;

– в качестве теоретического закона, описывающего распределение длительностей телефонных разговоров, был принят логарифмически нормальный закон (в соответствии с главой 1.1.3.2);

– объём выборки сгенерированных псевдослучайных чисел ( $X_{ij}^*$ ) для каждой  $i$ -й подгруппы составил  $N = 10^6$ ;

– контрольными пределами карты приняты квантили:  $\bar{X}_i^*_{99,87\%}$  ;  $\bar{X}_i^*_{97,72\%}$  ;  $\bar{X}_i^*_{84,13\%}$  ;  $\bar{X}_i^*_{15,87\%}$  ;  $\bar{X}_i^*_{2,28\%}$  ;  $\bar{X}_i^*_{0,13\%}$  (значения квантилей зависят от объёма выборки  $n_i$  внутри  $i$ -й подгруппы).

Во всех представленных методиках использовались следующие правила идентификации нестабильного состояния процесса (по значениям временного ряда  $ACD$ )<sup>7</sup>:

– правило 1: выход точки за контрольный предел  $UCL_{99,87\%}$  или  $LCL_{0,13\%}$  (для методики на основе ПБ - процедуры) или за один из контрольных пределов при  $\delta_{hw} = \delta = 3$  (для методик Алвана и Робертса, Мюнза и Карла, Брутлага) указывает на нестабильное состояние процесса;

– правило 2: выход двух последовательных точек, лежащих по одну сторону от  $CL$  (или от прогнозной линии модели), за предел  $UCL_{97,72\%}$  или  $LCL_{2,28\%}$  (для методики на основе ПБ - процедуры) или за один из пределов при  $\delta_{hw} = \delta = 2$  (для методик Алвана и Робертса, Мюнза и Карла, Брутлага) указывает на нестабильное состояние процесса;

– правило 3: выход трёх последовательных точек, лежащих по одну сторону от  $CL$ , за предел  $UCL_{84,13\%}$  или  $LCL_{15,87\%}$  (для методики на основе ПБ - процедуры) или за один из пределов при  $\delta_{hw} = \delta = 1$  (для методик Алвана и Робертса, Мюнза и Карла, Брутлага), две из которых (точек) выходят за предел  $UCL_{97,72\%}$  или  $LCL_{2,28\%}$  или за один из пределов при  $\delta_{hw} = \delta = 2$  указывает на нестабильное состояние процесса.

Таким образом, были установлены значения параметров плана контроля (шаг 1 методики экономического планирования КК процесса со сложной структурой): методики построения КК с набором правил идентификации нестабильного состояния процесса.

Временной ряд  $ACD$  был разбит на две части (шаг 2). Первая часть временного ряда состояла из  $k_1=360$  значений, среди которых находились 4 случая нестабильного состояния процесса (с длинами серий от 1 до 7 точек). Вторая

<sup>7</sup> Данные правила хорошо зарекомендовали себя в результате их практического использования на телекоммуникационном предприятии автора диссертационной работы. Первоначально за основу были взяты «зональные критерии Western Electric», однако эти правила были модифицированы по мере мониторинга временных рядов значений  $ACD$ . Это связано с тем, что нестабильному состоянию процесса передачи голосового трафика характерны значительные сдвиги положения временного ряда значений  $ACD$  от линии прогноза (см. главу 4.1).

часть временного ряда состояла из  $k_2=360$  значений, среди которых находились 6 случаев неустойчивого состояния процесса (с длинами серий от 2 до 8 точек).

Для каждой из представленных методик построения КК в фазе I были рассчитаны контрольные пределы для первой части временного ряда (шаг 3), была проведена ДССП (шаг 4) и были идентифицированы ошибки 1-го и 2-го рода (шаг 5). Результаты анализа качества ДССП в фазе I представлены в таблице 3. Из неё видно, что КК, построенные в соответствии с методикой Алвана и Робертса и методикой Мюнза и Карла, не идентифицировали корректно ни одной точки неустойчивого процесса и при этом совершили достаточно большое количество ошибок 1-го рода. Так как пересчёт пределов КК, построенных по этим методикам, не приведёт к уменьшению количества ошибок 1-го и 2-го рода, анализ качества ДССП в фазе II для них не проводился.

Таблица 3 – Результаты анализа качества ДССП в фазе I

Методика построения КК	Количество точек с ошибками 1-го рода, шт.	Количество точек с ошибками 2-го рода, шт.
Методика Алвана и Робертса	28 (из 345)	14 (из 14)
Методика Мюнза и Карла	11 (из 346)	14 (из 14)
Методика Брутлага	54 (из 298)	6 (из 14)
Методика на основе ПБ - процедуры	8 (из 346)	0 (из 14)

КК, построенная по методике Брутлага, корректно идентифицировала более половины точек неустойчивого процесса, однако при этом совершила большое количество ошибок 1-го рода. Необходимо отметить, что методика Брутлага предполагает построение пределов КК в интерактивном режиме (от точки к точке), поэтому по мере увеличения количества проанализированных точек временного ряда  $ACD$  возрастало качество ДССП. Таким образом, методика Брутлага и методика построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры были выбраны для сравнительного анализа качества ДССП в фазе II.

При практическом использовании автоматизированной системы мониторинга телекоммуникационных показателей качества предполагается, что оптимальная методика построения КК уже найдена, и система мониторинга способна идентифицировать состояние стабильности процесса с минимумом ошибок 1-го и 2-го рода. Из временного ряда  $ACD$ , используемого в КК, построенной по методике на основе ПБ - процедуры, были удалены значения, в которых ранее КК (а не группой экспертов) было идентифицировано нестабильное состояние процесса (шаг 6): это касалось как значений  $\overline{X}_i$ , так и соответствующих им значений  $S_i^2$ . После этого был проведён пересчёт контрольных пределов временного ряда  $ACD$  на основе значений «очищенной» статистики (шаг 7). К «очищенной» первой части временного ряда  $ACD$  была добавлена вторая часть. Для второй части временного ряда  $ACD$  были использованы ранее пересчитанные контрольные пределы (шаг 8).

Пересчёт пределов КК, рассчитанных по методике Буртлага, не имеет смысла, так как методика подразумевает постепенную настройку контрольных пределов (а соответственно, большое количество ошибок 1-го рода в начале анализа). Поэтому к первой части временного ряда  $ACD$  была добавлена вторая часть, и процедура расчёта контрольных пределов была продолжена без изменений.

Для обеих методик построения КК в фазе II была проведена ДССП, после чего были идентифицированы ошибки 1-го и 2-го рода (шаг 9). В правилах идентификации нестабильного состояния процесса рассматривались только нижние контрольные пределы.

В таблицах П.7 и П.8 представлена часть данных (для подгрупп 145 – 216), по которым были построены КК в соответствии с методикой Буртлага и в соответствии с методикой на основе ПБ - процедуры. Эти КК представлены на рисунках 19 и 20. Точки временного ряда  $ACD$ , в которых процесс нестабилен (подгруппы 148 – 155 и 212 – 214), выделены маркерами. Кружками обозначены

точки, в которых КК идентифицировала нестабильное состояние процесса, а треугольниками – точки, в которых КК его не идентифицировала.

Из таблиц и рисунков видно, что КК, построенная по методике Брутлага, идентифицировала лишь одну точку (№ 212) нестабильного состояния процесса, в то время как КК, построенная по методике на основе ПБ - процедуры идентифицировала почти все такие точки (кроме точки № 148).

