

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического
приборостроения»

На правах рукописи



Ермаков Павел Игоревич

**АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ
МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ**

05.12.14 – Радиолокация и радионавигация

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Монаков Андрей Алексеевич

Санкт-Петербург – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	15
1.1. Многопозиционные метеорологические радиолокационные комплексы	15
1.2. Оценка радиолокационной отражаемости	20
1.3. Оценка средней скорости ветра и параметров турбулентности	24
Выводы.....	29
2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	31
Введение	31
2.1. Математическая модель сигналов, отраженных от метеообразований....	32
2.2. Модель турбулентного движения воздуха.....	35
2.3. Базовое выражение для пространственно-временной взаимнокорреляционной функции.....	38
2.4. Оценка интервала пространственной корреляции.....	44
2.5. Уточненное выражение для временной взаимнокорреляционной функции	47
Выводы.....	53
3. ОЦЕНКА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ В ОДНОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	54
Введение	54
3.1. Физические основы затухания электромагнитных волн в метеообразованиях	55
3.2. Функция правдоподобия и потенциальная точность оценки радиолокационной отражаемости	58
3.3. Алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости	60
3.3.1. Нелинейный БИХ фильтр	60
3.3.2. Нелинейный КИХ фильтр.....	61
3.3.3. Фильтр частиц (Particle Filter)	62
3.3.4. Интерактивный многомодельный фильтр частиц (IMM Particle Filter).....	66

3.4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	70
Выводы.....	77
4. ОЦЕНКА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	79
ВВЕДЕНИЕ	79
4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРИНЦИПАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	80
4.1.1. Общая характеристика ММРЛК и размещение МРЛ	80
4.1.2. Пространственно-временная интерполяция данных в ММРЛК.....	82
4.2. ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ	84
4.3. АЛГОРИТМЫ СОВМЕСТНОЙ ОЦЕНКИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ	86
4.3.1. Оценка максимального правдоподобия	86
4.3.2. Оценка по минимуму среднеквадратического отклонения.....	88
4.3.3. Алгоритм CASA.....	89
4.4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	90
Выводы.....	95
5. ОЦЕНКА СКОРОСТИ ВЕТРА И ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ.....	97
ВВЕДЕНИЕ	97
5.1. ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНОЙ ОЦЕНКИ КОМПОНЕНТ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА И ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ	99
5.2. СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА КОМПОНЕНТ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА И ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ	102
5.3. ДРУГИЕ СПОСОБЫ ОЦЕНКИ КОМПОНЕНТ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ВЕТРА И ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ	103
5.3.1. Двухэтапная раздельная оценка	103
5.3.2. Упрощенные оценки вектора средней скорости ветра	104
5.3.3. Упрощенные оценки СКО компонент турбулентности.....	105
5.4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	106
Выводы.....	113

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	115
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	119
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	121
ПРИЛОЖЕНИЕ А ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИСПЕРСИИ ПРОЕКЦИИ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ВЕТРА НА НАПРАВЛЕНИЕ	136
ПРИЛОЖЕНИЕ Б ЗНАЧЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ.....	138
ПРИЛОЖЕНИЕ В БАЙЕСОВСКИЙ РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ АПОСТЕРИОРНОЙ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ	139
ПРИЛОЖЕНИЕ Г ВЫРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЕТЕОЧАСТИЦ ПО ДИАМЕТРАМ ЧЕРЕЗ ВОДНОСТЬ	142
ПРИЛОЖЕНИЕ Д ВЕРОЯТНОСТЬ АНОМАЛЬНОЙ ОШИБКИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТРАЖАЕМОСТИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НКХ ФИЛЬТРА.....	143
ПРИЛОЖЕНИЕ Е ПРОИЗВОДНЫЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ МЕТОДА МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ	146
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж АКТЫ О ВНЕДРЕНИИ.....	147

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. В настоящее время широкое применение находят многопозиционные радиотехнические системы. Не являются исключением и системы, применяемые в метеорологической радиолокации. Будем далее называть такие системы многопозиционными метеорологическими радиолокационными комплексами (ММРЛК). Практическая значимость таких систем неоспорима, т.к. получаемые с помощью них данные полезны во многих сферах человеческой деятельности. Это могут быть и непосредственно метеорологические наблюдения, и авиация, и сельское хозяйство, и логистика, и т.д. – сфера применения ММРЛК постоянно расширяется. Этому во многом способствуют именно многопозиционные системы, поскольку позволяют охватить обширные территории, предоставляя сведения о метеорологической обстановке в этих областях.

В настоящее время достаточно большое число ММРЛК уже внедрены и находятся в эксплуатации. В качестве примеров наиболее крупных многопозиционных систем можно привести такие, как «*NEXRAD*» (США), «*Canadian Doppler Network*» (Канада), «*OPERA*» (Европа), «*МАРС*» (Россия и СНГ). Тем не менее, большинству существующих систем присущ существенный недостаток: плохое покрытие на низких высотах в условиях сложного рельефа. Это связано в первую очередь с тем, что типичные ММРЛК основаны на метеорологических радиолокаторах (МРЛ) дальнего действия S- или С-диапазонов. В связи с этой проблемой в активной разработке находятся ММРЛК, основанные на малогабаритных МРЛ X-диапазона. Как следствие возникает задача разработки эффективных алгоритмов обработки радиолокационных сигналов в таких ММРЛК.

Обработка сигналов в ММРЛК включает в себя широкий спектр задач: измерение радиолокационной отражаемости, характеристик ветра, обнаружение гроз, торнадо и других опасных метеорологических явлений, измерение интенсивности осадков и определение их типа, и др. Во всей полноте невозможно

охватить эти задачи в рамках одной работы, поэтому внимание будет уделено классическим задачам метеорологической радиолокации: измерению радиолокационной отражаемости, скорости ветра и параметров турбулентности.

Степень разработанности. Вопросам обработки сигналов в ММРЛК в целом посвящено достаточно большое число публикаций, однако подобного нельзя утверждать в отношении специфических ММРЛК на основе малогабаритных МРЛ X-диапазона. Большая часть работы в этом направлении в настоящее время делается в рамках проекта «CASA» («*Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere*»). Сюда можно отнести публикации таких авторов, как В. Чандрасекар (V. Chandrasekar), Д. Маклафлин (D. McLaughlin), К. Дроуджмайер (K. Droegemeier), С. Шимамура (S. Shimamura), С. Фрэйзер (S. Frasier), С. Лим (S. Lim), Ф. Хуньент (F. Junyent), П. Ли (P. Lee) и многих других. Также существенный вклад в исследование ММРЛК внесло большое количество авторов, напрямую не ассоциированных с «CASA», например, Р. Лермитт (R. Lhermitte), Дж. Чжан (J. Zhang), П. Рэй (P. Ray), Р. Сривастава (R. Srivastava), Л. Тянь (L. Tian), Дж. Джао (J. Jao), М. Сюэ (M. Xue), Р. Минчиарди (R. Minciardi), А. Шапиро (A. Shapiro), А. С. Солонин, Т. А. Базлова, Н. В. Бочарников.

Вопрос оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК с учетом специфики МРЛ X-диапазона требует в первую очередь подробного рассмотрения случая однопозиционного МРЛК. В данном направлении существует достаточно много исследований. Из них наиболее примечательны работы [1-15], заостряющие внимание на явлении затухания электромагнитных волн в метеообразованиях (МО) и на способах компенсации влияния этого явления на качество получаемой информации. Однако существующие на данный момент решения обладают рядом недостатков, и самый существенный среди них – это аномальные ошибки оценки отражаемости. Что касается обобщения этих результатов на случай произвольного количества МРЛ, то в этом направлении существует всего две работы [16, 17]. Алгоритмам, предложенным в этих работах, присущ существенный недостаток – возникновение пространственных областей неопределенной отражаемости.

На тему оценки средней скорости ветра также существует большое количество работ [18-24], наиболее известными из которых являются статьи, опубликованные коллективом авторов во главе с Дж. Джао (J. Jao) [18-20]. Несмотря на хорошую проработанность вопроса, актуальные работы акцентируют внимание на вычислительных аспектах задачи, пренебрегая вопросом эффективности предлагаемых оценок.

Задача оценки параметров турбулентности в ММРЛК проработана достаточно слабо, и на эту тему можно найти не так много публикаций [25-29]. При этом практически все упомянутые работы носят эмпирический характер. В них авторы не ставят задачу анализа структуры и свойств турбулентных областей, ограничиваясь представлением экспериментальных результатов измерения интенсивности турбулентности в конкретных регионах.

Цель и задачи. Целью диссертационной работы является синтез алгоритмов обработки сигналов в ММРЛК на базе малогабаритных МРЛ X-диапазона для эффективного решения классических задач метеорологической радиолокации: оценки радиолокационной отражаемости, оценки скорости ветра и оценки параметров турбулентности.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать модель сигнала МРЛ, учитывая анизотропное турбулентное движение воздуха и эффект затухания электромагнитных волн в МО.
2. Синтезировать алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК, учитывающие специфику сильного затухания сигналов малогабаритных МРЛ X-диапазона.
3. Синтезировать алгоритмы оценки средней скорости ветра в ММРЛК, учитывающие анизотропное турбулентное движение воздуха.
4. Синтезировать алгоритмы оценки параметров турбулентного движения воздуха в ММРЛК.

Научная новизна. Среди результатов исследования новыми являются следующие:

1. В ходе определения модели сигнала МРЛ получено общее выражение для пространственно-временной взаимокорреляционной функции сигналов в ММРЛК, позволяющее учесть влияние параметров турбулентного движения воздуха на статистические характеристики сигналов.

2. Определена потенциальная точность оценки всех исследуемых в работе параметров: радиолокационной отражаемости, компонент вектора средней скорости ветра и среднеквадратических отклонений (СКО) компонент скорости турбулентного движения воздуха.

3. Разработано три новых алгоритма оценки радиолокационной отражаемости в случае однопозиционного МРЛ, которые позволяют компенсировать затухание радиоволн при распространении в метеообразованиях: нелинейный БИХ фильтр, фильтр частиц и интерактивный многомодельный фильтр частиц.

4. Разработано два новых алгоритма совместной оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК с произвольным числом МРЛ: оценка по методу максимального правдоподобия (МП) и оценка по методу минимума среднеквадратической ошибки (МСКО).

5. Синтезирован новый алгоритм совместной оценки компонент вектора средней скорости ветра и параметров турбулентности в ММРЛК на основе известных оценок средней частоты и среднеквадратической ширины спектральной плотности мощности (СПМ) метеосигнала, на основе которого получен ряд упрощенных алгоритмов.

Теоретическая значимость полученных результатов. Теоретический интерес представляют полученные выражения для потенциальной точности оценки исследуемых в работе параметров МО, а также синтезированные алгоритмы оценки этих параметров. Данные результаты могут быть использованы при исследовании новых алгоритмов оценки параметров: потенциальная точность может выступать универсальным показателем качества работы алгоритмов, а сами алгоритмы могут быть взяты за основу при разработке новых.

Практическая значимость полученных результатов. Разработанные алгоритмы оценки параметров МО адаптированы для ММРЛК на базе МРЛ X-диапазона, что на практике способствует эффективному решению классических задач метеорологической радиолокации: оценки радиолокационной отражаемости, оценки средней скорости ветра и оценки параметров турбулентности.

Кроме того, предложенные алгоритмы обобщают уже существующие алгоритмы, разработанные для классических ММРЛК на базе МРЛ S- и C-диапазонов, и поэтому могут быть применены и в таких системах.

Некоторые из предложенных алгоритмов (например, алгоритмы оценки отражаемости для однопозиционного МРЛ), могут быть адаптированы для применения в системах, не имеющих отношения к радиолокации, например, в акустике, медицине и т.д.

Методология и методы исследования. В основу исследований положены методы теории вероятностей и математической статистики, методы математического моделирования, методы теории метеорологической радиолокации.

Положения, выносимые на защиту. На защиту выносятся следующие положения:

1. Установлено, что статистические характеристики сигналов в ММРЛК определяются статистикой продольной, поперечной и вертикальной составляющих анизотропного турбулентного движения воздуха, что подтверждается полученной в работе пространственно-временной взаимнокорреляционной функцией сигналов в ММРЛК.

2. Разработанные для однопозиционной МРЛК X-диапазона алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости (нелинейный БИХ фильтр, фильтр частиц (ФЧ) и многомодельный ФЧ (ММФЧ)) устойчивы по отношению к аномальным ошибкам и позволяют компенсировать затухание радиоволн при распространении в метеообразованиях. Точность оценки отражаемости синтезированных алгоритмов не хуже 1.5 дБЗ. Лучшие результаты получаются

при использовании ФЧ и ММФЧ: оценки имеют смещение порядка 0.2 дБZ и СКО 1 дБZ.

3. Синтезированные для ММРЛК на базе МРЛ X-диапазона МП и МСКО оценки позволяют оценить радиолокационную отражаемость с точностью: для МП-оценки смещение составляет 0.1 дБZ, СКО ошибок – 0.7 дБZ; для МСКО-оценки смещение составляет 0.2 дБZ, СКО ошибок – 0.9 дБZ. МП-оценка имеет лучшие показатели качества по сравнению с алгоритмом, разработанным в рамках американского проекта «CASA». При использовании предложенных алгоритмов в зоне ответственности ММРЛК не возникает областей с неопределенной радиолокационной отражаемостью.

4. Разработанный метод совместной оценки компонент поля скоростей ветра в ММРЛК на базе МРЛ X-диапазона позволяет получить несмещенные оценки, СКО которых менее 1.5 м/с для компонент вектора средней скорости ветра и менее 1.7 м/с для СКО компонент скорости турбулентного движения воздуха. Предложенный метод позволяет оценить СКО компонент скорости анизотропного турбулентного движения воздуха и не имеет аналогов.

Степень достоверности результатов, полученных в работе, подтверждается корректным применением методов математической статистики, математического моделирования, соответствием используемых моделей радиолокационной обстановки реальным физическим процессам. Характеристики точности всех предложенных в работе алгоритмов сравниваются с потенциально достижимыми, а также с соответствующими характеристиками уже существующих алгоритмов.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертации отражены в трех научных публикациях в рецензируемых научных журналах, включенных в перечень ВАК:

1. Монаков А. А., Ермаков П. И. Методы компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 12. – С. 19-35.

2. Монаков А. А., Ермаков П. И. Оценка радиолокационной отражаемости в многопозиционных метеорадиолокационных комплексах // Радиотехника. – 2017. – №. 5. – С. 85-90.

3. Ермаков П. И., Монаков А. А. Взаимнокорреляционная функция сигналов и оценка скорости ветра в многопозиционных метеорадиолокационных системах // Информационно-управляющие системы. – 2017. – №. 4. – С. 86-94.

Кроме того, основные результаты диссертационной работы обсуждались на следующих конференциях:

1. Ермаков П. И. Компенсация затухания электромагнитных волн в метеообразованиях. Сборник докладов конференции RLNC-2014. Том 3, секции 8-10, 15-17 апреля 2014 г., Воронеж. – С. 1672-1682.

2. Ермаков П. И. Способы компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях. Научная сессия ГУАП. Часть II. Технические науки. Сборник докладов. 9-12 апреля 2014 г., Санкт-Петербург. – С. 35-44.

3. Ермаков П. И. Алгоритмы компенсации затухания радиоволн в метеообразованиях. Сборник докладов XVII международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования, разработка и применение высоких технологий в промышленности и экономике». 22-23 мая 2014 г., Санкт-Петербург. – С. 127-128.

4. Монаков А. А., Ермаков П. И. Применение многомодельного фильтра частиц в задаче компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях. Сборник докладов конференции RLNC-2015. Том 2, секции 8-10, 14-16 апреля 2015 г., Воронеж. – С. 1601-1612.

5. Ермаков П. И. Методы объединения данных в многопозиционных метеорадиолокационных системах. Научная сессия ГУАП. Часть II. Технические науки. Сборник докладов. 9-12 апреля 2016 г., Санкт-Петербург. – С. 36-46.

Внедрение результатов исследования. Практическая полезность результатов диссертации подтверждается актами о внедрении, полученными автором от ООО «Контур-НИИРС» и ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения».

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и шести приложений. Работа содержит 148 страниц машинописного текста, 24 рисунка, список использованных источников из 140 наименований.

Во **введении** обсуждается актуальность работы и степень разработанности исследуемой темы, поставлены цель и задачи исследования, представлены научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, сформулированы положения, выносимые на защиту, приводится список работ, в которых опубликованы основные результаты исследования, дано краткое описание работы по главам.

В **первой главе** сформулированы основные принципы построения ММРЛК, мотивирован переход к МРЛ X-диапазона при проектировании таких систем. Показаны трудности, возникающие в связи с таким переходом. Далее приводится краткий исторический обзор исследований на тему обработки сигналов в ММРЛК. Определены современные подходы к решению задач обработки сигналов в ММРЛК, а также проанализированы их достоинства и недостатки. По результатам выполненного обзора сформулирована цель исследований и поставлены задачи работы.

Во **второй главе** описана математическая модель сигналов в ММРЛК. Полученная модель учитывает ряд факторов, которые необходимо принять к рассмотрению для решения поставленных в работе задач, а именно: затухание электромагнитных волн в МО, перемещение МО под воздействием ветра, взаимное расположение отдельных МРЛ, входящих в состав ММРЛК. По результатам выполненной работы получено общее выражение для пространственно-временной взаимнокорреляционной функции сигналов в ММРЛК.

В **третьей главе** рассмотрено затухание электромагнитных волн в МО, а также влияние этого эффекта на качество оценки радиолокационной отражаемости. Получено выражение для потенциальной точности оценки радиолокационной отражаемости с помощью однопозиционного МРЛ. Описаны четыре алгоритма оценки отражаемости, позволяющие компенсировать эффект

затухания электромагнитных волн в МО. Произведен сравнительный анализ предложенных алгоритмов между собой и с уже существующими алгоритмами. По результатам проведенного анализа даны рекомендации к применению разработанных алгоритмов на практике.

В четвертой главе решена задача оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК с произвольным числом МРЛ в ее составе. Даны краткие сведения о принципах оптимального размещения МРЛ в ММРЛК. Получено выражение для потенциальной точности оценки отражаемости в ММРЛК. Предложены два алгоритма оценки отражаемости в ММРЛК – по методу максимального правдоподобия и по методу МСКО. Проведен сравнительный анализ предложенных алгоритмов между собой и с уже существующими алгоритмами. По результатам проведенного анализа даны рекомендации к применению того или иного алгоритма на практике.

В пятой главе рассмотрены вопросы эффективной оценки параметров поля скоростей ветра: вектора средней скорости ветра и СКО компонент турбулентности. Получено выражение для потенциальной точности совместной оценки параметров поля скоростей ветра. Предложен алгоритм совместной оценки исследуемых параметров, основанный на известных оценках средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ метеосигнала. Дан ряд упрощений предложенного алгоритма совместной оценки, позволяющих производить отдельную оценку параметров, относящихся к средней скорости ветра, и параметров, относящихся к скорости турбулентного движения. Проведен сравнительный анализ предложенных алгоритмов между собой и с уже существующими алгоритмами. По результатам проведенного анализа даны рекомендации к применению разработанных алгоритмов на практике.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы по работе.

В приложении А приводятся математические выкладки, поясняющие вычисление дисперсии проекций поля вектора скорости ветра на произвольное направление.

В **приложении Б** приводятся результаты интегрирования, необходимые для вычисления значений взаимнокорреляционной функции метеосигнала.

В **приложении В** описан байесовский рекуррентный алгоритм вычисления апостериорной плотности распределения вектора состояния, используемый при синтезе оценки радиолокационной отражаемости с помощью фильтра частиц.

В **приложении Г** выведено выражение для распределения метеочастиц по диаметрам через водность.

В **приложении Д** выведено выражение для аномальной ошибки нелинейного КИХ фильтра – одного из алгоритмов оценки радиолокационной отражаемости.

В **приложении Е** приведены выражения для градиента и матрицы Гессе целевой функции, минимизация которой дает оценку радиолокационной отражаемости в ММРЛК по методу максимального правдоподобия.

В **приложении Ж** приводятся акты о внедрении результатов исследований.

1. ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ

1.1. Многопозиционные метеорологические радиолокационные комплексы

Современные наземные метеорологические радиолокаторы рассчитаны в основном на большой радиус действия (сотни километров) и позволяют покрывать обширный объем пространства в средней и верхней частях тропосферы. В покрываемой зоне такие МРЛ позволяют получить данные о ветре, осадках, грозах, турбулентности и прочих погодных явлениях, представляющих интерес для наблюдения. Современные МРЛ данные могут использоваться во многих сферах повседневной и научной деятельности человека: предупреждение опасных метеорологических явлений (сильные грозы, турбулентность, торнадо), воздушный и наземный транспорт, энергетика, сельское хозяйство, отслеживание миграции птиц и др. Стоит особо отметить, что область применений МРЛ постоянно расширяется [30].

Многопозиционные метеорологические радиолокационные комплексы (ММРЛК) образуются путем объединения двух и более МРЛ в единый измерительно-вычислительный комплекс с целью расширения области покрытия, улучшения тактико-технических показателей качества системы, расширения функциональных возможностей, повышения надежности и помехозащищенности [31].

Наиболее компактный вариант ММРЛК из двух МРЛ уже позволяет получать трехмерные поля скоростей ветра – алгоритмы обработки сигналов в таком комплексе обширно освещены в литературе под общим названием «*Dual-Doppler Radar Wind Retrieval*» [32-35]. Двойные доплеровские системы стоят особняком среди ММРЛК и отличаются специфическими алгоритмами обработки данных, в то время как ММРЛК, включающие в себя три и более МРЛ, отличаются общим подходом к обработке данных. Иногда этот факт в

англоязычной литературе подчеркивается тем, что такие системы называют «*Multiple-Doppler Radar System*» [36].

Существует довольно большое количество функционирующих ММРЛК, базирующихся на описанных выше МРЛ дальнего действия. Приведем примеры наиболее известных из них: «*NEXRAD*» (США), «*Canadian Doppler Network*» (Канада), «*OPERA*» (Европа), «*МАРС*» (Россия и СНГ). Хотя область покрытия перечисленных систем в целом является в большинстве случаев удовлетворительной, на низких высотах и большом удалении от МРЛ размеры зоны покрытия неудовлетворительны в силу влияния кривизны поверхности Земли и локальных особенностей рельефа [37]. Например, американский МРЛ «*WSR-88D*», являющийся составной частью общенационального ММРЛК «*NEXRAD*», в силу перечисленных особенностей рельефа не способен наблюдать до 80% объема тропосферы на высотах ниже 3-х км [38]. Из этой особенности вытекает ряд недостатков подобных ММРЛК:

- Неспособность системы обнаруживать такие опасные метеорологические явления, как воронки торнадо, расположенные у поверхности земли.
- Ограниченная точность оценки интенсивности осадков на низких высотах, в то время как именно такая информация является наиболее полезной для населения.
- МРЛ работают на относительно больших длинах волн S- и C-диапазонов (5-10 см) для снижения затухания и обеспечения высокой дальности действия, вследствие чего для обеспечения удовлетворительной угловой разрешающей способности требуются громоздкие антенные системы.
- При компромиссном подходе к соотношению размера антенн и разрешающей способности последняя часто оказывается недостаточной, чтобы на большой дальности свойства МО в разрешающем объеме можно было считать однородными. Таким образом, МРЛ на высокой дальности предоставляет смазанную картину метеорологической обстановки, будучи неспособным разрешить ее мелкомасштабную структуру.

Все перечисленные выше и некоторые другие проблемы приводят к идее пересмотра типичной конфигурации ММРЛК для устранения основных недостатков и улучшения общего качества работы многопозиционных комплексов. Такая идея в настоящее время находит воплощение в проекте «CASA» («*Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere*»), развернутым в США с 2000 года и объединяющим 4 университета: «*Colorado State University*» (США), «*University of Massachusetts*» (США), «*University of Oklahoma*» (США) и «*University of Puerto Rico*» (Пуэрто-Рико) [39]. В рамках проекта предлагается концепция «*Distributed Collaborative Adaptive Sensing (DCAS) network*» [40]. Суть концепции заключается в том, что в состав ММРЛК предлагается включать большое количество малогабаритных недорогих МРЛ малой дальности действия. При этом МРЛ располагаются друг относительно друга таким образом, чтобы избавиться от проблем, связанных с локальными особенностями рельефа, попутно обеспечивая значительное перекрытие областей действия отдельных МРЛ. Так как в такой системе отсутствует требование по обеспечению высокой дальности действия отдельных МРЛ, а также учитывая, что они должны быть малогабаритными, длина волны выбирается меньше, чем в типичных МРЛ дальнего действия: 2-4 см (X-диапазон). В то же время выбор более коротких волн вместе с малой дальностью действия обеспечивает гораздо более высокую линейную разрешающую способность по углу по сравнению с классическими МРЛ S- и C-диапазонов. Это дает возможность получить детализированные данные о метеобстановке на низких высотах, в том числе позволяет обнаруживать вихри торнадо и другие опасные метеорологические явления. К плюсам использования малогабаритных МРЛ можно также отнести их экономичность, относительную простоту изготовления, установки и обслуживания. В силу компактности МРЛ их без труда можно вписать в уже существующую инфраструктуру (крыши домов, связные столбы). При отсутствии необходимой инфраструктуры также не требуется серьезных вложений для развертывания небольших вышек. Если, ко всему прочему, объединить ММРЛК из малогабаритных МРЛ с классическими МРЛ, можно значительно улучшить

качество работы комплексов, объединяя достоинства и компенсируя недостатки обоих подходов. Именно в таком направлении движется проект «CASA», в планы которого входит объединение систем «NEXRAD» и «DCAS» [41].

В открытых публикациях можно найти общие сведения о философии построения ММРЛК в рамках «CASA» [37-42], принципы оптимального относительного расположения МРЛ друг относительно друга [43], сведения о принципах совместной оценки радиолокационной отражаемости [16, 17], а также некоторые результаты испытаний прототипов [44, 45, 46].

Учитывая все вышеперечисленные достоинства системы малогабаритных МРЛ, а также усиленное внимание зарубежных исследователей и предпринимателей к этой теме, можно сделать вывод, что это направление является перспективным для развития радиолокационной метеорологии. В связи с этим исследования на эту тему являются актуальными. В частности, представляет интерес рассмотрение вопросов совместной обработки сигналов отдельных МРЛ для решения классических задач метеорологической радиолокации: оценки радиолокационной отражаемости метеообразований, оценки средней скорости ветра и оценки параметров турбулентности. В случае плотной сети малогабаритных МРЛ эти вопросы особенно актуальны, поскольку топология таких сетей обеспечивает многократное перекрытие рабочих зон отдельных МРЛ. Все перечисленные задачи являются особенно актуальными в рамках решения проблемы создания современных ММРЛК:

- Эффективная оценка радиолокационной отражаемости позволяет выявлять области наиболее интенсивных, а значит потенциально опасных метеорологических явлений.

- Эффективная оценка средней скорости ветра позволяет предсказывать с высокой точностью движение метеообразований и таким образом способствует прогнозированию погоды. Область приложений оценки скорости ветра не ограничивается только предсказанием погоды. Например, знание направления ветра может облегчить тушение лесных пожаров и позволяет спрогнозировать направление их распространения.

- Эффективная оценка параметров турбулентности позволяет выявлять зоны особенной опасности для полетов летательных аппаратов.

Все эти вопросы достаточно подробно проработаны для одного МРЛ, но в отношении многопозиционных систем такого утверждения сделать нельзя, поскольку наиболее актуальные исследования в этой области проводятся в настоящее время.

Пожалуй, единственные заслуживающие внимания отечественные работы по обработке данных в ММРЛК опубликованы коллективом авторов ООО «ИРАМ» («Институт радарной метеорологии») [47-50]. Стоит отметить, что ООО «ИРАМ» является разработчиком рабочей станции упомянутой выше ММРЛК «МАРС», а также входящих в ее состав МРЛ: «Метеоячейка», «МЕТЕОР-Метеоячейка», «МЕТЕОР-Метеоячейка М2», «WRM200-Метеоячейка» и «УУВК МЕТЕОРАДАР». Ценность упомянутой серии работ состоит, в том числе, в ее уникальности на территории России и стран СНГ. Стоит отметить, что в данных работах дан актуальный на момент публикаций обзор широкого класса ММРЛК, функционирующих по всему земному шару. Что касается зарубежных публикаций, наибольший вклад в объем работ по обработке данных в ММРЛК в настоящее время производится в рамках уже упомянутого проекта «CASA» [16, 17, 37-46]. Также стоит отметить вклад в отдельные вопросы обработки сигналов большого количества авторов: на тему оценки радиолокационной отражаемости [51-53], на тему оценки средней скорости ветра [18-24], на тему оценки параметров турбулентности [25-29].

Обработка данных в ММРЛК – это широкое поле деятельности, и далеко не все задачи в этой области исчерпывающе исследованы, новые публикации на актуальные темы появляются ежегодно. За последними достижениями в области обработки данных в ММРЛК следует обращаться:

- к статьям издательства «Радиотехника» [54, 55];
- к трудам общества *American Meteorological Society (AMS)*, а именно журналов «*Journal of Applied Meteorology and Climatology*» [4, 5, 9], «*Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*» [6, 7, 16];

- к трудам международного института *Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, а именно журнала «*Transaction on Geoscience and Remote Sensing*» [17, 40];
- материалам конференций «Радиолокация, навигация, связь» [55, 57], «*ERAD*» [24, 58, 59] и другим публикациям [8, 10, 11, 41, 42, 46].

1.2. Оценка радиолокационной отражаемости

Обсуждая проблемы оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК, нельзя кратко не упомянуть историю освещения этого вопроса в литературе касательного одного МРЛ, поскольку многопозиционные алгоритмы во многом опираются на опыт решения этой задачи в однопозиционных комплексах.

Одним из пионеров радиолокационной метеорологии был Д. Атлас (D. Atlas), опубликовавший за свою жизнь большое количество работ на эту тему, среди которых можно отметить следующие: [60-64]. По результатам своего участия в разработке первого МРЛ он и другие авторы активно публиковали работы, начиная уже с конца 1940-х гг.

Обзор текущего состояния дел по результатам этих работ был сделан в 1964 г. Д. Атласом (D. Atlas) в цитируемой по сей день и переведенной на русский язык работе «Успехи радарной метеорологии» [60]. В этой работе, в частности, можно найти определение радиолокационной отражаемости через свойства метеообразования и способы измерения этой величины. Получению этих результатов способствовали успехи в теории рассеяния электромагнитных волн, а именно модели рассеяния Ми (Mie) [65] и Рэлея (Rayleigh) [66].

Уже в 1948 г. Дж. Маршалл (J. Marshall) и У. Палмер (W. Palmer) [67] исследовали распределение метеочастиц облаков по их размерам и связали радиолокационную отражаемость с интенсивностью дождя. Впоследствии эта тема была широко проработана для различных типов осадков и различных климатических зон и условий [68, 69, 70], были предложены альтернативные модели [71-75], но уже тогда стало ясно, что затухание электромагнитных волн в метеообразованиях может существенно исказить оценку радиолокационной

отражаемости (вносить смещение). Это привело к исследованиям на эту тему, результаты которых нашли отражение в работе У. Хитчфельда (W. Hitschfeld) и Дж. Бордана (J. Bordan) 1953 г. [1] – в ней детально проанализированы ошибки, которые затухание волн вносит в оценки радиолокационной отражаемости и интенсивности осадков. Впоследствии многие авторы, используя данную работу как основу, развивали полученные в ней результаты и применяли к задаче компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях. В качестве примеров таких работ можно привести следующие: [2-5, 76-87]. В настоящее время для компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях в большинстве случаев применяются алгоритмы, основанные на результатах Хитчфельда (Hitschfeld) и Бордана (Bordan), однако существуют и другие подходы [9, 11, 12, 88-91].

Во многих работах было отмечено, что существенный недостаток описанного в [1] алгоритма заключается в том, что он крайне вычислительно неустойчив в случае неидеальной калибровки МРЛ. Такая неустойчивость приводит к аномальным ошибкам, которые выражаются в нетипичном расхождении кривых истинной отражаемости и ее оценки. Еще одним недостатком описанного алгоритма является то, что он требует знания соотношения между радиолокационной отражаемостью и коэффициентом затухания волн в наблюдаемом объеме. Такое знание не всегда доступно, или его получение вызывает затруднения. В 1974 г. Т. Селига (T. Seliga) и В. Бринджи (V. Bringi) [92] показали потенциальную возможность избежать описанных проблем путем применения МРЛ, который излучает волны двух ортогональных поляризаций. Впоследствии с развитием технологий и появлением все большего количества прототипов МРЛ с двойной поляризацией начали проводиться дальнейшие исследования в данном направлении [3, 6, 7, 10, 13, 93-99]. Сейчас эта технология достаточно хорошо изучена и успешно применяется на практике, однако стоит заметить, что антенная система такого МРЛ реализуется в виде фазированной антенной решетки (ФАР). Изготовление ФАР в настоящее время гораздо более трудоемкое и дорогостоящее, чем изготовление обычных антенных

решеток или параболических зеркал. В связи с этим задача разработки малогабаритного и простого в эксплуатации и обслуживании МРЛ может оказаться несовместимой с идеей применения ФАР, а значит разработка алгоритмов оценки радиолокационной отражаемости с помощью МРЛ, излучающих волны одной поляризации, по-прежнему актуальна.

Отдельно стоит упомянуть работы, в которых применяются принципиально иные подходы к компенсации затухания в метеообразованиях, например, алгоритм динамической регуляризации [9], вероятностный подход [11] или техника детектирования эмиссии рассеивающих частиц [12].

В целом, несмотря на большой объем проделанной работы, задача эффективной оценки радиолокационной отражаемости все еще актуальна. Это вызвано тем, что для МРЛ, излучающих волны одной поляризации, так и не устранены вычислительные трудности классического подхода.

При изучении материалов по оценке радиолокационной отражаемости в многопозиционных системах выяснилось, что в настоящее время данному вопросу в открытых источниках уделено недостаточно внимания. В большинстве встречающихся работ данный вопрос рассматривается в контексте методов обработки изображений [52, 53]. При таком подходе входные данные задачи – это карты отражаемостей отдельных МРЛ, причем никакие дополнительные атрибуты, присущие этим данным, не учитываются. Такими атрибутами могут являться алгоритмы измерения отражаемости, зависимость качества оценок отражаемости отдельными МРЛ от положения наблюдаемого объема, зависимость степени затухания волн в метеообразованиях от ракурса наблюдения и т.д.

Такое упрощенное рассмотрение задачи, вероятно, можно объяснить тем, что исторически ММРЛК строились долгое время на базе МРЛ S-диапазона, поэтому вопрос затухания электромагнитных волн не стоял столь остро. При рассмотрении МРЛ X-диапазона оказывается, что ошибки, вносимые затуханием волн, уже ощутимо влияют на измеряемую радиолокационную отражаемость, так что результаты оценки отражаемости в одном и том же объеме различными МРЛ

могут сильно отличаться, и алгоритмы объединения этих данных уже не столь очевидны.

Впервые более строгий подход к оценке радиолокационной отражаемости в ММРЛК представили Р. Сривастава (R. Srivastava) и Л. Тянь (L. Tian) в работе 1995 г. «*Measurement of Attenuation by a Dual-Radar Method*» [51]. В данной работе было получено аналитическое выражение, позволяющее оценить коэффициент затухания в зоне покрытия бистатической системы МРЛ X-диапазона (двойная доплеровская радиолокационная система). Результаты этой работы, как и в случае оценки скорости ветра, специфичны именно для случая двух МРЛ – обобщить эти результаты на случай ММРЛК, состоящей из трех и более МРЛ, к сожалению, невозможно. Единственные на текущий момент предпринятые попытки к обобщению этих результатов на произвольное число МРЛ – это работа В. Чандрасекара (V. Chandrasekar) и С. Лима (S. Lim) «*Retrieval of Reflectivity in a Networked Radar Environment*» 2007 г. [16], а также работа С. Шимамуры (S. Shimamura) в соавторстве с В. Чандрасекаром (V. Chandrasekar) «*Probabilistic Attenuation Correction in a Networked Radar Environment*» [17] 2016 г. Данные работы выполнены в рамках проекта «CASA». В первой работе авторы предложили итерационный алгоритм численной оценки радиолокационной отражаемости в зоне покрытия ММРЛК, базирующийся на известных соотношениях отражаемости и распределения частиц метеообразования по размерам. Стоит отметить, что предложенный авторами алгоритм строго не обоснован, поэтому качество его работы вызывает вопросы. Тем не менее, существуют публикации отчетов [44, 45, 46] о натурных испытаниях алгоритма, по результатам которых авторы делают вывод, что получаемое на выходе качество оценки радиолокационной отражаемости удовлетворительно. Во второй работе авторы синтезировали алгоритм по методу максимального правдоподобия, однако принятая при этом за основу модель сигналов спорна и может быть уточнена. Оба предложенных алгоритма базируются на классическом алгоритме для однопозиционных МРЛК [1]. По этой причине им также свойственна

проблема вычислительной устойчивости и аномальных ошибок, приводящая к возникновению пространственных областей неопределенной отражаемости.