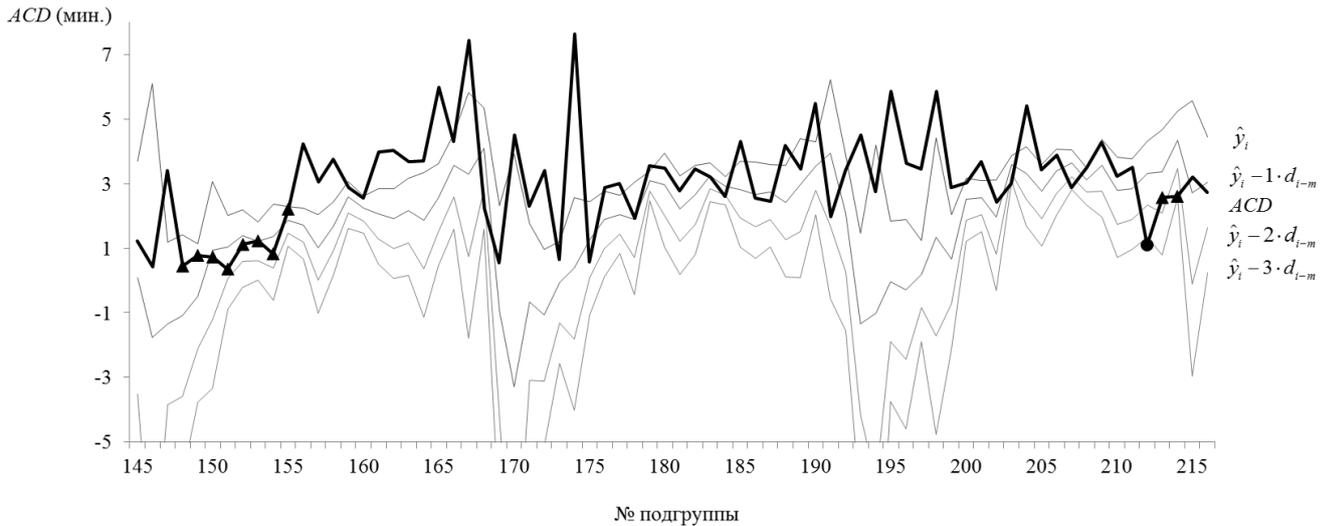


Рисунок 19 – Часть КК, построенной по методике Брутлага

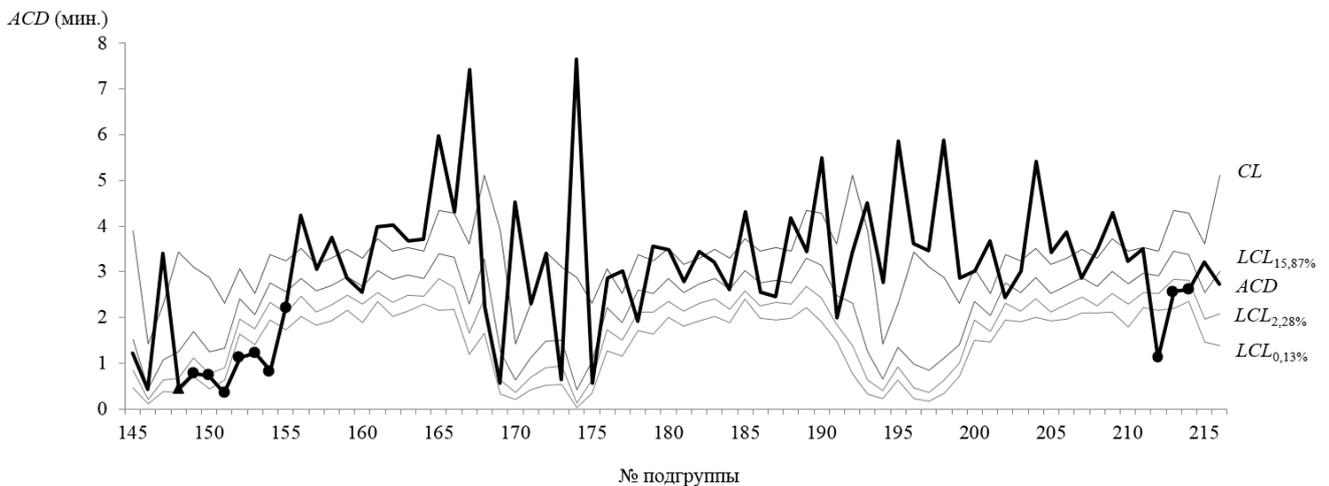


Рисунок 20 – Часть КК, построенной по методике на основе ПБ - процедуры

В итоге для КК, построенных по методике Брутлага и по методике на основе ПБ - процедуры, были вычислены значения  $N_\alpha$  и  $N_{(1-\beta)l}$  (для каждого  $l$ -го случая

нестабильного состояния процесса). Группой экспертов в области телекоммуникаций были заданы следующие значения констант:  $A_l = 1$  у.е.,  $C_D = 0,5$  у.е.,  $C_A = 0,1$  у.е. В случаях, когда жалоба клиента на ухудшение качества связи приходила до того, как КК выявляла нестабильное состояние процесса, значение потерь  $N_{(1-\beta)l} \cdot A_l$  принималось равным 10 у.е. Полученные величины были подставлены в формулу (61) для вычисления  $L_\Sigma$  в фазе II (шаг 10). Результаты анализа качества ДССП в фазе II представлены в таблице 4. Из неё видно, что потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода КК, построенной по методике на основе ПБ - процедуры, почти в два раза меньше потерь от совершения ошибок КК, построенной по методике Брутлага (при использовании всех трёх представленных выше правил идентификации нестабильного состояния процесса). Таким образом, методика построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры, разработанная автором диссертационной работы, является оптимальной методикой (среди альтернативных).

Таблица 4 – Результаты анализа качества ДССП в фазе II

Методика построения КК	$L_{in}$ , у.е.	$L_{out}$ , у.е.	$L_\Sigma$ , у.е.
Методика Брутлага	1	41,6	42,6
Методика на основе ПБ - процедуры	2	20,6	22,6

Для оценки экономических результатов использования разработанной методики построения КК циклостационарного процесса на телекоммуникационном предприятии в течение года, результаты анализа качества ДССП из таблицы 4 были масштабированы с учётом 500 аналогичных телекоммуникационных направлений (такое количество характерно крупному транзитному оператору голосовой связи) и 365 суток (вместо рассмотренных ранее 15 суток). При этом значение 1 у.е. было принято за 50 руб. Оценка экономических результатов использования разработанной методики построения КК циклостационарного процесса представлена в таблице 5.

Таблица 5 – Оценка экономических результатов использования методики построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры за год

Методика построения КК	$L_{год}$ , руб.
Методика Брутлага	25 915 000
Методика на основе ПБ - процедуры	13 748 333
Экономия от использования методики на основе ПБ - процедуры	12 166 667

В соответствии с таблицей 5 внедрение разработанной методики построения КК циклостационарного процесса вместо наилучшей (с точки зрения качества ДССП) альтернативной методики (методики Брутлага) позволяет крупному транзитному оператору голосовой связи сократить потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода (при диагностике состояния стабильности временного ряда значений  $ACD$ ) на 12 166 667 руб. в год.

Для КК циклостационарного процесса, построенной по методике на основе ПБ - процедуры, был произведён поиск оптимального набора правил идентификации нестабильного состояния процесса. Полным перебором были получены все возможные комбинации наборов из трёх представленных ранее правил. Для каждого набора правил найдены значения стоимостной модели потерь  $L_{\Sigma}$  за счёт повторения шагов сравнительного анализа (шаг 11). Результаты поиска оптимального набора правил в фазе II для КК циклостационарного процесса, построенной по методике на основе ПБ - процедуры, представлены в таблице 6. Исходя из значений  $L_{\Sigma}$ , наборы правил «1 и 2», «1 и 3» и «1, 2 и 3» являются оптимальными.

Таблица 6 – Результаты поиска оптимального набора правил в фазе II для методики построения КК циклоstationарного процесса на основе ПБ-процедуры

Правила идентификации неустойчивого состояния процесса	$L_{in}$ , у.е.	$L_{out}$ , у.е.	$L_{\Sigma}$ , у.е.
Правило 1	1	22,6	23,6
Правило 2	1	32,6	33,6
Правило 3	0	41,6	41,6
Правила 1 и 2	2	20,6	22,6
Правила 1 и 3	1	21,6	22,6
Правило 2 и 3	1	32,6	33,6
Правила 1, 2 и 3	2	20,6	22,6

Таким образом, при помощи системы разработанных методик СУП передачи голосового трафика определены оптимальные параметры плана контроля временного ряда значений  $ACD$ , что позволило минимизировать потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода при принятии решения о состоянии устойчивости процесса.

### 4.3. Выводы по главе 4

1. Проведён сравнительный анализ качества ДССП методик построения КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики. Среди методик построения КК (стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики), соответствующих важным для аналитика критериям (при диагностике состояния устойчивости временного ряда значений  $ACD$ ), значения оценок вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода КК, построенными по разработанной автором диссертации методике (на основе ПБ - процедуры), являются оптимальными: значения оценок  $\alpha$ -вероятности выхода за контрольные пределы наиболее близки к требуемым; значения оценок  $(1-\beta)$ -вероятности выхода за контрольные пределы таковы, что КК способна практически сразу идентифицировать неустойчивое состояние процесса при значительном сдвиге его положения. Поэтому в методике

построения КК циклостационарного процесса (для почасового мониторинга временного ряда значений *ACD*) наиболее целесообразно использовать карты стационарного процесса, построенные в соответствии с разработанной методикой на основе ПБ - процедуры.

2. Проведён сравнительный анализ качества ДССП методик построения КК циклостационарного процесса на основе (почасовых) данных о процессе передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений *ACD*. Этот анализ проведён при помощи разработанной методики экономического планирования КК процесса со сложной структурой. В результате исследования выявлено, что качество ДССП разработанной методики построения КК циклостационарного процесса на основе ПБ - процедуры в 2 раза (и более) превосходит качество ДССП альтернативных методик, что эквивалентно двукратному сокращению потерь в финансовом выражении. Внедрение разработанной методики вместо наилучшей (с точки зрения качества ДССП) альтернативной методики позволяет крупному транзитному оператору голосовой связи сократить потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода при диагностике состояния стабильности временного ряда значений *ACD* более чем на 12 млн. руб. в год.

3. Для КК циклостационарного процесса, построенной по методике на основе ПБ – процедуры (обладающей наилучшим качеством ДССП), при помощи разработанной методики экономического планирования КК процесса со сложной структурой произведён поиск оптимального набора правил идентификации нестабильного состояния временного ряда значений характеристики *ACD*.