Резюмируя вышесказанное, можно заключить, что проработка вопроса оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК с произвольным числом МРЛ в своем составе является актуальной, поскольку в настоящее время эта тема в открытых источниках рассматривается в упрощенном варианте на уровне объединения изображений. Такой подход к решению задачи унаследован от ММРЛК, построенных на базе МРЛ S-диапазона дальнего действия, но не подходит для ММРЛК на базе малогабаритных МРЛ X-диапазона в силу заметного влияния затухания волн на качество измерения отражаемости. На должном уровне проблема рассмотрена всего в нескольких современных публикациях и нуждается в более глубоком исследовании.

1.3. Оценка средней скорости ветра и параметров турбулентности

История измерения средней скорости ветра и параметров турбулентности с помощью МРЛ берет свое начало в 1957 г., когда Д. Брентли (D. Brantley) и Д. Барчис (D. Barczys) представили первый рабочий образец доплеровского МРЛ [100]. С этого момента начались активные исследования в направлении применения доплеровских МРЛ. В это время были разработаны основные принципы построения импульсного доплеровского МРЛ, а также появились первые алгоритмы обработки сигналов, использующие преимущества такого типа МРЛ. Значительный вклад в работу над этими задачами внес Р. Лермитт (R. Lhermitte) с циклом публикаций [101, 102], в том числе в соавторстве с Д. Атласом (D. Atlas) [103].

Основной результат первых работ на тему доплеровских МРЛ заключался в установке факта взаимосвязи спектра мощности флуктуаций сигнала, отраженного от метеоцели, с распределением скоростей метеочастиц в наблюдаемом объеме. Этот факт мотивировал дальнейшие исследования в этом направлении и разработку прототипов импульсных доплеровских МРЛ. В дальнейшем было разработано большое количество алгоритмов оценки моментов

доплеровского спектра сигнала МРЛ [104-109]. Требовалось получить алгоритм, который с одной стороны достаточно экономичен с точки зрения вычислений, чтобы эффективно реализовать спектральную обработку в реальном времени, а с другой стороны обеспечивает приемлемую точность. Наилучшим на тот момент алгоритмом, удовлетворяющим данным требованиям, стал метод пульс-пары (автоковариационный метод) [104], представленный впервые в 1968 г. Впоследствии данный алгоритм очень широко применялся и реализовывался в большинстве МРЛ. В 1969 г. была представлена первая практическая реализация спектральной обработки сигнала МРЛ в реальном времени – отображение поля радиальных скоростей на индикаторе кругового обзора [110].

Годом позднее уже была представлена первая работа, которую можно отнести к спектральной обработке сигналов в ММРЛК – «*Dual-Doppler Radar Observations of Convective Storm Circulation*» [32] за авторством Р. Лермитта (R. Lhermitte). В данной работе вводится понятие двойной доплеровской радиолокационной системы, и рассматриваются принципы оценки средней скорости ветра в такой системе. Предложен алгоритм вычисления трех компонент скорости ветра по двум радиальным скоростям путем применения уравнения непрерывности массы.

Вопросы оценки средней скорости ветра получили новое развитие в 1980-е годы с разработкой и внедрением первых ММРЛК, покрывающих обширные территории (например, «*NEXRAD*»). При этом стало понятно, что для эффективной оценки скорости ветра большое значение играет правильное относительное расположение МРЛ в системе – стали появляться работы, посвященные оптимальному размещению МРЛ [36]. В настоящее время эти вопросы снова актуальны, так как принципы размещения малогабаритных МРЛ в перспективных ММРЛК нового поколения должны быть пересмотрены с учетом новых особенностей, присущих таким системам. Уже существует несколько работ, посвященных этому вопросу [43, 111].

При наличии в ММРЛК более двух МРЛ критическая необходимость в использовании уравнения непрерывности массы отпадает, т.к. при правильном

относительном расположении МРЛ для решения задачи достаточно знания трех радиальных скоростей. Тем не менее, использование дополнительной информации может улучшить качество оценки, поэтому существует достаточно большое количество работ, посвященных совместному применению радиолокационных данных и уравнения непрерывности массы [18-24]. Помимо этого, некоторые авторы стали вводить дополнительные условия задачи, например, ограничение на гладкость результирующего поля скоростей ветра. В целом, решение подобных задач вызывает затруднения с вычислительной точки зрения в силу нелинейного характера уравнения непрерывности массы, накопления ошибки при выполнении процедур численного интегрирования, ошибок интерполяции при переводе между различными системами координат [18]. В связи с этим разными авторами прилагались усилия для оптимизации алгоритма оценки скорости ветра [18, 23]. На сегодняшний день, пожалуй, наиболее эффективный подход к решению этой задачи предложен Дж. Джао (J. Gao) и соавторами в серии публикаций [18-20].

Стоит отметить, что при повышенном внимании к вычислительным сложностям, возникающим на пути к оценке вектора скорости ветра, авторы недостаточно внимания уделяют решению задачи на уровне радиолокационных измерений. Во всех встречающихся работах этот этап сводится к минимизации невязки измеренных и ожидаемых радиальных скоростей, однако такой подход вытекает из простейшей модели отраженного сигнала и изотропной модели турбулентности. В действительности эти допущения далеко не всегда выполняются [112, 113], поэтому остается открытым вопрос исследования потенциальной точности и разработки алгоритмов оценки скорости ветра по радиальным проекциям.

Таким образом, несмотря на большое количество исследований в области оценки вектора средней скорости ветра в ММРЛК, которые продолжаются и в настоящее время, существуют аспекты, которым уделено недостаточно внимания, например, оптимизация алгоритмов на этапе обработки радиолокационной информации.

Вопрос оценки параметров турбулентности также тесно связан с анализом доплеровского спектра сигналов МРЛ. Уже на заре исследований в области обработки сигналов доплеровских МРЛ У. Хитчфельд (W. Hitschfeld) и А. Деннис (A. Dennis) [114] впервые исследовали факторы, вносящие вклад в расширение доплеровского спектра сигналов, отраженных от метеообразований. По их результатам такими факторами являются:

- разброс скоростей метеочастиц наблюдаемого метеообразования;
- турбулентное движение воздуха;
- сдвиг ветра;
- разброс доплеровских скоростей метеочастиц в пределах разрешаемого объема.

Вскоре за этим последовал ряд работ [115, 116], в которых проводился анализ каждого из перечисленных факторов. По результатам этих работ было выяснено, что учет первого и четвертого факторов не представляет сложности. Учет влияния сдвига ветра на ширину спектра особенно актуален для особой категории устройств – ветровых профиломеров, предназначенных для измерения высотных профилей ветра. Учет сдвига ветра и его измерения применительно к ветровым профиломерам довольно подробно освещен в литературе [117, 118]. Примечательно, что результаты упомянутых работ могут быть применены и для доплеровских МРЛ, однако на практике это делается нечасто.

Влияние турбулентного движения – наиболее сложный для оценки фактор, однако при возможности измерить среднеквадратическую ширину доплеровского спектра, а затем исключить влияние остальных факторов, можно оценить отдельный вклад в ширину спектра, вносимый только турбулентностью. Особенно просто это сделать, если принять, что разброс скоростей метеочастиц, вызываемый каждым из упомянутых факторов, хорошо аппроксимируется гауссовским распределением [119]. В связи с этим существует достаточно большое количество работ, в которых была измерена степень влияния турбулентного движения воздуха на ширину доплеровского спектра сигнала в самых разнообразных условиях [25, 26, 28].

Стоит отметить, что большинство упомянутых работ носят эмпирический характер. При этом в них не ставится задачи выяснить структуру и свойства наблюдаемых турбулентных областей. Вероятно, это можно объяснить тем, что турбулентность довольно сложно формально описать, чтобы синтезировать на этой основе этого описания эффективные алгоритмы оценки ее параметров. В принципе, косвенных оценок интенсивности турбулентности по степени уширения спектра в случае одного МРЛ может быть достаточно. Например, такой подход используется в авиационных МРЛ для оценки степени опасности метеообразований для воздушного движения [120]. В то же время интуитивно понятно, что ММРЛК дают больше информации, и это позволит сделать дополнительные выводы о состоянии турбулентных областей.

Несмотря на сложность формального описания турбулентного движения воздуха, на данный момент существуют разнообразные математические модели этого явления. Одним из наиболее удобных подходов к математическому описанию турбулентности применительно к метеорологической радиолокации является его статистическое описание. Такое описание дает возможность прямо связать между собой статистические характеристики сигнала, отраженного от турбулентной области, со статистическими характеристиками самого турбулентного движения. На тему статистических моделей турбулентности существует достаточно большое количество работ, наиболее примечательными из них являются работы Х. Драйдена (H. Dryden) [121] и Т. Фон Кармана (T. Von Kármán) [122], по фамилиям которых названы соответствующие модели турбулентного движения. Особенно стоит отметить тот факт, что модель турбулентности фон Кармана внесена в военный стандарт США «*Flying Qualities of Piloted Aircraft*» [123] и является предпочтительной в военных применениях при разработке и моделировании полета летательных аппаратов.

Нельзя не упомянуть вклад советских ученых в разработку статистических моделей турбулентности. Особенно стоит отметить создание А. Н. Колмогоровым и А. М. Обухова в 1941 г. теории однородной турбулентности [124]. Впоследствии многие ученые внесли свой вклад в приложения статистических

моделей турбулентности к радиолокации, авиации и метеорологии. Здесь можно отметить работы таких авторов, как В. И. Татарский [112], Ю. П. Доброленский [113], В. М. Мельников [125]. Резюмируя сказанное, можно заключить, что вопрос оценки параметров турбулентного движения воздуха в ММРЛК актуален и нуждается в дополнительных исследованиях. Решение этой задачи даст возможность на более глубоком уровне изучать структуру метеообразований радиолокационными методами, что может найти свое применение во многих задачах метеорологии, авиации и других областей науки и техники. Исследованию данного вопроса способствует обширная проработка теории турбулентности, в частности существование статистических моделей турбулентного движения, особенно удобных в радиолокационных приложениях.

Выводы

В главе дан краткий исторический обзор исследований на тему обработки сигналов в ММРЛК вплоть до текущего состояния дел, в результате которого была доказана актуальность темы диссертационной работы. По результатам анализа были сформулированы цель и задачи диссертационной работы.

В ходе обзора оказалось необходимым начать исследование с рассмотрения обработки сигналов одного МРЛ. Это вызвано тем, что многопозиционные системы наследуют и расширяют алгоритмы, разработанные для отдельных МРЛ, входящих в их состав.

Применительно к ММРЛК был сделан анализ текущего состояния по каждой из классических задач метеорологической радиолокации: оценке радиолокационной отражаемости, оценке средней скорости ветра и оценке параметров турбулентного движения воздуха. Резюмируя выводы, полученные в результате этого анализа, можно сформулировать цель диссертационной работы следующим образом: синтез алгоритмов обработки сигналов в ММРЛК на базе малогабаритных МРЛ X-диапазона для эффективного решения классических задач метеорологической радиолокации: оценки радиолокационной отражаемости, оценки скорости ветра и оценки параметров турбулентности.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Разработать модель сигнала МРЛ, учитывающую турбулентное движение воздуха и эффект затухания электромагнитных волн в МО.
2. Разработать алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК, учитывающие специфику сильного затухания сигналов малогабаритных МРЛ X-диапазона.
3. Разработать алгоритмы оценки средней скорости ветра в ММРЛК, учитывающие турбулентное движение воздуха.
4. Разработать алгоритмы оценки параметров турбулентного движения воздуха в ММРЛК.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИГНАЛОВ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ

Введение

Для синтеза алгоритмов обработки сигналов в ММРЛК необходимо определить модель сигналов. Для разработки модели сигналов в ММРЛК необходимо при заданном зондирующем сигнале определить:

- уравнение метеорологической радиолокации, позволяющее связать мощность принятого сигнала с параметрами МРЛ и отражающими характеристиками МО;

- пространственно-временную взаимнокорреляционную функцию (пространственно-временной взаимный спектр) сигналов в ММРЛК, позволяющую связать спектральные характеристики сигнала с характеристиками поля скоростей ветра.

Для получения уравнения метеорологической радиолокации можно воспользоваться уже имеющимися результатами, полученными при анализе сигналов, принимаемых одним МРЛ [119]. В первом параграфе данной главы будет дано краткое описание этой модели.

Определение пространственно-временной взаимнокорреляционной функции (ВКФ) – более сложная задача, для ее решения необходимо учесть ряд факторов, присущих только многопозиционным системам. К этим факторам относятся: взаимное расположение отдельных МРЛ системы; характеристики поля скоростей ветра в наблюдаемом объеме, учитывающие его потенциальную анизотропию. В связи с этим необходимо определить математическую модель турбулентного движения воздуха, которая будет описана во втором параграфе.

Задача вывода выражения для ВКФ решается в последних трех параграфах главы – в третьем параграфе выводится базовое выражение для ВКФ, в четвертом производится оценка интервала пространственной корреляции, а в пятом выводится уточненное выражение для ВКФ.

2.1. Математическая модель сигналов, отраженных от метеорообразований

В доплеровских МРЛ в качестве излучаемого сигнала принято использовать радиосигнал с прямоугольной огибающей. Для простоты рассмотрим сигнал без внутриимпульсной модуляции (простой сигнал), хотя приведенные в данном параграфе результаты могут быть распространены и на случай сложных сигналов [126]. Комплексное напряжение излучаемого сигнала имеет вид:

$$s(t) = \sqrt{P_t} \exp(i2\pi f_0 t + i\varphi), 0 \leq t \leq \tau_u, \quad (2.1)$$

где P_t – импульсная мощность передатчика, [Вт]; f_0 – несущая частота сигнала, [Гц]; φ – неизвестная в общем случае начальная фаза сигнала, [рад]; τ_u – длительность сигнала, [с].

В радиолокационной метеорологии принято рассматривать МО как совокупность большого количества отдельных метеочастиц (капель воды, градин и т.д.). Размер этих частиц достаточно мал, чтобы считать их для МРЛ точечными целями. Так как отраженный от точечной цели сигнал повторяет по форме зондирующий, достаточно определить его среднюю мощность, которая для точечной цели определяется основным уравнением радиолокации:

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma_b F^4(\varphi, \theta) L^2}{(4\pi)^3 R^4}, \quad (2.2)$$

где

$$L = \exp\left[-\int_0^R k(r) dr\right]$$

– односторонний коэффициент ослабления мощности при распространении сигнала на дальность R ; $k(r)$ – зависимость коэффициента ослабления от дальности, [м^{-1}]; G – коэффициент направленного действия антенны МРЛ; λ – длина волны излучения, [м]; σ_b – эффективная площадь обратного рассеяния (ЭПР) метеочастицы, [м^2]; $F(\varphi, \theta)$ – нормированная диаграмма направленности

антенны МРЛ по напряжению; φ и θ – угловые координаты метеочастицы относительно оси антенны, [рад]; R – дальность метеочастицы, [м].

Рассмотрим теперь, какова средняя мощность сигнала, отраженного от совокупности метеочастиц, находящихся в разрешаемом объеме МРЛ. Комплексная огибающая суммарного отраженного сигнала имеет вид:

$$S(t) = \sum_j \sqrt{P_r^{(j)}} \exp \left\{ -i \left(\frac{4\pi R^{(j)}}{\lambda} - \varphi \right) \right\} U \left(t - \frac{2R^{(j)}}{c} \right), \quad (2.3)$$

где верхний индекс (j) соответствует j -й метеочастице, c – скорость света в [м/с], и огибающая сигнала

$$U(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau_u \\ 0, & t > \tau_u \end{cases}.$$

В некоторый фиксированный момент времени $t = \tau_s$ в сумме (2.3) ненулевыми будут слагаемые, которые соответствуют метеочастицам на дальностях от $c(\tau_s - \tau_u)/2$ до $c\tau_s/2$. Данный диапазон дальностей имеет протяженность, равную разрешающей способности МРЛ по дальности и таким образом ограничивает по дальности некоторый разрешаемый объем V_s . Будем ставить этот объем в соответствие моменту времени τ_s , при этом будем подразумевать, что суммирование в (2.3) по умолчанию ведется по объему V_s . Тогда (2.3) можно переписать в следующем виде:

$$S(\tau_s) = \sum_j \sqrt{P_r^{(j)}} \exp \left\{ -i \left(\frac{4\pi R^{(j)}}{\lambda} - \varphi \right) \right\}. \quad (2.4)$$

Вычислим среднюю (по периоду несущей частоты) мощность суммарного отраженного сигнала в объеме V_s :

$$P_r(\tau_s) = S(\tau_s)S^*(\tau_s) = \sum_j P_r^{(j)} + \sum_{j \neq k} \sqrt{P_r^{(j)}P_r^{(k)}} \exp \left\{ \frac{i4\pi}{\lambda} (R^{(k)} - R^{(j)}) \right\}. \quad (2.5)$$

В полученном выражении первое слагаемое не зависит от взаимного расположения метеочастиц в пределах V_s и несет информацию об отражающих свойствах МО в целом. Данная величина представляет наибольший интерес в

радиолокационной метеорологии. Второе слагаемое суммы – это флуктуационная составляющая мощности, которая зависит от взаимного расположения метеочастиц и несет информацию о случайном перемещении метеочастиц друг относительно друга. При многократном повторном измерении $P_r(\tau_s)$ путем периодического излучения сигнала (2.1) среднее значение второго слагаемого суммы (2.5) устремится к нулю. Тогда средневыборочная мощность сигнала, отраженного от объема V_s , равна сумме мощностей сигналов, отраженных от всех метеочастиц в этом объеме:

$$\bar{P}(\tau_s) = \sum_j P_r^{(j)}. \quad (2.6)$$

Из (2.5) видно, что мгновенное значение мощности $P_r(\tau_s)$ – случайная величина, при этом ее математическое ожидание равно средневыборочной мощности $\bar{P}(\tau_s)$. Доплеровский МРЛ оснащается квадратурным приемником. Можно показать, что при этом получаемая оценка мощности принятого сигнала имеет экспоненциальное распределение [119]:

$$f_{P_r}(P) = \frac{1}{\bar{P}} \exp\left(-\frac{P}{\bar{P}}\right).$$

Это объясняется тем, что квадратуры комплексной огибающей принимаемого сигнала (2.4) распределены нормально в силу центральной предельной теоремы, так как отраженный сигнал есть сумма сигналов от большого числа элементарных независимых отражателей (метеочастиц).

Подставляя (2.2) в (2.6), получим уравнение метеорологической радиолокации (УМРЛ):

$$\bar{P} = \frac{P_t G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3} \sum_j \frac{\sigma_b^{(j)} F^4(\varphi^{(j)}, \theta^{(j)}) (L^{(j)})^2}{(R^{(j)})^4}. \quad (2.7)$$

Можно показать [119], что для типичных конфигураций МРЛ справедлива следующая аппроксимация выражения (2.7):

$$\bar{P} = \frac{\pi^3 P_t G^2 L^2 \theta_1^2 c \tau_u |K_w|^2 Z}{2^{10} \ln 2 \lambda^2 R^2}. \quad (2.8)$$

Здесь θ_1 – ширина диаграммы направленности антенны (ДНА) в [рад] (диаграмма направленности предполагается осесимметричной); $K_w = \left| (m^2 - 1) / (m^2 + 2) \right|^2 \approx 0,93$ для капель дождя, m – комплексный показатель преломления воды; Z – радиолокационная отражаемость, [m^3].

Радиолокационная отражаемость Z – это физическая величина, зависящая от отражающих характеристик МО. Она задается следующим образом:

$$Z = \frac{1}{\Delta V} \sum_i D_i^6,$$

где ΔV – величина наблюдаемого объема, [m^3]; D_i – диаметр i -й частицы в объеме ΔV , [m]; суммирование ведется по всему объему ΔV . При выводе (2.8) было принято допущение о том, что радиолокационная отражаемость следующим образом связана с удельной ЭПР наблюдаемого объема:

$$\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K_w|^2 Z,$$

где $\eta = \sum_j \sigma_b^{(j)} / \Delta V$ – удельная ЭПР наблюдаемого объема, [m^{-1}]. Данное допущение справедливо в рамках теории рэлеевского рассеяния [66].

2.2. Модель турбулентного движения воздуха

Для вывода ВКФ необходимо определить модель турбулентного движения воздуха. Чаще всего при его описании используют два метода: метод дискретных порывов и метод непрерывных порывов [112]. Метод дискретных порывов исторически появился раньше и более прост, однако в силу довольно грубых допущений значительно уступает методу непрерывных порывов в точности. В настоящей работе будет использоваться метод непрерывных порывов.

Метод непрерывных порывов позволяет статистически описать поле скоростей ветра как случайное трехкомпонентное векторное поле $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{u}$, где \mathbf{V}_0 – средняя скорость ветра, \mathbf{u} – случайная составляющая скорости,

характеризующая турбулентное движение воздуха. Далее под турбулентностью мы всегда будем понимать именно случайную составляющую поля скоростей.

Относительно статистических характеристик поля скоростей ветра в модели делаются определенные допущения:

- на определенных участках случайное поле \mathbf{u} можно считать однородным (локально-однородное поле);
- поле удовлетворяет гипотезе замороженной турбулентности (гипотеза Тейлора);
- компоненты поля имеют гауссово распределение вероятностей.

Из приведенных допущений следует, что такое поле в некоторой фиксированной $u_x(t)$ точке можно охарактеризовать тремя независимыми стационарными случайными процессами: $u_x(t)$, $u_y(t)$ и $u_z(t)$. При этом ось x системы координат ориентирована по направлению средней скорости ветра \mathbf{V}_0 , ось y лежит в горизонтальной плоскости, а ось z составляет с x и y правую систему координат. В такой системе $u_x(t)$ называется продольной составляющей турбулентности, $u_y(t)$ – поперечной, а $u_z(t)$ – вертикальной. Поскольку процессы $u_x(t)$, $u_y(t)$ и $u_z(t)$ стационарны, для них можно ввести СПМ $\Phi_x(\omega)$, $\Phi_y(\omega)$ и $\Phi_z(\omega)$, которых достаточно для полного описания поля турбулентности, поскольку его компоненты по допущению гауссовы. Такое описание представляется наиболее удобным в рамках настоящей работы, поскольку позволяет моделировать поле скоростей ветра общими методами генерации гауссовских случайных процессов с известной СПМ. Наиболее известными представителями семейства моделей непрерывных порывов являются модели Драйдена (Dryden) [121] и фон Кармана (von Kármán) [122]. Популярность этих моделей обусловлена относительной простотой применения на практике и хорошей сходимостью предсказываемых и наблюдаемых характеристик турбулентности. Среди этих двух моделей исторически первой появилась модель

Драйдена, она же является более простой в реализации, поскольку в рамках этой модели СПМ компонент турбулентности – рациональные функции:

$$\Phi_x^{(D)}(\omega) = \sigma_x^2 \frac{2L_x}{\pi V_0} \frac{1}{1 + \left(\frac{L_x \omega}{V_0}\right)^2},$$

$$\Phi_y^{(D)}(\omega) = \sigma_y^2 \frac{2L_y}{\pi V_0} \frac{1 + 12 \left(\frac{L_y \omega}{V_0}\right)^2}{\left(1 + 4 \left(\frac{L_y \omega}{V_0}\right)^2\right)^2},$$

$$\Phi_z^{(D)}(\omega) = \sigma_z^2 \frac{2L_z}{\pi V_0} \frac{1 + 12 \left(\frac{L_z \omega}{V_0}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_z \omega}{V_0}\right)^2\right)^2},$$

где σ_i^2 , L_x – дисперсия и масштаб соответствующей компоненты поля турбулентности.

Модель фон Кармана появилась позднее, СПМ компонент турбулентности в этой модели – иррациональные функции:

$$\Phi_x^{(K)}(\omega) = \sigma_x^2 \frac{2L_x}{\pi V_0} \frac{1}{\left(1 + \left(1.339 \frac{L_x \omega}{V_0}\right)^2\right)^{\frac{5}{6}}},$$

$$\Phi_y^{(K)}(\omega) = \sigma_y^2 \frac{2L_y}{\pi V_0} \frac{1 + \frac{8}{3} \left(2.678 \frac{L_y \omega}{V_0}\right)^2}{\left(1 + \left(2.678 \frac{L_y \omega}{V_0}\right)^2\right)^{\frac{11}{6}}},$$

$$\Phi_z^{(K)}(\omega) = \sigma_z^2 \frac{2L_z}{\pi V_0} \frac{1 + \frac{8}{3} \left(2.678 \frac{L_z \omega}{V_0}\right)^2}{\left(1 + \left(2.678 \frac{L_z \omega}{V_0}\right)^2\right)^{\frac{11}{6}}}.$$

В связи с этим в модели фон Кармана невозможно из спектральных плотностей напрямую вывести передаточные функции формирующих фильтров, однако можно получить аппроксимирующие выражения [127]:

$$H_x^{(K)}(\omega) = \frac{\sigma_x \sqrt{\frac{2L_x}{\pi V_0}} \left(1 + 0.25 \frac{L_x \omega}{V_0} \right)}{1 + 1.357 \frac{L_x \omega}{V_0} + 0.1987 \left(\frac{L_x \omega}{V_0} \right)^2},$$

$$H_y^{(K)}(\omega) = \frac{\sigma_y \sqrt{\frac{2L_y}{\pi V_0}} \left(1 + 2.7478 \frac{2L_y \omega}{V_0} + 0.3398 \left(\frac{2L_y \omega}{V_0} \right)^2 \right)}{1 + 2.9958 \frac{2L_y \omega}{V_0} + 1.9754 \left(\frac{2L_y \omega}{V_0} \right)^2 + 0.1539 \left(\frac{2L_y \omega}{V_0} \right)^3},$$

$$H_z^{(K)}(\omega) = \frac{\sigma_z \sqrt{\frac{2L_z}{\pi V_0}} \left(1 + 2.7478 \frac{2L_z \omega}{V_0} + 0.3398 \left(\frac{2L_z \omega}{V_0} \right)^2 \right)}{1 + 2.9958 \frac{2L_z \omega}{V_0} + 1.9754 \left(\frac{2L_z \omega}{V_0} \right)^2 + 0.1539 \left(\frac{2L_z \omega}{V_0} \right)^3}.$$

Несмотря на описанные сложности, модель фон Кармана внесена в стандарт «*Flying Qualities of Piloted Aircraft*» [123], как было указано в гл. 1, – в данной работе предпочтение будет отдано именно этой модели.

2.3. Базовое выражение для пространственно-временной взаимнокорреляционной функции

Рассмотрим ситуацию, изображенную на рисунке 2.1: в точке I , совпадающей с началом координат O , расположен первый МРЛ; в точке II расположен второй МРЛ, и его положение относительно первого МРЛ определяется вектором \mathbf{d} , направленным вдоль оси x . В точке M на плоскости xOy расположена некоторая метеочастица с индексом j пренебрежимо малого размера, движение которой характеризуется вектором скорости $\mathbf{V}^{(j)}$. Положение точки M относительно точек I и II характеризуется радиус-векторами $\mathbf{r}_I^{(j)}$ и $\mathbf{r}_{II}^{(j)}$ соответственно. Ось z направлена перпендикулярно к плоскости рисунка и образует с осями x и y правую систему координат CK_0 .

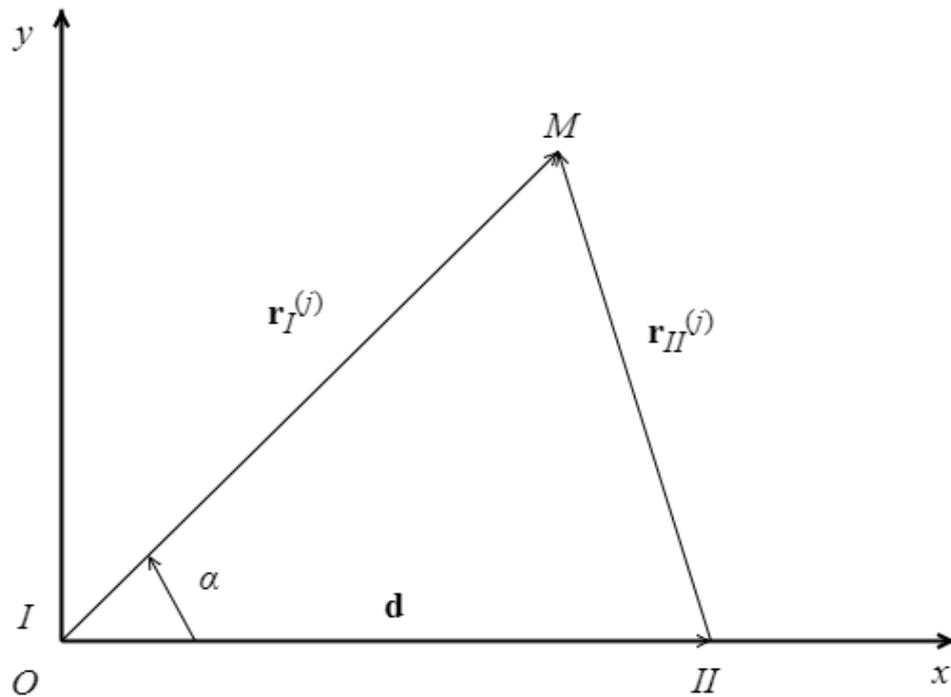


Рисунок 2.1 – К выводу пространственно-временной взаимокорреляционной функции

При выводе выражения для ВКФ примем следующие физически обоснованные допущения:

- Пренебрежем перемещением антенн МРЛ за время наблюдения сигнала. Данное допущение оправдано при типичных для МРЛ скоростях вращения антенн и частотах повторения сигнала [120].

- Будем считать диаграммы направленности МРЛ настолько узкими, что можно пренебречь разницей в доплеровских сдвигах сигналов, приходящих с разных угловых направлений. Данное допущение необходимо для вывода базового выражения ВКФ, в п. 2.5 это требование будет снято.

- Будем полагать, что расстояние между МРЛ $d = |\mathbf{d}|$ много меньше расстояний от МРЛ до точки M :

$$\begin{aligned} d \ll r_I^{(j)} &= |\mathbf{r}_I^{(j)}|, \\ d \ll r_{II}^{(j)} &= |\mathbf{r}_{II}^{(j)}|. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Если при данном допущении окажется, что радиус пространственной корреляции рассеянного разрешаемым объемом метеоцели меньше, чем расстояние между МРЛ, то анализ прочих случаев не нужен.

При сделанных допущениях комплексные амплитуды сигналов на выходах приемников первого и второго МРЛ будут равны:

$$\begin{aligned} e_j^{(I)}(t) &= \dot{\rho}^{(j)} \exp(-i2kr_I^{(j)}), \\ e_j^{(II)}(t) &= \dot{\rho}^{(j)} \exp(-i2kr_{II}^{(j)}). \end{aligned}$$

где $\dot{\rho}^{(j)}$ – комплексная амплитуда сигнала, отраженного от частицы в точке M ; k – волновое число. Комплексные амплитуды $\dot{\rho}^{(j)}$ для обоих МРЛ положены одинаковыми, поскольку влиянием разницы в затухании принятых волн на значение ВКФ можно пренебречь в силу неравенства (2.9).

Пусть в некоторой области S присутствует большое количество метеочастиц со своими собственными скоростями движения. Тогда комплексные напряжения на входах приемников первого и второго МРЛ будут соответственно равны суммам напряжений, созданных отражениями от всех метеочастиц в области S :

$$\begin{aligned} e^{(I)}(t) &= \sum_j \dot{\rho}^{(j)} \exp(-i2kr_I^{(j)}), \\ e^{(II)}(t) &= \sum_j \dot{\rho}^{(j)} \exp(-i2kr_{II}^{(j)}). \end{aligned}$$

Вычислим пространственно-временную ВКФ комплексных напряжений на входах приемников первого и второго МРЛ:

$$\begin{aligned} R(\tau, \mathbf{d}) &= \left\langle e^{*(I)}(t) e^{(II)}(t + \tau) \right\rangle = \left\langle \sum_{j_1, j_2} \dot{\rho}^{*(j_1)} \dot{\rho}^{(j_2)} \exp\left\{i2k \left[r_I^{(j_1)}(t) - r_{II}^{(j_2)}(t + \tau) \right] \right\} \right\rangle = \\ &= \left\langle \sum_j p^{(j)} \exp\left\{i2k \left[r_I^{(j)}(t) - r_{II}^{(j)}(t + \tau) \right] \right\} \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $p^{(j)}$ – модуль комплексной амплитуды волны, отраженной от j -й частицы.

Последнее равенство в формуле (2.10) справедливо, так как сигналы, отраженные от разных метеочастиц, независимы [119], и, следовательно, их ВКФ равны нулю.

Значение пространственно-временной ВКФ в формуле (2.10) должно определяться как временным промежутком между измерениями напряжений на входах приемников МРЛ τ , так и взаимным расположением МРЛ, задаваемым вектором \mathbf{d} . В выражение (2.10) вектор \mathbf{d} входит неявно через показатель экспоненты. Чтобы ввести \mathbf{d} непосредственно в выражение для ВКФ, рассмотрим отдельно этот показатель экспоненты, опуская для удобства индексы j и имея их в виду при дальнейших расчетах:

$$r_I(t) - r_{II}(t + \tau) = |\mathbf{r}_I(0) + \mathbf{V}t| - |\mathbf{r}_I(0) + \mathbf{V}(t + \tau) - \mathbf{d}| \approx \mathbf{n}(0) \cdot \mathbf{d} - \mathbf{n}(0) \cdot \mathbf{V}\tau, \quad (2.11)$$

где $\mathbf{n}(t) = \mathbf{r}_I(t) / r_I(t)$ – орт направления от первого МРЛ к j -й метеочастице. Приближенное равенство в (2.11) справедливо, поскольку верны неравенства (2.9). Тогда:

$$r_I(t) - r_{II}(t + \tau) \approx \mathbf{n}(0) \cdot \mathbf{d} + V\tau, \quad (2.12)$$

где V – радиальная составляющая скорости j -й метеочастицы по отношению к первому МРЛ (сближение соответствует положительному значению V).

Исследуем статистические характеристики радиальной скорости метеочастицы V , пользуясь моделью непрерывных порывов, описанной в п.2.2. Для этого выразим V через компоненты поля скоростей ветра:

$$V = \mathbf{n}(0) \cdot \mathbf{V} = \mathbf{n}(0) \cdot (\mathbf{V}_0 + \mathbf{M}\mathbf{u}(0)), \quad (2.13)$$

где \mathbf{M} – матрица поворота системы координат $СК_v$, ориентированной по вектору средней скорости ветра $\mathbf{V}_0 = (V_x, V_y, V_z)^T$, для ее совмещения с системой $СК_0$. Этот поворот позволяет преобразовать координаты вектора турбулентной скорости метеочастицы $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$ в систему $СК_0$. Искомый поворот – это композиция поворота вокруг y против часовой стрелки на угол $\pi/2 - \theta$ и поворота вокруг z по часовой стрелке на угол φ , где φ и θ – азимут и полярный угол вектора средней скорости:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{V_y}{V_x}\right),$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}{V_z}\right).$$

Тогда матрица поворота \mathbf{M} будет выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 & -\cos \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \theta & 0 & \sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перепишем (2.13) с учетом допущения о том, что ширина диаграммы направленности МРЛ пренебрежимо мала:

$$V = \mathbf{n}(0) \cdot (\mathbf{V}_0 + \mathbf{M}\mathbf{u}(0)) = V_r + \mathbf{n}^T \mathbf{M}\mathbf{u}, \quad (2.14)$$

где V_r – средняя радиальная скорость ветра по отношению к первому МРЛ, при этом в силу (2.9) мы будем трактовать эту скорость как радиальную скорость по отношению к системе из двух МРЛ; $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ – орт вектора, проведенного из точки расположения первого МРЛ в центр наблюдаемой области S .

Выражение $\mathbf{n}^T \mathbf{M}\mathbf{u}$ в (2.14) – это линейная комбинация компонент турбулентной скорости, и, следовательно, является нормальной случайной величиной δV с нулевым математическим ожиданием и некоторой дисперсией σ_V^2 (вывод формулы см. в приложении А). Тогда V можно представить в следующем виде:

$$V = V_r + \delta V. \quad (2.15)$$

Подставим (2.15) в (2.12), затем (2.12) в (2.10) и восстановим индексы метеочастиц j , что даст выражение для ВКФ с явным вхождением вектора \mathbf{d} :

$$R(\tau, \mathbf{d}) = \sum_j p^{(j)} \exp(i2kV_r\tau) \exp(i2k\mathbf{n}^{(j)}(0) \cdot \mathbf{d}) \left\langle \exp(i2k\delta V^{(j)}\tau) \right\rangle.$$

Так как ширина ДНА принята пренебрежимо малой, все дисперсии $\delta V^{(j)}$ можно считать одинаковыми, и тогда выражение для ВКФ можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}
R(\tau, \mathbf{d}) &= \exp(i2kV_r\tau) \langle \exp(i2k\delta V\tau) \rangle \sum_j p^{(j)} \exp(i2k \mathbf{n}^{(j)}(0) \cdot \mathbf{d}) = \\
&= \exp(i2kV_r\tau) \exp\left\{-2(k\sigma_v\tau)^2\right\} \sum_j p^{(j)} \exp(i2k \mathbf{n}^{(j)}(0) \cdot \mathbf{d}),
\end{aligned}$$

так как δV – нормальная случайная величина и ее характеристическая функция (ХФ) $\varphi_v(\cdot)$ имеет вид

$$\langle \exp(i2k\delta V\tau) \rangle = \varphi_v(2k\tau) = \exp\left\{-2(k\sigma_v\tau)^2\right\}.$$

Амплитуды отраженных волн метеочастиц $p^{(j)}$ характеризуют отражающие свойства рассматриваемого объема и, в силу высокой пространственной плотности метеочастиц, обычно выражаются через непрерывную функцию пространственных координат $p(x, y)$. Тогда корреляционную функцию можно представить в виде:

$$R(\tau, \mathbf{d}) = \exp(i2kV_r\tau) \exp\left\{-2(k\sigma_v\tau)^2\right\} \int_S p(x, y) \exp(i2k \mathbf{n}(x, y) \cdot \mathbf{d}) ds, \quad (2.16)$$

где $\mathbf{n}(x, y)$ – зависимость орт-вектора \mathbf{n} от координат.