4. При помощи системы разработанных методик СУП передачи голосового трафика определены оптимальные параметры плана контроля временного ряда значений *ACD*, что позволило минимизировать потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода при принятии решения о состоянии стабильности процесса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благодаря предложенным и разработанным в диссертационной работе моделям и методикам статистического управления процессом улучшено качество диагностики состояния стабильности процесса передачи голосового трафика.

В работе получены следующие научные результаты:

1. Исследованы основные характеристики процесса передачи голосового трафика. Выделены характеристики, которые наиболее целесообразно использовать транзитному оператору связи при мониторинге процесса передачи голосового трафика: *ACD* и *ASR*. Определены свойства временных рядов значений характеристик *ACD* и *ASR*. Разработана модель стабильного процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временными рядами значений *ACD* и *ASR*.

Исследованы и систематизированы основные подходы к построению КК процессов со сложной структурой данных и их экономическому планированию. В результате исследования выявлено, что среди существующих методик СУП отсутствуют методики, способные учесть все свойства временных рядов *ACD* и *ASR* (циклостационарность, асимметрию распределения, неравный объём выборки в подгруппах и др.). Использование таких методик для ДССП передачи голосового трафика приводит к совершению большого количества ошибок 1-го и 2-го рода. Таким образом, доказана необходимость разработки методики (или системы методик) СУП передачи голосового трафика, полностью учитывающей свойства временных рядов значений характеристик *ACD* и *ASR*.

2. Разработана методика построения КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики, основанная на аналитической связи между моментами и параметрами функции распределения и ПБ - процедуре вычисления контрольных пределов. Эта методика позволяет вычислять робастные оценки параметров распределения, использование которых

приводит к расчёту корректных оценок контрольных пределов даже на основе частично неоднородных данных.

Разработана методика построения КК циклостационарного процесса, основанная на вычислении контрольных пределов по точкам, расположенным относительно друг друга на расстояниях целого числа периодов (в которых процесс стационарен), и оценке состояния стабильности циклостационарного процесса при помощи критериев серий. В этой методике может быть использована практически любая КК стационарного процесса.

Разработана методика экономического планирования КК процесса со сложной структурой. Методика позволяет вычислять значения суммарных потерь от ошибок 1-го и 2-го рода на основе данных из ранее анализированных практических ситуаций и подбирать оптимальные параметры плана контроля процесса.

На основе разработанных методик предложена система методик СУП, которая полностью учитывает свойства временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  при построении КК, а также позволяет подобрать оптимальные правила определения нестабильного состояния временного ряда значений характеристики.

3. Проведён сравнительный анализ качества ДССП методик построения КК стационарного процесса с асимметричным распределением значений характеристики. Среди методик построения КК, соответствующих важным для аналитика критериям (при диагностике состояния стабильности временного ряда значений  $ACD$ ), значения оценок вероятностей совершения ошибок 1-го и 2-го рода КК, построенными по разработанной автором диссертации методике (на основе ПБ - процедуры), являются оптимальными. Поэтому в методике построения КК циклостационарного процесса (для почасового мониторинга временного ряда значений  $ACD$ ) целесообразно использовать карты стационарного процесса, построенные в соответствии с разработанной методикой на основе ПБ - процедуры.

Проведён сравнительный анализ качества ДССП методик построения КК циклоstationарного процесса на основе (почасовых) данных о процессе передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений  $ACD$ . Этот анализ проведён при помощи разработанной методики экономического планирования КК процесса со сложной структурой. В результате исследования выявлено, что качество ДССП разработанной методики построения КК циклоstationарного процесса на основе ПБ - процедуры в 2 раза (и более) превосходит качество ДССП альтернативных методик, что эквивалентно двукратному сокращению потерь в финансовом выражении. Внедрение разработанной методики вместо наилучшей (с точки зрения качества ДССП) альтернативной методики позволяет крупному транзитному оператору голосовой связи сократить потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода при диагностике состояния стабильности временного ряда значений  $ACD$  более чем на 12 млн. руб. в год.

4. При помощи системы разработанных методик СУП определены оптимальные параметры плана контроля процесса передачи голосового трафика, характеризующегося временным рядом значений  $ACD$ . Это позволило минимизировать потери от совершения ошибок 1-го и 2-го рода при принятии решения о состоянии стабильности процесса.

Необходимо отметить, что некоторые свойства временных рядов значений  $ACD$  и  $ASR$  также характерны временным рядам (процессам) из других отраслей, таких как химическая промышленность, машиностроение и металлообработка, промышленность строительных материалов, информационно - вычислительное обслуживание. Таким образом, разработанные в диссертационной работе методики СУП также могут быть использованы для диагностики состояния стабильности процессов из этих отраслей.

Результаты исследований, выполненных в диссертационной работе, вошли в основу автоматизированной системы мониторинга телекоммуникационных показателей качества, разработанной на предприятии ООО «Телесофт».

Внедрение этой системы мониторинга на телекоммуникационных предприятиях Lanck Telecom Limited и ООО «Смарт Телеком» позволило этим предприятиям увеличить результативность выявления проблем с качеством голосового трафика и уменьшить потери, связанные проверкой качества связи, что подтверждено соответствующими документами.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ACD – Average Call Duration

ARIMA – Autoregressive Integrated Moving Average

ARL – Average Run Length

ARMA – Autoregressive Moving Average

ASR – Answer Seizure Ratio

CD – Call Duration

CDR – Call Detail Record

CL – Central Line

DCD – Dispersion of Call Duration

IP – Internet Protocol

IPDV – IP Packet Delay Variation

IPLR – IP Packet Loss Ratio

IPTD – IP Packet Transfer Delay

IRIS – International Railway Industry Standard

LCL – Lower Control Limit

LWL – Lower Warning Limit

MOS – Mean Opinion Score

QoS – Quality of Service

SC – Skewness Correction

UCL – Upper Control Limit

UWL – Upper Warning Limit

VoIP – Voice over Internet Protocol

WV – Weighted Variance

WSD – Weighted Standard Deviations

АКФ – Автокорреляционная функция

ДССП – Диагностика состояния стабильности процесса

ИСО – Международная организация по стандартизации (International Organization for Standardization, ISO)

КД – Кривая Джонсона

КК – Карта контроля (или контрольная карта)

ККШ – Контрольная карта Шухарта

КУСУМ – Кумулятивная Сумма

МСЭ – Международный союз электросвязи (International Telecommunication Union, ITU)

ПБ – Параметрический бутстреп

ПЭ – Планирование эксперимента

СМК – Система менеджмента качества

СУП – Статистическое управление процессом (Statistical Process Control, SPC)

ЧАКФ – Частная автокорреляционная функция

ЭВСС – Экспоненциально взвешенное скользящее среднее

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Адлер Ю. П., Аронов И. З., Бирюкова Н. Ф., Шпер В. Л. Мониторинг стабильности и воспроизводимости технологических процессов на основе пошагового байесовского анализа // Надежность и контроль качества. 1995. № 8. С. 37-46.
2. Адлер Ю. П., Максимова О. В., Шпер В. Л. Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом: краткий обзор современного состояния (статистические аспекты) // Стандарты и качество. 2011. № 8. [Электронный ресурс] URL: <http://ria-stk.ru/upload/image/stq/2011/N8/082011-1.pdf>.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
4. ГОСТ Р ИСО/ТО 10017-2005 «Статистические методы. Руководство по применению в соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001». М.: 2005. – 26 с.
5. ГОСТ Р ИСО/ТУ 16949-2009 «Системы менеджмента качества. Особые требования по применению ИСО 9001:2008 в автомобильной промышленности и организациях, производящих соответствующие запасные части». 2010. – 60 с.
6. Ефимов В. В. Потери качества и снижение вариабельности на обработанных деталях. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – 61 с.
7. Илларионов О. И. Оптимизация планов контроля при статистическом регулировании технологических процессов групповой обработки изделий.  $\bar{X}$  - карты // Надежность и контроль качества. 1996. № 9. С. 21-28.
8. Илларионов О. И. Слагаемые эффективности контрольных карт // Методы Менеджмента Качества. 2005. № 2. С. 30-35.
9. Илларионов О. И. Статистическое регулирование технологических процессов с использованием контрольных карт выборочного среднего при неизвестной дисперсии контролируемого параметра // Надежность и контроль качества. 1999. № 12. С. 37-44.

10. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. Пер с англ. – М.: Наука, 1973.
11. Клячкин В. Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 304 с.
12. Клячкин В. Н., Константинова Е. И. Контроль технологического процесса при нарушении нормальности распределения показателей // Автоматизация и современные технологии. 2007. № 7. С. 3-6.
13. Кувайскова Ю. Е., Клячкин В. Н., Бубырь Д. С. Прогнозирование состояния технического объекта на основе мониторинга его параметров // XII Всероссийское совещание по проблемам управления, Москва. 2014. С. 7616-7626.
14. Кузнецов Л. А., Журавлева М. Г. Построение карт контроля процессов с отличающимися от нормального распределениями показателей качества // Методы Менеджмента Качества. 2009. № 12. С. 34-38.
15. Лукин В. Н. Метод экономического планирования контрольных карт // Современные проблемы менеджмента: сб. науч. тр. / IX Всероссийская научно-практическая конференция – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. С. 234-239.
16. Лукин В. Н. Параметрический бутстреп - метод диагностики состояния стабильности циклостационарного процесса с асимметричным распределением данных // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2015. № 3. С. 78-85.
17. Лукин В. Н. Сравнительный анализ качества диагностики состояния стабильности циклостационарного процесса методов построения контрольных карт // Качество. Инновации. Образование. 2015. №5. С. 38-46.
18. Лукин В. Н., Яценко В. В. Оценка стабильности циклических процессов с использованием контрольных карт Шухарта // Изв. СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2013. № 5. С. 116-122.

19. Лукин В. Н., Ященко В. В. Параметрический бутстреп - метод вычисления контрольных пределов карт для асимметрично распределённых данных // Информационно-управляющие системы. 2015. № 2. С. 98-106.
20. Международный стандарт железнодорожной промышленности. IRIS. Версия 02. 2009. – 57 с.
21. Митрохин И. Н., Орлов А. И. Обнаружение разладки с помощью контрольных карт // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. № 5. С. 74-78.
22. Миттаг Х.-Й., Ринне Х. Статистические методы обеспечения качества. Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
23. Мониторинг прогнозирования с помощью `grdtool`, как это делается // Хабрахабр. [Электронный ресурс] URL: <http://habrahabr.ru/post/134599>.
24. Мониторинг транзитного VoIP методом прогнозирования // Хабрахабр. [Электронный ресурс] URL: <http://habrahabr.ru/post/132400>.
25. Нечаев В. И., Нечаев Ю. В. Выбор метода мониторинга технологического процесса // Известия ТулГУ. Технические науки. 2013. № 5. С. 149-159.
26. Проект международного стандарта ISO/DIS 9001:2014(E) «Системы менеджмента качества. Требования». Перевод В.А. Качалова от 01.06.2014. – 64 с.
27. Розно М. И. Сужение допуска для целей статистического контроля // Методы менеджмента качества. 2002. № 7. С. 33-38.
28. Статистическое управление процессами. SPC. Ссылочное руководство. – Н. Новгород: ООО СМЦ «Приоритет», 2006. – 224 с.
29. Уиллер Д., Чамберс Д. Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. Пер. с англ. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. – 409 с.
30. Халафян А. А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2007. – 512 с.

31. Хафизова А. Н. Контрольные карты для параметров, не подчиняющихся закону нормального распределения (на примере отклонения от круглости) // Материалы научно-практического LEAN-семинара «Внедрение концепции «Бережливое производство». 2011. [Электронный ресурс] URL: [http://www.up-pro.ru/library/quality\\_management/QMS\\_methodology/kontrolnye-karty.html](http://www.up-pro.ru/library/quality_management/QMS_methodology/kontrolnye-karty.html).
32. Шпер В. Л., Адлер Ю. П. Ещё раз о статистическом мышлении и SPC. [Электронный ресурс] URL: <http://quality.eup.ru/DOCUM6/eshche-raz-o-statisticheskom-myshlenii-i.htm>.
33. Электронный учебник по статистике. Анализ временных рядов. ARIMA-модель // StatSoft. [Электронный ресурс] URL: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html#aarima>.
34. Яновский Г. Г. Качество обслуживания в сетях IP // Вестник связи. 2008. № 1. С. 65-74.
35. 5g Future Inc. (Software Design Company) [Электронный ресурс] URL: <http://www.5gfuture.com/>.
36. Abbasi B., Guillen M. Bootstrap Control Charts in Monitoring Value at Risk in Insurance // Expert Systems with Applications. 2013. Vol. 40. P. 6125-6135.
37. Alwan L. C., Roberts H. V. Time-Series Modeling for Statistical Process Control // Journal of Business & Economic Statistics. 1988. Vol. 6, № 1. P. 87-95.
38. Amiri S., von Rosen D., Zwanzig S. On the Comparison of Parametric and Nonparametric Bootstrap // U.U.D.M. Report 2008:15, Uppsala Universitet. 2008. P. 1-13.
39. Bai D. S., Choi I. S.  $\bar{X}$  and R Control Charts for Skewed Populations // Journal of Quality Technology. 1995. Vol. 27, № 2. P. 120-131.
40. Bajgier S. M. The Use of Bootstrapping to Construct Limits on Control Charts // Proc. of the Decision Science Institute, San Diego, CA. 1992. P. 1611-1613.
41. Barnard G. A. Control Charts and Stochastic Processes // Journal of the Royal Statistical Society. 1959. Vol. 21, № 2. P. 239-271.

42. Bisgaard S., Kulahci M. Quality Quandaries: Using a Time Series Model for Process Adjustment and Control // *Quality Engineering*. 2008. Vol. 20, № 1. P. 134-141.
43. Bolotin V. A. Telephone Circuit Holding Time Distribution // *Proc. of the 14<sup>th</sup> International Teletraffic Congress, North Holland*. 1994. P. 125-134.
44. Box G. E. P., Kramer T. Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment – A Discussion // *Technometrics*. 1992. Vol. 34, № 3. P. 251-267.
45. Box G. E. P., Paniagua - Quiñones C. Two charts: Not One // *Quality Engineering*. 2007. Vol. 19, № 2. P. 93-100.
46. Brutlag J. Aberrant Behavior Detection in Time Series for Network Monitoring // *Proceedings of the USENIX Fourteenth System Administration Conference LISA XIV, New Orleans, LA*. 2000.
47. Castagliola P., Khoo M. B. C. A Synthetic Scaled Weighted Variance Control Chart for Monitoring the Process Mean of Skewed Populations // *Communications in Statistics – Simulation and Computation*. 2009. Vol. 38(8). P. 1659-1674.
48. Chan L. K., Cui H. J. Skewness Correction  $\bar{X}$  and  $R$  Charts for Skewed Distributions // *Naval Research Logistics*. 2003. Vol. 50(6). P. 555-573.
49. Chang Y. S., Bai D. S. Control Charts for Positively - Skewed Populations with Weighted Standard Deviations // *Quality and Reliability Engineering International*. 2001. Vol. 17(5). P. 397-406.
50. Cheng S. W., Xie, H. Control Charts for Lognormal Data // *Tamkang Journal of Science and Engineering*. 2000. Vol. 3, № 3. P. 131-137.
51. Chlebus E. Empirical Validation of Call Holding Time Distribution in Cellular Communications Systems // *Proc. of the 15<sup>th</sup> International Teletraffic Congress, Washington, DC, USA*. 1997. P. 1179-1189.
52. Choobineh F., Ballard J. Control-Limits of QC Charts for Skewed Distributions Using Weighted-Variance // *IEEE Transactions on Reliability*. 1987. Vol. 36(4). P. 473-477.

53. Choobineh F., Branting D. A Simple Approximation for Semivariance // *European Journal of Operational Research*. 1986. Vol. 27, № 3. P. 364-370.
54. Chou C.-Y., Chen C.-H., Liu H.-R. Economic Design of  $\bar{X}$  Charts for Non-Normally Correlated Data // *International Journal of Production Research*. 2001. Vol. 39, № 9. P. 1931-1941.
55. Chou C.-Y., Chen C.-H., Liu H.-R. Economic-Statistical Design of  $\bar{X}$  Charts for Non-Normal Data by Considering Quality Loss // *Journal of Applied Statistics*. 2000. Vol. 27, № 8. P. 939-951.
56. Duncan A. J. The Economic Design of  $\bar{X}$  Charts Used to Maintain Current Control of a Process // *Journal of the American Statistical Association*. 1956. Vol. 51, № 274. P. 228-242.
57. Efron, B. Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife // *Annals of Statistics*. 1979. Vol. 7. P. 1-26.
58. Everitt B. S. A Monte Carlo Investigation of the Robustness of Hotelling's One- and Two-Sample  $T^2$  Tests // *Journal of the American Statistical Association*. 1979. Vol. 74, № 365. P. 48-51.
59. Ferrell E. B. Control Charts for Lognormal Universe // *Industrial Quality Control*. 1958. Vol. 15, № 2. P. 4-6.
60. Gaspar Z., Gocza I. Voice Quality Degradation Recognition Using the Call Lengths // *12<sup>th</sup> International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*. 2010. P. 1034-1039.
61. Hill I., Hill R., Holder R. Fitting Johnson Curves by Moments // *Applied Statistics*. 1976. Vol. 25(2). P. 180-189.
62. Holub J., Beerend J. G., Šmid R. (2004). A Dependence between Average Call Duration and Voice Transmission Quality: Measurement and Applications // *Wireless Telecommunications Symposium*. 2004. P. 75-81.
63. Hotelling, H. Multivariate Quality Control, illustrated by the testing of sample bombsights. // *Techniques of Statistical Analysis*. Eisenhart, Hastay, and Wallis (eds.). McGraw-Hill, New York. 1947. P. 113-184.