Как видно из формулы (2.16), пространственно-временная ВКФ факторизуется на временную и пространственную составляющие, которые соответственно определяются следующими выражениями:

$$R(\tau) = \exp(i2kV_r\tau) \exp\left\{-2(k\sigma_v\tau)^2\right\}, \quad (2.17)$$

$$R(\mathbf{d}) = \int_S p(x, y) \exp(i2k \mathbf{n}(x, y) \cdot \mathbf{d}) ds = \int_S p(\mathbf{r}) \exp(i2k \mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}) d\mathbf{r}, \quad (2.18)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор, проведенный в точку (x, y) .

Отдельное выражение для пространственной ВКФ (2.18) теперь дает возможность без труда оценить интервал пространственной корреляции, т.е. такое минимальное расстояние между МРЛ, при котором значение $R(\mathbf{d})$ будет пренебрежимо мало.

2.4. Оценка интервала пространственной корреляции

Рассмотрим ситуацию, изображенную на рисунке 2.2: на расстоянии r_0 от первого МРЛ по оси y находится центр облака метеочастиц в виде круга радиусом s . Распределение $p(\mathbf{r})$ внутри облака будем считать равномерным и равным единице. Текущая точка внутри облака характеризуется координатами (ξ, η) относительно его центра. Расстояние от точки (ξ, η) до центра облака – ρ . Угол φ – это угол между вектором, проведенным из центра облака в точку (ξ, η) и осью x . Расстояние между позицией первого МРЛ и точкой (ξ, η) обозначено как r . Угол между вектором, проведенным из позиции первого МРЛ в точку (ξ, η) , и осью x обозначен как α .

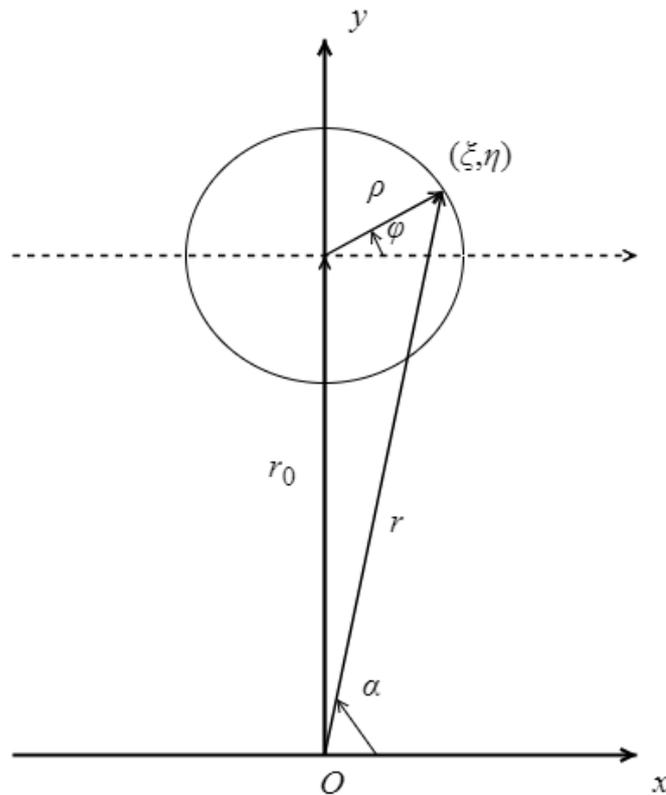


Рисунок 2.2 – Пример расчета пространственной ВКФ

Вычислим пространственную корреляционную функцию по формуле (2.18):

$$R(\mathbf{d}) = \int_s \exp(i2k \mathbf{n}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}) d\mathbf{r} = \int_s \exp(i2kx \cos \alpha) d\mathbf{r}.$$

Вычислим $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha = \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + (\eta + r_0)^2}} \approx \frac{\rho \cos \varphi}{r_0}.$$

Тогда

$$R(\mathbf{d}) = R(x) \approx \int_s \exp\left(\frac{i2kx\rho \cos \varphi}{r_0}\right) d\mathbf{r}. \quad (2.19)$$

Перейдем к полярным координатам и вычислим интеграл (2.19):

$$\begin{aligned} R(x) &\approx \int_s \exp\left(\frac{i2kx\rho \cos \varphi}{r_0}\right) d\mathbf{r} = \\ &\int_0^s \int_0^{2\pi} \rho \exp\left(\frac{i2kx\rho \cos \varphi}{r_0}\right) d\rho d\varphi = 2\pi s^2 \frac{J_1\left(\frac{2ksx}{r_0}\right)}{\left(\frac{2ksx}{r_0}\right)}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $J_1(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Для сравнения полученных теоретических результатов с практическими проведем математическое моделирование. Смоделируем ситуацию, повторяющую изображенную на рисунке 2.2. Были выбраны следующие параметры модели:

$$r_0 = 1000 \text{ [м]}.$$

$$s = \frac{\pi r_0 \Delta\theta}{2 \cdot 180^\circ} = 26.18 \text{ [м]}, \text{ где } \Delta\theta = 3 \text{ [}^\circ\text{]} \text{ – ширина диаграммы направленности}$$

антенны, типичная для МРЛ;

$$\lambda = 3.2 \text{ [см]} \text{ – длина волны излучения, типичная для МРЛ;}$$

V_r и σ_v^2 равны нулю;

x изменяется в пределах от 0 [м] до 0.4 [м].

Модель функционирует следующим образом: в области, занимаемой облаком, генерируется 2000 реализаций, состоящих из 200 равномерно распределенных по облаку метеочастиц. Далее, по формуле (2.10) вычисляется корреляционная функция путем усреднения по ансамблю реализаций. Так как V_r и σ_v^2 в модели равны нулю, эта функция будет характеризовать только

пространственную составляющую корреляции, которая и представляет для нас интерес. Тот же результат вычисляется с помощью полученной теоретической формулы (2.20). Оба графика можно наблюдать на рисунке 2.3: сплошной кривой отображена теоретическая кривая, а пунктирной – полученная в ходе моделирования.

Как видно из графиков, наблюдается хорошая сходимость теоретических и практических результатов. Интервал пространственной корреляции можно оценить по первому нулю функции Бесселя в (2.20). Известно, что первый ноль функции Бесселя первого рода первого порядка равен 3.832. Зная это, можно вычислить соответствующее значение x по формуле:

$$x_0 = 3.832 \cdot \frac{r_0}{2ks} \approx 0.37 \text{ м.}$$

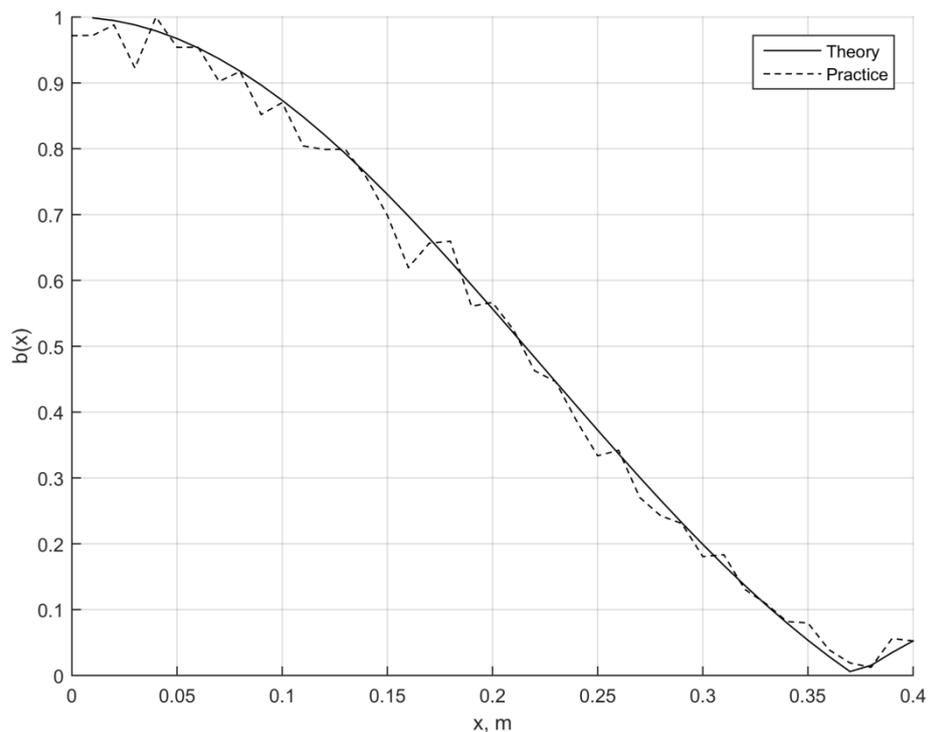


Рисунок 2.3 – Пространственная корреляционная функция и ее оценка

Можно сделать вывод о том, что полученное значение интервала пространственной корреляции сигналов двух МРЛ пренебрежимо мало по сравнению с применяемыми на практике значениями пространственного

разнесения МРЛ, откуда следует, что значение корреляционной функции сигналов МРЛ, входящих в состав многопозиционной системы, можно принять равным нулю.

2.5. Уточненное выражение для временной взаимокорреляционной функции

Выпишем отдельно временную составляющую ВКФ сигналов в ММРЛК (2.19):

$$R(\tau) = \exp(i2kV_r\tau) \exp\{-2(k\sigma_v\tau)^2\}.$$

Данное выражение позволяет оценить корреляцию во времени сигналов в ММРЛК и понять, что основными факторами, которые оказывают существенное влияние на ее значение, являются средняя скорость ветра и дисперсия турбулентности в точке наблюдения. Стоит отметить, что при выводе (2.19) был сделан ряд допущений, одно из которых соответствовало предположению о малой ширине диаграммы направленности антенн МРЛ. На практике это предположение не всегда оправдано, что приводит к заметному отличию доплеровских смещений сигналов, принимаемых с различных угловых направлений. Более того, если турбулентность не изотропна, то она также будет иметь различную дисперсию по отношению к МРЛ на разных угловых направлениях. Учтем влияние этих факторов на значение временной корреляционной функции.

Примем для диаграммы направленности антенны (ДНА) МРЛ гауссовскую аппроксимацию:

$$g(\alpha, \varepsilon) = \exp\left\{-2\ln 2 \left[\left(\frac{\alpha}{\alpha_n}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}\right)^2 \right]\right\},$$

где α_n и ε_n – ширина ДНА в азимутальной и угломестной плоскостях; α и ε – азимут и угол места направления наблюдения относительно оси ДНА. Тогда учет различия доплеровских смещений сигналов, приходящих с разных угловых направлений, должен свестись при выводе выражения для ВКФ к вычислению интеграла

$$J(\tau) = \int_U g^2(\alpha - \alpha_I, \varepsilon - \varepsilon_I) g^2(\alpha - \alpha_{II}, \varepsilon - \varepsilon_{II}) e^{i2kV_r\tau} e^{-2(k\sigma_v\tau)^2} r^2 \cos \varepsilon dr d\alpha d\varepsilon, \quad (2.21)$$

где $V_r = \mathbf{n}^T \mathbf{V}_0 = (\cos \alpha \cos \varepsilon, \sin \alpha, \sin \varepsilon) \mathbf{V}_0$ – радиальная проекция средней скорости ветра на направление (α, ε) ; σ_v^2 – дисперсия радиальной проекции поля скорости ветра; $(\alpha_I, \varepsilon_I)$ и $(\alpha_{II}, \varepsilon_{II})$ – соответственно угловые координаты осей ДНА первого и второго МРЛ в направлении на центр наблюдаемого объема.

В произвольный момент времени t разрешаемый объем бистатической системы МРЛ $B(t)$ определяется областью пересечения разрешаемых объемов отдельных МРЛ. За время τ этот объем перемещается под действием средней скорости ветра, таким образом, область интегрирования будет определяться пересечением разрешаемых объемов в моменты t и $t + \tau$: $U = B(t) \cap B(t + \tau)$. Получить аналитическое выражение, описывающее такую область, довольно затруднительно, однако в силу неравенств (2.9) задачу можно упростить. Действительно, если (2.9) выполняются, то можно пренебречь влиянием разницы положений осей ДНА МРЛ $(\alpha_I, \varepsilon_I)$ и $(\alpha_{II}, \varepsilon_{II})$ на конфигурацию U , сводя задачу к интегрированию по пересечению разрешаемых объемов одного (например, первого) МРЛ:

$$B = \left\{ (x, y, z) : |r - r_0| \leq \frac{\delta r_u}{2}; g^4(\alpha - \alpha_I, \varepsilon - \varepsilon_I) \neq 0 \right\},$$

где δr_u – размеры разрешаемого объема по дальности; r_0 – дальность элемента разрешения.

Тогда область интегрирования:

$$U = \left\{ (x, y, z) : r_{0\tau} - \frac{\delta r_u}{2} \leq r \leq r_0 + \frac{\delta r_u}{2}; g^4(\alpha - \alpha_I, \varepsilon - \varepsilon_I) \neq 0 \right\},$$

где $r_{0\tau} = r_0 + V_r \tau$.

Введем коэффициент корреляции $\rho(\tau) = J(\tau) / J(0)$:

$$\rho(\tau) = \frac{1}{U_{\text{сп}} U} \int_U g^4(\alpha - \alpha_I, \varepsilon - \varepsilon_I) e^{i2kV_r\tau} e^{-2(k\sigma_v\tau)^2} r^2 \cos \varepsilon dr d\alpha d\varepsilon, \quad (2.22)$$

где $U_{sp} = r_0^2 \delta r_u \int g^4(\alpha - \alpha_a, \varepsilon - \varepsilon_a) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon$ – объем элемента разрешения.

Интегрируя (2.22) по дальности, получим:

$$\rho(\tau) = G_r(\tau) \frac{\int g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) e^{i2kV_r\tau} e^{-2(k\sigma_v\tau)^2} \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon}{\int g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon} = G_r(\tau) G_a(\tau), \quad (2.23)$$

где $G_r(\tau) = \left(1 - \frac{V_r |\tau|}{\delta r_u}\right)$ – множитель, соответствующий влиянию перемещения

элемента разрешения вдоль направления на бистатическую систему МРЛ.

Разложим произведение экспонент под интегралом (2.23) в ряд Тейлора и вычислим первые три члена разложения:

$$e^{i2kV_r\tau} e^{-2(k\sigma_v\tau)^2} = 1 + i2kV_r\tau - 2k^2\tau^2(V_r^2 + \sigma_v^2) + O(\tau^3). \quad (2.24)$$

Подставим полученное разложение в (2.23) и вычислим множитель $G_a(\tau)$:

$$\begin{aligned} G_a(\tau) &= 1 + i2k\tau \frac{\int V_r g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon}{\int g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon} - \\ &- 2k^2\tau^2 \frac{\int (V_r^2 + \sigma_v^2) g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon}{\int g^4(\alpha - \alpha_l, \varepsilon - \varepsilon_l) \cos \varepsilon d\alpha d\varepsilon} + O(\tau^3) = \\ &= 1 + i2k\tau H_1 - 2k^2\tau^2 H_2 + O(\tau^3). \end{aligned} \quad (2.25)$$

В формуле (2.25) явно выписаны только первые три члена разложения, поскольку этих членов достаточно для вычисления необходимых характеристик СПМ сигнала: средней частоты и среднеквадратической ширины спектра. Это верно, поскольку для случайного стационарного процесса с корреляционной функцией (КФ) $R(\tau)$ СПМ, по теореме Винера – Хинчина, связана с $R(\tau)$ преобразованием Фурье:

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega.$$

Дважды дифференцируя $R(\tau)$ и вычисляя полученные производные в нуле, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} -i \frac{R'(0)}{R(0)} = \frac{\int \omega S(\omega) d\omega}{\int S(\omega) d\omega} = \omega_{cp}, \\ -\frac{R''(0)}{R(0)} = \frac{\int \omega^2 S(\omega) d\omega}{\int S(\omega) d\omega} = \omega_{кв}^2 + \omega_{cp}^2, \end{array} \right. \quad (2.26)$$

где ω_{cp} и $\omega_{кв}$ – средняя частота и среднеквадратическая ширина спектра.

Моменты СПМ более высокого порядка в метеорологической радиолокации обычно не берутся в рассмотрение, так как в [101] показано, что СПМ сигнала, отраженного от метеоцели, хорошо аппроксимируется гауссовской кривой.

В формуле (2.25) выражение для V_r известно (см. (2.21)). Выражение для σ_V^2 определено в приложении А согласно результатам п. 2.3. Подставляя эти выражения в (2.25), получим:

$$\begin{aligned} H_1 &= V_x G_\alpha(0,1) G_\varepsilon(0,2) + V_y G_\alpha(1,0) G_\varepsilon(0,2) + V_z G_\varepsilon(1,1), \\ H_2 &= (V_x^2 + K_x) G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(0,3) + (V_y^2 + K_y) G_\alpha(2,0) G_\varepsilon(0,3) + \\ &+ (V_z^2 + K_z) G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(2,1) + (2V_x V_y + K_{xy}) G_\alpha(1,1) G_\varepsilon(0,3) + \\ &+ (2V_x V_z + K_{xz}) G_\alpha(0,1) G_\varepsilon(1,2) + (2V_y V_z + K_{yz}) G_\alpha(1,0) G_\varepsilon(1,2), \end{aligned} \quad (2.27)$$

при этом

$$\begin{aligned} G_\alpha(k,l) &= \frac{\int \exp\{-2\beta_\alpha(\alpha - \alpha_l)^2\} \sin^k \alpha \cos^l \alpha d\alpha}{\int \exp\{-2\beta_\alpha(\alpha - \alpha_l)^2\} d\alpha}, \\ G_\varepsilon(k,l) &= \frac{\int \exp\{-2\beta_\varepsilon(\varepsilon - \varepsilon_l)^2\} \sin^k \varepsilon \cos^l \varepsilon d\varepsilon}{\int \exp\{-2\beta_\varepsilon(\varepsilon - \varepsilon_l)^2\} \cos \varepsilon d\varepsilon}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\beta_\alpha = 4 \ln 2 / \alpha_l^2 \text{ и } \beta_\varepsilon = 4 \ln 2 / \varepsilon_l^2.$$

Значения коэффициентов $G_\alpha(k,l)$ и $G_\varepsilon(k,l)$, необходимые для вычисления средней частоты и среднеквадратической ширины спектра, приведены в приложении Б.

Как видно из (2.27), в процессе вычислений временной КФ удалось сохранить ее факторизацию относительно пространственной составляющей в

силу определенных допущений (см. п. 2.3). Это позволяет использовать полученное выражение в том числе в качестве автокорреляционной функции сигнала (АКФ) для одного МРЛ.

Чтобы факторизовать влияние на СПМ различия доплеровских сдвигов сигналов, приходящих с разных направлений, и разброса скоростей метеочастиц вследствие турбулентности, отметим, что параметр H_2 можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} H_2 &= H_{21} + H_{22}, \\ H_{21} &= V_x^2 G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(0,3) + V_y^2 G_\alpha(2,0) G_\varepsilon(0,3) + V_z^2 G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(2,1) + \\ &+ 2V_x V_y G_\alpha(1,1) G_\varepsilon(0,3) + 2V_x V_z G_\alpha(0,1) G_\varepsilon(1,2) + 2V_y V_z G_\alpha(1,0) G_\varepsilon(1,2), \\ H_{22} &= K_x G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(0,3) + K_y G_\alpha(2,0) G_\varepsilon(0,3) + K_z G_\alpha(0,2) G_\varepsilon(2,1) + \\ &+ K_{xy} G_\alpha(1,1) G_\varepsilon(0,3) + K_{xz} G_\alpha(0,1) G_\varepsilon(1,2) + K_{yz} G_\alpha(1,0) G_\varepsilon(1,2), \end{aligned}$$

где H_{21} определяется средней скоростью ветра, а H_{22} – параметрами турбулентности.

Подставим (2.23) в (2.26) и вычислим среднюю частоту СПМ метеосигнала:

$$f_{cp} = -i \frac{i2kH_1}{2\pi} = \frac{2H_1}{\lambda}. \quad (2.29)$$

Перед вычислением среднеквадратической ширины спектра отметим, что согласно (2.23) КФ представляет собой произведение двух сомножителей, а значит соответствующая СПМ представляет собой свертку преобразований Фурье отдельных сомножителей. При этом среднеквадратическая ширина спектра свертки будет равна сумме среднеквадратических ширин преобразований Фурье сомножителей. Поэтому результирующая среднеквадратическая ширина спектра:

$$\Delta F = \sqrt{\Delta F_r^2 + \Delta F_a^2}. \quad (2.30)$$

Среднеквадратическая ширина ΔF_r соответствует множителю $G_r(\tau)$ и равна:

$$\Delta F_r = \frac{V_r}{\delta r_u}.$$

Для сомножителя $G_a(\tau)$:

$$\Delta F_a^2 = \frac{4}{\lambda^2} (H_2 - H_1^2) = \frac{4}{\lambda^2} (H_{21} + H_{22} - H_1^2) = \frac{4}{\lambda^2} (H_{21} - H_1^2) + \frac{4}{\lambda^2} H_{22}.$$

Таким образом, среднеквадратическая ширина спектра метеосигнала складывается из трех составляющих:

$$\Delta F = \sqrt{\Delta F_r^2 + \Delta F_v^2 + \Delta F_u^2},$$

где ΔF_r обусловлена перемещением элемента разрешения вдоль направления на МРЛ; $\Delta F_v = 2\sqrt{H_{21} - H_1^2} / \lambda$ обусловлена разбросом доплеровских сдвигов сигналов, приходящих с разных угловых направлений; $\Delta F_u = 2\sqrt{H_{22}} / \lambda$ обусловлена разбросом скоростей метеочастиц вследствие турбулентности.

Для иллюстрации полученных формул оценим степень уширения спектра метеосигнала, вызванную различными факторами, на практическом сценарии типичном для применения МРЛ. Для этого рассмотрим МРЛ с осесимметричной ДНА ширины 3 [°], работающий на длине волны 3.2 [см] и обеспечивающий разрешение по дальности 150 [м]. Метеообстановку охарактеризуем умеренной средней скоростью ветра $\mathbf{V}_0 = (10, 0, 0)^T$ [м/с] и умеренной турбулентностью со следующими дисперсиями компонент: $\sigma_x^2 = 2$ [м/с], $\sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1$ [м/с]. Вычислим максимумы составляющих среднеквадратической ширины спектра по всем возможным ракурсам наблюдения метеоцели: $\Delta F_r = 0.1$ [Гц], $\Delta F_v = 20$ [Гц], $\Delta F_u = 125$ [Гц]. Как видно из полученных данных, при заданном сценарии наибольший вклад в результирующую ширину спектра вносит турбулентное движение, меньшее влияние оказывает разброс доплеровских сдвигов сигналов с разных угловых направлений – соответствующая среднеквадратическая ширина примерно в 6 раз меньше. Перемещение элемента разрешения в направлении на МРЛ оказывает пренебрежимо малое влияние. Из этого можно сделать вывод о том, что при типичной конфигурации МРЛ и умеренной метеообстановке может быть оправданным использование упрощенного выражения для КФ (2.19).

Выводы

В данной главе была представлена математическая модель сигналов в ММРЛК, включающая в себя известное УМРЛ и полученную пространственно-временную ВКФ сигналов.

По результатам анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- Пространственно-временная ВКФ сигналов в ММРЛК факторизуется на временную и пространственную составляющие корреляции.

- Ввиду пренебрежимо малого интервала пространственной корреляции сигналы отдельных МРЛ в составе ММРЛК следует считать некоррелированными.

- Обнаружены факторы, влияющие на ширину спектра сигналов в ММРЛК: перемещение элемента разрешения под действием ветра, разброс доплеровских частот сигналов, принимаемых с разных направлений, разброс скоростей метеочастиц вследствие турбулентности. Расчеты по полученным формулам при типичном сценарии использования МРЛ показали, что наибольшее влияние на ширину спектра сигнала оказывает фактор, связанный с турбулентностью. На заданном сценарии этот фактор вызвал уширение спектра на $125 [Гц]$, в то время как разброс доплеровских частот сигналов по направлениям и перемещение элемента разрешения вызвали уширения 20 и $0.1 [Гц]$ соответственно.

3. ОЦЕНКА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ В ОДНОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ

Введение

Как было показано в гл. 1, в настоящее время для МРЛ X-диапазона актуальна проблема точной оценки радиолокационной отражаемости, поскольку в данном диапазоне сильное влияние на качество оценки оказывает эффект затухания электромагнитных волн в МО.

Оценивание радиолокационной отражаемости основано на использовании УМРЛ (2.8), которое устанавливает связь между отражаемостью МО, средней мощностью принятого сигнала и параметрами МРЛ.

На практике выяснилось, что прямая оценка отражаемости по измеренной средней мощности с помощью УМРЛ не всегда дает удовлетворительный результат вследствие затухания электромагнитных волн в МО: при распространении до наблюдаемого объема и обратно электромагнитная волна теряет часть мощности на рассеяние и поглощение. По этой причине получаемая оценка отражаемости является смещенной. Данным явлением можно пренебречь при относительно низком значении наблюдаемой отражаемости [119], а также при работе на более длинных волнах (S-диапазон). При высоком уровне отражаемости и работе в X-диапазоне описанное явление может приводить к тому, что МО, расположенное ближе к МРЛ, будет маскировать МО, располагающиеся за ним. Такая маскировка, в целом, искажает картину наблюдаемой метеообстановки и может вести к прямой угрозе безопасности воздушного движения.

В первом параграфе настоящей главы будет дано описание физических основ затухания электромагнитных волн в МО, что позволит связать характеристики МО с коэффициентом ослабления.

Во втором параграфе выведена потенциальная точность оценки радиолокационной отражаемости, позволяющая оценить качество работы алгоритмов оценки отражаемости.

В третьем параграфе предложены четыре алгоритма оценки радиолокационной отражаемости.

В четвертом параграфе проведено математическое моделирование и сравнение предложенных алгоритмов.

3.1. Физические основы затухания электромагнитных волн в метеообразованиях

Известно, что ослабление мощности изученного сигнала при распространении электромагнитной волны на расстояние r по сравнению с излучаемой мощностью P_t (без учета естественного затухания излучаемой сферической волны) выражается следующим образом [119]:

$$\frac{P(r)}{P_t} = \exp\left[-\int_0^r k(r) dr\right],$$

где $k(r)$ – коэффициент ослабления в $[M^{-1}]$.

Таким образом, если волна прошла расстояние r , отразилась от цели и вернулась в точку приема, то ослабление мощности принимаемой волны по сравнению с ожидаемой мощностью \bar{P}_0 можно вычислить в соответствии с уравнением:

$$\frac{\bar{P}}{\bar{P}_0} = \exp\left[-2\int_0^r k(r) dr\right]. \quad (3.1)$$

Ожидаемая принимаемая мощность равна

$$\bar{P}_0 = \frac{\pi^3 P_t G^2 \theta_1^2 c \tau_u |K_w|^2 Z}{2^{10} \lambda^2 R^2 \ln 2}. \quad (3.2)$$

Используя (3.2), можно вычислить отражаемость по реальной средней мощности принятого сигнала \bar{P} без учета ослабления. Будем называть эту отражаемость *измеряемой* и обозначать как $Z_{\text{изм}}(r)$:

$$Z_{\text{изм}}(r) = C \bar{P} R^2, \quad (3.3)$$

где $C = 2^{10} \lambda^2 \ln 2 / \left(\pi^3 P_t G^2 \theta_1^2 c \tau_u |K_w|^2\right)$.

Отражаемость, получаемую из УМРЛ (2.8) с учетом ослабления сигнала, будем называть *истинной* и обозначать как $Z_{\text{ист}}(r)$. Используя (3.1), вычислим истинную отражаемость:

$$Z_{\text{ист}}(r) = C\bar{P}_0 R^2 = C \frac{\bar{P}}{L^2} R^2 = C\bar{P}R^2 \exp\left[2\int_0^r k(r)dr\right].$$

Следовательно,

$$\frac{Z_{\text{изм}}(r)}{Z_{\text{ист}}(r)} = \exp\left[-2\int_0^r k(r)dr\right].$$

Выразим $k(r)$ в [дБ/км]:

$$K(r)[\text{дБ} / \text{км}] = 10 \frac{k(r)}{\ln 10} 10^3 = k(r) \frac{10^4}{\ln 10}.$$

Тогда $k(r)$ будет выражаться через $K(r)$ следующим образом:

$$k(r) = 10^{-4} \ln 10 K(r) \approx 0,23 \cdot 10^{-3} K(r).$$

При измерении дальности в [км] окончательно получим:

$$\frac{Z_{\text{изм}}(r)}{Z_{\text{ист}}(r)} = \exp\left[-0,46 \int_0^r K(r)dr\right]. \quad (3.4)$$

Уравнение (3.4) связывает измеряемую и истинную отражаемости посредством коэффициента ослабления, профиль которого априорно неизвестен, поэтому воспользоваться этой зависимостью напрямую для вычисления истинной отражаемости невозможно. Многочисленные экспериментальные исследования [67, 68] показали, что зависимость коэффициента ослабления от отражаемости можно аппроксимировать степенной функцией:

$$K(r) = \alpha Z_{\text{ист}}^\beta(r), \quad (3.5)$$

где α и β – постоянные коэффициенты, для определения которых необходимо выбрать некоторую физическую величину, однозначно связанную как с отражаемостью, так и с коэффициентом ослабления. Если абстрагироваться от типа МО (облака, дождь, туман), удобной величиной представляется водность:

$$W = \frac{\pi}{6} \rho_w \int_0^{\infty} D^3 N(D) dD, \quad (3.6)$$

где ρ_w – плотность воды, $N(D)dD$ – среднее число метеочастиц в единице объема, чей диаметр лежит в интервале $[D, D + dD]$.

Воспользуемся выражениями, определяющими коэффициент ослабления и отражаемость через водность МО [5]:

$$Z_{\text{ист}}(W) = 10^{-6} \frac{\lambda^4}{\pi^5 K_w} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} N(D, W) \sigma_b(D) dD, \quad (3.7)$$

$$K(W) = 0,4343 \cdot 10^6 \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} N(D, W) \sigma_t(D) dD,$$

где $Z_{\text{ист}}$ – отражаемость в $[m^3]$, K – логарифмический коэффициент ослабления в $[dB/km]$, λ – длина волны излучения в $[cm]$, D – диаметр метеочастицы в $[cm]$, $\sigma_b(D)$ – эффективная площадь обратного рассеяния метеочастицы диаметра D в $[cm^2]$ по Ми [65], $\sigma_t(D)$ – полная (интегральная) эффективная площадь рассеяния метеочастицы диаметра D в $[cm^2]$ по Ми, W – водность в $[g/m^3]$, $N(D, W)$ – распределение метеочастиц по диаметрам в $[cm^{-4}]$, соответствующее водности W . Соответствие устанавливается согласно (3.6). Конкретный вид функции $N(D, W)$ определяется экспериментальным путем и будет выбран ниже.

В соответствии с равенством (3.5) для вычисления α и β необходимо минимизировать некоторый функционал невязки $K(W)$ и $\alpha Z_{\text{ист}}^{\beta}(W)$ для всех значений, которые может принять W в рассматриваемых условиях, например:

$$Q(\alpha, \beta) = \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} [K(W) - \alpha Z_{\text{ист}}^{\beta}(W)]^2 dW, \quad (3.8)$$

где $K(W)$ измеряется в $[dB/km]$ и $Z_{\text{ист}}(W)$ в $[m^3]$.

Таким образом, уравнение (3.4), связывающее измеряемую и истинную отражаемость, примет вид:

$$\frac{Z_{\text{изм}}(r)}{Z_{\text{ист}}(r)} = \exp\left(-0,46\alpha \int_0^r Z_{\text{ист}}^\beta(r) dr\right). \quad (3.9)$$

Это уравнение является основным для разработки алгоритмов оценки истинной отражаемости $Z_{\text{ист}}(r)$ по измеренной $Z_{\text{изм}}(r)$, учитывающих эффект затухания электромагнитных волн в МО. Необходимо заметить, что в действительности из метеонаблюдений доступна не сама измеряемая отражаемость $Z_{\text{изм}}(r)$, а ее оценка $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$. Отличие между этими величинами вызвано как случайным характером самого сигнала МО, так и влиянием помех при приеме. Поэтому оценка истинной отражаемости $\hat{Z}_{\text{ист}}(r)$ должна получаться из уравнения (3.9) при замене $Z_{\text{изм}}(r)$ на $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$.

3.2. Функция правдоподобия и потенциальная точность оценки радиолокационной отражаемости

Оценка средней мощности принимаемого сигнала за K периодов зондирования равна:

$$\hat{P}(r) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^K \hat{P}_r^{(k)}(r),$$

где $\hat{P}_r^{(k)}(r)$ – оценка мощности сигнала, принятого от элемента дальности r в k -й период. Так как $\hat{P}_r^{(k)}(r)$ имеет экспоненциальное распределение (см. п. 2.1), плотность распределения оценки средней мощности будет иметь вид гамма-распределения:

$$f_{\hat{P}}(P) = \frac{P^{K-1}}{S^K (K-1)!} \exp\left(-\frac{P}{S}\right), P \geq 0,$$

где K – параметр формы, $S = K^{-1}\bar{P}$ – коэффициент масштаба, а $\bar{P} = \bar{P}(r)$ – средняя мощность сигнала от элемента дальности r . Математическое ожидание этого распределения равно \bar{P} .

Тогда оценка измеряемой отражаемости $\hat{Z}_{\text{изм}}(r) = \hat{P}(r)CR^2$ (см. уравнение (3.3)) на дальности r также имеет гамма-распределение с математическим ожиданием $Z_{\text{изм}}(r)$.

Запишем в дискретной форме уравнение (3.9):

$$Z_{\text{изм}}[n] = Z_{\text{ист}}[n] \exp\left(-0,46\alpha\delta r \sum_{j=0}^n Z_{\text{ист}}^\beta[j]\right), \quad (3.10)$$

где δr – размер дискрета по дальности в [км].

Тогда оценка $\hat{Z}_{\text{изм}}[n]$ может быть представлена в виде:

$$\hat{Z}_{\text{изм}}[n] = K^{-1}Z_{\text{ист}}[n] \exp\left(-\gamma \sum_{j=0}^n Z_{\text{ист}}^\beta[j]\right) v[n], \quad (3.11)$$

где $\gamma = 0,46\alpha\delta r$, $v[n]$ – белый шум, имеющий плотность распределения вероятности

$$f_{v[n]}(v) = \frac{v^{K-1} e^{-v}}{(K-1)!}, v \geq 0. \quad (3.12)$$

Параметр формы этого распределения равен количеству отсчетов в выборке K , а коэффициент масштаба $S = 1$.

Будем считать, что истинная отражаемость $Z_{\text{ист}}(r)$ – неслучайная функция дальности, которая оценивается на основании полученной выборки оценки измеренной отражаемости $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$. Связь между выборочными значениями этих функций определяется уравнением (3.11).

Пусть в результате наблюдения принята выборка $\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}} = (\hat{Z}_{\text{изм}}[1], \dots, \hat{Z}_{\text{изм}}[N])^T$. Тогда на основании (3.11) можно записать функцию правдоподобия

$$p(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}} | \mathbf{Z}_{\text{ист}}) = \prod_{n=1}^N \frac{(\hat{Z}_{\text{изм}}[n])^{K-1}}{(K^{-1}S[n])^K (K-1)!} \exp\left[-\frac{\hat{Z}_{\text{изм}}[n]}{K^{-1}S[n]}\right], \quad (3.13)$$

где $S[n] = Z_{\text{ист}}[n] \exp\left(-\gamma \sum_{j=0}^n Z_{\text{ист}}^\beta[j]\right)$.

На основании (3.13) можно вычислить информационную матрицу Фишера \mathbf{F} . Нетрудно показать, что ее элемент $F_{ij}, i, j = 1, \dots, N$ равен

$$F_{ij} = -\left\langle \frac{\partial^2 \ln p(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}} | \mathbf{Z}_{\text{ист}})}{\partial Z_{\text{ист}}[i] \partial Z_{\text{ист}}[j]} \right\rangle = K \sum_{n=1}^N \frac{1}{S_n^2} \frac{\partial S[n]}{\partial Z_{\text{ист}}[i]} \frac{\partial S[n]}{\partial Z_{\text{ист}}[j]} = K \mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_j,$$

где треугольные скобки означают усреднение по ансамблю, элементы вектора-строки $\mathbf{a}_i^T = (a_{in})_{n=1}^N, i = 1, \dots, N$ равны

$$a_{in} = \theta_{in} (\delta_{in} Z_{\text{ист}}^{-1}[n] - \beta \gamma Z_{\text{ист}}^{\beta-1}[i]), n = 1, \dots, N, \quad (3.14)$$

и

$$\theta_{in} = \begin{cases} 1, & i \leq n \\ 0, & i > n \end{cases}, \delta_{in} = \begin{cases} 1, & i = n \\ 0, & i \neq n \end{cases}. \quad (3.15)$$

Тогда для матрицы Фишера будет справедливо следующее представление:

$$\mathbf{F} = K \mathbf{A}^T \mathbf{A}, \quad (3.16)$$

где векторы $\mathbf{a}_i, i = 1, \dots, N$ являются столбцами матрицы $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N)$.

Используя уравнения (3.14) – (3.16) и неравенство Крамера – Рао для корреляционной матрицы ошибок оценок отсчетов истинной отражаемости:

$$\mathbf{C} = \left\langle (\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}} - \mathbf{Z}_{\text{ист}})(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}} - \mathbf{Z}_{\text{ист}})^T \right\rangle \geq \mathbf{F}^{-1}, \quad (3.17)$$

можно вычислить нижнюю границу для СКО (потенциальную точность) вектора оценок истинной отражаемости $\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}}$.

3.3. Алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости

3.3.1. Нелинейный БИХ фильтр

Уравнение (3.11) можно сделать пригодным для оценки истинной отражаемости, искусственно вводя задержку в оценке на один отсчет дальности. Таким образом, алгоритм будет следующим:

$$\hat{Z}_{\text{ист}}[n] = \hat{Z}_{\text{изм}}[n-1] \exp\left(\gamma \sum_{j=0}^{n-1} \hat{Z}_{\text{ист}}^{\beta}[j]\right). \quad (3.18)$$

В качестве начальных условий зададим $\hat{Z}_{\text{ист}}[0] = \hat{Z}_{\text{изм}}[0]$, так как первый принимаемый отсчет сигнала еще не подвергся влиянию затухания в МО. Уравнение (3.18) соответствует нелинейному БИХ фильтру (НБИХ), так как текущий отсчет оценки истинной отражаемости $\hat{Z}_{\text{ист}}[n]$ зависит не только от отсчета оценки измеренной отражаемости $\hat{Z}_{\text{изм}}[n-1]$, но и от предыдущих отсчетов $\hat{Z}_{\text{ист}}[j], j=0, \dots, n-1$.

Прямая реализация алгоритма в соответствии с уравнением (3.18) имеет линейную асимптотическую вычислительную сложность $O(N)$.

3.3.2. Нелинейный КИХ фильтр

Возьмем натуральный логарифм от обеих частей равенства (3.9) и продифференцируем результаты по r :

$$\frac{d}{dr} \ln(\hat{Z}_{\text{изм}}(r)) - \frac{1}{\hat{Z}_{\text{ист}}(r)} \cdot \frac{d(\hat{Z}_{\text{ист}}(r))}{dr} = -0,46\alpha \hat{Z}_{\text{ист}}^{\beta}(r).$$

После несложных преобразований:

$$\frac{d(\hat{Z}_{\text{ист}}^{-\beta}(r))}{dr} + \hat{Z}_{\text{ист}}^{-\beta}(r) \beta \frac{d}{dr} \ln(\hat{Z}_{\text{изм}}(r)) = -0,46\alpha\beta \quad (3.19)$$

и введения обозначений:

$$\begin{aligned} y &= \hat{Z}_{\text{ист}}^{-\beta}(r), \\ g(r) &= \beta \frac{d}{dr} \ln(\hat{Z}_{\text{изм}}(r)), \\ f(r) &= -0,46\alpha\beta, \end{aligned}$$

уравнение (3.19) примет вид неоднородного линейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\frac{dy}{dr} + g(r)y = f(r). \quad (3.20)$$

Можно показать, что общее решение этого уравнения имеет вид:

$$y = \hat{Z}_{\text{ист}}^{-\beta}(r) = \frac{C - 0,46\alpha\beta \int_0^r \hat{Z}_{\text{изм}}^{\beta}(r) dr}{\hat{Z}_{\text{изм}}^{\beta}(r)}.$$

Оценка истинной отражаемости будет при этом равна:

$$\hat{Z}_{\text{ист}}(r) = \frac{\hat{Z}_{\text{изм}}(r)}{\left[C - 0,46\alpha\beta \int_0^r \hat{Z}_{\text{изм}}^{\beta}(r) dr \right]^{\frac{1}{\beta}}}.$$

Задавая начальное условие $\hat{Z}[0] = \hat{Z}_{\text{изм}}[0]$, получим окончательное решение:

$$\hat{Z}_{\text{ист}}(r) = \frac{\hat{Z}_{\text{изм}}(r)}{\left[1 - 0,46\alpha\beta \int_0^r \hat{Z}_{\text{изм}}^{\beta}(r) dr \right]^{\frac{1}{\beta}}}.$$

Перепишем последнее уравнение в дискретной форме:

$$\hat{Z}_{\text{ист}}[n] = \frac{\hat{Z}_{\text{изм}}[n]}{\left[1 - \gamma\beta \sum_{j=0}^n \hat{Z}_{\text{изм}}^{\beta}[j] \right]^{\frac{1}{\beta}}}. \quad (3.21)$$

Уравнение (3.21) соответствует нелинейному КИХ фильтру (НКИХ), поскольку его правая часть зависит только от отсчетов оценки измеряемой отражаемости $\hat{Z}_{\text{изм}}[j], j = 0, \dots, n$.

Прямая реализация алгоритма в соответствии с уравнением (3.21) имеет линейную асимптотическую вычислительную сложность $O(N)$.

3.3.3. Фильтр частиц (Particle Filter)

Оценка истинной отражаемости по измеренной является типичной задачей нелинейной фильтрации, поскольку между ними существует связь, выраженная нелинейным дифференциальным уравнением (3.20), а измерения отражаемости сопровождаются ошибками вследствие случайного характера принимаемого сигнала и влияния помех. Одним из наиболее мощных средств решения задач нелинейной фильтрации в настоящее время является фильтр частиц (ФЧ). ФЧ – это алгоритм дискретной байесовской нелинейной фильтрации, реализованный на

основе метода статистических испытаний (метода Монте-Карло). В настоящее время существует несколько вариантов ФЧ: *Bootstrap Filter (BSF)*, *Sequential Importance Sampling (SIS)*, *Sequential Importance Resampling (SIR)* и др. Подробно ознакомиться с алгоритмами работы ФЧ можно, например, в работах [128, 129].

ФЧ применяется для оценки вектора состояния дискретных нелинейных динамических систем. При этом предполагается, что изменение вектора состояния системы $\mathbf{x}[n], n=0,1,\dots$ и процесс формирования вектора наблюдения $\mathbf{z}[n], n=0,1,\dots$ описываются следующими двумя нелинейными разностными уравнениями:

$$\begin{cases} \mathbf{x}[n] = \mathbf{F}_n(\mathbf{x}[n-1], \mathbf{u}[n]) \\ \mathbf{z}[n] = \mathbf{G}_n(\mathbf{x}[n], \mathbf{v}[n]) \end{cases}, \quad (3.22)$$

где $\mathbf{F}_n(\cdot)$ и $\mathbf{G}_n(\cdot)$ – известные нелинейные функции, $\mathbf{u}[n]$ – формирующий дискретный белый шум, $\mathbf{v}[n]$ – белый шум наблюдения.

Уравнение наблюдения для решаемой задачи имеет вид (3.11). Для того чтобы уравнение (3.11) привести к виду (3.22), введем вектор состояния

$$\mathbf{x}[n] = \begin{pmatrix} x_1[n] \\ x_2[n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{\text{ист}}[n] \\ \sum_{j=0}^{n-1} Z_{\text{ист}}^\beta[j] \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Тогда уравнение наблюдения примет вид:

$$z[n] = K^{-1} x_1[n] \exp\{-\gamma(x_1^\beta[n] + x_2[n])\} v[n], \quad (3.24)$$

где $z[n] = \hat{Z}_{\text{изм}}[n]$. На основании (3.24) несложно определить условную плотность распределения $p(z[n]|\mathbf{x}[n])$, которая соответствует гамма-распределению (3.12) с параметром формы K и коэффициентом масштаба $S = K^{-1} x_1[n] \exp\{-\gamma(x_1^\beta[n] + x_2[n])\}$.

Определим теперь вид уравнения изменения состояния для рассматриваемой задачи. В отличие от уравнения наблюдения это уравнение должно соответствовать физике процесса формирования МО в атмосфере. Однако

распределение отражаемости по пространству внутри области, занимаемой МО, может быть самым разнообразным. Поэтому будем полагать, что в среднем истинная отражаемость распределена равномерно, а существующие изменения при переходе от одного элемента разрешения по дальности к следующему происходят за счет мультипликативного формирующего шума $u[n]$, имеющего гамма-распределение с параметром формы K и коэффициентом масштаба $S = 1$. Таким образом, изменение отражаемости от элемента к элементу пространства будет иметь вид:

$$Z_{\text{ист}}[n] = Z_{\text{ист}}[n-1]u[n-1].$$

Следовательно, с учетом (3.23) для изменения вектора состояния будет справедливо следующее уравнение:

$$\begin{cases} x_1[n] = x_1[n-1]u[n-1] \\ x_2[n] = (x_1[n-1])^\beta + x_2[n-1] \end{cases} \quad (3.25)$$

Для решения поставленной задачи будем использовать BSF – простейший ФЧ, впервые предложенный в [130]. Основой работы BSF, как, впрочем, и любого другого ФЧ, является следующая аппроксимация апостериорной плотности текущего вектора состояния $\mathbf{x}[n]$:

$$p(\mathbf{x}[n]|\mathbf{Z}^n) \approx \sum_{p=1}^P w_p \delta(\mathbf{x}[n] - \mathbf{x}^p[n]),$$

где $\mathbf{Z}^n = (z[1], \dots, z[n])^T$ – вектор наблюдений, P – количество частиц,

w_p и $\mathbf{x}^p[n]$, $p = 1, \dots, P$ – веса ($\sum_{p=1}^P w_p = 1$) и координаты частиц. При такой

аппроксимации МСКО-оценка вектора состояния (математическое ожидание апостериорной плотности) равна:

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \int \mathbf{x} p(\mathbf{x}|\mathbf{Z}^n) d\mathbf{x} \approx \sum_{p=1}^P w_p \mathbf{x}^p[n].$$

В случае BSF $w_p = P^{-1}$, $p = 1, \dots, P$, а поток частиц формируется в соответствии со следующим рекуррентным алгоритмом. Предположим, что на

$(n-1)$ -м шаге координаты частиц равны $\mathbf{x}^p[n-1]$, $p=1, \dots, P$. Формирование координат частиц на n -м шаге происходит в два этапа:

Предсказание. На основании уравнения состояния (3.25) формируется поток с координатами $\tilde{\mathbf{x}}^p[n]$, $p=1, \dots, P$:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1^p[n] = x_1^p[n-1]u^p[n-1] \\ \tilde{x}_2^p[n] = (x_1^p[n-1])^\beta + x_2^p[n-1] \end{cases}$$

где $u^p[n-1]$ – отсчет формирующего белого шума, имеющего гамма-распределение с плотностью (3.12) при заданном K и $S=1$.

Обновление. На дискретном множестве $\{\tilde{\mathbf{x}}^p[n], p=1, \dots, P\}$ задаются вероятности

$$q_p = \frac{p(z[n]|\tilde{\mathbf{x}}^p[n])}{\sum_{p=1}^P p(z[n]|\tilde{\mathbf{x}}^p[n])}, p=1, \dots, P,$$

где $p(z[n]|\tilde{\mathbf{x}}[n])$ – плотность гамма-распределения (3.12) с коэффициентом масштаба $S = \tilde{x}_1[n] \exp\{-\gamma(\tilde{x}_1^\beta[n] + \tilde{x}_2[n])\}$, $z[n]$ – текущее измерение. Новые координаты частиц $\{\mathbf{x}^p[n], p=1, \dots, P\}$ генерируются путем случайного выбора из дискретного вероятностного пространства $\{(q_p, \tilde{\mathbf{x}}^p[n]), p=1, \dots, P\}$, т.е.

$$\Pr\{\mathbf{x}^p[n] = \tilde{\mathbf{x}}^p[n]\} = q_p, p=1, \dots, P.$$

Этот процесс получил в научно-технической литературе название «ресэмплинг» (от англ. *resampling*). Инициализация описанного алгоритма происходит путем генерации частиц с координатами $\mathbf{x}^p[0] = (\hat{Z}_{\text{изм}}[0]u^p[0], 0)^T$, $p=1, \dots, P$, где $(\cdot)^T$ – оператор транспонирования.

Асимптотическая вычислительная сложность описанного алгоритма $O(P \cdot N)$ – линейна относительно размера входного вектора (при константном числе частиц).

3.3.4. Интерактивный многомодельный фильтр частиц (IMM Particle Filter)

Априорное незнание распределения отражаемости в объеме, занимаемом МО, может быть также компенсировано, если предположить, что отражаемость от элемента к элементу разрешения может меняться согласно некоторой модели. Таких моделей может быть несколько, причем каждая из них действует только в пределах некоторой области МО, а переход от модели к модели при движении по элементам разрешения по дальности происходит случайным образом и управляется некоторой конечной марковской цепью с априорно известными вероятностными характеристиками. Такое предположение дает возможность использовать для решения поставленной задачи многомодельный фильтр частиц (ММФЧ) (в англоязычной литературе, *Interacting Multiple Model Particle Filter* (IMM PF)). В настоящее время предложено несколько ММФЧ [131, 132]. В работе синтезирован ММФЧ на основе BSF (IMM BSF).

Пусть уравнение наблюдения по-прежнему имеет вид (3.24), а уравнения состояния задаются следующим образом:

$$\begin{cases} x_1[n] = (x_1[n-1] + M[n]\Delta Z)u[n-1], \\ x_2[n] = x_1^\beta[n-1] + x_2[n-1] \end{cases}, \quad (3.26)$$

где $M[n]$ – однородная марковская случайная цепь, заданная на множестве целых чисел из интервала $[-I, I]$, ΔZ – известное приращение отражаемости. В отличие от предыдущей модели (3.25) уравнения (3.26) предполагают, что отражаемость при переходе от элемента к элементу может изменяться не только случайным образом из-за воздействия формирующего шума $u[n]$, но и скачком, величина которого кратна ΔZ . Следовательно, в рассматриваемом случае имеется $(2I + 1)$ моделей изменения отражаемости, а переключениями между моделями управляет случайная цепь $M[n]$, начальные вероятности состояний и переходная матрица которой априорно известны и соответственно равны:

$$P_{\text{нач}} = \Pr\{M[0] = i\}, \pi_{ji} = \Pr\{M[n] = i | M[n-1] = j\}; i, j \in [-I, I].$$

Алгоритм работы IMM BSF основан на процедуре рекуррентного байесовского оценивания, которая приведена в Приложении В и содержит следующие шаги.

Инициализация. Для каждой модели $i \in [-I, I]$ на основании заранее определенной начальной плотности распределения $p_0(\mathbf{x}|M[0])$ генерируются P частиц $\mathbf{x}_p^i[0], p = 1, \dots, P$. Кроме того, принимается, что начальные вероятность и апостериорная плотность модели $i \in [-I, I]$ равны $\mu_{0|0}^i = P_{\text{нач}}$,

$$\hat{p}(\mathbf{x}[0]|M[0]=i, \mathbf{Z}^0) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \delta(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_p^i[0]).$$

Здесь и далее «шляпка» означает оценку соответствующей вероятности или плотности.

(n-1)-й шаг

Пусть для любого $i \in [-I, I]$ уже вычислены:

1. $\hat{p}(\mathbf{x}[n-1]|M[n-1]=i, \mathbf{Z}^{n-1})$ – оценка апостериорной плотности распределения вектора состояния для модели $M[n-1]=i$,

2. $\hat{\mu}_{n-1|n-1}^i = \Pr\{M[n-1]=i|\mathbf{Z}^{n-1}\}$ – оценка апостериорной вероятности модели $M[n-1]=i$.

n-й шаг

а). Для всех $i \in [-I, I]$ вычисляем предсказание вероятности модели (см. (B.5))

$$\hat{\mu}_{n|n-1}^i = \sum_{j=-I}^I \pi_{ji} \hat{\mu}_{n-1|n-1}^j,$$

б). Для всех $i, j \in [-I, I]$ вычисляем условную апостериорную вероятность моделей (см. (B.4))

$$\hat{\mu}_{n-1}^{j|i} = \frac{\pi_{ji} \hat{\mu}_{n-1|n-1}^j}{\hat{\mu}_{n|n-1}^i},$$

в). Для всех $i \in [-I, I]$ вычисляем апостериорную плотность распределения при условии, что на следующий шаг система перейдет в состояние с моделью $M[n] = i$, (см. (B.3))

$$\hat{p}(\mathbf{x}[n-1] | M[n] = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \sum_{j=-I}^I \hat{\mu}_{n-1}^{ji} \sum_{p=1}^P w_p^j[n-1] \delta(\mathbf{x}_{n-1} - \mathbf{x}_p^j[n-1]),$$

Таким образом, каждому из $(2I + 1)$ потоков частиц ставится в соответствие дискретное распределение вероятностей $\{W_p^m[n-1] = \hat{\mu}_{n-1}^{ji} w_p^j[n-1]\}, m = 1, \dots, P(2I + 1)$, заданное на множестве частиц $\{\mathbf{x}_p^i[n-1]\}, i \in [-I, I], p = 1, \dots, P$. Для предотвращения процесса неограниченного размножения частиц в фильтре на данном этапе необходимо провести ресэмплинг, который заключается в выборке из полученного дискретного распределения P частиц $\{\tilde{\mathbf{x}}_p^i[n-1]\}, p = 1, \dots, P$. В итоге получим оценку

$$\hat{p}(\mathbf{x}[n-1] | M[n] = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \delta(\mathbf{x}[n-1] - \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n-1]), i \in [-I, I].$$

г). Обновляем потоки частиц на основании уравнений состояния (3.26), которые в матричных обозначениях можно записать в виде:

$$\tilde{\mathbf{x}}_p^i[n] = (\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}}_p^i[n-1]) + i\Delta\mathbf{x})\mathbf{u}[n], i \in [-I, I].$$

В итоге получаем предсказание апостериорной плотности распределения вектора состояния $\hat{p}(\mathbf{x}[n] | M[n] = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \delta(\mathbf{x}[n] - \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n]), i \in [-I, I]$ (см. (B.2)).

д). На основе функции правдоподобия $p(z[n] | \mathbf{x}[n])$ вычисляем предсказание апостериорной плотности распределения измерения $z[n]$ при условии, что $M[n] = i$, (см. (B.7)):

$$\hat{p}(z[n] | M[n] = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P p(z[n] | \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n]), i \in [-I, I].$$

е). Вычисляем оценку апостериорной вероятности модели (см. (В.6)):

$$\hat{\mu}_{n|n}^i = \Pr\{M[n] = i | \mathbf{Z}^n\} = \frac{\hat{\mu}_{n|n-1}^i \hat{p}(z[n] | M[n] = i, \mathbf{Z}^{n-1})}{\sum_{j=-M}^M \hat{\mu}_{n|n-1}^j \hat{p}(z[n] | M[n] = j, \mathbf{Z}^{n-1})}, i = [-I, I].$$

ж). На основании функции правдоподобия $p(z[n] | \mathbf{x}[n])$ вычисляем вероятность

$$q_p^i = \frac{p(z[n] | \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n])}{\sum_{p=1}^P p(z[n] | \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n])}, i \in [-I, I], p = 1, \dots, P.$$

Таким образом, для каждой модели $i \in [-I, I]$ определено дискретное распределение $q_p^i, p = 1, \dots, P$, заданное на множестве частиц $\{\tilde{\mathbf{x}}_p^i[n]\}, p = 1, \dots, P$.

з). Вычисляем оценку апостериорной условной плотности вероятности $p(\mathbf{x}[n] | M[n] = i, \mathbf{Z}^n), i \in [-I, I]$ путем ресэмплинга, т.е. извлечения из полученных на предыдущем шаге дискретных распределений частиц $\{\mathbf{x}_p^i[n]\}, i \in [-I, I], p = 1, \dots, P$:

$$\Pr\{\mathbf{x}_p^i[n] = \tilde{\mathbf{x}}_p^i[n]\} = q_p^i.$$

В итоге получим $\hat{p}(\mathbf{x}[n] | M[n] = i, \mathbf{Z}^n) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \delta(\mathbf{x}[n] - \mathbf{x}_p^i[n]), i \in [-I, I]$.

и). Вычисляем итоговую байесовскую оценку вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}[n] = \sum_{i=-I}^I \mu_{n|n}^i \int \mathbf{x}_n p(\mathbf{x}_n | M[n] = i, \mathbf{Z}^n) d\mathbf{x}_n \approx \sum_{i=-I}^I \hat{\mu}_{n|n}^i \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \mathbf{x}_p^i[n].$$

Повторяя указанную последовательность вычислений а) – и) для каждого элемента разрешения, мы получим оценку истинной отражаемости $Z_{\text{ист}}$.

Асимптотическая вычислительная сложность описанной процедуры $O(I \cdot P \cdot N)$ – линейна относительно размера входного вектора (при константном числе частиц и моделей).

3.4. Компьютерное моделирование

Для моделирования алгоритмов оценки отражаемости необходимо задаться параметрами МРЛ. В работе были выбраны типичные параметры малогабаритного МРЛ X-диапазона:

- длина волны 3,2 [см];
- излучаемая мощность 30 [Вт];
- длительность импульса (ФКМ) 19,5 [мкс];
- пороговая чувствительность приемника 10^{-14} [Вт];
- емкость накопителя 64;
- ширина диаграммы направленности антенны в азимутальной и угломестной плоскостях 3 [град];
- коэффициент усиления антенны 2700;
- разрешающая способность по дальности 112,5 [м];
- количество элементов разрешения по дальности 256.

Чтобы сформировать профиль отражаемости и соответствующий ему профиль коэффициента ослабления, необходимо задаться распределением метеочастиц по диаметрам на всех наблюдаемых дальностях:

$$N(D, W) = N_0(W) \exp[-\Lambda(W)D],$$

где $N_0(W)$ и $\Lambda(W)$ – параметры выбранной модели распределения. В данной работе использовалась наиболее известная и многократно экспериментально подтвержденная модель Маршалла – Пальмера [67]. Необходимо отметить, что в основном модели распределения метеочастиц по диаметру параметризуются интенсивностью дождя R [мм/ч], при этом параметры модели Маршалла – Пальмера будут иметь вид:

$$N_0(R) = 6,26 \cdot 10^{-2} \cdot R^{0,033} \text{ [см}^{-4}\text{]},$$

$$\Lambda(R) = 41 \cdot R^{-0,21} \text{ [см}^{-1}\text{]}.$$

В приложении Г получены соответствующие выражения для параметров модели через водность (см. (Г.6)):

$$\begin{aligned} N_0(W) &= 6,92 \cdot 10^{-2} W^{0,038}, \\ \Lambda(W) &= 21,6 \cdot W^{-0,24}. \end{aligned}$$

В данных формулах водность МО W измеряется в $[г/м^3]$. При данном выборе модели в соответствии с формулой (3.8) $\alpha = 1,4640 \cdot 10^{10}$ и $\beta = 0,7842$.

Таким образом, исходным при моделировании является профиль водности W по дальности. Известно, что водность падает от центра МО к его краям [133]. Примем в качестве профиля W следующую функцию:

$$W(r) = W_{\max} \exp\left[-\left(\frac{r - r_{\text{обл}}}{L}\right)^2\right], \quad (3.27)$$

где W_{\max} – максимальное значение водности в центре МО, $r_{\text{обл}}$ и L – дальность, на которой расположен центр, и эффективная протяженность МО.

Примем в качестве параметров профиля водности следующие величины: $W_{\max} = 2 [г/м^3]$, $r_{\text{обл}} = 15 [км]$, $L = 20 [км]$. Соответствующий профиль изображен на рис. 3.1.

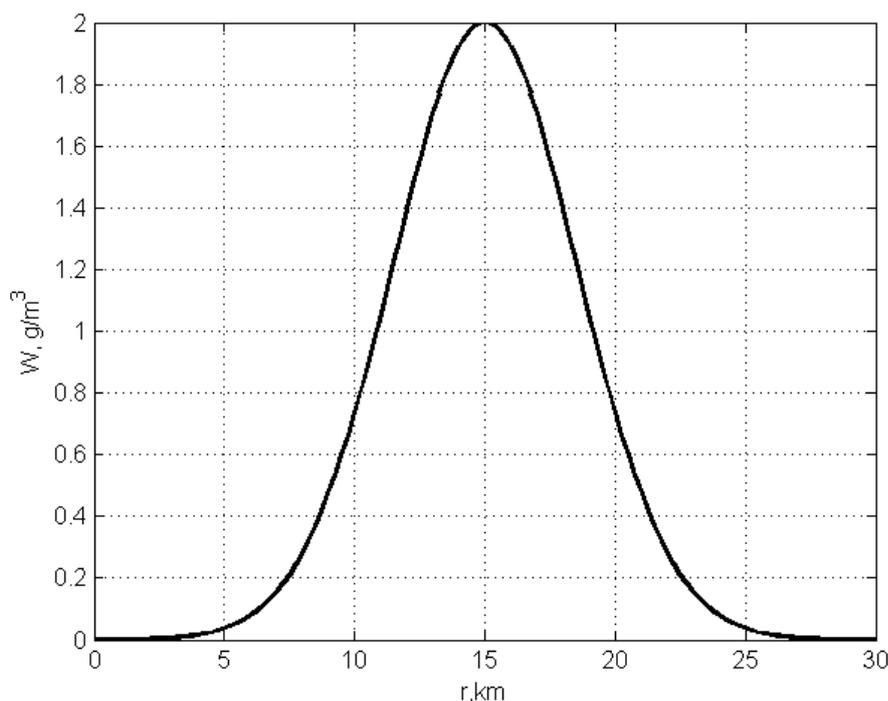


Рисунок 3.1 – Профиль водности МО

Зная профиль водности $W(r)$, на основании уравнений (3.7) можно рассчитать истинную отражаемость $Z_{\text{ист}}(r)$ и коэффициент ослабления $K(r)$. Измеряемая отражаемость $Z_{\text{изм}}(r)$ и ее оценка $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$ вычисляются по формулам (3.10) и (3.11). На рис. 3.2 приведены рассчитанные зависимости $Z_{\text{ист}}(r)$ и $Z_{\text{изм}}(r)$ от дальности для выбранной модели МО. При этом для обработки был выбран не весь принимаемый сигнал, а тот участок, на котором $Z_{\text{ист}}(r) \geq Z_{\text{пор}}$, где $Z_{\text{пор}} = 20$ [дБЗ] – порог. Такой выбор необходим для имитации обнаружения сигнала. Более того, обычно на экране индикатора МРЛ обычно отображаются только те МО, отражаемость которых больше указанного порога.

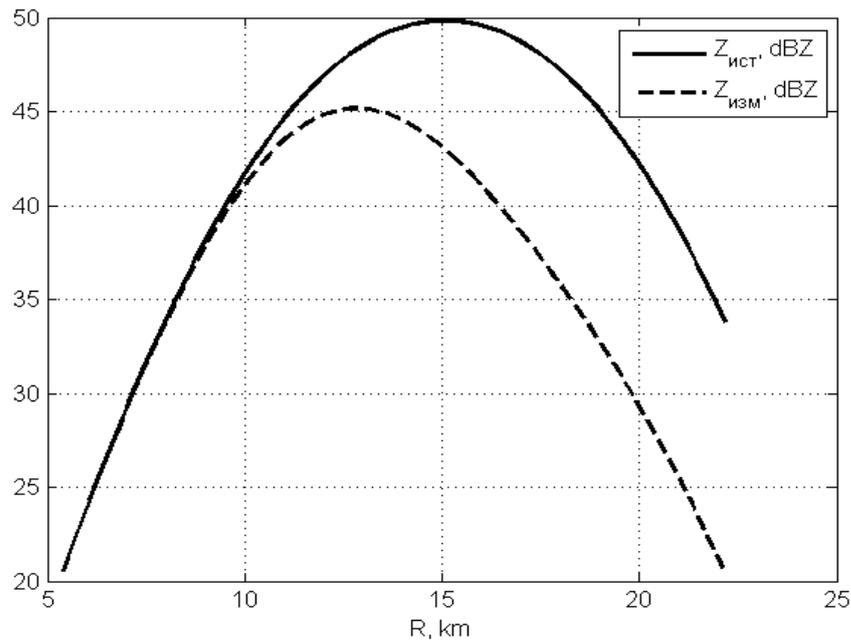


Рисунок 3.2 – Истинная и измеренная отражаемости МО

Параметры ФЧ и ММФЧ при моделировании были выбраны следующим образом:

- количество частиц $P = 30$,
- количество моделей $(2I + 1) = 3$,

- матрица перехода $\boldsymbol{\pi} = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$,
- вектор начальных вероятностей $P_{\text{нач}} = (0,1 \ 0,3 \ 0,6)$,
- приращение отражаемости $\Delta Z = 3 \text{ [дБЗ]}$.

Пример оценки истинной отражаемости для рассмотренных выше фильтров приведен на рис. 3.3.

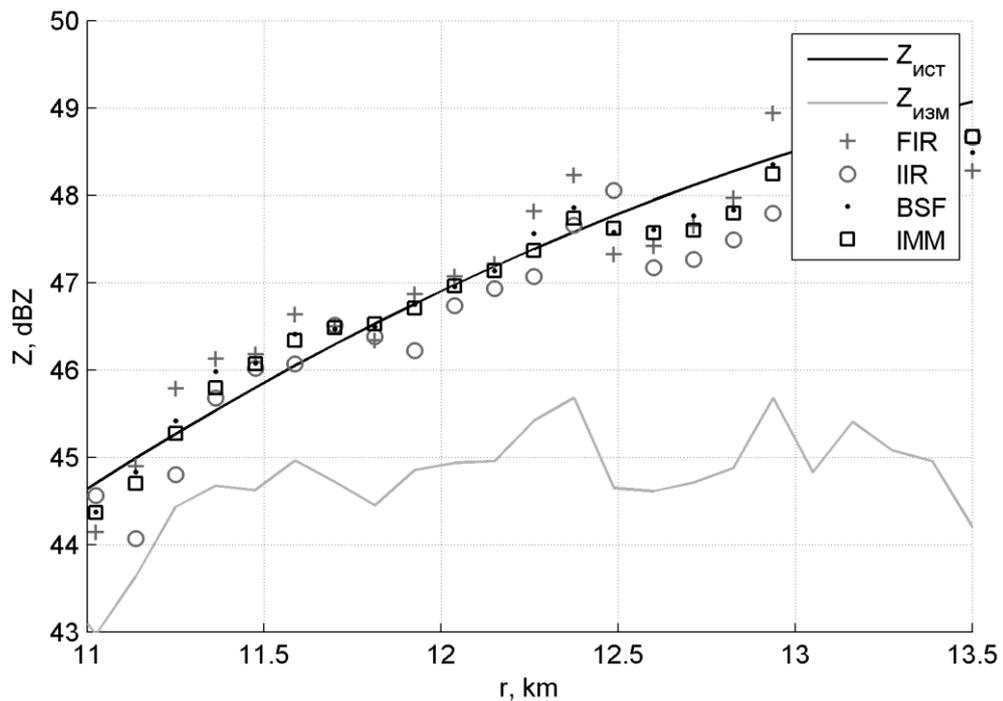


Рисунок 3.3 – Оценка истинной отражаемости МО

Как видно из рисунка, кривая оценки измеренной отражаемости $\hat{Z}_{\text{ИЗМ}}(r)$ идет значительно ниже кривой истинной отражаемости $Z_{\text{ИСТ}}(r)$, что свидетельствует о сильном затухании сигнала в МО. Однако все четыре фильтра вполне удовлетворительно справились со своей задачей, восстановив профиль $Z_{\text{ИСТ}}(r)$. Зависимости нормированных к максимальному значению отражаемости $Z_{\text{max}} \approx 50 \text{ [дБЗ]}$ смещения Δ и среднеквадратического отклонения (СКО) σ в [дБ] ошибок оценивания, полученные в результате математического моделирования, приведены на рис. 3.4 и 3.5 соответственно. Для облегчения рисунков

соответствующие кривые приведены парами: на верхних графиках представлены результаты для НБИХ (IIR) и НКИХ (FIR) фильтров, на нижних для ФЧ (BSF) и ММФЧ (IMM). Также на рис. 3.5 представлена кривая нормированной потенциальной точности оценивания отражаемости (граница Крамера – Рао, CRB), построенная в соответствии уравнением (3.17).

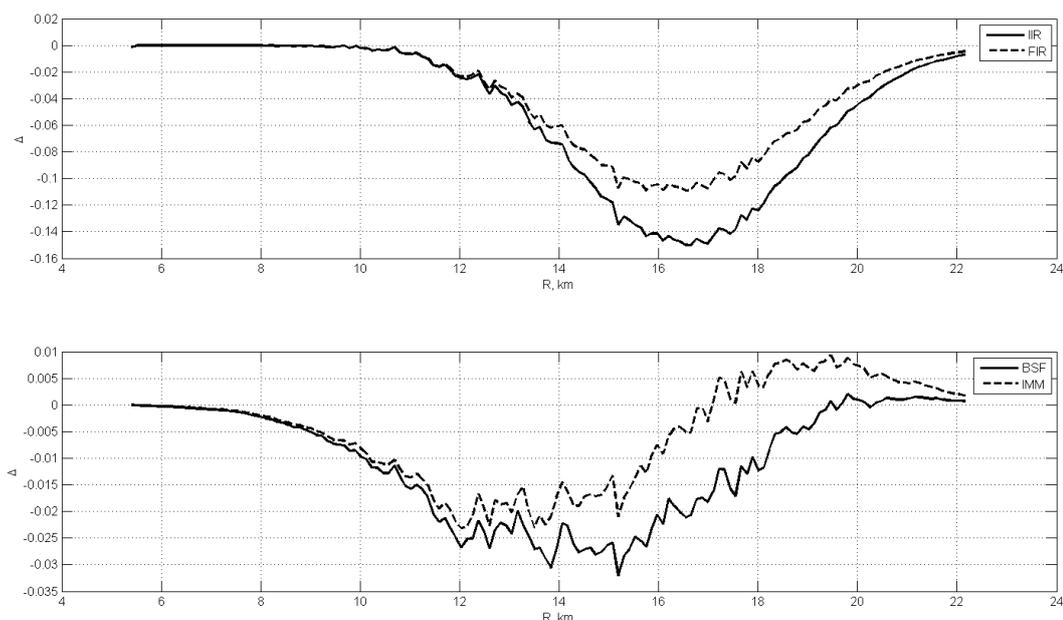


Рисунок 3.4 – Смещение оценок отражаемости

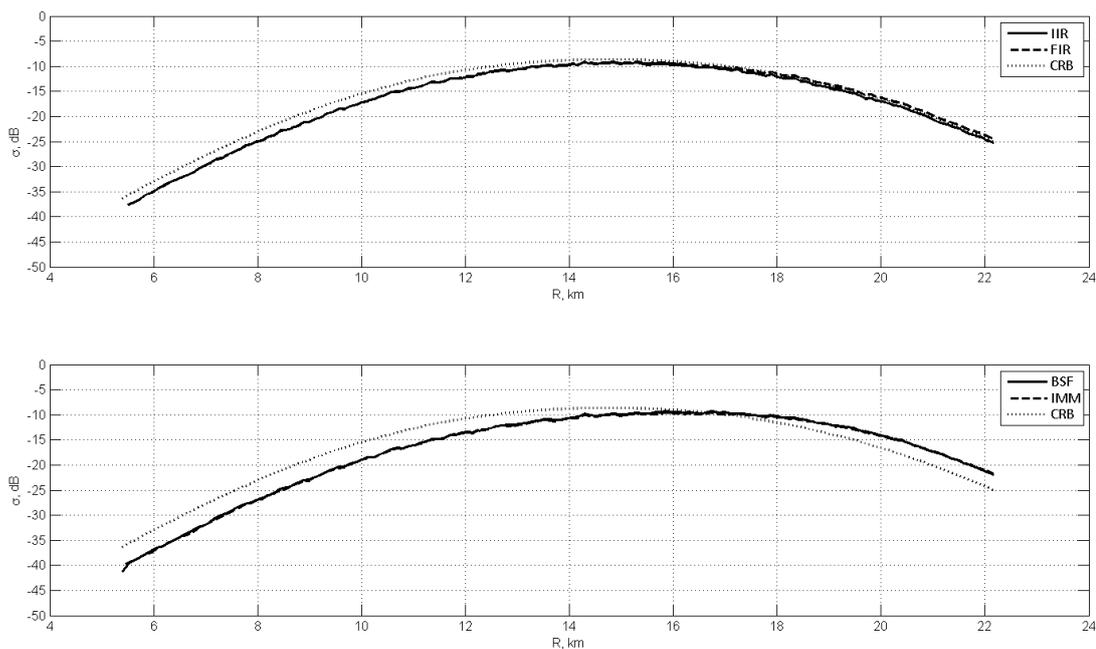


Рисунок 3.5 – СКО оценок отражаемости

Как следует из рис. 3.4, все оценки являются смещенными. Изменение смещения оценок имеет для фильтров разный характер. Если для НБИХ, НКИХ и ФЧ фильтров в целом смещение отрицательно, то для ММФЧ знак смещения меняется от минуса на переднем фронте МО к плюсу на отрицательном фронте. Максимальное смещение не превосходит 14% (0.7 [дБЗ]) для НБИХ и НКИХ фильтров и 3,5% (0.2 [дБЗ]) для ФЧ и ММФЧ. Лучшим по смещению является ММФЧ, для которого этот параметр не превосходит 2,5% (0.1 [дБЗ]). Из пары НБИХ и НКИХ фильтров меньшее смещение, не превосходящее 11% (0.6 [дБЗ]), дает последний. Таким образом, по смещению фильтры частиц имеют заметное преимущество перед нелинейными фильтрами.