64. ITU-T Recommendation E. 411. International Network Management – Operational Guidance. 2000.
65. ITU-T Recommendation P. 800. Methods for Subjective Determination of Transmission Quality. 1996.
66. ITU-T Recommendation Q. 931. ISDN User-Network Interface Layer 3 Specification for Basic Call Control. 1998.
67. ITU-T Recommendation Y. 1540. Internet Protocol Data Communication Service – IP Packet Transfer and Availability Performance Parameters. 2011.
68. Jiang W., Tsui K.-L. An Economic Model for Integrated APC and SPC Control Charts // IIE Transactions. 2000. Vol. 32. P. 505-513.
69. Johnson N. Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation // Biometrika. 1949. Vol. 36. P. 149-176.
70. Jones L. A., Woodall W. H. The Performance of Bootstrap Control Charts // Journal of Quality Technology. 1998. Vol. 30(4). P. 362-375.
71. Khoo M. B. C., Atta A. M. A., Chen C.-H. Proposed  $\bar{X}$  and  $S$  Control Charts for Skewed Distributions // Proc. of the 2009 IEEE IEEM. 2009. P. 389-393.
72. Kim S.-H., Alexopoulos C., Tsui K.-L., Wilson J. R. A Distribution-Free Tabular CUSUM Chart for Autocorrelated Data // IIE Transactions. 2007. Vol. 39, № 3. P. 317-330.
73. Kroese D. P., Taimre T., Botev Z. I. Handbook of Monte Carlo Methods. – John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey, 2011.
74. Laney D. B. Improved Control Charts for Attributes // Quality Engineering. 2002. Vol. 14, № 4. P. 531-537.
75. Lio Y. L., Park C. A Bootstrap Control Chart for Birnbaum–Saunders Percentiles // Quality and Reliability Engineering International. 2008. Vol. 24. P. 585-600.
76. Lorenzen T. J., Vance L. C. The Economic Design of Control Charts: A Unified Approach // Technometrics. 1986. Vol. 28, № 1. P. 3-10.

77. Lu J.-C., Park J., Yang Q. Statistical Inference of a Time-to-Failure Distribution Derived from Linear Degradation Data. // *Technometrics*. 1997. Vol. 39, № 4. P. 391-400.
78. Lucas J. M., Saccucci M. S. Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements // *Technometrics*. 1990. Vol. 32, №1. P. 1-12.
79. Lukin V., Yaschenko V. A Parametric Bootstrap Method of Computation of Control Limits of Charts for Skewed Distributions // *Proc. of the 2015 IEEE ElConRusNW, St. Petersburg*. 2015. P. 90-95.
80. Lukin V., Yaschenko V. Computation of Control Limits of  $\bar{X}$  - Chart Based on Pseudorandom Numbers Generation // *Proc. of the IEEE Russia. North West Section*. 2014. Vol. 6. P. 54-58.
81. McLeod A. I., Sales P. R. H. An Algorithm for Approximate Likelihood Calculation of ARMA and Seasonal ARMA Model // *Journal of the Royal Statistical Society, Series C (Applied Statistics)*. 1983. Vol. 32. № 2. P. 211-223.
82. *Measuring the Information Society Report 2014*. ITU, Geneva, Switzerland, 2014.
83. Melard G. A Fast Algorithm for the Exact Likelihood of Autoregressive-Moving Average Models // *Journal of the Royal Statistical Society, Series C (Applied Statistics)*. 1984. Vol. 33, № 1. P. 104-114.
84. Montgomery D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*, 6<sup>th</sup> edition. – John Wiley & Sons, 2005.
85. Münz G., Carle G. Application of Forecasting Techniques and Control Charts for Traffic Anomaly Detection // *Proceedings of 19th ITC Specialist Seminar on Network Usage and Traffic*, Berlin, Germany. 2008.
86. Nelson L. S. The Shewhart Control Chart – Test for Special Causes // *Journal of Quality Technology*. 1984. Vol. 16, № 4. P. 237-239.
87. Nelson R. P. Control Charts for Weibull Processes with Standards Given // *IEEE Transactions on Reliability*. 1979. Vol 28(4). P. 283-298.

88. Nichols M. D., Padgett W. J. A Bootstrap Control Chart for Weibull Percentiles // Quality and Reliability Engineering International. 2005. Vol. 22(2). P. 141-151.
89. Page E. S. Cumulative Sum Charts // Technometrics. 1961. Vol 3, №1. P. 1-9.
90. Prabhu S. S., Montgomery D. C., Runger G. C. Economic-Statistical Design of an Adaptive  $\bar{X}$  Chart // International Journal of Production Economics. 1997. Vol. 49. P. 1-15.
91. Reynolds M. R. Jr., Lu C. W. Control Charts for Monitoring Processes with Autocorrelated Data // Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. 1997. Vol. 30, № 7. P. 4059-4067.
92. Saniga E. M. Economic Statistical Control-Chart Designs with an Application to  $\bar{X}$  and R Charts // Technometrics. 1989. Vol. 31, № 3. P. 313-320.
93. Schmid W. On EWMA Charts for Time Series // Frontiers in Statistical Quality Control. 1997. Vol. 5. P. 115-137.
94. Shewhart W. A. Economic Control of Quality of Manufactured Product. – D. Van Nostrand Co., New York, 1931.
95. Sippy Software, Inc. (Telecommunication Software Company) [Электронный ресурс] URL: <http://www.sippysoft.com/#!/sippy-softswitch-features/c1zgg>.
96. Speedflow Communications (Telecom & Software Company) [Электронный ресурс] URL: [http://speedflow.com/download/company\\_overview.pdf](http://speedflow.com/download/company_overview.pdf).
97. Statistica: Quality Control Charts // StatSoft. [Электронный ресурс] URL: <http://www.statsoft.com/Products/STATISTICA/Quality-Control/>.
98. TeleGeography Report & Database. [Электронный ресурс] URL: <https://www.telegeography.com/research-services/telegeography-report-database/>.
99. Tippett H. C. The Methods of Statistics, 4<sup>th</sup> edition. – John Wiley and Sons, New York, 1952.
100. TL 9000. Quality Management System. Measurements Handbook. Release 3.0, QuEST Forum, 2001. – 168 p.

101. Wang B., Mishra S. N., Mulekar M. S., Mishra N., Huang K. Comparison of Bootstrap and Generalized Bootstrap Methods for Estimating High Quantiles // Journal of Statistical Planning and Inference. 2010. Vol. 140, № 10. P. 2926-2935.
102. Ward A., Glynn P., Richardson K. Internet Service Performance Failure Detection // Performance Evaluation Review. 1998. Vol. 26. P. 38-43.
103. Wheeler D. Advanced Topics in Statistical Process Control. – SPC Press, 1995. – 470 p.
104. Wheeler D., Poling S. Building Continual Improvement. – SPC Press: Knoxville, TN, 1998.
105. Willingner W., Paxon V. Where Mathematics Meets the Internet // Notices of the American Mathematical Society. 1998.
106. Woodall W. H. Controversies and Contradictions in Statistical Process Control (with discussion) // Journal of Quality Technology. 2000. Vol. 32. P. 341-378.
107. Woodall W. H., Montgomery D. C. Research Issues and Ideas in Statistical Process Control // Journal of Quality Technology. 1999. Vol. 31(4). P. 376-386.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А – Таблицы констант коррекции смещения

Таблица П.1 – Значения константы  $c_4$ 

$n$	$c_4$
10	0,9727
20	0,9868

Таблица П.2 – Значения константы  $c_4'$ 

$P_x$	$c_4'$					
	$n = 10$			$n = 20$		
	Логарифмически нормальное распределение	Вейбулла распределение	Среднее констант	Логарифмически нормальное распределение	Вейбулла распределение	Среднее констант
0,5	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
0,51	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
0,52	0,97	0,97	0,97	0,99	0,99	0,99
0,53	0,97	0,97	0,97	0,99	0,99	0,99
0,54	0,97	0,97	0,97	0,98	0,99	0,99
0,55	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98
0,56	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98
0,57	0,95	0,96	0,96	0,98	0,98	0,98
0,58	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,98
0,59	0,94	0,95	0,95	0,97	0,98	0,98
0,6	0,93	0,95	0,94	0,96	0,97	0,97
0,61	0,92	0,94	0,93	0,96	0,97	0,97
0,62	0,91	0,93	0,92	0,95	0,96	0,96
0,63	0,9	0,93	0,92	0,94	0,96	0,95
0,64	0,89	0,92	0,91	0,93	0,95	0,94
0,65	0,88	0,91	0,90	0,92	0,95	0,93
0,66	0,86	0,9	0,88	0,9	0,94	0,92
0,67	0,84	0,89	0,87	0,89	0,94	0,92
0,68	0,82	0,87	0,85	0,88	0,93	0,91
0,69	0,8	0,86	0,83	0,86	0,92	0,89
0,7	0,78	0,84	0,81	0,84	0,91	0,88
0,71	0,76	0,83	0,79	0,82	0,9	0,86
0,72	0,73	0,81	0,77	0,8	0,89	0,85
0,73	0,7	0,79	0,75	0,78	0,87	0,83
0,74	0,67	0,78	0,73	0,75	0,86	0,81
0,75	0,64	0,75	0,70	0,72	0,84	0,78
0,76	0,61	0,72	0,67	0,69	0,82	0,76
0,77	0,58	0,7	0,64	0,66	0,8	0,73
0,78	0,55	0,67	0,61	0,63	0,78	0,71
0,79	0,52	0,64	0,58	0,6	0,75	0,68
0,8	0,49	0,61	0,55	0,56	0,73	0,65