Сравнение оценок по СКО (см. рис. 3.5) показывает, что у ФЧ и ММФЧ этот параметр на 2-3 дБ меньше на переднем фронте МО, чем у НБИХ и НКИХ фильтров. На заднем фронте МО нелинейные фильтры имеют меньшее СКО, чем фильтры частиц. В целом все полученные оценки близки к эффективной. На переднем фронте МО СКО оценок всех фильтров меньше, чем граница Крамера – Рао. Объяснить такое поведение, вероятно, можно наличием в этой области заметного смещения у оценок (расчет границы Крамера – Рао в п.3.2 был сделан для несмещенной оценки).

Известным [1] и существенным недостатком НКИХ фильтра является то, что при некоторых условиях он может давать оценку отражаемости с аномальными ошибками. Пример такой ситуации представлен на рис. 3.6. Представляет интерес исследовать, какова вероятность таких аномальных ошибок, и от чего она зависит. При этом под испытанием будем понимать однократное измерение дальностного профиля отражаемости. Если в ходе испытания в любой точке дальности возникнет нетипичное расхождение кривых истинной отражаемости и ее оценки, то будем считать, что аномальная ошибка произошла.

Расчет вероятности аномальной ошибки оценивания отражаемости P_A приведен в приложении Д (см. формулу (Д.7)). Представляет интерес установить

связь P_A с некоторой интегральной характеристикой МО, не конкретизируя вид профиля отражаемости. В качестве такой характеристики можно выбрать полное вносимое МО ослабление (*Path-Integrated Attenuation*):

$$PIA = 2 \int_0^{\infty} K(r) dr [\text{дБ}].$$

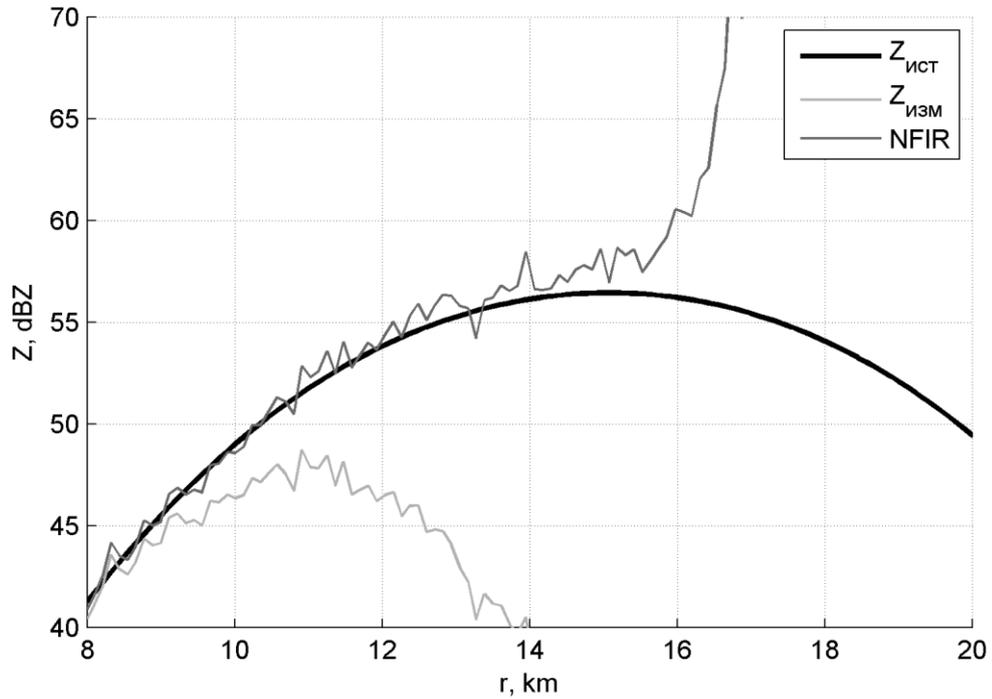


Рисунок 3.6 – Аномальные ошибки НКИХ фильтра

Было проведено моделирование типовых экспоненциальных профилей водности (3.27) с различным вносимым ослаблением, определяющимся максимальным значением водности профиля. По результатам моделирования была установлена зависимость $P_A(PIA)$, график которой представлен на рис. 3.7. Как видно из рисунка, сначала P_A монотонно растет до некоторого предела. Это обусловлено тем, что на этом участке увеличение измеряемой отражаемости с ростом дальности преобладает над ее уменьшением вследствие затухания. С дальнейшим увеличением вносимого ослабления P_A начинает монотонно убывать. На этом участке наибольший вклад в измеряемую отражаемость вносит фактор затухания. Анализируя конкретные значения P_A и PIA , можно прийти к

выводу, что для большинства наблюдаемых МО P_A пренебрежимо мала. Наибольшие значения вероятности аномальной ошибки наблюдаются при вносимом ослаблении в окрестности 35 [дБ], что соответствует экстремальным значениям отражаемости около 50 [дБZ]. Такие уровни отражаемости характерны, например, для сильных тропических ливней. Стоит, однако, учесть, что ситуация может сильно ухудшиться, если принятая модель МО неточно описывает его реальные характеристики [5].

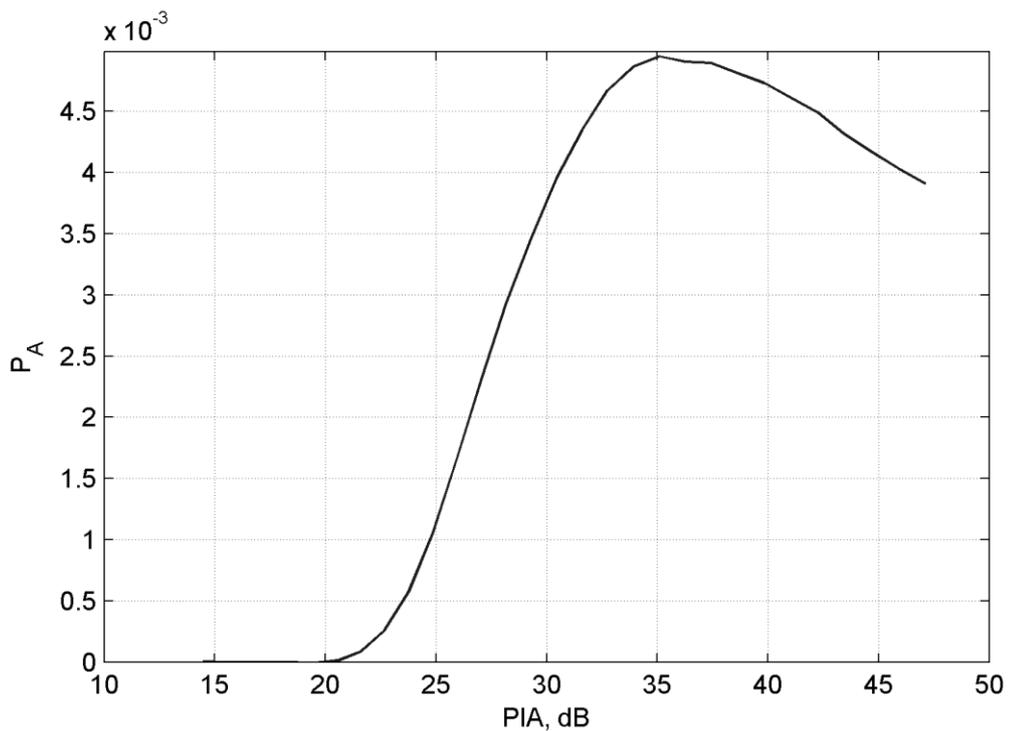


Рисунок 3.7 – Вероятность аномальной ошибки НКИХ фильтра

Выводы

В данной главе были рассмотрены вопросы оценки радиолокационной отражаемости с помощью однопозиционного МРЛ. Актуальность этой темы продиктована тем, что затухание электромагнитных волн в МО может вносить существенное смещение в итоговую оценку отражаемости.

Даны краткие сведения о физических основах затухания электромагнитных волн в МО, а также получено выражение, связывающее истинную и измеренную отражаемости.

Получена функция правдоподобия измеренной отражаемости и граница Крамера – Рао для оценки истинной отражаемости. Эти результаты служат для синтеза алгоритмов оценки отражаемости, а также для оценки качества их работы.

Предложены четыре алгоритма оценивания отражаемости: нелинейные КИХ и БИХ фильтры, фильтр частиц (ФЧ) и многомодельный фильтр частиц (ММФЧ). Три из описанных алгоритмов (НБИХ, ФЧ и ММФЧ) являются новыми.

Проведено статистическое моделирование предложенных алгоритмов. По результатам моделирования можно заключить, что все рассмотренные фильтры имеют примерно одинаковые точностные свойства и близки к статистически эффективному оценивателю, однако стоит иметь в виду, что НКИХ фильтру свойственны аномальные ошибки оценивания. Вследствие этого для решения практических задач предпочтение следует отдать простому в реализации НБИХ фильтру. Так как при моделировании использовалось достаточно простое распределение отражаемости в наблюдаемом объеме, окончательный выбор подходящего фильтра может быть сделан только на основе обработки экспериментальных данных, полученных не только с помощью МРЛ, но и при использовании других средств метеорологического наблюдения.

С точки зрения нагрузки на вычислитель все рассмотренные в главе алгоритмы оценки отражаемости при прямой реализации имеют линейную асимптотическую вычислительную сложность относительно объема входного вектора. При этом на практике нелинейные фильтры (НКИХ и НБИХ) работают быстрее, так как ФЧ и ММФЧ предполагают использование относительно большого числа статистических испытаний.

Рассмотренные алгоритмы оценки отражаемости могут быть адаптированы также и для акустических систем, применяемых в метеорологии, гидролокации и медицине.

4. ОЦЕНКА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ

Введение

В гл. 3 была решена задача оценки радиолокационной отражаемости с помощью однопозиционного МРЛК. Полученные результаты можно использовать в качестве базовых для синтеза алгоритмов оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК – именно эта задача является наиболее важной в рамках темы настоящей диссертационной работы. Таким образом, материал данной главы будет во многом опираться на гл. 3 и обобщать ее результаты.

Прежде чем непосредственно заниматься алгоритмами оценки отражаемости, необходимо дать общие сведения о принципах функционирования и подходах к обработке данных в ММРЛК. В круг вопросов, которые необходимо рассмотреть, входят: размещение МРЛ в составе ММРЛК, пространственно-временная интерполяция данных. Решение этих задач выходит за рамки настоящей работы, поэтому будут рассмотрены наиболее типичные подходы. Необходимая информация на эту тему будет предоставлена в первом параграфе.

Во втором параграфе на базе уже известной (см. п. 3.2) функции правдоподобия оценок отражаемости отдельным МРЛ будет получено выражение для потенциальной точности оценивания отражаемости с помощью произвольного числа МРЛ в составе комплекса. Данные результаты дадут возможность оценить качество работы предложенных алгоритмов.

В третьем параграфе будут описаны три алгоритма оценивания отражаемости в ММРЛК. Один из них был предложен в рамках проекта «CASA», а два других синтезированы методами максимального правдоподобия и минимума среднеквадратической ошибки.

В четвертом параграфе для сравнения предложенных алгоритмов будет проведено математическое моделирование.

4.1. Общие сведения о принципах обработки данных в многопозиционных метеорологических радиолокационных комплексах

4.1.1. Общая характеристика ММРЛК и размещение МРЛ

В настоящей работе под ММРЛК будем понимать совокупность M МРЛ с перекрывающимися зонами ответственности (ЗО). Зоной ответственности ММРЛК в целом будем называть пересечение ЗО всех M входящих в его состав МРЛ. Эта зона представляет наибольший интерес для совместной оценки отражаемости, так как любое МО в этом пространстве доступно для наблюдения всем МРЛ комплекса.

С целью упрощения анализа будем рассматривать двумерную карту отражаемости. Такое упрощение не приводит к потере общности, поскольку двумерная карта отражаемости является сечением трехмерного поля отражаемости некоторой плоскостью и представляет свойства МО на определенной высоте. Более того, отображение сечения поля отражаемости плоскостью является наиболее удобным для человеческого восприятия и чаще всего используется на практике.

С учетом описанных выше упрощений ЗО ММРЛК будет представлять собой плоскую фигуру. Пример ЗО ММРЛК с четырьмя МРЛ приведен на рис. 4.1. Здесь учтено, что типичный МРЛ имеет сферическую ЗО, сечение которой представляет собой окружность. На рисунке точками обозначены позиции МРЛ, окружностями ограничены зоны ответственности отдельных МРЛ. Зона ответственности ММРЛК заштрихована. Понятно, что можно привести бесконечное множество различных вариантов размещений МРЛ, при которых их ЗО перекрываются. В связи с этим необходимо задаться критерием оптимальности размещения МРЛ в ММРЛК. Вполне естественным будет критерий покрытия максимальной площади при заданной степени перекрытия ЗО МРЛ. Интуитивно понятно, что в соответствии с изложенным критерием на рис. 4.1 представлен не самый лучший вариант взаимного расположения МРЛ.

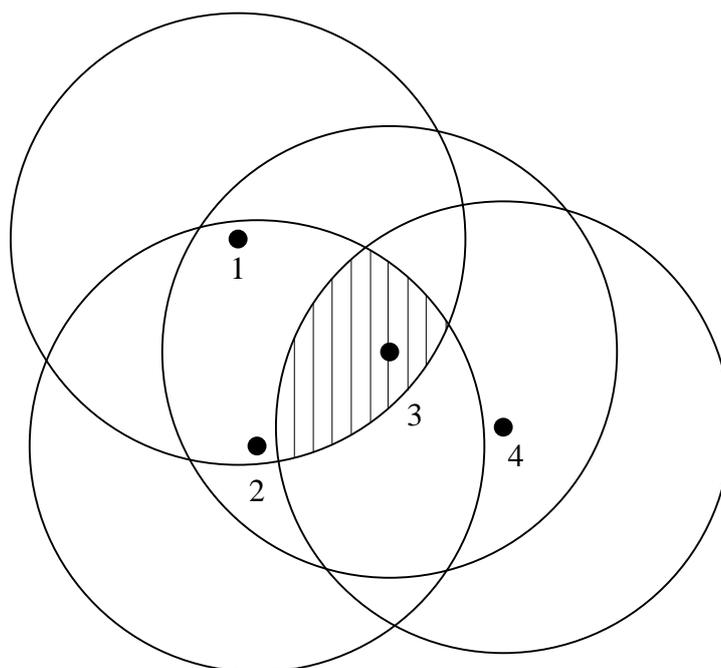


Рисунок 4.1 – Зона ответственности ММРЛК

Вопросы оптимального размещения МРЛ в ММРЛК были исследованы в рамках проекта «CASA» [43]. В настоящей работе при моделировании ММРЛК будем пользоваться этими результатами. Резюмируя результаты в [43], можно сказать, что оптимальным подходом является формирование ЗО ММРЛК из одинаковых ячеек, которые представляют собой правильные многоугольники, в вершинах которых расположены МРЛ. Известно, что замостить плоскость правильными многоугольниками можно всего тремя способами – треугольниками, квадратами и шестиугольниками [134]. Отсюда вытекают три возможные конфигурации ячеек ЗО ММРЛК. Радиус описанной вокруг ячейки окружности выбирается таким образом, чтобы обеспечить необходимую степень перекрытия ЗО отдельных МРЛ. На рис. 4.2 приведен пример треугольной ячейки.

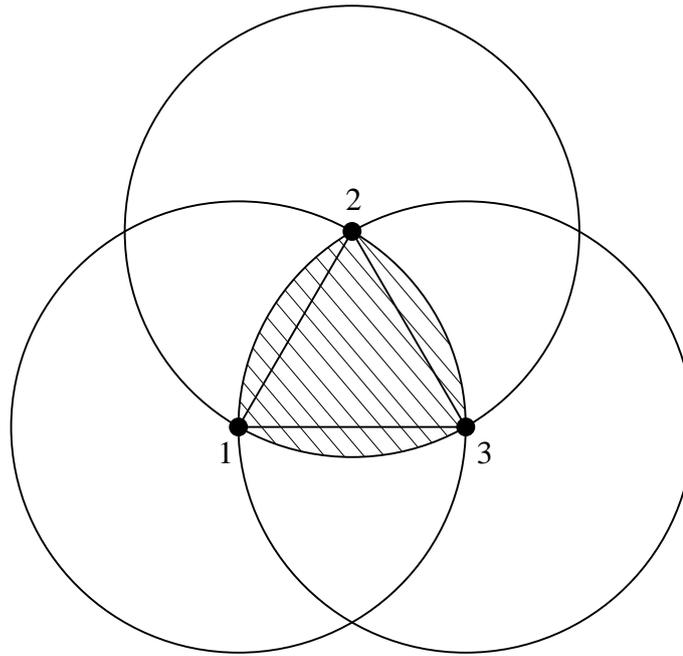


Рисунок 4.2 – Треугольная ячейка ЗО ММРЛК

В настоящей работе при моделировании будет использоваться именно такой тип ячейки. С одной стороны, это позволяет минимизировать количество используемых МРЛ, а значит сократить затраты машинного времени на моделирование, с другой стороны, трех МРЛ вполне достаточно для исследования всех алгоритмов обработки сигналов: оценки отражаемости, оценки средней скорости ветра и оценки турбулентности (см. гл. 5).

4.1.2. Пространственно-временная интерполяция данных в ММРЛК

Данные, предоставляемые каждым МРЛ, это измеренная в узлах собственной полярной сетки координат отражаемость наблюдаемого МО $Z_{\text{изм}}(r_i, \varphi_j)$, $i \in [0, I - 1]$, $j \in [0, J - 1]$. Шаг сетки по дальности r и полярному углу φ (азимуту) равны соответствующим значениям разрешающей способности МРЛ. Собственная координатная сетка МРЛ ограничена по дальности максимальной дальностью действия МРЛ. Координатные сетки отдельных МРЛ в ЗО комплекса не совпадают, поэтому необходимо перейти к глобальной сетке, в которой будет отображаться результат. Удобно, например, пользоваться декартовой сеткой с заданным шагом. Для приведения результатов измерений отражаемости из собственных полярных сеток МРЛ к глобальной можно воспользоваться одним из

существующих способов пространственной интерполяции [52, 53]. В настоящей работе была выбрана интерполяция Барнса (Barnes), которая нашла широкое применение в задачах, связанных с ММРЛК [135, 136, 137]. Суть метода заключается в том, что измеренная отражаемость в узле p глобальной сетки вычисляется как взвешенная сумма измеренных отражаемостей во всех узлах собственной полярной сетки МРЛ:

$$Z_{\text{изм}}(p) = \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} w_{ij}(p) Z_{\text{изм}}(r_i, \varphi_j), \quad p \in [0, P-1], \quad q \in [0, Q-1],$$

где вес $w_{ij}(p) \propto \exp[-\rho^2(p; i, j) / \kappa]$, $\rho(p; i, j)$ – расстояние от узла p глобальной сетки до (i, j) –узла полярной координатной сетки МРЛ, κ – параметр, который зависит от пространственной плотности интерполируемых данных [135].

После пространственной интерполяции данных всех МРЛ в каждом узле глобальной сетки мы имеем вектор из M значений измеренной отражаемости каждого МРЛ:

$$Z_{\text{изм}}(p) = [Z_{\text{изм}}^{(1)}(p), \dots, Z_{\text{изм}}^{(M)}(p)].$$

В общем случае может оказаться, что элементы вектора измеренной отражаемости в некотором узле получены в разные моменты времени. Задержки могут достигать достаточно больших величин, при которых метеобстановка в заданном узле может существенно измениться. В настоящей работе для простоты мы будем считать, что все данные получаются одновременно. На практике учет изменения во времени метеобстановки сводится к некоторому алгоритму интерполяции данных.

Широкое применение в задачах метеорологической радиолокации нашел следующий подход [53]. Из вектора $Z_{\text{изм}}$ выбирается самое свежее измерение, полученное в момент времени t_0 . Тогда измерению, полученному в произвольный момент времени $t < t_0$ приписывается вес $w_t \propto \exp[-(t-t_0)^2 / \tau]$, где параметр τ определяет скорость «старения» измерений. Более сложные алгоритмы могут основываться на предсказании метеобстановки по результатам оценки скорости

ветра, либо по результатам измерений, полученных с помощью других средств метеорологического наблюдения [138].

4.2. Функция правдоподобия и потенциальная точность оценки радиолокационной отражаемости

В п. 3.2 была получена функция правдоподобия вектора измеренной отражаемости для однопозиционного МРЛК (см (3.13)):

$$p(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}} | \mathbf{Z}_{\text{ист}}) = \prod_{n=1}^N \frac{(\hat{Z}_{\text{изм}}[n])^{K-1}}{(K^{-1}S[n])^K (K-1)!} \exp\left[-\frac{\hat{Z}_{\text{изм}}[n]}{K^{-1}S[n]}\right].$$

Рассмотрим систему из M МРЛ. В гл. 2 было показано, что сигналы МРЛ можно считать некоррелированными и распределенными по нормальному закону, т.е. статистически независимыми. Следовательно, оценки измеряемых мощностей/отражаемостей также будут независимы. Тогда функция правдоподобия измеряемой отражаемости для ММРЛК равна произведению функций правдоподобия отдельных МРЛ:

$$\begin{aligned} p(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(M)} | \mathbf{Z}_{\text{ист}}^{(1)}, \dots, \mathbf{Z}_{\text{ист}}^{(M)}) = \\ = \prod_{m=1}^M \prod_{n=1}^N \prod_{d=1}^D \frac{(\hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}[n, d])^{K-1}}{(K^{-1}S^{(m)}[n, d])^K (K-1)!} \exp\left[-\frac{\hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}[n, d]}{K^{-1}S^{(m)}[n, d]}\right], \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(m)}$ – матрица измеренной отражаемости для m -го МРЛ;

$\hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}[n, d] = \hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}(r_n, \varphi_d)$ – измеренная m -м МРЛ отражаемость в n -й ячейке

дальности и d -й ячейке угла; $\mathbf{Z}_{\text{ист}}^{(m)}$ – матрица истинной отражаемости для m -го

МРЛ; $S^{(m)}[n, d] = Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d] \exp\left(-\gamma \sum_{j=0}^n (Z_{\text{ист}}^{(m)}[j, d])^\beta\right)$ (см. формулу (3.13)); D – число

элементов разрешения по углу. В (4.1) для простоты полагается, что число элементов разрешения по дальности N , число элементов разрешения по углу D и объем выборки K у всех МРЛ одинаковы.

Рассмотрим некоторое множество узлов глобальной координатной сетки Ψ , не конкретизируя его вид. Предположим, что эта глобальная сетка обладает таким

свойством, что значения истинной отражаемости в ее узлах позволяют определить значения истинной отражаемости в узлах локальных полярных сеток всех МРЛ по следующему правилу:

$$Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d] = \sum_{k=1}^Q w_k^{(m)}[n, d] Z_{\text{ист}}[k], \quad (4.2)$$

где $Z_{\text{ист}}[k]$ – истинная отражаемость в k -м узле сетки Ψ , $w_k^{(m)}[n, d]$ – вес, приписываемый $Z_{\text{ист}}[k]$ при вычислении $Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]$, Q – количество узлов глобальной сетки. Веса в (4.2) будем вычислять в соответствии с выбранным способом интерполяции по методу Барнса (Barnes).

Будем также считать, что свойством (4.2) обладают все сетки, у которых плотность узлов в каждой точке не ниже, чем максимальная плотность по всем локальным сеткам МРЛ. При этом всегда можно построить глобальную сетку с минимальным числом узлов $Q = Q_{\min}$, которая удовлетворяет (4.2).

На основании (4.1) и (4.2) легко вычислить информационную матрицу Фишера \mathbf{F} . Нетрудно показать, что ее элемент $F_{ij}, i, j = 1, \dots, Q$ равен

$$F_{ij} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln p(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(M)} | \mathbf{Z}_{\text{ист}})}{\partial Z_{\text{ист}}[i] \partial Z_{\text{ист}}[j]} \right\rangle = K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D A_i^{(m)}[n, d] A_j^{(m)}[n, d], \quad (4.3)$$

$$A_i^{(m)}[n, d] = \frac{w_i^{(m)}[n, d]}{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]} - \gamma \beta \sum_{l=0}^n w_i^{(m)}[l, d] (Z_{\text{ист}}^{(m)}[l, d])^{\beta-1}.$$

Используя уравнение (4.3) и неравенство Крамера – Рао для корреляционной матрицы ошибок оценок отсчетов истинной отражаемости:

$$\mathbf{C} = \left\langle (\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}} - \mathbf{Z}_{\text{ист}})(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}} - \mathbf{Z}_{\text{ист}})^T \right\rangle \geq \mathbf{F}^{-1}, \quad (4.4)$$

можно вычислить нижнюю границу для корреляционной матрицы (потенциальную точность) вектора оценок истинной отражаемости $\hat{\mathbf{Z}}_{\text{ист}}$ в узлах сетки Ψ .

4.3. Алгоритмы совместной оценки радиолокационной отражаемости

Для удобства дальнейшего анализа введем в рассмотрение параметр $U = N \cdot D$ – суммарное число узлов в локальной полярной сетке одного МРЛ.

4.3.1. Оценка максимального правдоподобия

Для синтеза оценки максимального правдоподобия вычислим логарифм функции правдоподобия (4.1):

$$\ln p\left(\hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{Z}}_{\text{изм}}^{(M)} \mid \mathbf{Z}_{\text{ист}}\right) = -K \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(\ln S^{(m)}[n, d] + \frac{\hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right) + C, \quad (4.5)$$

где C – слагаемое, не зависящее от истинной отражаемости.

Задача поиска максимума (4.5) эквивалентна минимизации по истинной отражаемости функции

$$f\left(\mathbf{Z}_{\text{ист}}\right) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(\ln S^{(m)}[n, d] + \frac{\hat{Z}_{\text{изм}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right). \quad (4.6)$$

Данная задача может быть решена общими средствами многомерной нелинейной оптимизации, при этом будут полезны выражения для градиента и матрицы Гессе функции (4.6), приведенные в приложении Е.

Известно, что методы оптимизации, основанные на знании производных целевой функции, могут быть чувствительны к начальному приближению, поэтому в качестве начального приближения рекомендуется использовать результаты одного из более простых алгоритмов, приведенных далее по тексту.

Проанализируем вычислительную сложность описанного алгоритма. Зафиксируем количество МРЛ и будем считать его константным. Таким образом, объем входных данных алгоритма будет определяться числом узлов в локальной сетке одного МРЛ U . Будем считать, что всегда можно подобрать алгоритм минимизации функции (4.6), работающий за константное число шагов, поэтому на асимптотическую сложность вычислений будут влиять только затраты времени на вычисление градиента и матрицы Гессе (см. приложение Е). Из этих двух вычислений определяющим асимптотическую сложность будет вычисление

матрицы Гессе (Е.2), поскольку количество ее элементов равно Q^2 , в то время как количество компонент градиента – Q .

Покажем, как связано число узлов Q сетки Ψ с объемом входных данных алгоритма U . Будем считать, что сетка Ψ сформирована по принципу минимального числа узлов. Одна из возможных реализаций этого принципа – отбор во множество Ψ узлов из локальных полярных сеток МРЛ по признаку минимального расстояния до наблюдаемого узла. При этом оказывается, что число отобранных узлов Q – взвешенная сумма числа узлов в полярных сетках МРЛ:

$$Q = \sum_{m=1}^M W_u^{(m)} U < M \cdot U,$$

где $W_u^{(m)}$ – доля узлов полярной сетки m -го МРЛ, которая была отобрана в сетку Ψ . Веса $W_u^{(m)}$ не должны зависеть от U , т.к. по построению Ψ они определяются только геометрией ЗО ММРЛК, то есть константны относительно объема входных данных. Отсюда следует, что Q линейно зависит от U .

Обратим внимание на формулу вычисления элемента матрицы Гессе (Г.2). Из формулы видно, что в общем случае асимптотическая сложность вычисления данного выражения составляет $O(U \cdot N)$. На практике все интерполяционные схемы радиолокационных данных предполагают, что ядро интерполяции придает существенные веса (4.2) только тем узлам, которые сосредоточены в довольно малой окрестности интерполируемой точки. Это означает, что оправдано ограничение суммы (4.2) константным числом слагаемых, не зависящим от общего числа узлов в локальных сетках МРЛ U . Такое упрощение приводит к тому, что выражение (Г.2) будет иметь константное число слагаемых, зависящее только от числа МРЛ. Таким образом, асимптотическая сложность вычисления (Г.2) константна: $O(1)$.

Учитывая сложность вычисления одного элемента матрицы Гессе $O(1)$, общее число элементов матрицы Q^2 и принимая во внимание, что $Q \propto U$,

окончательно получим, что асимптотическая сложность алгоритма оценки отражаемости по алгоритму МП квадратическая: $O(U^2)$.

4.3.2. Оценка по минимуму среднеквадратического отклонения

Используя формулу связи истинной и измеренной отражаемостей (3.9), можно записать целевую функцию по методу минимума СКО в следующем виде:

$$R = \sum_{k=1}^Q \sum_{m=1}^M W_k^{(m)} \left[Z_{\text{изм}}^{(m)}[k] - Z_{\text{ист}}[k] \exp \left\{ -0.46\alpha |\bar{r}_m - \bar{r}_k| \int_0^1 Z_{\text{ист}}^\beta (q\bar{r}_m + (1-q)\bar{r}_k) dq \right\} \right]^2, \quad (4.7)$$

где $Z_{\text{изм}}^{(m)}[k]$ – измеренная m -м МРЛ отражаемость, интерполированная в k -м узле глобальной сетки; \bar{r}_m – радиус-вектор, проведенный в позицию m -го МРЛ; \bar{r}_k – радиус-вектор, проведенный в k -й узел глобальной сетки; $Z_{\text{ист}}(p)$ – истинная отражаемость, интерполированная в точке p .

Веса $W_k^{(m)}$ выбираются обратно пропорциональными квадрату расстояния от МРЛ до k -го узла глобальной сетки. Данный выбор весов продиктован спецификой метеорологической радиолокации: мощность принятого МРЛ сигнала обратно пропорциональна квадрату расстояния до отражающего объема и прямо пропорциональна измеряемой отражаемости [119].

Минимизация функционала (4.7) представляется крайне сложной, поскольку данный функционал нелинейный. Однако, возможно итерационное решение поставленной задачи, которое заключается в пошаговом вычислении R . На каждом шаге в интеграл, стоящий в показателе экспоненты, заносится решение, полученное на предыдущем шаге. При этом задача минимизации на текущем шаге становится, как следует из (4.7), стандартной задачей квадратического программирования. Для начала процесса нахождения решения необходимо задать начальное приближение – для этого можно использовать значения измеренной отражаемости, интерполированные в узлах глобальной сетки. Реализация данного алгоритма показала, что для получения результата требуется не более 5-ти шагов.

Если считать, что в (4.7) интеграл вычисляется всегда за константное число шагов, и кол-во итераций алгоритма также константно, то нетрудно оценить асимптотическую сложность данного алгоритма – она линейна: $O(M \cdot Q) = O(U)$.

4.3.3. Алгоритм CASA

Данный алгоритм описан в работе [17] и на данный момент является наиболее актуальным алгоритмом, разработанным в рамках проекта «CASA». Для реализации алгоритма необходимо воспользоваться оценками, полученными каждым МРЛ в отдельности с помощью НКИХ фильтра (см. п. 3.3.2). Тогда оценка истинной отражаемости в k -м узле глобальной сетки в $[\partial BZ]$ будет иметь вид:

$$10\lg \hat{Z}_{\text{ист}}[k] = \sum_{m=1}^M W_k^{(m)} 10\lg \hat{Z}_{\text{ист}}^{(m)}[n(k), d(k)], \quad (4.8)$$

где $n(k)$ и $d(k)$ – индексы по дальности и по углу элемента разрешения, ближайшего к k -му узлу глобальной сетки.

Веса $W_k^{(m)}$ выбираются обратно пропорциональными дисперсиям соответствующих оценок отражаемости в $[\partial BZ]$ НКИХ фильтром. В работе [17] показано, что при допущении о нормальном распределении $10\lg \hat{Z}_{\text{ист}}^{(m)}[n(k), d(k)]$ можно получить рекуррентное выражение для дисперсий оценок:

$$\begin{aligned} \sigma_m^2[n(k), d(k)] &= \\ &= \sigma_m^2[n(k)-1, d(k)] \left(1 + \left(2\delta r \alpha_{dB} \beta_{dB} \left(10\lg \hat{Z}_{\text{ист}}^{(m)}[n(k)-1, d(k)] \right)^{\beta_{dB}-1} \right)^2 \right), \end{aligned}$$

где α_{dB} и β_{dB} связывают отражаемость в $[\partial BZ]$ и коэффициент ослабления в $[\partial B/\text{км}]$:

$$K(r) = \alpha_{dB} \left(10\lg Z_{\text{ист}}(r) \right)^{\beta_{dB}}.$$

Значения дисперсий в первых элементах разрешения по дальности равны дисперсиям соответствующих измеренных отражаемостей, которые нетрудно вычислить по известному распределению (см. (3.11)):

$$\sigma_m^2[0, d(k)] = (10 / \ln 10)^2 \psi_1(K),$$

где $\psi_1(\cdot)$ – тригамма-функция [139].

Поскольку алгоритм основан на применении НКИХ фильтра, ему присущ тот же существенный недостаток – если в некоторой точке ЗО для всех МРЛ комплекса произойдет аномальная ошибка, то оценить отражаемость в этой точке будет невозможно.

Асимптотическая вычислительная сложность данного алгоритма линейна: $O(U)$.

4.4. Компьютерное моделирование

Для моделирования описанных в п. 4.3 алгоритмов был выбран ММРЛК, состоящий из трех МРЛ с одинаковыми тактико-техническими характеристиками, типичными для малогабаритных МРЛ X-диапазона:

- длина волны 3,2 [см];
- излучаемая мощность 30 [Вт];
- длительность импульса (ФКМ) 19,5 [мкс];
- пороговая чувствительность приемника 10^{-14} [Вт];
- емкость накопителя 64;
- ширина диаграммы направленности антенны в азимутальной и угломестной плоскостях 3 [град];
- коэффициент усиления антенны 2700;
- разрешающая способность по дальности 150 [м];
- количество элементов разрешения по дальности 200.

Координаты МРЛ в [км] выбраны в соответствии с принципами оптимального размещения (см. п. 4.1.1): [-15; -8], [15; -8], [0; 17].

Профиль истинной отражаемости был сгенерирован в виде суммы большого числа экспоненциально затухающих слагаемых, сгруппированных вокруг двух случайно расположенных очагов. По мере удаления от очагов отражаемость в среднем постепенно уменьшается. Максимальное значение отражаемости во всем

профиле составило 56 [дБЗ]. Все значения отражаемости, не превышающие 10 [дБЗ], не участвуют в расчетах, так как не превышают порог обнаружения МРЛ. Шаг декартовой сетки для отображения результатов по обеим осям выбран равным 150 [м], а размерность сетки составила 200x200. Центр сетки совпадает с началом координат. Промежуточная глобальная сетка, в узлах которой производилась оценка истинной отражаемости, выбрана в соответствии с принципом минимального количества узлов (см. п. 4.2). При заданной геометрии ячейки количество узлов в этой сетке Q_{\min} составило 6600, при этом общее количество узлов $M \cdot U$, в которых измеряется отражаемость тремя МРЛ, составляет 12600.

Моделирование заключается в следующем: по истинному профилю отражаемости формируются профили измеренной отражаемости каждого из МРЛ в собственных полярных системах координат, затем полученные данные обрабатываются в соответствии с приведенными в п. 4.3 алгоритмами. Для каждого из алгоритмов производится оценка качества работы, заключающаяся в вычислении среднего смещения и среднего СКО оценок отражаемости в [дБЗ] по всей ЗО ММРЛК. Также по результатам п. 4.2 вычисляется потенциальная точность оценок отражаемости во всех узлах, которая затем по тем же принципам усредняется по всей ЗО.

Результаты моделирования проиллюстрированы на рисунках. На рис. 4.3 изображена истинная отражаемость. Белыми точками обозначены места расположения МРЛ, а белые прямые ограничивают ЗО ММРЛК. На рис. 4.4 изображена нормированная граница Крамера – Рао. Рисунок иллюстрирует интуитивное представление о том, что граница точности оценки отражаемости тем выше, чем выше сама отражаемость. Максимальное нормированное потенциальное значение СКО составило -7.8 [дБ] в точке максимума истинной отражаемости 56 [дБЗ].

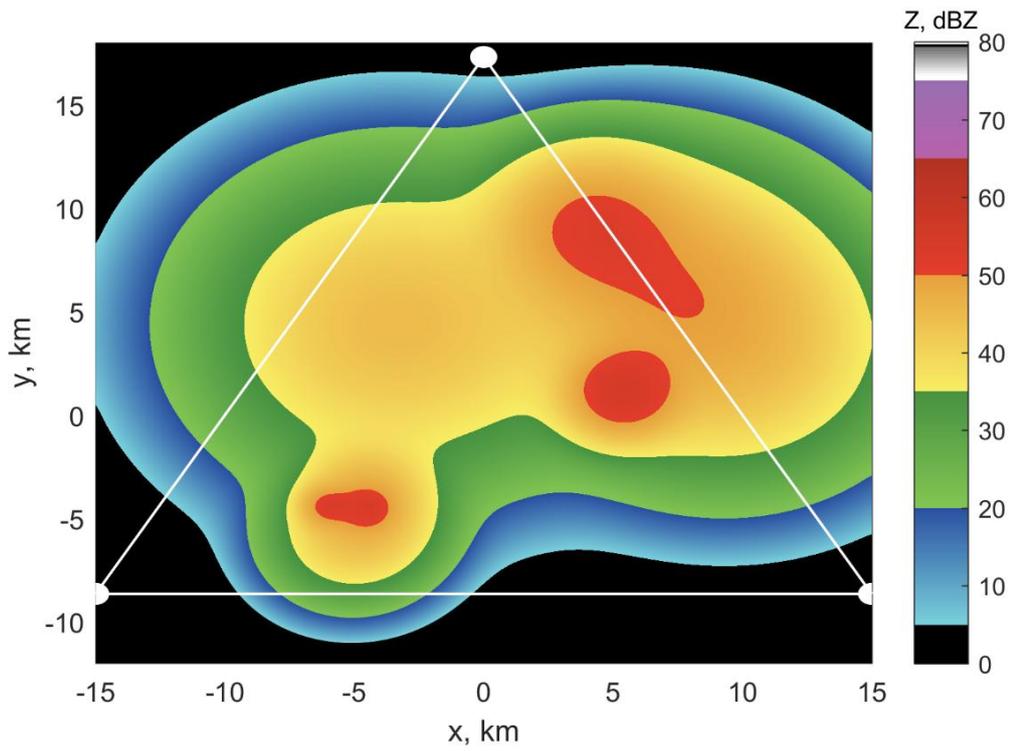


Рис. 4.3 – Истинная отражаемость

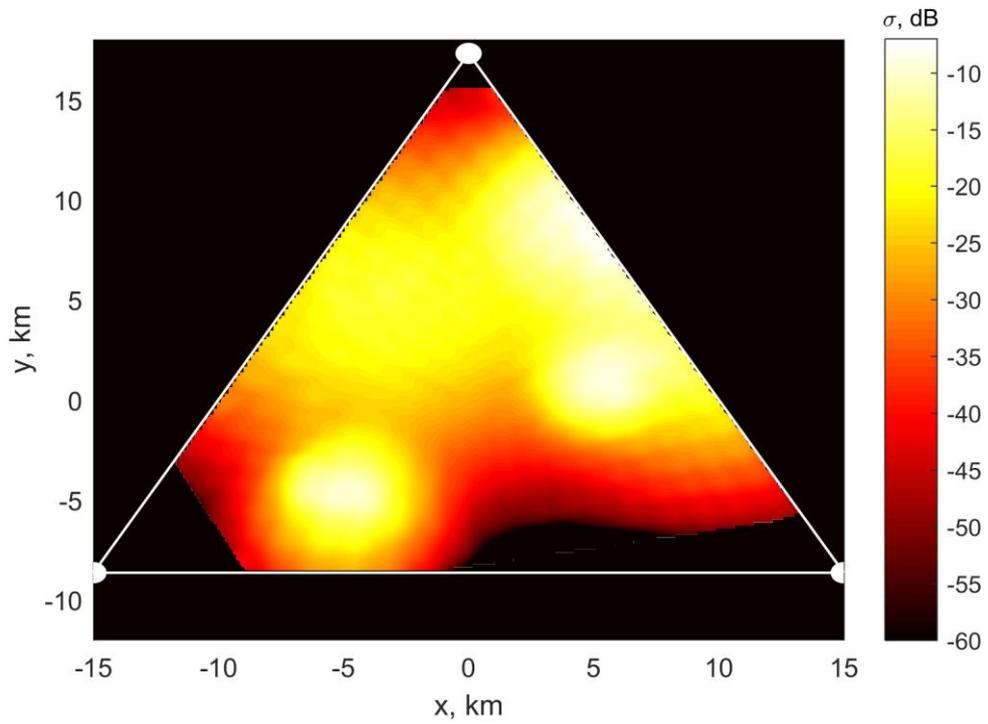


Рис. 4.4 – Нормированная граница Крамера – Рао

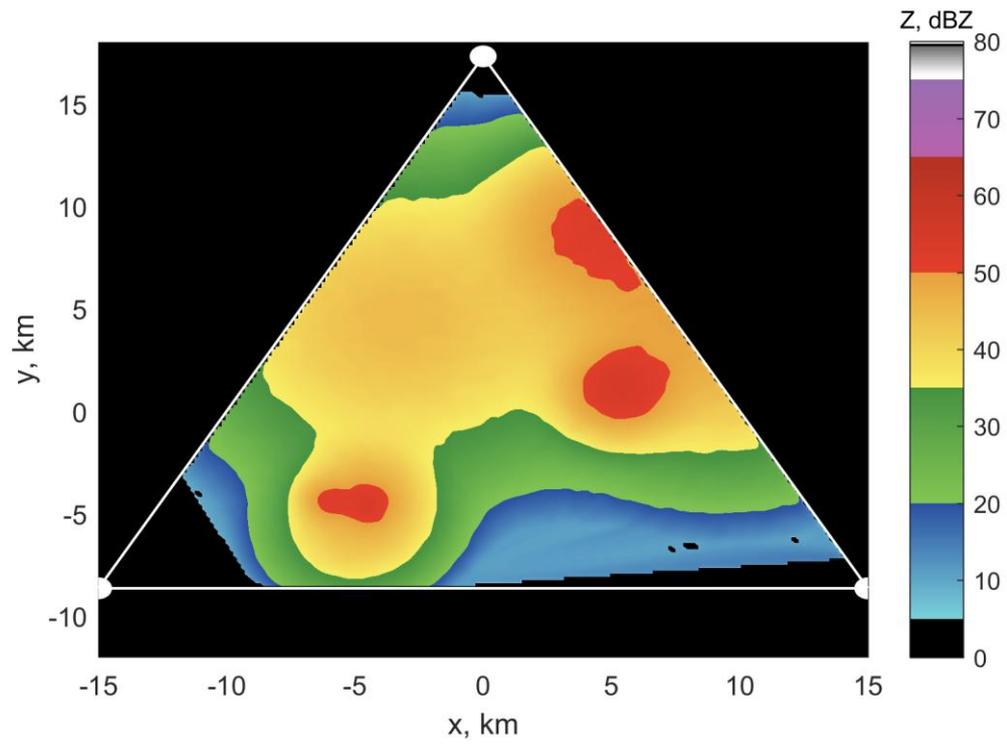


Рис. 4.5 – Оценка отражаемости по методу МП

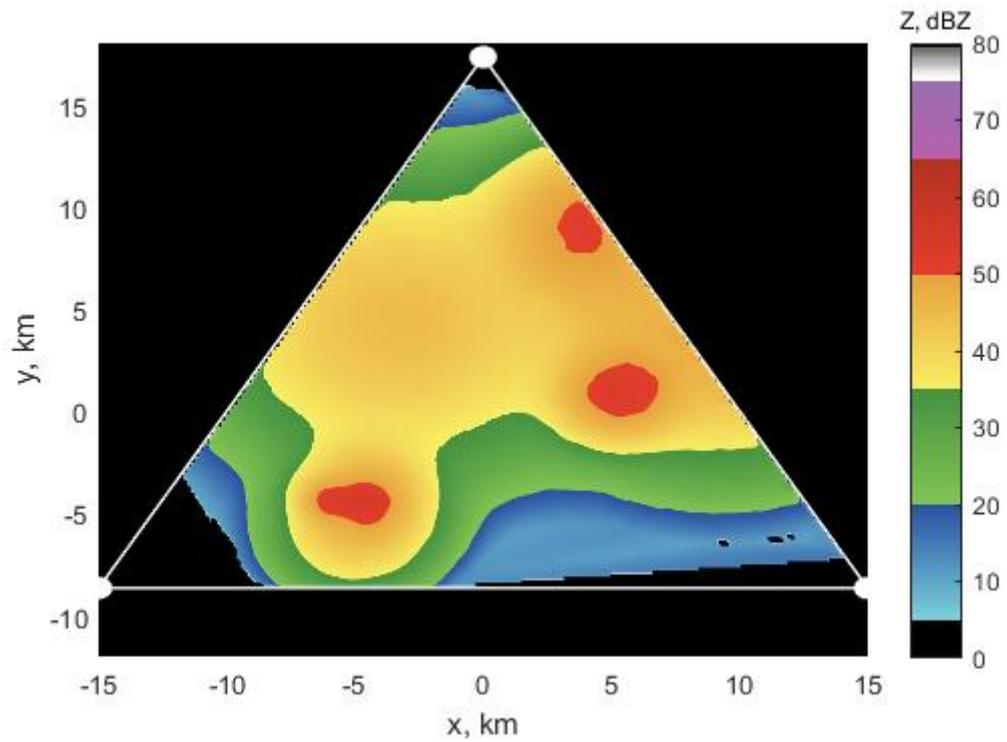


Рис. 4.6 – Оценка отражаемости по методу минимума СКО

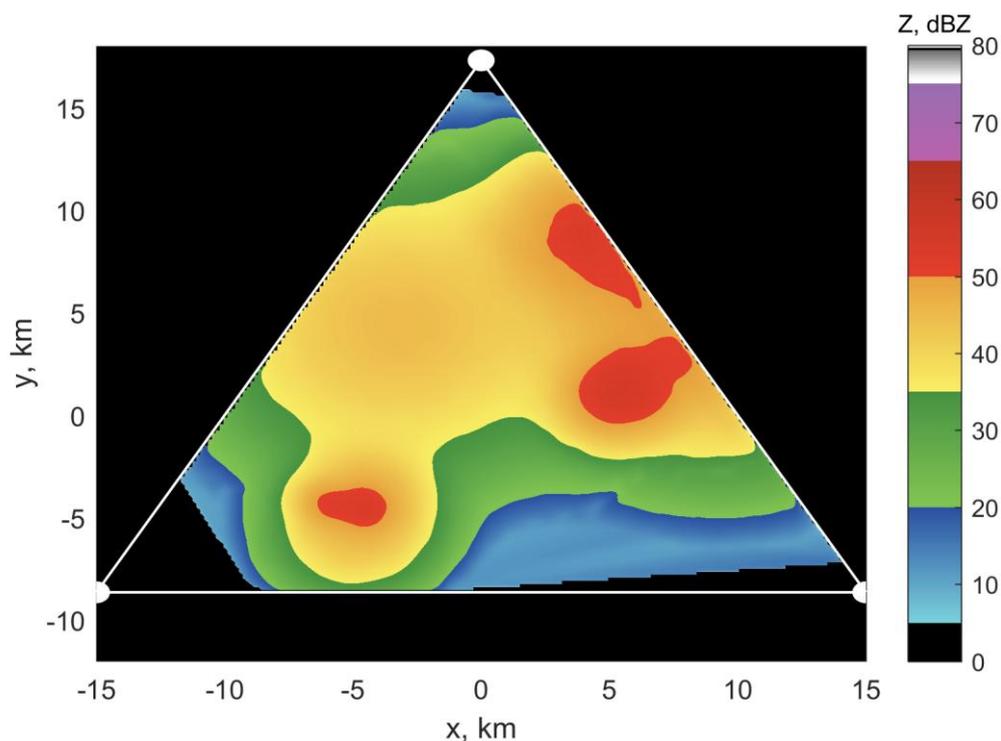


Рис. 4.7 – Оценка отражаемости по методу «CASA»

На рис. 4.5 изображена оценка отражаемости по методу максимального правдоподобия (МП), на рис. 4.6 – по методу минимума СКО, на рис. 4.7 – по методу «CASA».

Анализируя рисунки, можно заметить, что в областях очагов отражаемости (красный цвет) метод минимума СКО недооценивает отражаемость, метод «CASA» переоценивает, а метод МП меньше остальных отклоняется от изображения истинной отражаемости. Эти наблюдения подтверждаются оценками качества работы алгоритмов: для метода МП среднее СКО ошибки оценки отражаемости в $[\text{dBZ}]$ составило $0,75 [\text{dBZ}]$, а среднее смещение составило $0,1 [\text{dBZ}]$; для метода минимума среднеквадратической ошибки среднее СКО ошибки $0,92 [\text{dBZ}]$, а среднее смещение $0,2 [\text{dBZ}]$; для метода «CASA» среднее СКО ошибки $0,90 [\text{dBZ}]$, а среднее смещение $-0,1 [\text{dBZ}]$. Среднее СКО потенциальной ошибки составило $0.72 [\text{dBZ}]$.

Анализируя результаты моделирования, можно сделать вывод о том, что наиболее точным и близким (в среднем) к границе Крамера – Рао оказался метод

максимального правдоподобия. Алгоритмы по методу минимума СКО и «CASA» по СКО показывают примерно одинаковый результат, а по смещению показывают противоположную тенденцию: первый склонен недооценивать отражаемость, а второй – переоценивать. В целом, все исследованные алгоритмы качественно выполняют поставленную задачу, так как в метеорологической радиолокации СКО оценки отражаемости в пределах 1 [дБZ] традиционно считается хорошей точностью. Асимптотическая вычислительная сложность алгоритма по методу максимального правдоподобия при определенных допущениях квадратична, алгоритмы по методу минимума СКО и «CASA» имеют линейную сложность. Это подтверждается и на практике – вычисления по методу МП занимают заметно большее время.

Выводы

В данной главе описаны общие принципы конфигурации ММРЛК, а также исследованы три алгоритма совместной оценки отражаемости в таких системах.

Даны краткие сведения о принципах размещения МРЛ в многопозиционных системах, а также описаны принципы интерполяции данных в ММРЛК.

Получена функция правдоподобия отражаемости в ММРЛК, а также вычислена потенциальная точность ее оценки, что позволяет оценить точностные характеристики предложенных алгоритмов.

Описаны три алгоритма оценки отражаемости в ММРЛК: алгоритм по методу максимального правдоподобия, алгоритм по методу минимума СКО и алгоритм «CASA». Первые два из них являются новыми.

Проведено математическое моделирование исследуемых алгоритмов. По результатам моделирования можно отметить следующее:

- Наиболее точным из предложенных оказался алгоритм по методу максимального правдоподобия, и его точность приближается к эффективному оценщику: среднее СКО ошибки оценки отражаемости составило 0,75 [дБZ], а среднее смещение – 0,1 [дБZ].

- Алгоритмы МСКО и «CASA» показали сходные характеристики качества оценок в смысле СКО: 0,92 [дБЗ] и 0,90 [дБЗ] соответственно. При этом первый из них склонен недооценивать отражаемость (среднее смещение 0,2 [дБЗ]), а второй – переоценивать (среднее смещение -0,1 [дБЗ]). Также стоит иметь в виду, что алгоритму «CASA» присущи аномальные ошибки оценки отражаемости в силу того, что он использует в своей работе НКИХ фильтр. По этой причине в процессе работы алгоритма могут возникать области неопределенной отражаемости.

- Реализация алгоритма по методу максимума правдоподобия имеет квадратичную асимптотическую сложность вычислений, в то время как алгоритмы МСКО и «CASA» имеют линейную сложность. В связи с этим целесообразно использовать один из двух алгоритмов МСКО или «CASA» для получения «грубой» оценки отражаемости, которая затем может использоваться в алгоритме максимального правдоподобия в качестве начального приближения.

5. ОЦЕНКА СКОРОСТИ ВЕТРА И ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В МНОГОПОЗИЦИОННЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ

Введение

Важнейшими задачами, решаемыми в рамках метеорологической радиолокации, являются измерение средней скорости ветра и параметров турбулентности [119]. В случае однопозиционного МРЛК эти задачи можно свести к оценкам средней частоты и среднеквадратической ширины доплеровского спектра метеосигнала. Полученные таким образом оценки несут информацию только о радиальных составляющих поля скоростей ветра относительно направления на точку расположения МРЛ. Чтобы восстановить полную картину скорости ветра, необходимо иметь возможность наблюдать поле скоростей ветра как минимум с трех различных ракурсов (по числу компонент скорости ветра и турбулентности). Такая необходимость приводит к применению ММРЛК.

В данной главе будут рассмотрены вопросы оценки вектора средней скорости ветра и параметров турбулентности в ММРЛК. Эти два вопроса объединены в одну главу, т.к. и средняя скорость ветра, и СКО компонент вектора скорости турбулентного движения являются, в сущности, параметрами одной математической абстракции – случайного векторного поля скорости ветра. Далее будет показано, что эти параметры также предполагают совместную оценку.

Вопросу оценки средней скорости ветра посвящено большое количество публикаций (см., например, [18-24]). Обобщая материалы этих публикаций, можно считать, что в большинстве случаев оценка вектора средней скорости ветра сводится к минимизации некоторого функционала качества:

$$J = J_0 + \sum_{i \geq 1} J_i. \quad (5.1)$$

При этом J_0 – основная компонента функционала, представляющая собой невязку измеренных и истинных радиальных скоростей ветра:

$$J_0 = \sum_m w_m \left(V_r^{(m)} - \mathbf{n}_m \cdot \mathbf{V}_0 \right)^2, \quad (5.2)$$

где суммирование ведется по всем МРЛ, w_m – вес, ассоциированный с m -м МРЛ, $V_r^{(m)}$ – радиальная скорость ветра по отношению к m -му МРЛ, \mathbf{n}_m – единичный вектор (орт), указывающий направление на точку наблюдения из точки расположения m -й МРЛ, \mathbf{V}_0 – вектор истинной средней скорости ветра в точке наблюдения.

Остальные члены суммы (5.1) характеризуют дополнительные ограничения, налагаемые на оценку скорости ветра. В качестве наиболее часто используемых ограничений можно привести следующие: требование гладкости поля скоростей ветра, требование выполнения условия неразрывности и т.п.

В данной главе будет рассмотрена основная компонента функционала ошибок J_0 . Необходимость в освещении этой темы продиктована тем, что довольно затруднительно найти в литературе строгое обоснование вида функции J_0 . В особенности это касается весов $\{w_m\}$, входящих в выражение (5.2). Чаще всего встречаются два варианта их выбора: равные веса [24] или веса обратно пропорциональные некоторой степени расстояния до точки наблюдения [23].

Вопрос оценки параметров турбулентного движения воздуха встречается в литературе намного реже, и большинство работ на эту тему носят эмпирический характер [25-29]. Как было указано в гл. 1, такая ситуация связана со сложностью формального описания турбулентного движения. В гл. 2 было дано описание статистической модели турбулентности, а также были связаны между собой параметры турбулентного движения и параметры СПМ метеосигнала (см. п. 2.5). Это дает возможность в настоящей главе синтезировать алгоритмы оценки параметров турбулентного движения.

В первом параграфе данной главы на основе известной КФ сигналов в ММРЛК получена функция правдоподобия и вычислена потенциальная точность совместной оценки компонент средней скорости ветра и параметров турбулентного движения воздуха в ММРЛК.

Во втором параграфе предложен способ совместной оценки компонент средней скорости ветра и параметров турбулентного движения, основанный на известных оценках параметров СПМ сигнала (средней частоты и среднеквадратической ширины).

В третьем параграфе приведены различные способы упрощения полученного алгоритма оценки, в том числе двухэтапный способ раздельной оценки средней скорости ветра и параметров турбулентного движения.

В четвертом параграфе проведено компьютерное моделирование на примере треугольной ячейки ММРЛК для демонстрации работы предложенных способов.

5.1. Функция правдоподобия и потенциальная точность совместной оценки компонент средней скорости ветра и параметров турбулентности

Рассмотрим отдельно один МРЛ системы. В качестве исходных данных пусть имеется выборка отсчетов комплексной огибающей принятого сигнала размера N :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_n = (u[1], \dots, u[k], \dots, u[N]),$$

где \mathbf{u}_s – вектор отсчетов метеосигнала, \mathbf{u}_n – вектор отсчетов дискретного белого шума.

По результатам гл. 2 $\mathbf{u}(t)$ – комплексный стационарный гауссовский случайный процесс [119]. Тогда его Фурье-образ

$$\mathbf{U}(f) = F[\mathbf{u}(t)](f) = \mathbf{U}_s(f) + \mathbf{U}_n(f)$$

тоже будет комплексным гауссовским процессом в силу линейности преобразования Фурье. Причем в силу стационарности его КФ равна

$$R_U(f, f') = A(f)\delta(f - f'), \quad (5.3)$$

где $A(f)$ – СПМ метеосигнала.

Вычислим выборочную СПМ сигнала \mathbf{u} , взяв квадраты модулей его преобразования Фурье:

$$\mathbf{S} = (|U[1]|^2, \dots, |U[i]|^2, \dots, |U[N]|^2).$$

Введем вектор параметров $\boldsymbol{\theta} = (V_x, V_y, V_z, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, где V_x, V_y, V_z – компоненты вектора средней скорости ветра \mathbf{V}_0 , а $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – СКО продольной, поперечной и вертикальной составляющих турбулентного движения соответственно.

Полагая, что $\boldsymbol{\theta}$ является параметром СПМ $A(f)$, получим следующее выражение для плотности распределения случайного отсчета $S[k]$:

$$p(S[k]|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{A(k \cdot \Delta f) + A_n} \cdot \exp\left\{-\frac{S[k]}{A(k \cdot \Delta f) + A_n}\right\},$$

где $\Delta f = 1/(NT)$ – шаг дискретизации по частоте, T – шаг дискретизации по времени, A_n – средняя мощность дискретного белого шума.

Тогда совместная плотность распределения случайного вектора \mathbf{S} будет равна произведению частных плотностей:

$$p(\mathbf{S}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^N p(S[k]|\boldsymbol{\theta}),$$

так как согласно (5.3) отсчеты выборочной СПМ вектора \mathbf{S} статистически независимы [119]. Тогда в силу независимости сигналов отдельных МРЛ, функция правдоподобия (ФП) для выборок всех МРЛ будет равна:

$$p(\mathbf{S}^{(1)}, \dots, \mathbf{S}^{(M)}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{m=1}^M \prod_{k=1}^N \frac{1}{A^{(m)}(k \cdot \Delta f) + A_n^{(m)}} \cdot \exp\left\{-\frac{S^{(m)}[k]}{A^{(m)}(k \cdot \Delta f) + A_n^{(m)}}\right\}, \quad (5.4)$$

где M – общее число МРЛ в ММРЛК; $A^{(m)}(f)$ и $A_n^{(m)}(f)$ – СПМ полезного сигнала и средняя мощность шума для m -го МРЛ; $\mathbf{S}^{(m)}$ – выборочный вектор m -го МРЛ.

На основании (5.4) можно вычислить информационную матрицу Фишера \mathbf{F} . Нетрудно показать, что ее элемент F_{ij} равен

$$\begin{aligned} F_{ij} &= -\left\langle \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{S}^{(1)}, \dots, \mathbf{S}^{(M)}|\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta[i] \partial \theta[j]} \right\rangle = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N \frac{\partial A^{(m)}(k \cdot \Delta f)}{\partial \theta[i]} \cdot \frac{\partial A^{(m)}(k \cdot \Delta f)}{\partial \theta[j]} \approx \\ &\approx \frac{1}{\Delta f} \sum_{m=1}^M \int_{-1/(2T)}^{1/(2T)} \frac{\partial A^{(m)}(f)}{\partial \theta[i]} \cdot \frac{\partial A^{(m)}(f)}{\partial \theta[j]} df, \end{aligned} \quad (5.5)$$

т.к. $E\{S^{(m)}[k]\} = A^{(m)}(k \cdot \Delta f) + A_n^{(m)}$.

Если принять гауссовскую аппроксимацию СПМ метеосигнала, то производную СПМ по произвольной компоненте вектора θ можно представить в следующем виде (считаем, что мощность сигнала не зависит от скорости ветра):

$$\frac{\partial A^{(m)}(f)}{\partial \theta[i]} = \frac{\partial A^{(m)}(f)}{\partial f_{cp}^{(m)}} \cdot \frac{df_{cp}^{(m)}}{d\theta[i]} + \frac{\partial A^{(m)}(f)}{\partial \Delta F^{(m)}} \cdot \frac{d\Delta F^{(m)}}{d\theta[i]}, \quad (5.6)$$

где $f_{cp}^{(m)}$ и $\Delta F^{(m)}$ – доплеровская частота и ширина спектра для m -го МРЛ. Гауссовская СПМ имеет вид:

$$A(f) = P_c \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta F} \exp\left\{-\frac{(f - f_{cp})^2}{2\Delta F^2}\right\},$$

где P_c – мощность сигнала. Тогда ее производные по средней частоте и среднеквадратической ширине:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(f)}{\partial f_{cp}} &= A(f) \frac{f - f_{cp}}{\Delta F^2}, \\ \frac{\partial A(f)}{\partial \Delta F} &= A(f) \frac{(f - f_{cp})^2 - \Delta F^2}{\Delta F^3}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Производные средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ по компонентам средней скорости ветра и турбулентного движения, входящие в (5.6), нетрудно вычислить, т.к. из гл. 2 известны соответствующие выражения (2.29 - 2.30), связывающие параметры поля скорости ветра с параметрами СПМ метеосигнала.

Окончательно, подставляя вычисленные производные в (5.6), а (5.6) в свою очередь в (5.5), получим элементы матрицы Фишера.

Используя неравенство Крамера – Рао для корреляционной матрицы ошибок оценок компонент вектора θ :

$$\mathbf{C} = \left\langle (\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T \right\rangle \geq \mathbf{F}^{-1}, \quad (5.8)$$

можно вычислить нижнюю границу для СКО (потенциальную точность) оценок компонент вектора средней скорости ветра и СКО компонент турбулентного движения.

5.2. Совместная оценка компонент средней скорости ветра и параметров турбулентности

Как было показано в гл. 1, в ходе разработки алгоритмов оценки параметров СПМ метеосигнала было синтезировано большое количество различных методов оценки средней частоты и среднеквадратической ширины (метод пульс-пары, метод моментов и др.) [104-109]. В силу того, что параметры СПМ метеосигнала оказываются связанными с параметрами поля скоростей ветра известными зависимостями (см. гл. 2), представляется возможным воспользоваться уже имеющимися оценками средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ для оценки средней скорости ветра и СКО компонент турбулентности.

Таким образом, при наличии оценок параметров СПМ всеми МРЛ ММРЛК задачу оценки вектора θ можно переформулировать как задачу решения системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{cp}^{(1)}(\theta) = \hat{f}_{cp}^{(1)} \\ \vdots \\ f_{cp}^{(M)}(\theta) = \hat{f}_{cp}^{(M)} \\ \Delta F^{(1)}(\theta) = \Delta \hat{F}^{(1)} \\ \vdots \\ \Delta F^{(M)}(\theta) = \Delta \hat{F}^{(M)} \end{array} \right. , \quad (5.9)$$

где $\hat{f}_{cp}^{(m)}$, $\Delta \hat{F}^{(m)}$ – оценки средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ метеосигнала m -м МРЛ.

В силу того, что получение оценок $\hat{f}_{cp}^{(m)}$ и $\Delta \hat{F}^{(m)}$ сопровождается ошибками, решение системы (5.9) не представляется возможным в силу возможной некорректности данной задачи [140]. Если известны характеристики ошибок

измерителей, общий подход к решению подобного рода задач заключается в применении метода наименьших квадратов (МНК):

$$\boldsymbol{\theta}_{MSE} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{m=1}^M \left[\frac{\left(f_{cp}^{(m)}(\boldsymbol{\theta}) - \hat{f}_{cp}^{(m)} \right)^2}{\sigma_f^{2(m)}} + \frac{\left(\Delta F^{(m)}(\boldsymbol{\theta}) - \Delta \hat{F}^{(m)} \right)^2}{\sigma_{\Delta F}^{2(m)}} \right], \quad (5.10)$$

где $\sigma_f^{2(m)}$ и $\sigma_{\Delta F}^{2(m)}$ – дисперсии оценок средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ m -м МРЛ.

5.3. Другие способы оценки компонент средней скорости ветра и параметров турбулентности

5.3.1. Двухэтапная раздельная оценка

Система уравнений (5.9) включает в себя нелинейные уравнения, т.к. в выражения для среднеквадратической ширины СПМ метеосигнала входят произведения компонент средней скорости ветра и дисперсий компонент турбулентного движения (см. А.1). В общем случае процедура решения систем нелинейных уравнений довольно сложна, однако задачу можно упростить, решая ее в два этапа.

На первом этапе отдельно решается система вида:

$$\begin{cases} f_{cp}^{(1)}(\mathbf{V}_0) = \hat{f}_{cp}^{(1)} \\ \vdots \\ f_{cp}^{(M)}(\mathbf{V}_0) = \hat{f}_{cp}^{(M)} \end{cases}. \quad (5.11)$$

Это возможно, поскольку из гл. 2 известно, что средняя частота СПМ метеосигнала зависит только от вектора средней скорости ветра и не зависит от параметров турбулентности. По аналогии с (5.9) систему (5.11) можно решить методом наименьших квадратов:

$$\mathbf{V}_{0MSE} = \arg \min_{\mathbf{V}_0} \sum_{m=1}^M \frac{\left(f_{cp}^{(m)}(\mathbf{V}_0) - \hat{f}_{cp}^{(m)} \right)^2}{\sigma_f^{2(m)}}. \quad (5.12)$$

При этом оказывается, что (5.11) – система линейных уравнений, что упрощает получение оценки.

На втором этапе компоненты вектора средней скорости ветра, полученные на первом этапе, подставляются в вектор оцениваемых параметров θ , в результате чего оценка СКО компонент турбулентности сводится к решению системы

$$\begin{cases} \Delta F^{(1)}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = \Delta \hat{F}^{(1)} \\ \vdots \\ \Delta F^{(M)}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = \Delta \hat{F}^{(M)} \end{cases} \quad (5.13)$$

Как и на первом этапе, система (5.13) решается методом наименьших квадратов:

$$\theta_{\sigma MSE} = \arg \min_{\theta_\sigma} \sum_{m=1}^M \frac{(\Delta F^{(m)}(\theta_\sigma) - \Delta \hat{F}^{(m)})^2}{\sigma_{\Delta F}^{2(m)}}, \quad (5.14)$$

где $\theta_\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$.

При этом оказывается, что систему (5.13) можно привести к системе линейных уравнений, возводя уравнения в квадрат и решая систему относительно дисперсий $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$. Однако при этом необходимо следить за корректностью решения, т.к. дисперсии – это неотрицательные величины.

5.3.2. Упрощенные оценки вектора средней скорости ветра

Упрощенные оценки вектора средней скорости ветра можно получить, основываясь на первом этапе двухэтапной раздельной оценки компонент средней скорости и турбулентного движения.

Если по каким-либо причинам неизвестны характеристики ошибок оценок средней частоты отдельными МРЛ, или вычисление этих ошибок вызывает затруднения, можно упростить формулу (5.12), сделав веса обратно пропорциональными четвертым степеням расстояний от МРЛ до наблюдаемого объема:

$$\mathbf{V}_{0MSE} = \arg \min_{\mathbf{V}_0} \sum_{m=1}^M \frac{(f_{cp}^{(m)}(\mathbf{V}_0) - \hat{f}_{cp}^{(m)})^2}{r_m^4}. \quad (5.15)$$

Такой выбор весов соответствует грубому приближению для ошибки оценки доплеровской частоты. Например, если использовать для оценки метод пульс-пары, то первое приближение для дисперсии ошибки [119]

$$\sigma_f^2 = \frac{\left(1 + \frac{P_N}{P_c}\right)^2 - \rho^2(T)}{8\pi^2 NT^2 \rho^2(T)} \square \left(\frac{P_N}{P_c}\right)^2.$$

обратно пропорционально квадрату отношения сигнал-шум. Так как мощность сигнала, принимаемого МРЛ, обратно пропорциональна квадрату расстояния до точки наблюдения [119], дисперсия оценки доплеровской частоты обратно пропорциональна четвертой степени расстояния. Стоит отметить, что при сложной метеобстановке такое допущение может оказаться неоправданным, поскольку эффект затухания электромагнитных волн в мощных метеообразованиях может вносить существенное смещение в оценку мощности метеосигнала (см. гл. 3).

Еще одним часто встречающимся упрощением является отказ от взвешивания ошибок, приводящий к наиболее простому алгоритму:

$$\mathbf{V}_{0MSE} = \arg \min_{\mathbf{V}_0} \sum_{m=1}^M \left(f_{cp}^{(m)}(\mathbf{V}_0) - \hat{f}_{cp}^{(m)} \right)^2 \quad (5.16)$$

Стоит также отметить, что чаще всего на практике используется простейшая форма функциональной связи доплеровской частоты и средней скорости ветра

$$f_{cp}^{(m)}(\mathbf{V}_0) = \mathbf{n}_m \cdot \mathbf{V}_0,$$

следующая из простой модели ВКФ сигналов (см. гл. 2).

5.3.3. Упрощенные оценки СКО компонент турбулентности

При известном векторе средней скорости ветра упрощенные оценки СКО компонент турбулентного движения можно получить, основываясь на втором этапе отдельной оценки компонент средней скорости и турбулентного движения.

По аналогии с выводом упрощенной оценки для средней скорости ветра, можно сделать веса в (5.14) обратно пропорциональными четвертой степени

расстояния, т.к., например, для метода пульс-пары дисперсия оценки среднеквадратической ширины СПМ имеет вид [119]:

$$\sigma_{\Delta F}^2 = \frac{(1 - \rho(T))^2 + 2 \frac{P_N}{P_c} (1 - \rho(T)) + \left(\frac{P_N}{P_c}\right)^2 (1 + \rho(T))}{32\pi^4 N T^4 \Delta F^2 \rho^2(T)} \square \left(\frac{P_N}{P_c}\right)^2.$$

Таким образом, оценка (5.14) примет вид:

$$\theta_{\sigma MSE} = \arg \min_{\theta_\sigma} \sum_{m=1}^M \frac{(\Delta F^{(m)}(\theta_\sigma) - \Delta \hat{F}^{(m)})^2}{r_m^4}. \quad (5.17)$$

Также можно отказаться от взвешивания, получая следующую формулу:

$$\theta_{\sigma MSE} = \arg \min_{\theta_\sigma} \sum_{m=1}^M (\Delta F^{(m)}(\theta_\sigma) - \Delta \hat{F}^{(m)})^2. \quad (5.18)$$

5.4. Компьютерное моделирование

Для моделирования описанных в п.п. 5.2 - 5.3 алгоритмов был выбран ММРЛК, состоящий из трех МРЛ с одинаковыми тактико-техническими характеристиками, которые типичны для малогабаритных МРЛ X-диапазона:

- длина волны 3,2 [см];
- излучаемая мощность 30 [Вт];
- длительность импульса (ФКМ) 19,5 [мкс];
- пороговая чувствительность приемника 10^{-14} [Вт];
- емкость накопителя 128;
- ширина диаграммы направленности антенны в азимутальной и угломестной плоскостях 3 [град];
- коэффициент усиления антенны 2700;
- разрешающая способность по дальности 150 [м];
- количество элементов разрешения по дальности 200.

Координаты МРЛ в [км] выбраны в соответствии с принципами оптимального размещения (см. гл. 4): [-15; -8], [15; -8], [0; 17].

Для тестирования полученных алгоритмов в 3О ММРЛК было сгенерировано поле скоростей ветра с пространственным распределением средней

скорости ветра, изображенным на рис. 5.1. Модуль вектора средней скорости ветра одинаков во всех точках ЗО и составляет 10 [м/с]. Характеристики турбулентного движения были выбраны одинаковыми во всех точках ЗО: $\sigma_x = 3$ [м/с], $\sigma_y = 2$ [м/с], $\sigma_z = 1.5$ [м/с], масштаб всех компонент составил 1 [км]. Интенсивность МО во всех точках ЗО была выбрана одинаковой и такой, чтобы для любого МРЛ в самой удаленной от него точке ЗО отношение сигнал-шум было равно 20 [дБ].