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Таблицы оценок  $\alpha$ - и  $(1-\beta)$ - вероятностей выхода точки за контрольные пределы карт**

Таблица П.3 – Оценки, %,  $\alpha_{\bar{X}}$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$  и  $UCL_{\bar{X}}$  (и сумма этих оценок)  $\bar{X}$  - карт

Распределение	$P_x$	$K_3[X]$	$K_4[X]$	$M[X]$	$SD[X]$	$n = 10$								$n = 20$							
						Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика		Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика	
						LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL
Логарифмически нормальное	0,72	7,76	122,75	3	5	0,00	4,10	0,00	1,74	7,36	2,08	0,65	0,76	0,00	3,34	0,00	1,42	4,74	1,61	0,32	0,59
						4,10		1,74		9,44		1,41		3,34		1,42		6,35		0,91	
	0,64	2,94	16,95	6	5	0,00	2,22	0,02	1,07	1,77	1,00	0,33	0,45	0,00	1,53	0,03	0,68	0,69	0,60	0,23	0,41
						2,22		1,09		2,77		0,78		1,53		0,71		1,29		0,64	
0,56	1,02	1,90	6	2	0,04	0,61	0,08	0,42	0,24	0,31	0,23	0,31	0,07	0,52	0,15	0,35	0,25	0,28	0,17	0,22	
					0,65		0,50		0,55		0,54		0,59		0,50		0,53		0,39		
Вейбулла	0,68	3,11	15,44	6	8	0,00	2,72	0,00	1,20	1,11	1,06	0,33	0,47	0,00	1,75	0,03	0,70	0,36	0,66	0,27	0,41
						2,72		1,20		2,17		0,80		1,75		0,73		1,02		0,68	
	0,60	1,43	2,77	2,8	2,25	0,02	1,33	0,05	0,75	0,35	0,56	0,21	0,40	0,02	0,68	0,09	0,35	0,18	0,32	0,20	0,24
						1,35		0,80		0,91		0,61		0,70		0,44		0,50		0,44	
0,52	0,31	-0,20	2,66	1,1	0,13	0,42	0,15	0,36	0,19	0,33	0,28	0,26	0,10	0,27	0,14	0,23	0,14	0,21	0,19	0,18	
					0,55		0,51		0,52		0,54		0,37		0,37		0,35		0,37		

Таблица П.4 – Оценки, %,  $\alpha_S$ -вероятности выхода за  $LCL_S$  и  $UCL_S$  (и сумма этих оценок)  $S$  - карт

Распределение	$P_x$	$K_3[X]$	$K_4[X]$	$M[X]$	$SD[X]$	$n = 10$								$n = 20$							
						Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика		Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика	
						LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL
Логарифмически нормальное	0,72	7,76	122,75	3	5	8,37	13,96	0,00	2,39	9,80	6,50	0,21	0,70	17,5	17,3	0,00	2,28	9,32	5,27	0,19	0,42
						22,33		2,39		16,30		0,91		34,76		2,28		14,59		0,61	
	0,64	2,94	16,95	6	5	0,64	10,14	0,00	2,13	7,86	6,46	0,17	0,35	4,09	10,9	0,00	1,69	5,33	6,42	0,20	0,27
						10,78		2,13		14,32		0,52		15,03		1,69		11,75		0,47	
0,56	1,02	1,90	6	2	0,05	2,62	0,01	1,20	6,85	5,43	0,22	0,36	0,25	3,09	0,24	1,26	4,38	4,15	0,17	0,25	
					2,67		1,21		12,28		0,58		3,34		1,50		8,53		0,42		
Вейбулла	0,68	3,11	15,44	6	8	2,49	12,18	0,00	2,40	7,75	4,91	0,19	0,55	7,22	12,9	0,00	1,54	5,90	5,47	0,22	0,44
						14,67		2,40		12,66		0,74		20,16		1,54		11,37		0,66	
	0,60	1,43	2,77	2,8	2,25	0,11	5,25	0,01	1,63	6,10	7,06	0,16	0,41	0,59	4,31	0,05	0,94	5,85	4,41	0,12	0,38
						5,36		1,64		13,16		0,57		4,90		0,99		10,26		0,50	
0,52	0,31	-0,20	2,66	1,1	0,01	0,54	0,03	0,49	4,24	3,97	0,15	0,33	0,05	0,20	0,28	0,46	3,65	3,48	0,17	0,23	
					0,55		0,52		8,21		0,48		0,25		0,74		7,13		0,40		

Таблица П.5 – Оценки, %,  $(1 - \beta_{\bar{X}})$ -вероятности выхода за  $LCL_{\bar{X}}$  и  $UCL_{\bar{X}}$  (и сумма этих оценок)  $\bar{X}$  - карт

Распределение	Параметр смещения для нестабильного процесса		$M[X]$	$SD[X]$	$n = 10$								$M[X]$	$SD[X]$	$n = 20$							
	$a$	$b$			Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика				Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика	
					LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL			LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL
Логарифмически нормальное (КК стабильного процесса с $M[X] = 3$ ; $SD[X] = 5$ )	-2	-1	0,63	1,5	0,18	0,05	2,54	0,03	86,41	0,03	79,23	0,00	1,33	2,19	0,86	0,04	5,14	0,02	59,17	0,02	43,65	0,00
					0,23		2,57		86,44		79,23				0,90		5,16		59,19		43,65	
	-1	-0,5	1,82	3,25	0,00	0,74	0,01	0,32	25,58	0,38	10,22	0,15	2,16	3,6	0,00	0,51	0,17	0,22	16,79	0,25	5,38	0,10
					0,74		0,33		25,96		10,37				0,51		0,39		17,04		5,48	
	2	1	6,79	10,62	0,00	43,64	0,00	25,67	0,37	29,32	0,00	13,07	5,68	9,5	0,00	42,63	0,00	25,11	0,07	27,84	0,00	13,18
				43,64		25,67		29,69		13,07		42,63			25,11		27,91		13,18			
4	2	10,59	16,23	0,00	77,93	0,00	57,53	0,02	63,63	0,00	38,55	8,37	14	0,00	81,95	0,00	63,75	0,00	67,20	0,00	40,98	
				77,93		57,53		63,65		38,55				81,95		63,75		67,20		40,98		
Вейбулла (КК стабильного процесса с $M[X] = 6$ ; $SD[X] = 8$ )	-2	-1	1,95	4,37	0,04	0,06	1,91	0,03	46,41	0,03	36,04	0,01	3,14	5,47	0,83	0,01	7,93	0,00	23,92	0,00	20,45	0,00
					0,10		1,94		46,44		36,05				0,84		7,93		23,92		20,45	
	-1	-0,5	3,98	6,19	0,00	0,35	0,02	0,13	7,28	0,11	2,89	0,06	4,57	6,74	0,02	0,16	0,45	0,04	3,25	0,05	2,29	0,02
					0,35		0,15		7,39		2,95				0,18		0,49		3,30		2,31	
	2	1	11,9	13,29	0,00	40,87	0,00	27,31	0,01	25,98	0,00	16,19	10,17	11,69	0,00	36,70	0,00	24,00	0,00	23,08	0,00	17,05
				40,87		27,31		25,99		16,19		36,70			24,00		23,08		17,05			
4	2	17,8	18,57	0,00	79,85	0,00	67,78	0,00	65,95	0,00	52,49	14,34	15,37	0,00	81,92	0,00	70,37	0,00	69,17	0,00	60,45	
				79,85		67,78		65,95%		52,49				81,92		70,37		69,17		60,45		

Таблица П.6 – Оценки, %,  $(1 - \beta_S)$ -вероятности выхода за  $LCL_S$  и  $UCL_S$  (и сумма этих оценок)  $S$  - карт