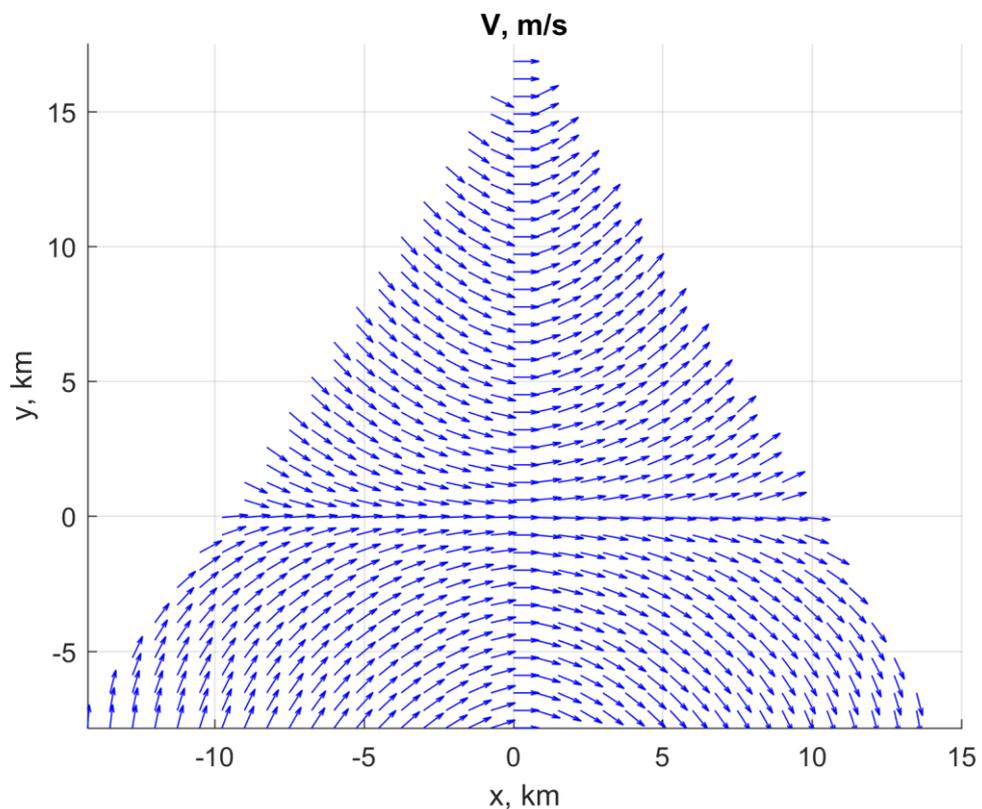


Рис. 5.1 – Истинная средняя скорость ветра

Моделирование поля скоростей ветра заключалось в следующем. Генерировалось множество метеочастиц, равномерно распределенных по ЗО ММРЛК. Каждой метеочастице придавалась соответствующая ее координатам средняя скорость, а затем добавлялась случайная компонента скорости ветра, генерируемая по модели турбулентности фон Кармана (von Kármán). Далее производилось моделирование сигнала, отраженного от метеочастиц в разрешаемом объеме и наблюдаемого в разные моменты времени.

Моделирование обработки сигналов заключалось в следующем. По полученным выборкам сигналов для каждого МРЛ производились оценки средней частоты и среднеквадратической ширины СПМ по методу пульс-пары, а затем к полученным оценкам применялись исследуемые алгоритмы. Для демонстрации были выбраны следующие алгоритмы – двухэтапная отдельная оценка и упрощенные оценки без взвешивания измерений. Эти два алгоритма позволяют наглядно проиллюстрировать разницу в наличии и отсутствии взвешивания при оценке параметров поля скорости ветра. Результаты для алгоритма совместной оценки не проиллюстрированы, т.к. данная оценка на практике демонстрирует несущественную разницу с двухэтапной.

Также было проведено статистическое моделирование исследуемых алгоритмов, заключающееся в многократном вычислении оценок при различных реализациях шума приемника и поля турбулентности. Статистическое моделирование было дополнено вычислением границ Крамера – Рао для каждого из параметров.

Результаты моделирования проиллюстрированы на рисунках. На рис. 5.2 изображен пример распределения по 30 оценок вектора средней скорости ветра, полученных с помощью алгоритма двухэтапной оценки. Из рисунка видно, что полученные оценки в целом верно отображают направление средней скорости ветра, и невооруженным взглядом трудно заметить разницу с истинным распределением средней скорости ветра.

Далее все результаты моделирования будут проиллюстрированы на примере только одной компоненты оцениваемых параметров: x -компоненты вектора средней скорости ветра и СКО продольной составляющей турбулентности.

На рис. 5.3 изображена нормированная к модулю V_0 граница Крамера – Рао оценки x -компоненты вектора средней скорости ветра, выраженная в [дБ].

На рис. 5.4 изображено нормированное к модулю V_0 СКО оценки x -компоненты вектора средней скорости ветра по двухэтапному алгоритму, выраженное в [дБ].

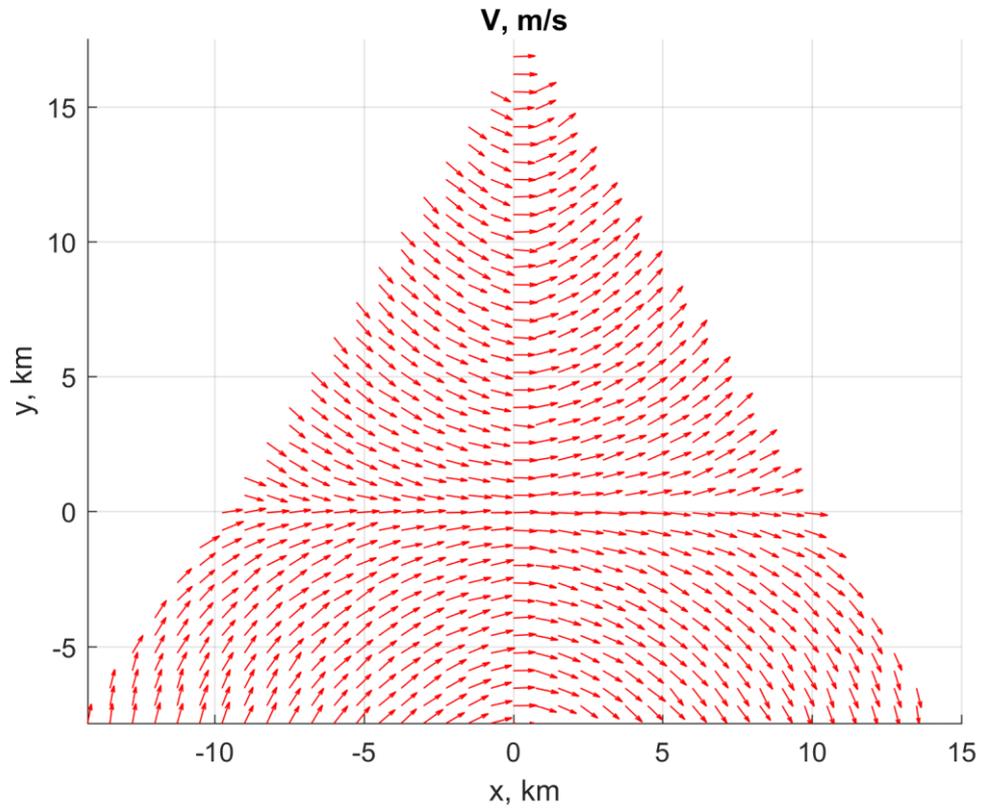
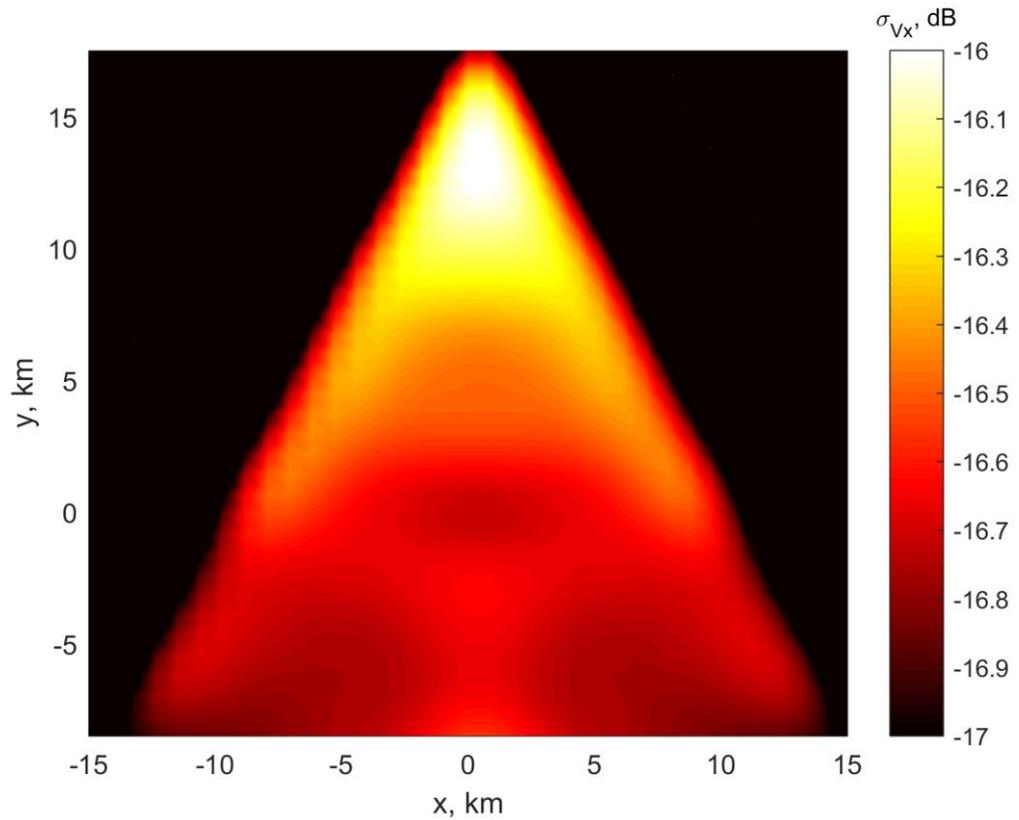


Рис. 5.2 – Оценка средней скорости ветра

Рис. 5.3 – Нормированная граница Крамера – Рао оценки x -компоненты вектора средней скорости ветра

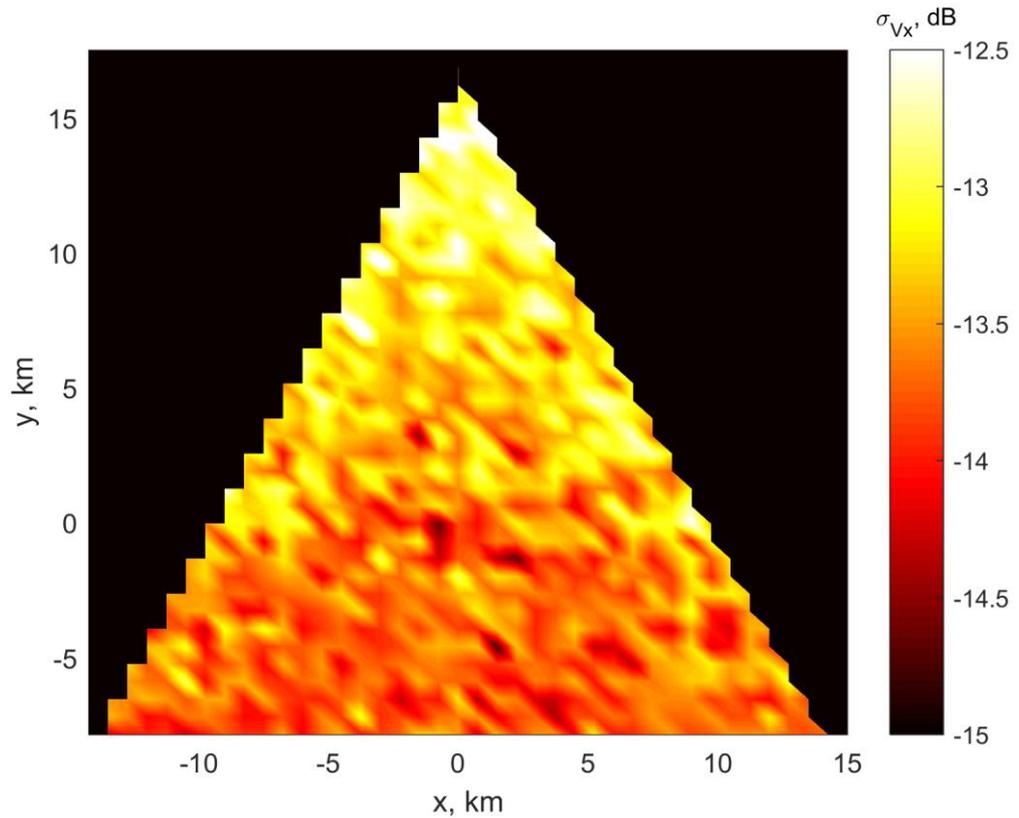


Рис. 5.4 – Нормированное СКО оценки x -компоненты вектора средней скорости ветра по двухэтапному алгоритму

Как видно из рисунков 5.3 и 5.4, характер эмпирической зависимости ошибок оценки x -компоненты V_0 от местоположения в целом совпадает с таковым для границы Крамера – Рао, при этом в среднем граница Крамера – Рао на 2.5 [дБ] ниже. Результаты для упрощенного алгоритма оценки без взвешивания не иллюстрируются, т.к. незначительно отличаются от приведенных выше результатов для двухэтапного алгоритма. Количественно СКО оценок y -компоненты незначительно отличается от x -компоненты, а СКО оценок z -компоненты в среднем на 2 [дБ] ниже, чем для x -компоненты.

На рис. 5.5 изображена нормированная к истинному значению параметра граница Крамера – Рао оценки σ_x , выраженная в [дБ].

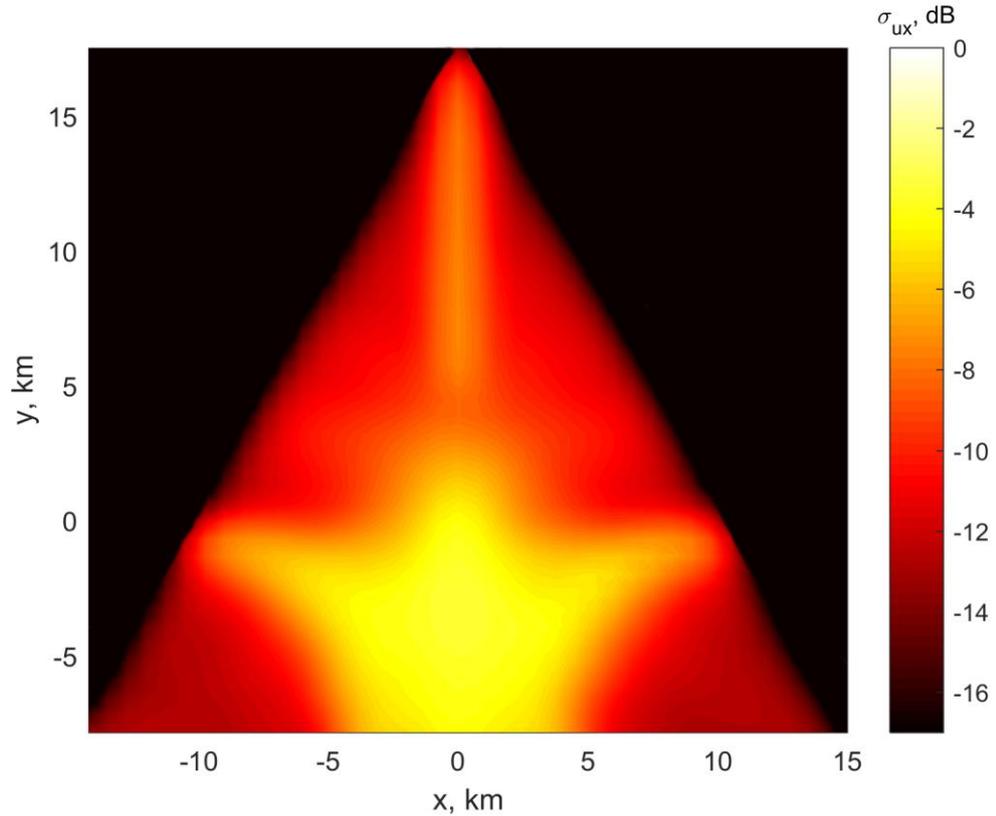


Рис. 5.5 – Нормированная граница Крамера – Рао оценки σ_x

Как видно из рисунка, зависимость границы Крамера – Рао от местоположения имеет довольно сложный характер, на который влияет, в числе других факторов, распределение вектора средней скорости по ЗО ММРЛК (см. рис. 5.1). Наиболее примечательным на данном рисунке является то, что в определенных областях ЗО потенциальная точность оценки СКО продольной составляющей турбулентности составляет всего около -3 [дБ]. Это довольно низкая точность. Для остальных компонент турбулентности ситуация схожая.

На рис. 5.6 изображено нормированное к истинному значению параметра СКО оценки σ_x по двухэтапному алгоритму, выраженное в [дБ]. Как видно из рисунка, характер зависимости ошибок оценки от местоположения совпадает с таковым для границы Крамера – Рао, при этом в среднем граница Крамера – Рао на 1.5 [дБ] ниже.

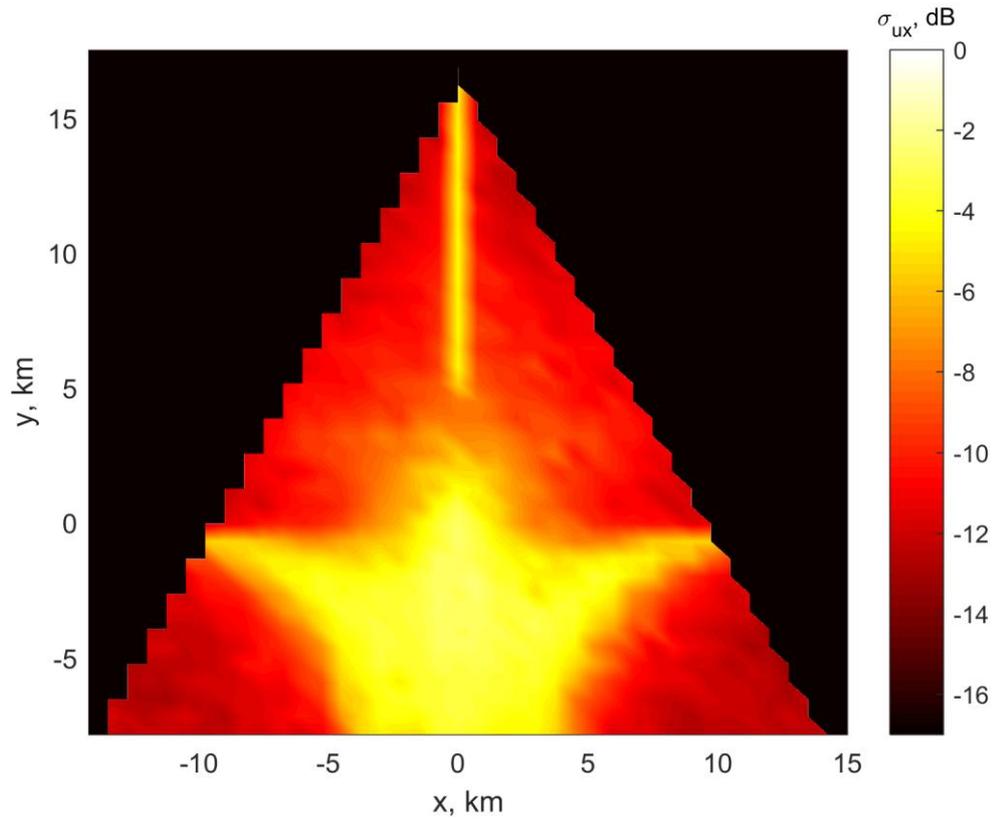


Рис. 5.6 – Нормированное СКО оценки σ_x по двухэтапному алгоритму

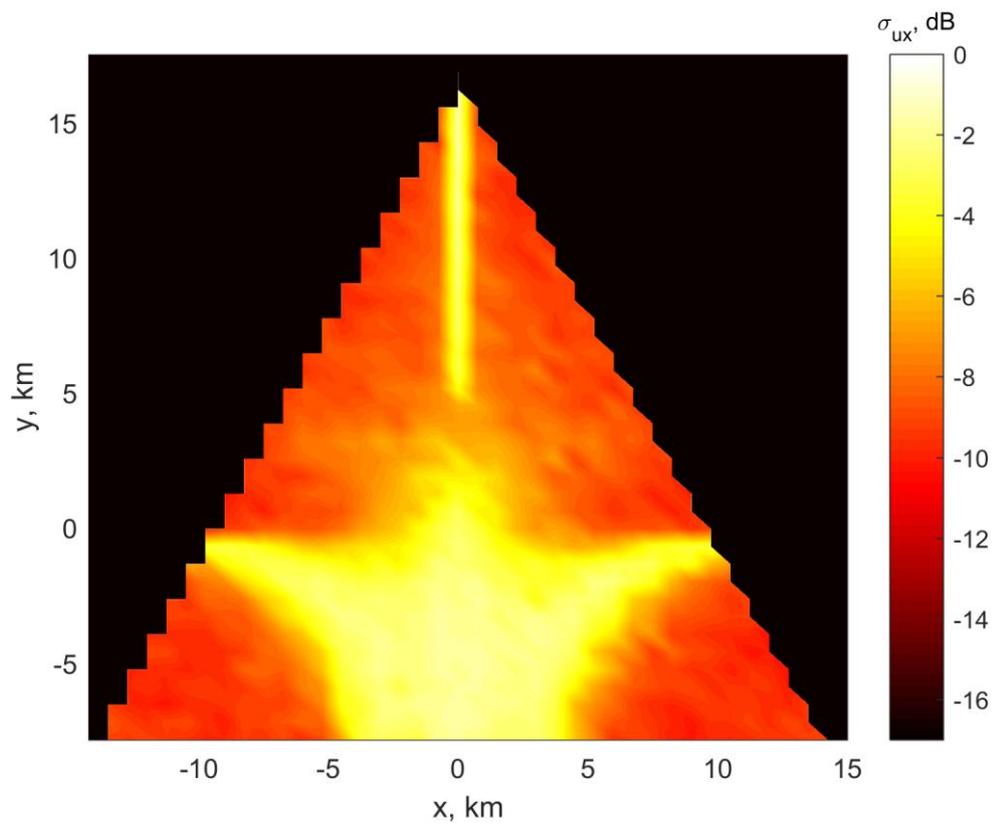


Рис. 5.7 – Нормированное СКО оценки σ_x по упрощенному алгоритму

На рис. 5.7 изображено нормированное к истинному значению параметра СКО оценки σ_x по упрощенному алгоритму без взвешивания, выраженное в [дБ]. Как видно из рисунка, характер зависимости ошибок оценки от местоположения совпадает с таковым для границы Крамера – Рао. При сравнении рис. 5.6 и 5.7 можно заметить, что для упрощенного алгоритма СКО ошибок совпадают с таковыми для двухэтапного алгоритма в центре ЗО ММРЛК, однако при движении к краям ЗО ошибки для упрощенного алгоритма начинают превышать ошибки для двухэтапного алгоритма, достигая разницы в 3 [дБ] в точках размещения МРЛ. Это легко объяснить тем, что в центре ЗО алгоритмы оценок с взвешиванием и без взвешивания эквивалентны, т. к. МРЛ равноудалены от центра ЗО. Однако при удалении от центра наблюдается все большая разница в весах для отдельных МРЛ.

Таким образом, в отличие от оценок компонент вектора средней скорости ветра оценки СКО скорости ветра оказались чувствительными к способу взвешивания.

Смещения всех оцениваемых параметров оказались незначительными и близкими к нулю.

Для конкретного узла глобальной сетки, в которой происходит оценивание параметров, вычисление по любому из представленных алгоритмов – это реализация МНК, поэтому в асимптотическом смысле сложность всех алгоритмов эквивалентна и линейна относительно размера глобальной сетки.

Выводы

В ходе работы над данной главой были решены задачи синтеза алгоритмов оценки компонент вектора средней скорости ветра и турбулентного движения в ММРЛК.

Получено общее выражение для потенциальной точности оценок параметров поля скоростей ветра.

Предложен способ совместной оценки компонент вектора средней скорости ветра и турбулентности, основанный на известных способах оценки средней

частоты и среднеквадратической ширины СПМ метеосигнала. Также предложен ряд упрощений алгоритма совместной оценки, в том числе поэтапная отдельная оценка и алгоритмы оценки, не использующие взвешивание.

По результатам математического моделирования предложенных алгоритмов можно отметить следующее:

- Точности различных алгоритмов оценки компонент вектора средней скорости ветра незначительно отличаются друг от друга и близки к потенциальной, отличаясь от нее не более чем на 3 [дБ].

- Алгоритмы оценки компонент вектора средней скорости ветра малочувствительны к способу взвешивания, поэтому на практике оправдано использование упрощенного алгоритма без взвешивания.

- Точность алгоритмов оценки СКО компонент турбулентности близка к потенциальной, отклоняясь от нее не более чем на 2 [дБ].

- При заданных типичных ТТХ МРЛ потенциальная точность оценки СКО компонент турбулентности достигает -3 [дБ]. При необходимости получения более точных оценок следует пересмотреть подходы к конфигурации ММРЛК. Например, к улучшению качества оценок приведет применение алгоритма обзора пространства, позволяющего увеличить время наблюдения конкретного разрешаемого объема.

- Алгоритмы оценки СКО компонент турбулентности чувствительны к способу взвешивания – при наличии взвешивания точность оценок увеличивается до 3 [дБ] на краях ЗО ММРЛК по сравнению с отсутствием взвешивания. Таким образом, рекомендуется использовать алгоритмы оценки с взвешиванием, особенно в условиях низкой потенциальной точности оценок.

- Все представленные алгоритмы эквивалентны в смысле асимптотической сложности вычислений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе синтезированы алгоритмы обработки сигналов в ММРЛК на базе малогабаритных МРЛ X-диапазона, предназначенные для эффективного решения классических задач метеорологической радиолокации: оценки радиолокационной отражаемости, оценки скорости ветра и оценки параметров турбулентности. В процессе выполнения работы были получены следующие основные результаты, имеющие научное и практическое значение:

1. Определена математическая модель сигналов в ММРЛК на базе МРЛ X-диапазона. Для описания такой модели был принят во внимание ряд факторов, значимых для упомянутых систем: затухание электромагнитных волн в МО, перемещение МО под действием ветра, взаимное расположение отдельных МРЛ комплекса. Выведено общее выражение для пространственно-временной взаимнокорреляционной функции сигналов, из которого следует, что при типичной конфигурации ММРЛК сигналы отдельных МРЛ можно считать независимыми. Подробно проанализированы и факторизованы явления, оказывающие влияние на СПМ метеосигнала. В ходе математического моделирования выявлено, что при типичной конфигурации ММРЛК наибольшее влияние на среднеквадратическую ширину СПМ оказывает турбулентное движение воздуха. Соответствующее уширение спектра в моделированном сценарии составило $125 [Гц]$, в то время как уширение, ассоциированное с разбросом доплеровских скоростей метеочастиц в разрешаемом объеме, составило $20 [Гц]$, а уширение вследствие перемещения разрешаемого объема под действием ветра – всего $0.1 [Гц]$.

2. Предложено три новых алгоритма оценки радиолокационной отражаемости с помощью МРЛ: НБИХ фильтр, ФЧ и ММФЧ. Кроме того, рассмотрен один уже существующий и наиболее часто применяющийся алгоритм – НКИХ фильтр. Проведено математическое моделирование, дополненное вычислением потенциальной точности оценки отражаемости. В ходе

моделирования выяснилось, что все рассмотренные алгоритмы близки к эффективной оценке. Наилучшим по смещению оказался ММФЧ со смещением не более 0.1 [дБЗ], а наихудшим – НБИХ фильтр со смещением, достигающим 0.7 [дБЗ]. Что касается СКО ошибок оценки, то по этому критерию трудно выявить лучший и худший варианты, т.к. на переднем фронте МО ФЧ и ММФЧ демонстрируют более высокую точность оценок, превышающую таковую для нелинейных фильтров на 2-3 [дБ]. В то же время на заднем фронте МО нелинейные фильтры наоборот демонстрируют более высокую точность по сравнению с ФЧ и ММФЧ. Показано, что при интенсивных МО НКИХ фильтру свойственны аномальные ошибки. Все представленные алгоритмы имеют линейную асимптотическую сложность вычислений относительно размера вектора истинной отражаемости, однако на практике НКИХ и НБИХ фильтры работают быстрее в силу того, что применение ФЧ и ММФЧ предполагает использование относительно большого числа статистических испытаний.

3. Предложено два новых алгоритма оценки радиолокационной отражаемости в ММРЛК: оценка по методу МП и оценка по методу МСКО. Кроме того, рассмотрен наиболее актуальный алгоритм, разработанный в рамках американского проекта «CASA». Проведено математическое моделирование, дополненное вычислением потенциальной точности оценки отражаемости. В ходе моделирования выяснилось, что все рассмотренные оценки близки к эффективной, при этом среднее СКО ошибок оценок отражаемости по 30 ММРЛК для всех алгоритмов не превышает 1 [дБЗ]. Алгоритмы МП и МСКО имеют положительные средние смещения 0.1 и 0.2 [дБЗ] соответственно, а алгоритм «CASA» имеет отрицательное смещение -0.1 [дБЗ]. Что касается СКО ошибок оценки, то по этому критерию наилучшие результаты демонстрирует алгоритм МП: среднее СКО ошибок составило 0.7 [дБЗ], алгоритмы «CASA» и МСКО показывают схожие результаты: 0.9 [дБЗ]. Алгоритм «CASA» унаследовал от НКИХ фильтра подверженность аномальным ошибкам, что является его серьезным недостатком и может приводить к появлению областей неопределенной отражаемости. Асимптотическая сложность вычислений по

алгоритму МП квадратична относительно размера сетки, на которой оценивается отражаемость. В свою очередь, для оценок МСКО и «CASA» асимптотическая сложность вычислений линейна.

4. Предложен новый алгоритм совместной оценки в ММРЛК параметров поля скоростей ветра, основанный на оценке МСКО. Получен ряд упрощений предложенного алгоритма, сводящихся к уже существующим алгоритмам – таким образом, предложенный алгоритм является обобщающим. Также получены алгоритмы отдельной оценки параметров, относящихся к средней скорости ветра, и параметров, относящихся к турбулентному движению воздуха. Проведено математическое моделирование, дополненное вычислением потенциальной точности совместной оценки компонент вектора средней скорости ветра и СКО компонент турбулентного движения воздуха. В ходе моделирования выяснилось, что все предложенные оценки являются несмещенными. Оценки компонент средней скорости ветра с разными способами взвешивания незначительно отличаются по точности и в целом близки к эффективной оценке, отклоняясь от нее не более чем на 3 [дБ]. Точность различных алгоритмов оценки СКО компонент турбулентности также близка к потенциальной, отклоняясь от нее не более чем на 2 [дБ]. Оценки СКО компонент турбулентности чувствительны к способу взвешивания – при отсутствии взвешивания точность ухудшается до 3-х [дБ] на краях ЗО ММРЛК по сравнению с оценками с взвешиванием. Асимптотическая сложность всех рассмотренных алгоритмов одинакова и линейна относительно размера сетки, на которой оцениваются исследуемые параметры.

Несмотря на то, что освещенный в диссертационной работе круг вопросов достаточно тщательно проработан, существует широкое поле для дальнейших исследований. Во-первых, в работе решены три классические задачи метеорологической радиолокации. Однако данная научно-техническая область не ограничивается только этими задачами, более того, с течением времени возникают новые. Например, представляет интерес исследовать вопросы обнаружения специфических метеорологических явлений с помощью ММРЛК, таких как

грозы, торнадо и пр. Также перспективны задачи определения типов осадков. Во-вторых, техническая база МРЛ не стоит на месте, и в настоящее время активно вводятся в эксплуатацию МРЛ с двойной поляризацией излучения – такие МРЛ предполагают иные подходы к вопросам оценки радиолокационной отражаемости и других метеорологических величин. В-третьих, при типичных характеристиках МРЛ потенциальная точность оценки СКО компонент турбулентности достаточно мала. Это подразумевает критическую переоценку существующих подходов к конфигурации ММРЛК. В-четвертых, в настоящее время предлагаются более сложные физические модели МО, например, негауссовские модели турбулентного движения воздуха, что в свою очередь ставит задачи синтеза алгоритмов оценки параметров поля скоростей ветра, которые адаптированы для таких моделей. Наконец, перспективной является разработка алгоритмов обнаружения метеорологических явлений, основанных на применении искусственных нейронных сетей.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ММРЛК	Многопозиционный метеорологический радиолокационный комплекс
МРЛ	Метеорологический радиолокатор
МО	Метеообразование
СКО	Среднеквадратическое отклонение
БИХ	Бесконечная импульсная характеристика
КИХ	Конечная импульсная характеристика
МП	Максимум правдоподобия
МСКО	Минимум среднеквадратического отклонения
ФАР	Фазированная антенная решетка
МНК	Метод наименьших квадратов
КФ	Корреляционная функция
ВКФ	Взаимкорреляционная функция
АКФ	Автокорреляционная функция
ПВКФ	Пространственно-временная взаимокорреляционная функция
ЭПР	Эффективная площадь рассеяния
УМРЛ	Уравнение метеорологической радиолокации
ДНА	Диаграмма направленности антенны
СПМ	Спектральная плотность мощности
ХФ	Характеристическая функция
ФЧ	Фильтр частиц
ММФЧ	Многомодельный фильтр частиц
ФКМ	Фазо-кодо-манипуляция
ЗО	Зона ответственности
ФП	Функция правдоподобия
ТТХ	Тактико-технические характеристики
BSF	Bootstrap Filter
SIS	Sequential Importance Sampling
SIR	Sequential Importance Resampling
PF	Particle Filter

IMM PF	Interactive Multiple-Model Particle Filter
IMM BSF	Interactive Multiple-Model Bootstrap Filter
IIR	Infinite Impulse Response
FIR	Finite Impulse Response
CRB	Cramer-Rao Bound
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
CASA	Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere
DCAS	Distributed Collaborative Adaptive Sensing
AMS	American Meteorological Society
ERAD	European Conference on Radar in Meteorology and Hydrology

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hitschfeld W. Errors Inherent in the Radar Measurement of Rainfall at Attenuating Wavelengths / W. Hitschfeld, J. Bordan // *Journal of Meteorology*. – 1954. – Vol. 11, № 1. – P. 58-67.
2. Marzoug M. Class of Single-and Dual-Frequency Algorithms for Rain-Rate Profiling from a Spaceborne Radar. Part I: Principle and Tests from Numerical Simulations / M. Marzoug, P. Amayenc // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 1994. – Vol. 11, № 6. – P. 1480-1506.
3. Intercomparison of Techniques to Correct for Attenuation of C-Band Weather Radar Signals / E. Gorgucci, G. Scarchilli, V. Chandrasekar et al. // *Journal of Applied Meteorology*. – 1998. – Vol. 37, № 8. – P. 845-853.
4. Smyth T. J. Correction for Attenuation of Radar Reflectivity Using Polarization Data / T. J. Smyth, A. J. Illingworth // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. – 1998. – Vol. 124, № 551. – P. 2393-2415.
5. Delrieu G. Attenuation in Rain for X-and C-Band Weather Radar Systems: Sensitivity with Respect to the Drop Size Distribution / G. Delrieu, L. Hucke, J. D. Creutin // *Journal of Applied Meteorology*. – 1999. – Vol. 38, № 1. – P. 57-68.
6. Delrieu G. Quantification of Path-Integrated Attenuation for X-and C-Band Weather Radar Systems Operating in Mediterranean Heavy Rainfall / G. Delrieu, H. Andrieu, J. D. Creutin // *Journal of Applied Meteorology*. – 2000. – Vol. 39, № 6. – P. 840-850.
7. Correction of Radar Reflectivity and Differential Reflectivity for Rain Attenuation at X Band. Part I: Theoretical and Empirical Basis / S. G. Park, V. N. Bringi, V. Chandrasekar et al. // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2005. – Vol. 22, № 11. – P. 1621-1632.
8. Correction of Radar Reflectivity and Differential Reflectivity for Rain Attenuation at X Band. Part II: Evaluation and Application / S. G. Park, V. N. Bringi, V. Chandrasekar et al. // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2005. – Vol. 22, № 11. – P. 1633-1655.

9. Berne A. Quantitative Analysis of X-Band Weather Radar Attenuation Correction Accuracy / A. Berne, R. Uijlenhoet // *Natural Hazards and Earth System Science*. – 2006. – Vol. 6, № 3. – P. 419-425.

3. Xiao H. Attenuation Correction of Reflectivity for X-Band Dual Polarization Radar / H. Xiao, Y. He, D. Lu // *Chinese J. Atmos. Sci.* – 2009. – Vol. 33, № 5. – P. 1027-1037.