Распределение	Параметр смещения для нестабильного процесса		$M[X]$	$SD[X]$	$n = 10$								$M[X]$	$SD[X]$	$n = 20$							
	$a$	$b$			Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика				Методика Шухарта		Методика Кху, Атта и Чен		Методика на основе КД		Разработанная методика	
					LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL			LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL	LCL	UCL
Логарифмически нормальное (КК стабильного процесса с $M[X] = 3$ ; $SD[X] = 5$ )	-2	-1	0,63	1,5	72,65	0,92	0,00	13,00	63,45	0,38	35,66	0,02	1,33	2,19	70,58	1,82	0,00	0,16	42,40	0,48	12,49	0,02
					73,57		13,00		63,83		35,68				72,40		0,16		42,88		12,51	
	-1	-0,5	1,82	3,25	25,51	5,58	0,00	0,89	25,42	2,44	2,21	0,25	2,16	3,6	37,57	7,87	0,00	0,80	20,27	2,28	1,58	0,21
					31,09		0,89		27,86		2,46				45,44		0,80		22,55		1,79	
	2	1	6,79	10,62	0,52	48,85	0,00	13,63	0,61	26,98	0,01	4,74	5,68	9,5	1,50	54,79	0,00	11,70	0,85	23,50	0,00	3,45
				49,37		13,63		27,59		4,75		56,29			11,70		24,35		3,45			
4	2	10,59	16,23	0,06	72,60	0,00	28,30	0,06	46,34	0,00	11,69	8,37	14	0,19	79,92	0,00	27,89	0,11	44,18	0,00	9,33	
				72,66		28,30		46,40		11,69				80,11		27,89		44,29		9,33		
Вейбулла (КК стабильного процесса с $M[X] = 6$ ; $SD[X] = 8$ )	-2	-1	1,95	4,37	40,32	2,30	0,00	0,55	40,20	1,04	16,86	0,16	3,14	5,47	40,46	3,12	0,06	0,40	26,29	1,31	7,69	0,12
					42,62		0,55		41,24		17,02				43,58		0,46		27,60		7,81	
	-1	-0,5	3,98	6,19	10,05	5,35	0,00	0,97	17,58	2,19	1,46	0,22	4,57	6,74	18,77	6,52	0,00	0,66	13,18	2,57	1,14	0,19
					15,40		0,97		19,77		1,68				25,29		0,66		15,75		1,33	
	2	1	11,9	13,29	0,06	45,71	0,00	13,57	0,75	21,42	0,00	4,17	10,17	11,69	0,28	44,13	0,00	8,77	0,40	20,90	0,00	2,39
				45,77		13,57		22,17		4,17		44,41			8,77		21,30		2,39			
4	2	17,8	18,57	0,00	74,23	0,00	33,02	0,08	42,54	0,00	14,85	14,34	15,37	0,02	75,15	0,00	25,25	0,04	42,99	0,00	10,96	
				74,23		33,02		42,62		14,85				75,17		25,25		43,03		10,96		

**ПРИЛОЖЕНИЕ В – Данные, используемые для построения контрольных карт временного ряда значений АСД**

Таблица П.7 – Данные КК, построенной по методике Брутлага

№	Время (д. м. г. ч.)	$ACD_i$ (мин.)	$n_i$ (шт.)	$d_i$	$\hat{y}_i$	$\hat{y}_i - 1 \cdot d_{i-m}$	$\hat{y}_i - 2 \cdot d_{i-m}$	$\hat{y}_i - 3 \cdot d_{i-m}$	Оповещение по правилам	Нестабильное состояние процесса
145	30.07.2014 0:00	1,23	9	3,27	3,69	0,08	-3,53	-7,14		
146	30.07.2014 1:00	0,43	5	7,21	6,10	-1,76	-9,63	-17,50		
147	30.07.2014 2:00	3,41	8	2,43	1,19	-1,33	-3,85	-6,37		
148	30.07.2014 3:00	0,45	8	2,04	1,41	-1,09	-3,59	-6,10		+
149	30.07.2014 4:00	0,78	14	1,26	1,15	-0,49	-2,12	-3,76		+
150	30.07.2014 5:00	0,73	12	2,19	3,06	0,93	-1,21	-3,34		+
151	30.07.2014 6:00	0,36	21	1,17	2,01	1,04	0,07	-0,90		+
152	30.07.2014 7:00	1,12	61	0,89	2,20	1,39	0,58	-0,22		+
153	30.07.2014 8:00	1,23	99	0,60	1,82	1,22	0,61	0,01		+
154	30.07.2014 9:00	0,83	110	1,16	2,36	1,37	0,38	-0,61		+
155	30.07.2014 10:00	2,21	107	0,31	2,28	1,87	1,46	1,05		+
156	30.07.2014 11:00	4,23	113	0,97	2,25	1,71	1,18	0,65		
157	30.07.2014 12:00	3,05	124	1,01	2,04	1,03	0,01	-1,01		
158	30.07.2014 13:00	3,76	114	0,92	2,45	1,70	0,94	0,19		
159	30.07.2014 14:00	2,87	129	0,40	3,07	2,58	2,10	1,61		
160	30.07.2014 15:00	2,56	113	0,29	2,62	2,23	1,85	1,46		
161	30.07.2014 16:00	3,98	112	0,89	2,83	2,06	1,29	0,51		
162	30.07.2014 17:00	4,02	124	1,00	2,85	1,93	1,00	0,07		
163	30.07.2014 18:00	3,67	109	0,85	3,18	2,17	1,17	0,16		
164	30.07.2014 19:00	3,71	104	1,15	3,35	1,86	0,37	-1,13		
165	30.07.2014 20:00	5,98	92	1,44	3,62	2,57	1,52	0,47		
166	30.07.2014 21:00	4,32	62	0,76	4,55	3,56	2,58	1,60		
167	30.07.2014 22:00	7,43	25	2,26	5,82	3,28	0,74	-1,80		
168	30.07.2014 23:00	2,23	32	1,81	5,34	4,09	2,84	1,59		
169	31.07.2014 0:00	0,56	6	2,81	2,32	-0,95	-4,21	-7,48		
170	31.07.2014 1:00	4,52	11	5,22	3,93	-3,28	-10,49	-17,70		
171	31.07.2014 2:00	2,31	9	1,86	1,78	-0,65	-3,08	-5,51		
172	31.07.2014 3:00	3,41	12	2,16	0,97	-1,07	-3,11	-5,15		
173	31.07.2014 4:00	0,65	10	1,05	1,21	-0,05	-1,31	-2,56		
174	31.07.2014 5:00	7,65	2	3,06	2,57	0,38	-1,81	-4,01		
175	31.07.2014 6:00	0,57	10	1,38	2,45	1,27	0,10	-1,07		
176	31.07.2014 7:00	2,87	35	0,65	2,77	1,88	1,00	0,11		
177	31.07.2014 8:00	3,01	46	0,53	2,65	2,05	1,44	0,84		
178	31.07.2014 9:00	1,92	66	1,14	3,03	1,88	0,72	-0,43		
179	31.07.2014 10:00	3,56	98	0,27	3,39	3,08	2,78	2,47		
180	31.07.2014 11:00	3,48	101	0,81	3,94	2,97	2,01	1,04		
181	31.07.2014 12:00	2,78	116	0,84	3,23	2,22	1,20	0,19		
182	31.07.2014 13:00	3,45	121	0,68	3,58	2,66	1,74	0,82		
183	31.07.2014 14:00	3,21	109	0,41	3,65	3,25	2,85	2,45		
184	31.07.2014 15:00	2,61	100	0,38	3,21	2,93	2,64	2,35		
185	31.07.2014 16:00	4,31	115	0,80	3,70	2,82	1,93	1,05		
186	31.07.2014 17:00	2,56	96	1,03	3,68	2,68	1,68	0,68		
187	31.07.2014 18:00	2,45	76	0,94	3,59	2,74	1,89	1,04		

## Продолжение таблицы П.7

№	Время (д. м. г. ч.)	$ACD_i$ (мин.)	$n_i$ (шт.)	$d_i$	$\hat{y}_i$	$\hat{y}_i - 1 \cdot d_{i-m}$	$\hat{y}_i - 2 \cdot d_{i-m}$	$\hat{y}_i - 3 \cdot d_{i-m}$	Оповещение по правилам	Нестабильное состояние процесса
188	31.07.2014 19:00	4,18	71	0,99	3,56	2,41	1,26	0,11		
189	31.07.2014 20:00	3,45	69	1,30	4,40	2,96	1,52	0,08		
190	31.07.2014 21:00	5,49	41	0,89	4,30	3,54	2,78	2,03		
191	31.07.2014 22:00	1,99	38	2,85	6,21	3,95	1,69	-0,57		
192	31.07.2014 23:00	3,41	10	1,40	3,87	2,06	0,25	-1,56		
193	01.08.2014 0:00	4,51	6	2,88	1,47	-1,34	-4,15	-6,96		
194	01.08.2014 1:00	2,76	12	4,09	4,20	-1,02	-6,25	-11,47		
195	01.08.2014 2:00	5,86	16	2,51	1,83	-0,03	-1,89	-3,75		
196	01.08.2014 3:00	3,62	5	2,03	1,89	-0,28	-2,44	-4,60		
197	01.08.2014 4:00	3,46	3	1,40	1,25	0,20	-0,85	-1,89		
198	01.08.2014 5:00	5,87	9	2,58	4,41	1,35	-1,71	-4,77		
199	01.08.2014 6:00	2,87	25	1,22	2,05	0,66	-0,72	-2,11		
200	01.08.2014 7:00	3,02	55	0,50	3,17	2,52	1,87	1,22		
201	01.08.2014 8:00	3,67	83	0,54	3,10	2,57	2,04	1,51		
202	01.08.2014 9:00	2,43	109	1,00	3,11	1,97	0,82	-0,32		
203	01.08.2014 10:00	3,01	104	0,44	3,86	3,59	3,33	3,06	+	
204	01.08.2014 11:00	5,41	110	0,95	4,14	3,32	2,51	1,69		
205	01.08.2014 12:00	3,42	112	0,65	3,60	2,76	1,92	1,07		
206	01.08.2014 13:00	3,87	105	0,54	4,07	3,39	2,70	2,02		
207	01.08.2014 14:00	2,87	130	0,64	4,05	3,64	3,23	2,82		
208	01.08.2014 15:00	3,5	115	0,27	3,50	3,11	2,73	2,35		
209	01.08.2014 16:00	4,29	107	0,59	4,37	3,57	2,77	1,97		
210	01.08.2014 17:00	3,23	99	0,90	3,82	2,78	1,75	0,71		
211	01.08.2014 18:00	3,51	123	0,74	3,78	2,84	1,90	0,97		
212	01.08.2014 19:00	1,11	121	0,69	4,32	3,32	2,33	1,34	+	+
213	01.08.2014 20:00	2,57	93	0,91	4,67	3,38	2,08	0,79		+
214	01.08.2014 21:00	2,61	78	0,62	5,24	4,35	3,47	2,58		+
215	01.08.2014 22:00	3,21	46	2,70	5,58	2,73	-0,12	-2,97		
216	01.08.2014 23:00	2,73	23	1,49	4,44	3,03	1,63	0,23		

Таблица П.8 – Данные КК, построенной по методике на основе ПБ - процедуры

№	Время (д. м. г. ч.)	$ACD_i$ (мин.)	$S_i$ (мин.)	$n_i$ (шт.)	$CL$	$LCL_{15,87\%}$	$LCL_{2,28\%}$	$LCL_{0,13\%}$	Оповещение по правилам	Нестабильное состояние процесса
145	30.07.2014 0:00	1,23	3,59	9	3,89	1,53	0,86	0,46		
146	30.07.2014 1:00	0,43	0,92	5	1,41	0,43	0,21	0,11		
147	30.07.2014 2:00	3,41	5,06	8	2,30	1,08	0,64	0,39		
148	30.07.2014 3:00	0,45	0,58	8	3,43	1,26	0,67	0,37		+
149	30.07.2014 4:00	0,78	0,81	14	3,10	1,69	1,11	0,70	+	+
150	30.07.2014 5:00	0,73	1,25	12	2,87	1,26	0,77	0,43	+	+
151	30.07.2014 6:00	0,36	0,74	21	2,32	1,33	0,90	0,63	+	+
152	30.07.2014 7:00	1,12	2,24	61	3,06	2,41	1,96	1,64	+	+
153	30.07.2014 8:00	1,23	2,65	99	2,53	2,07	1,76	1,41	+	+
154	30.07.2014 9:00	0,83	1,63	110	3,37	2,77	2,32	1,95	+	+
155	30.07.2014 10:00	2,21	4,26	107	3,25	2,56	2,11	1,73	+	+
156	30.07.2014 11:00	4,23	6,54	113	3,51	2,86	2,46	2,03		
157	30.07.2014 12:00	3,05	5,32	124	3,16	2,58	2,13	1,84		
158	30.07.2014 13:00	3,76	5,76	114	3,31	2,71	2,28	1,93		
159	30.07.2014 14:00	2,87	4,21	129	3,49	2,89	2,49	2,16		
160	30.07.2014 15:00	2,56	5,43	113	3,31	2,67	2,30	1,89		
161	30.07.2014 16:00	3,98	7,37	112	3,72	3,03	2,54	2,35		
162	30.07.2014 17:00	4,02	6,72	124	3,46	2,83	2,34	2,02		
163	30.07.2014 18:00	3,67	5,81	109	3,53	2,93	2,49	2,15		
164	30.07.2014 19:00	3,71	4,98	104	3,45	2,86	2,48	2,30		
165	30.07.2014 20:00	5,98	11,23	92	4,34	3,40	2,85	2,16		
166	30.07.2014 21:00	4,32	7,05	62	4,28	3,31	2,66	2,17		
167	30.07.2014 22:00	7,43	13,69	25	3,61	2,29	1,66	1,20		
168	30.07.2014 23:00	2,23	5,28	32	5,12	3,28	2,41	1,66		
169	31.07.2014 0:00	0,56	0,61	6	3,89	1,24	0,63	0,32	+	
170	31.07.2014 1:00	4,52	8,61	11	1,41	0,63	0,37	0,21		
171	31.07.2014 2:00	2,31	4,72	9	2,30	1,13	0,69	0,42		
172	31.07.2014 3:00	3,41	7,05	12	3,43	1,49	0,90	0,51		
173	31.07.2014 4:00	0,65	1,76	10	3,10	1,50	0,94	0,54		
174	31.07.2014 5:00	7,65	10,22	2	2,87	0,42	0,14	0,04		
175	31.07.2014 6:00	0,57	0,66	10	2,32	1,05	0,63	0,35		
176	31.07.2014 7:00	2,87	4,52	35	3,06	2,22	1,72	1,27		
177	31.07.2014 8:00	3,01	6,23	46	2,53	1,90	1,50	1,15		
178	31.07.2014 9:00	1,92	2,84	66	3,37	2,60	2,12	1,72		
179	31.07.2014 10:00	3,56	5,63	98	3,25	2,52	2,12	1,63		
180	31.07.2014 11:00	3,48	7,23	101	3,51	2,86	2,36	2,01		
181	31.07.2014 12:00	2,78	5,46	116	3,16	2,54	2,14	1,82		
182	31.07.2014 13:00	3,45	6,45	121	3,31	2,73	2,31	1,93		
183	31.07.2014 14:00	3,21	5,42	109	3,49	2,85	2,40	2,02		
184	31.07.2014 15:00	2,61	4,33	100	3,31	2,62	2,18	1,89		
185	31.07.2014 16:00	4,31	8,36	115	3,72	3,04	2,58	2,41		
186	31.07.2014 17:00	2,56	4,12	96	3,46	2,75	2,26	1,99		
187	31.07.2014 18:00	2,45	4,11	76	3,53	2,82	2,33	1,94		

## Продолжение таблицы П.8

№	Время (д. м. г. ч.)	$ACD_i$ (мин.)	$S_i$ (мин.)	$n_i$ (шт.)	$CL$	$LCL_{15,87\%}$	$LCL_{2,28\%}$	$LCL_{0,13\%}$	Оповещение по правилам	Нестабильное состояние процесса
188	31.07.2014 19:00	4,18	6,74	71	3,45	2,76	2,29	1,98		
189	31.07.2014 20:00	3,45	5,79	69	4,34	3,30	2,69	2,22		
190	31.07.2014 21:00	5,49	11,21	41	4,28	3,14	2,43	1,91		
191	31.07.2014 22:00	1,99	4,76	38	3,61	2,50	1,84	1,47		
192	31.07.2014 23:00	3,41	7,24	10	5,12	2,31	1,39	0,78		
193	01.08.2014 0:00	4,51	9,55	6	3,89	1,24	0,63	0,32		
194	01.08.2014 1:00	2,76	4,18	12	1,41	0,65	0,40	0,23		
195	01.08.2014 2:00	5,86	8,72	16	2,30	1,34	0,92	0,64		
196	01.08.2014 3:00	3,62	5,72	5	3,43	0,97	0,46	0,23		
197	01.08.2014 4:00	3,46	5,69	3	3,10	0,84	0,37	0,16		
198	01.08.2014 5:00	5,87	7,26	9	2,87	1,12	0,62	0,34		
199	01.08.2014 6:00	2,87	3,78	25	2,32	1,40	0,99	0,71		
200	01.08.2014 7:00	3,02	4,57	55	3,06	2,35	1,94	1,50		
201	01.08.2014 8:00	3,67	5,43	83	2,53	2,04	1,69	1,47		
202	01.08.2014 9:00	2,43	3,63	109	3,37	2,75	2,32	1,95		
203	01.08.2014 10:00	3,01	6,65	104	3,25	2,54	2,14	1,91		
204	01.08.2014 11:00	5,41	8,46	110	3,51	2,87	2,40	2,00		
205	01.08.2014 12:00	3,42	5,61	112	3,16	2,53	2,11	1,94		
206	01.08.2014 13:00	3,87	5,44	105	3,31	2,70	2,29	1,96		
207	01.08.2014 14:00	2,87	4,42	130	3,49	2,87	2,45	2,10		
208	01.08.2014 15:00	3,5	6,51	115	3,31	2,68	2,26	2,11		
209	01.08.2014 16:00	4,29	7	107	3,72	3,01	2,52	2,12		
210	01.08.2014 17:00	3,23	6,55	99	3,46	2,74	2,29	1,79		
211	01.08.2014 18:00	3,51	5,83	123	3,53	2,97	2,54	2,22		
212	01.08.2014 19:00	1,11	2,31	121	3,45	2,92	2,52	2,15	+	+
213	01.08.2014 20:00	2,57	7,71	93	4,34	3,44	2,84	2,19	+	+
214	01.08.2014 21:00	2,61	8,67	78	4,28	3,37	2,82	2,34	+	+
215	01.08.2014 22:00	3,21	5,29	46	3,61	2,55	1,97	1,46		
216	01.08.2014 23:00	2,73	4,5	23	5,12	3,00	2,07	1,39		