4. Marzano F. S. Probabilistic Approach to Constrained Techniques for Path Attenuation Compensation: A Numerical Study for C-and X-Band Radars / F. S. Marzano, M. Montopoli, G. Ferrauto // *EGU General Assembly Conference Abstracts*. – 2009. – Vol. 11. – P. 13666.

12. Koner P. K. A Rain-Rate Retrieval Algorithm for Attenuated Radar Measurements / P. K. Koner, A. Battaglia, C. Simmer // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. – 2010. – Vol. 49, № 3. – P. 381-393.

13. Thompson R. Emission: a Simple New Technique to Correct Rainfall Estimates from Attenuation due to both the Radome and Heavy Rainfall / R. Thompson, A. Illingworth, J. Ovens // *Proceeding WRaH*. – 2011.

14. Optimal Rain Rate Estimation Algorithm for Light and Heavy Rain Using Polarimetric Measurements / A. Elmzoughi, R. Abdelfattah, V. Santalla Del Rio, Z. Belhadj // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. – 2011. – Vol. 11, № 11. – P. 3067-3079.

15. Malinga S. J. Computation of Rain Attenuation through Scattering at Microwave and Millimeter Bands in South Africa / S. J. Malinga, P. A. Owolawi, T. J. O. Afullo // *Progress In Electromagnetics Research Symposium Proceedings*. – 2013. – P. 25-28.

16. Chandrasekar V. Retrieval of Reflectivity in a Networked Radar Environment / V. Chandrasekar, S. Lim // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2008. – Vol. 25, № 10. – P. 1755-1767.

17. Probabilistic Attenuation Correction in a Networked Radar Environment / S. Shimamura, V. Chandrasekar, T. Ushio et al. // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 2016. – Vol. 54, № 12. – P. 6930-6939.

18. A Variational Method for the Analysis of Three-Dimensional Wind Fields from Two Doppler Radars / J. Gao, M. Xue, A. Shapiro, K. Droegemeier // *Monthly Weather Review*. – 1999. – Vol. 127, № 9. – P. 2128-2142.

19. A Three-Dimensional Variational Data Analysis Method with Recursive Filter for Doppler Radars / J. Gao, M. Xue, K. Brewster, K. Droegemeier // *Journal of Atmospheric and oceanic technology*. – 2004. – Vol. 21, № 3. – P. 457-469.

20. 3DVAR and Cloud Analysis with WSR-88D Level-II Data for the Prediction of the Fort Worth, Texas, Tornadoic Thunderstorms. Part II: Impact of Radial Velocity Analysis via 3DVAR / M. Hu, M. Xue, J. Gao, K. Brewster // *Monthly Weather Review*. – 2006. – Vol. 134, № 2. – P. 699-721.

21. Goh Y. K. Doppler Radar Wind Field Retrieval over the Po Valley / Y. K. Goh, A. R. Holt, P. P. Alberoni // *Natural Hazards and Earth System Science*. – 2006. – Vol. 6, № 2. – P. 285-291.

22. Real-Time Wind Field Retrieval System by Using X-Band Radar Network around Tokyo Metropolitan Area / T. Maesaka, M. Maki, K. Iwanami et al. // *33rd Conference on Radar Meteorology*. – 2007.

23. López Carrillo C. Retrieval of Three-Dimensional Wind Fields from Doppler Radar Data Using an Efficient Two-Step Approach / C. López Carrillo, D. J. Raymond // *Atmospheric Measurement Techniques*. – 2011. – Vol. 4, № 12. – P. 2717-2733.

24. Airborne Radar Retrieved 3D Wind Fields for Turbulence Detection / F. Kabeche, Y. Lemaitre, S. Kemkemian, J. P. Artis // *7th European Radar Conf. on Radar in Meteorology and Hydrology, Toulouse, June 25-29*. – 2012. – P. 1-6.

25. Frisch A. S. Doppler Radar Measurements of Turbulent Kinetic Energy Dissipation Rates in a Northeastern Colorado Convective Storm / A. S. Frisch, R. G. Strauch // *Journal of Applied Meteorology*. – 1976. – Vol. 15, № 9. – P. 1012-1017.

26. Crane R. K. A Review of Radar Observations of Turbulence in the Lower Stratosphere / R. K. Crane // *Radio Science*. – 1980. – Vol. 15, № 2. – P. 177-193.

27. Hocking W. K. A Quantitative Measure of the Degree of Anisotropy of Turbulence in Terms of Atmospheric Parameters, with Particular Relevance to Radar

Studies / W. K. Hocking, A. M. Hanza // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. – 1997. – Vol. 59, № 9. – P. 1011-1020.

28. Estimate of Eddy Dissipation Rate Using Spectrum Width Observed by the Hong Kong TDWR Radar / P. Zhang, P.W. Chan, R. Doviak, M. Fang // *34th Conference on Radar Meteorology*. – 2009.

29. Fuertes F. C. 3D Turbulence Measurements Using Three Synchronous Wind Lidars: Validation Against Sonic Anemometry / F. C. Fuertes, G. V. Iungo, F. Porté-Agel // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2014. – Vol. 31, № 7. – P. 1549-1556.

30. National Research Council. *Weather Radar Technology Beyond NEXRAD*. – National Academies Press, 2002.

31. Черняк В. С. Многопозиционная радиолокация / В. С. Черняк – М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.

32. Lhermitte R. M. Dual-Doppler Radar Observations of Convective Storm Circulation / R. M. Lhermitte // *14th Conference on radar meteorology (preprints)*. – 1970. – P. 139-144.

33. Miller L. J. A Dual Doppler Radar Method for the Determination of Wind Velocities within Precipitating Weather Systems / L. J. Miller, R. G. Strauch // *Remote Sensing of Environment*. – 1974. – Vol. 3, № 4. – P. 219-235.

34. Lhermitte R. M. Dual-Doppler Radar Observation and Study of Sea Breeze Convective Storm Development / R. M. Lhermitte, M. Gilet // *Journal of Applied Meteorology*. – 1975. – Vol. 14, № 7. – P. 1346-1361.

35. Zhou H. Dual-Doppler Radar Three-Dimensional Wind Field Retrieval Software System and Applications / H. Zhou // *Computer Science and Service System (CSSS), 2011 International Conference on*. – IEEE, 2011. – P. 360-365.

36. Ray P. S. Multiple-Doppler Radar Network Design / P. S. Ray, K. L. Sangren // *Journal of climate and applied meteorology*. – 1983. – Vol. 22, № 8. – P. 1444-1454.

37. Bandara H. M. N. D. Radar Networking in Collaborative Adaptive Sensing of Atmosphere: State of the Art and Research Challenges / H. M. N. D. Bandara, A. P. Jayasuman, M. Zink // *Globecom Workshops*. – IEEE, 2012. – P. 1378-1383.

38. Distributed Collaborative Adaptive Sensing (DCAS) for Improved Detection, Understanding, and Prediction of Atmospheric Hazards / D. J. McLaughlin, V. Chandrasekar, K. Droegemeier et al. // Proc. American Meteorological Society Annual Meeting. – 2005.

39. Brotzge J. Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere: New Radar System for Improving Analysis and Forecasting of Surface Weather Conditions / J. Brotzge, K. Droegemeier, D. J. McLaughlin // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. – 2006. – № 1948. – P. 145-151.

40. Remote Sensing of Weather Hazards Using a Low-Cost and Minimal Infrastructure Off-the-Grid Weather Radar Network / J. M. Trabal, J. G. Colom-Ustariz, S. L. Cruz-Pol et al. // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2013. – Vol. 51, № 5. – P. 2541-2555.

41. Brotzge J. Distributed Collaborative Adaptive Sensing for Hazardous Weather Detection, Tracking, and Predicting / J. Brotzge // Computational Science-ICCS. – 2004. – P. 670-677.

42. Chandrasekar V. Concepts and Principles of Rainfall Estimation from Radar: Multi-Sensor Environment and Data Fusion / V. Chandrasekar, R. Cifelli // Indian J. Radio Space. – 2012. – Vol. 41, № 4. – P. 389-402.

43. Junyent F. Theory and Characterization of Weather Radar Networks / F. Junyent, V. Chandrasekar // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2009. – Vol. 26, № 3. – P. 474-491.

44. Lim S. Evaluation of Networked Based Attenuation Correction in CASA IP1 Testbed / S. Lim, V. Chandrasekar // 34th Conference on Radar Meteorology. – 2009.

45. The CASA Integrated Project 1 Networked Radar System / F. Junyent, V. Chandrasekar, D. J. McLaughlin et al. // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2010. – Vol. 27, № 1. – P. 61-78.

46. Real-Time Implementation of a Network-Based Attenuation Correction in the CASA IP1 Testbed / S. Lim, V. Chandrasekar, P. Lee, A. P. Jayasumana // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2011. – Vol. 28, № 2. – P. 197-209.

47. Метеорологические автоматизированные радиолокационные сети / Т. А. Базлова, Н. В. Бочарников, Г. Б. Брылев и др. – СПб.: Гидрометеиздат, 2002. – 331 с.
48. Автоматизированные метеорологические радиолокационные комплексы «Метеоячейка» / Н. В. Бочарников, Г. Б. Брылев, Л. И. Кузнецова и др. – СПб.: Гидрометеиздат, 2007. – 246 с.
49. Солонин А. С. Состояние и перспективы развития автоматизированных систем метеорологического обеспечения авиации / А. С. Солонин // Труды международной конференции по авиационной и спутниковой метеорологии. – СПб.: Изд. РГГМУ, 2008. – С. 11-14.
50. Метеорологическое оборудование аэродромов и его эксплуатация / Н. В. Бочарников, Г. Б. Брылев, С. О. Гусев и др. – СПб.: Гидрометеиздат, 2003. – 591 с.
51. Srivastava R. C. Measurement of Attenuation by a Dual-Radar Method: Concept and Error Analysis / R. C. Srivastava, L. Tian // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 1996. – Vol. 13, № 5. – P. 937-947.
52. Zhang J. Constructing Three-Dimensional Multiple-Radar Reflectivity Mosaics: Examples of Convective Storms and Stratiform Rain Echoes / J. Zhang, K. Howard, J. J. Gourley // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2005. – Vol. 22, № 1. – P. 30-42.
53. Langston C. Four-Dimensional Dynamic Radar Mosaic / C. Langston, J. Zhang, K. Howard // Journal of atmospheric and oceanic technology. – 2007. – Vol. 24, № 5. – P. 776-790.
54. Монаков А. А. Методы компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях / А. А. Монаков, П. И. Ермаков // Успехи современной радиоэлектроники. – 2015. – № 12. – С. 19-35.
55. Монаков А. А. Оценка радиолокационной отражаемости в многопозиционных метеорадиолокационных комплексах / А. А. Монаков, П. И. Ермаков // Радиотехника. – 2017. – № 5. – С. 85-90.

56. Ермаков П. И. Компенсация затухания электромагнитных волн в метеообразованиях / П. И. Ермаков // Радиолокация, навигация, связь. – 2014. – С. 1672-1682.
57. Монаков А. А. Применение многомодельного фильтра частиц в задаче компенсации затухания электромагнитных волн в метеообразованиях / А. А. Монаков, П. И. Ермаков // Радиолокация, навигация, связь. – 2015. – С. 1601-1612.
58. Berne A. D. Influence of Non-Uniform Radar Beam Filling on Attenuation Correction at C- and X-Band / A. D. Berne, R. Uijlenhoet // Proceedings 4th European Conference on Radar in Meteorology and Hydrology. – 2006. – P. 129-132.
59. Investigation of Dual Polarization Techniques for Operational Rainfall Estimation in Complex Orography / G. Vulpiani, A. Pistillo, M. Montopoli et al. // Proceedings 6th European Conference on Radar in Meteorology and Hydrology. – 2010.
60. Atlas D. Advances in Radar Meteorology / D. Atlas // Advances in Geophysics. – 1964. – Vol. 10. – P. 317-478.
61. Atlas D. Scattering and Attenuation by Non-Spherical Atmospheric Particles / D. Atlas, M. Kerker, W. Hitschfeld // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. – 1953. – Vol. 3, № 2. – P. 108-119.
62. Atlas D. Radar Analysis of Severe Storms / D. Atlas // Severe local storms. – American Meteorological Society, 1963. – P. 177-223.
63. Tropopause Detected by Radar / D. Atlas, K. R. Hardy, K. M. Glover et al. // Science. – 1966. – Vol. 153, № 3740. – P. 1110-1112.
64. Atlas D. Doppler Radar Characteristics of Precipitation at Vertical Incidence / D. Atlas, R. C. Srivastava, R. S. Sekhon // Reviews of Geophysics. – 1973. – Vol. 11, № 1. – P. 1-35.
65. Mie G. Pioneering Mathematical Description of Scattering by Spheres / G. Mie // Ann. Phys. – 1908. – Vol. 25. – P. 337.
66. Strutt J. W. On the Scattering of Light by Small Particles / J. W. Strutt // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. – 1871. – Vol. 41, № 275. – P. 447-454.

67. Marshall J. S. The Distribution of Raindrops with Size / J. S. Marshall, W. M. Palmer // *J. Meteor.* – 1948. – Vol. 5. – P. 165-166.
68. Fujiwara M. Raindrop Size Distributions with Rainfall Types and Weather Conditions / M. Fujiwara. – Illinois State Water Survey, 1961.
69. Martinez D. Raindrop Size Distributions in Convective Clouds over Cuba / D. Martinez, E. G. Gori // *Atmospheric Research.* – 1999. – Vol. 52, № 3. – P. 221-239.
70. Williams C. R. Raindrop Size Distribution Variability Estimated Using Ensemble Statistics / C. R. Williams, K. S. Gage // *Annales Geophysicae.* – 2009. – Vol. 27, № 2. – P. 555-567.
71. Ulbrich C. W. Natural Variations in the Analytical Form of the Raindrop Size Distribution / C. W. Ulbrich // *Journal of Climate and Applied Meteorology.* – 1983. – Vol. 22, № 10. – P. 1764-1775.
72. Ulbrich C. W. Rainfall Microphysics and Radar Properties: Analysis Methods for Drop Size Spectra / C. W. Ulbrich, D. Atlas // *Journal of Applied Meteorology.* – 1998. – Vol. 37, № 9. – P. 912-923.
73. Marzano F. S. Relation between Weather Radar Equation and First-Order Backscattering Theory / F. S. Marzano, G. Ferrauto // *Atmospheric Chemistry and Physics.* – 2003. – Vol. 3, № 3. – P. 813-821.
74. Berne A. A Stochastic Model of Range Profiles of Raindrop Size Distributions: Application to Radar Attenuation Correction / A. Berne, R. Uijlenhoet // *Geophysical Research letters.* – 2005. – Vol. 32, № 10.
75. Коломиец С. Ф. Новые подходы к изучению жидкокапельных осадков / С. Ф. Коломиец // Труды III-й Всероссийской конференции «Радиолокация и радиосвязь». – 2009. – С. 706-711.
76. Wein M. The Electronic Correction for Attenuation of 3.2-cm Radar Signals from Rain / M. Wein // *Proc. 9th Weather Radar Conf.* – 1961. – P. 367-370.
77. Huff F. A. Evaluation of a Low-Powered 3-cm Radar for Quantitative Rainfall Measurements / F. A. Huff, J. C. Neill, Jr. M. Spock. – Illinois State Water Survey, 1965.

78. Olsen R. The aR^b Relation in the Calculation of Rain Attenuation / R. Olsen, D. V. Rogers, D. Hodge // IEEE Transactions on antennas and propagation. – 1978. – Vol. 26, № 2. – P. 318-329.

79. Rain-Profiling Algorithm for the TRMM Precipitation Radar / T. Iguchi, T. Kozu, R. Meneghini et al. // Journal of Applied Meteorology. – 2000. – Vol. 39, № 12. – P. 2038-2052.

80. Nicol J. C. Attenuation Correction Constraint for Single-Polarisation Weather Radar / J. C. Nicol, G. L. Austin // Meteorological Applications. – 2003. – Vol. 10, № 4. – P. 345-354.

81. Uijlenhoet R. Raindrop Size Distribution and Radar Reflectivity-Rain Rate Relationships for Radar Hydrology / R. Uijlenhoet // Hydrology and Earth System Sciences. – 2001. – Vol. 5, № 4. – P. 615-627.

82. Chumchean S. An Integrated Approach to Error Correction for Real-Time Radar-Rainfall Estimation / S. Chumchean, A. Sharma, A. Seed // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2006. – Vol. 23, № 1. – P. 67-79.

83. Uijlenhoet R. Uncertainties in Rainfall Retrievals from Ground-Based Weather Radar: Overview, Case Study, and Simulation Experiment / R. Uijlenhoet, S. H. Van der Wielen, A. Berne // Hydrology and Earth System Sciences Discussions. – 2006. – Vol. 3, № 4. – P. 2385-2436.

84. Degradation of Radar Reflectivity by Cloud Attenuation at Microwave Frequency / O. Pujol, J. F. Georgis, L. Feral, H. Sauvageot // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2007. – Vol. 24, № 4. – P. 640-657.

85. Krämer S. Improved C-band Radar Data Processing for Real Time Control of Urban Drainage Systems / S. Krämer, H. R. Verworn // Proceedings of the 11th International Conference on Urban Drainage. – 2008. – P. 1-10.

86. Uijlenhoet R. Stochastic Simulation Experiment to Assess Radar Rainfall Retrieval Uncertainties Associated with Attenuation and its Correction / R. Uijlenhoet, A. Berne // Hydrology and Earth System Sciences Discussions. – 2008. – Vol. 12, № 2. – P. 587-601.

87. Ojo J. S. Rain Rate and Rain Attenuation Prediction for Satellite Communication in Ku and Ka Bands over Nigeria / J. S. Ojo, M. O. Ajewole, S. K. Sarkar // Progress In Electromagnetics Research B. – 2008. – Vol. 5. – P. 207-223.

88. Hamilton P. M. Weather-Radar Attenuation Estimates from Raingauge Statistics / P. M. Hamilton, J. S. Marshall. – McGill University Macdonald Physics Laboratory, 1961. – № SR-MW-32.

89. Matsudo T. Rain Attenuation Compensation by Onboard Resource Sharing Based on Dynamic Rain Information from AMeDAS / T. Matsudo, Y. Karasawa, T. Shiokawa // Proceedings of the International Symposium on Antennas and Propagation Japan. – Institute of Electronics, Information & Communication Engineers, 1992. – Vol. 4. – P. 1073-1073.

90. Delrieu G. Feasibility of Using Mountain Return for the Correction of Ground-Based X-Band Weather Radar Data / G. Delrieu, S. Caoudal, J. D. Creutin // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 1997. – Vol. 14, № 3. – P. 368-385.

91. Young S. A. The Retrieval of Profiles of Particulate Extinction from Cloud–Aerosol Lidar and Infrared Pathfinder Satellite Observations (CALIPSO) Data: Uncertainty and Error Sensitivity Analyses / S. A. Young, M. A. Vaughan // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2013. – Vol. 30, № 3. – P. 395-428.

92. Seliga T. A. Potential Use of Radar Differential Reflectivity Measurements at Orthogonal Polarizations for Measuring Precipitation / T. A. Seliga, V. N. Bringi // Journal of Applied Meteorology. – 1976. – Vol. 15, № 1. – P. 69-76.

93. Gorgucci E. Evaluation of Attenuation Correction Methodology for Dual-Polarization Radars: Application to X-Band Systems / E. Gorgucci, V. Chandrasekar // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2005. – Vol. 22, № 8. – P. 1195-1206.

94. Comparison of Advanced Radar Polarimetric Techniques for Operational Attenuation Correction at C Band / G. Vulpiani, P. Tabary, J. P. Chatelet, F. S. Marzano // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2008. – Vol. 25, № 7. – P. 1118-1135.

95. Attenuation Correction and Hydrometeor Classification of High-Resolution, X-Band, Dual-Polarized Mobile Radar Measurements in Severe Convective Storms / J. C. Snyder, H. B. Bluestein, G. Zhang, S. J. Frasier // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2010. – Vol. 27, № 12. – P. 1979-2001.
96. Okamura S. Electromagnetic Wave Propagation in Rain and Polarization Effects / S. Okamura, T. Oguchi // *Proceedings of the Japan Academy, Series B*. – 2010. – Vol. 86, № 6. – P. 539-562.
97. Polarimetric Attenuation Correction in Heavy Rain at C Band / J. Y. Gu, A. Ryzhkov, P. Zhang et al. // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. – 2011. – Vol. 50, № 1. – P. 39-58.
98. Paulitsch H. Preliminary Evaluation of Polarimetric Parameters from a New Dual-Polarization C-Band Weather Radar in an Alpine Region / H. Paulitsch, F. Teschl, W. L. Randeu // *Advances in Geosciences*. – 2010. – Vol. 25. – P. 111.
99. Gorgucci E. Drop Shape and DSD Retrieval with an X-Band Dual Polarization Radar / E. Gorgucci // *33rd Conference on Radar Meteorology*. – 2007.
100. Brantley J. Q. Some Weather Observations with a Continuous-Wave Doppler Radar / J. Q. Brantley, D. A. Barczys // *Proceedings of the 6th Weather Radar Conference, American Meteorological Society, Cambridge, MA*. – 1957. – P. 297-306.
101. Lhermitte R. M. Motions of Scatterers and the Variance of the Mean Intensity of Weather Radar Signals / R. M. Lhermitte. – Sperry Rand Research Center, 1963.
102. Lhermitte R. M. Doppler Radars as Severe Storm Sensors / R. M. Lhermitte // *Bull. Amer. Meteor. Soc.* – 1964. – Vol. 45. – P. 587-596.
103. Lhermitte R. M. Precipitation Motion by Pulse Doppler Radar / R. M. Lhermitte, D. Atlas // *Proc. 9th Weather Radar Conf.* – 1961. – P. 218-223.
104. Rummeler W. D. Introduction of a New Estimator for Velocity Spectral Parameters / W. D. Rummeler // *Rep. MM-68-4141*. – 1968. – Vol. 5. – P. 680-696.
105. Sirmans D. Numerical Comparison of Five Mean Frequency Estimators / D. Sirmans, B. Bumgarner // *Journal of Applied Meteorology*. – 1975. – Vol. 14, № 6. – P. 991-1003.

106. Bamler R. Doppler Frequency Estimation and the Cramer-Rao Bound / R. Bamler // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 1991. – Vol. 29, № 3. – P. 385-390.

107. Berger T. Estimation of the Spectral Moments of Pulse Trains / T. Berger, H. L. Groginsky // International Conference on Information Theory (preprints). – 1973.

108. Zrnic D. Moments of Estimated Input Power for Finite Sample Averages of Radar Receiver Outputs / D. Zrnic // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1975. – № 1. – P. 109-113.

109. Монаков А. А. Наблюдение турбулентных атмосферных областей в бортовых метеорологических радиолокаторах: измерение параметров турбулентности / А. А. Монаков, Ю. А. Монаков // Успехи современной радиоэлектроники. – 2012. – №. 5. – С. 14-28.

110. Armstrong G. M. Plan Shear Indicator for Real-Time Doppler Radar Identification of Hazardous Storm Winds / G. M. Armstrong, R. J. Donaldson // Journal of Applied Meteorology. – 1969. – Vol. 8, № 3. – P. 376-383.

111. Minciardi R. Optimal Planning of a Weather Radar Network / R. Minciardi, R. Sacile, F. Siccardi // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2003. – Vol. 20, № 9. – P. 1251-1263.

112. Доброленский Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере / Ю. П. Доброленский – М.: Машиностроение, 1969. – 257 с.

113. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В. И. Татарский. – М.: Наука, 1967. – 548 с.

114. Hitschfeld W. Turbulence in Snow Generating Cells / W. Hitschfeld, A. S. Dennis // Sci. Rep. MW-23, McGill University, Montreal, 31pp. – 1956.

115. Considerations for Pulse-Doppler Radar Observations of Severe Thunderstorms / R. J. Doviak, D. Sirmans, D. Zrnic, G. B. Walker // Journal of Applied Meteorology. – 1978. – Vol. 17, № 2. – P. 189-205.

116. Sirmans D. Meteorological Radar Signal Intensity Estimation / D. Sirmans, R. J. Doviak. – National Severe Storms Laboratory, 1973.

117. Ecklund W. L. A UHF Wind Profiler for the Boundary Layer: Brief Description and Initial Results / W. L. Ecklund, D. A. Carter, B. B. Balsley // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 1988. – Vol. 5, № 3. – P. 432-441.

118. Nastrom G. D. Doppler Radar Spectral Width Broadening due to Beamwidth and Wind Shear / G. D. Nastrom // *Annales Geophysicae*. – Springer Berlin/Heidelberg, 1997. – Vol. 15, № 6. – P. 786-796.

119. Doviak R. J. Doppler Radar and Weather Observations / R. J. Doviak, D. S. Zrnic. – Courier Corporation, 1993. – 592 p.

120. Монаков А. А. Наблюдение турбулентных атмосферных областей в бортовых метеорологических радиолокаторах: обнаружение метеосигналов / А. А. Монаков, Ю. А. Монаков // *Успехи современной радиоэлектроники*. – 2011. – № 12. – С. 64-78.

121. Dryden H. L. A Review of the Statistical Theory of Turbulence / H. L. Dryden // *Quarterly of Applied Mathematics*, 1943. – Vol. 1, № 1. – P. 7-42.

122. Von Karman T. Progress in the Statistical Theory of Turbulence / T. Von Karman // *Proc. of the National Academy of Sciences*, 1948. – Vol. 11, № 34. – P. 530-539.

123. Standard M. Flying Qualities of Piloted Aircraft // *Mil-std-1797a ed.* – 1990.

124. Колмогоров А. Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса / А. Н. Колмогоров // *Докл. Акад. наук СССР*. – 1941. – Т. 30. – № 4.

125. Melnikov V. M. Turbulence and Wind Shear in Layers of Large Doppler Spectrum Width in Stratiform Precipitation / V. M. Melnikov, R. J. Doviak // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2009. – Vol. 26, № 3. – P. 430-443.

126. Mudukutore A. S. Pulse Compression for Weather Radars / A. S. Mudukutore, V. Chandrasekar, R. J. Keeler // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. – 1998. – Vol. 36, № 1. – P. 125-142.

127. Simulation of Atmospheric Turbulent Gusts and Gust Gradients / F. B. Tatom, S. R. Smith, G. H. Fichtl // *Journal of Aircraft*. – 1982. – Vol. 19, № 4. – P. 264-271.

128. A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking / M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp // IEEE Transactions on Signal Processing. – 2002. – Vol. 50, № 2. – P. 174-188.

129. Gustafsson F. Particle Filter Theory and Practice with Positioning Applications / F. Gustafsson // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. – 2010. – Vol. 25, № 7. – P. 53-82.

130. Gordon N. J. Novel Approach to Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian State Estimation / N. J. Gordon, D. J. Salmond, A. F. M. Smith // IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing). – IET Digital Library, 1993. – Vol. 140, № 2. – P. 107-113.

131. Boers Y. Interacting Multiple Model Particle Filter / Y. Boers, J. N. Driessen // IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation. – 2003. – Vol. 150, № 5. – P. 344-349.

132. A Novel Interacting Multiple Model Particle Filter for Maneuvering Target Tracking in Clutter / J. Wang, B. Fan, Y. Li, Z. Zhuang // Progress in Electromagnetics Research C. – 2013. – Vol. 35. – P. 177-191.

133. Радиолокационные измерения осадков / А.М. Боровиков, В.В. Костарев, И.П. Мазин, А.А. Черников – Л.: Гидрометеиздат, 1967. – 140 с.

134. Колмогоров А. Н. Паркетты из правильных многоугольников / А. Н. Колмогоров // Квант. – 1970. – № 3. – С. 24-27.

135. Barnes S. L. A Technique for Maximizing Details in Numerical Weather Map Analysis / S. L. Barnes // Journal of Applied Meteorology. – 1964. – Vol. 3, № 4. – P. 396-409.

136. Trapp R. J. Radar Data Objective Analysis / R. J. Trapp, C. A. Doswell III // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology. – 2000. – Vol. 17, № 2. – P. 105-120.

137. Askelson M. A. An Adaptation of the Barnes Filter Applied to the Objective Analysis of Radar Data / M. A. Askelson, J. P. Aubagnac, J. M. Straka // Monthly weather review. – 2000. – Vol. 128, № 9. – P. 3050-3082.

138. Ruzanski E. Weather Radar Data Interpolation Using a Kernel-Based Lagrangian Nowcasting Technique / E. Ruzanski, V. Chandrasekar // IEEE

Transactions on Geoscience and Remote Sensing. – 2015. – Vol. 53, № 6. – P. 3073-3083.

139. Abramowitz M. Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables / M. Abramowitz, I. A. Stegun. – Courier Corporation, 1964. – Vol. 55.

140. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М.: Наука, 1979. — 288 с.

Приложение А

Вычисление дисперсии проекции поля скоростей ветра на направление

В п. 2.3 была введена случайная величина δV , являющаяся проекцией поля скоростей ветра (за вычетом среднего значения) на радиальное направление от МРЛ в наблюдаемую точку. Было показано, что данная проекция следующим образом связана с полем скоростей \mathbf{u} (см. (2.14)-(2.15)):

$$\delta V = \mathbf{n}^T \mathbf{M} \mathbf{u}.$$

Так как δV является линейной комбинацией компонент вектора турбулентности, ее можно записать в следующем виде:

$$\delta V = a_x u_x + a_y u_y + a_z u_z.$$

Так как в соответствии с принятой моделью турбулентности (см. п. 2.2) компоненты поля независимы, дисперсия δV будет равна:

$$\sigma_V^2 = a_x^2 \sigma_x^2 + a_y^2 \sigma_y^2 + a_z^2 \sigma_z^2.$$

Задавая направление проекции азимутом α и углом места ε , получим следующее выражение, определяющее дисперсию проекции поля:

$$\begin{aligned} \sigma_V^2(\alpha, \varepsilon) = & K_x \cos^2 \alpha \cos^2 \varepsilon + K_y \sin^2 \alpha \cos^2 \varepsilon + K_z \sin^2 \varepsilon + K_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \varepsilon + \\ & + K_{xz} \cos \alpha \sin \varepsilon \cos \varepsilon + K_{yz} \sin \alpha \sin \varepsilon \cos \varepsilon, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{V_x^2 \sigma_x^2 + V_y^2 \sigma_y^2}{V_0^2} + \frac{V_z^2}{V_0^2} \left[\frac{V_x^2 \sigma_z^2 + V_y^2 \sigma_y^2}{V_x^2 + V_y^2} \right], \\ K_y &= \frac{V_x^2 \sigma_y^2 + V_y^2 \sigma_x^2}{V_0^2} + \frac{V_z^2}{V_0^2} \left[\frac{V_x^2 \sigma_y^2 + V_y^2 \sigma_z^2}{V_x^2 + V_y^2} \right], \\ K_z &= \frac{V_x^2 \sigma_z^2 + V_y^2 \sigma_z^2 + V_z^2 \sigma_x^2}{V_0^2}, \\ K_{xy} &= \frac{2V_x V_y}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + 2V_x V_y \frac{V_z^2}{V_0^2} \left[\frac{\sigma_z^2 - \sigma_y^2}{V_x^2 + V_y^2} \right], \\ K_{xz} &= \frac{2V_x V_z}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_z^2), \quad K_{yz} = \frac{2V_y V_z}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_z^2). \end{aligned} \tag{A.1}$$

На практике довольно часто используется модель, в которой статистические свойства поперечной и вертикальной компонент турбулентности одинаковы, т.е. $\sigma_y^2 = \sigma_z^2$. При этом выражения (А.1) упрощаются:

$$K_x = \frac{V_x^2 \sigma_x^2 + V_y^2 \sigma_y^2 + V_z^2 \sigma_y^2}{V_0^2},$$

$$K_y = \frac{V_x^2 \sigma_y^2 + V_y^2 \sigma_x^2 + V_z^2 \sigma_y^2}{V_0^2},$$

$$K_z = \frac{V_x^2 \sigma_y^2 + V_y^2 \sigma_y^2 + V_z^2 \sigma_x^2}{V_0^2},$$

$$K_{xy} = \frac{2V_x V_y}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_y^2),$$

$$K_{xz} = \frac{2V_x V_z}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_y^2),$$

$$K_{yz} = \frac{2V_y V_z}{V_0^2} (\sigma_x^2 - \sigma_y^2).$$

Наконец, в простейшем случае, когда все компоненты турбулентности независимы и имеют одинаковые статистические свойства, их дисперсии равны дисперсии проекции поля на любое направление. В этом случае имеет место изотропная турбулентность.

Приложение Б

Значения интегралов для вычисления корреляционной функции

Приведем без вывода значения интегралов, вычисленных по формулам (2.28):

$$G_\alpha(0,1) = e^{-\frac{1}{8\beta_\alpha}} \cos \alpha_I,$$

$$G_\alpha(1,0) = e^{-\frac{1}{8\beta_\alpha}} \sin \alpha_I,$$

$$G_\alpha(0,2) = \frac{1 + e^{-\frac{1}{2\beta_\alpha}} \cos 2\alpha_I}{2},$$

$$G_\alpha(2,0) = \frac{1 - e^{-\frac{1}{2\beta_\alpha}} \cos 2\alpha_I}{2},$$

$$G_\alpha(1,1) = e^{-\frac{1}{2\beta_\alpha}} \sin \alpha_I \cos \alpha_I,$$

$$G_\varepsilon(1,1) = e^{-\frac{3}{8\beta_\varepsilon}} \sin \varepsilon_I,$$

$$G_\varepsilon(0,2) = e^{-\frac{1}{8\beta_\varepsilon}} \frac{1 + e^{-\frac{1}{2\beta_\varepsilon}} \cos 2\varepsilon_I}{2 \cos \varepsilon_I},$$

$$G_\varepsilon(0,3) = \frac{3 \cos \varepsilon_I + e^{-\frac{1}{\beta_\varepsilon}} \cos 3\varepsilon_I}{4 \cos \varepsilon_I},$$

$$G_\varepsilon(2,1) = \frac{\cos \varepsilon_I - e^{-\frac{1}{\beta_\varepsilon}} \cos 3\varepsilon_I}{4 \cos \varepsilon_I},$$

$$G_\varepsilon(1,2) = \frac{\sin \varepsilon_I + e^{-\frac{1}{\beta_\varepsilon}} \sin 3\varepsilon_I}{4 \cos \varepsilon_I}.$$

Приложение В

Байесовский рекуррентный алгоритм вычисления апостериорной плотности распределения вектора состояния

Пусть имеется стохастическая система с вектором состояния $\mathbf{x}_n, n=0,1,\dots$ и состоянием $M_n = i, i \in [-I, I], n=0,1,\dots$. Будем считать, что процесс перехода системы из одного состояния в другое управляется однородной марковской цепью с априорно известными начальными вероятностями $P_i = \Pr\{M_n = i\}, i \in [-I, I]$ и переходной матрицей $\pi_{ji} = \Pr\{M_n = i | M_{n-1} = j\}, i, j \in [-I, I]$.

Введем расширенный вектор состояния системы $\mathbf{y}_n = (\mathbf{x}_n, M_n)$ и вектор наблюдений $\mathbf{Z}^n = (z_1, \dots, z_n)^T$. Пусть на $(n-1)$ -м шаге получена апостериорная плотность распределения расширенного вектора состояния $p(\mathbf{y}_{n-1} | \mathbf{Z}^{n-1})$. Байесовский алгоритм вычисления апостериорной плотности $p(\mathbf{y}_n | \mathbf{Z}^n) = p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^n) \Pr(M_n = i | \mathbf{Z}^n)$ на следующем n -м шаге состоит в решении (см., например, [128]):

1. уравнения предсказания

$$p(\mathbf{y}_n | \mathbf{Z}^{n-1}) = \int p(\mathbf{y}_n | \mathbf{y}_{n-1}) p(\mathbf{y}_{n-1} | \mathbf{Z}^{n-1}) d\mathbf{y}_{n-1},$$

2. уравнения обновления

$$p(\mathbf{y}_n | \mathbf{Z}^n) = \frac{p(z_n | \mathbf{y}_n) p(\mathbf{y}_n | \mathbf{Z}^{n-1})}{\int p(z_n | \mathbf{y}_n) p(\mathbf{y}_n | \mathbf{Z}^{n-1}) d\mathbf{y}_n},$$

где $p(\mathbf{y}_n | \mathbf{y}_{n-1}) = p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}, M_n = i) \Pr\{M_n = i | M_{n-1} = j\} = \pi_{ji} p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}, M_n = i)$ – плотность перехода для расширенного вектора состояния, $p(z_n | \mathbf{y}_n) = p(z_n | \mathbf{x}_n)$ – функция правдоподобия. Условная плотность перехода $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}, M_n = i)$ и функция правдоподобия $p(z_n | \mathbf{x}_n)$ вычисляются на основании уравнений состояния и наблюдения системы. Будем считать эти две функции известными.

На основании теоремы Байеса

$$p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^n) = \frac{p(z_n | \mathbf{x}_n) p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1})}{\int p(z_n | \mathbf{x}_n) p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1}) d\mathbf{x}_n}, \quad (\text{B.1})$$

где $p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1})$ – предсказание плотности распределения вектора состояния, которое может быть сделано на основе следующего уравнения:

$$p(\mathbf{x}_n | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \int p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}, M_n = i) p(\mathbf{x}_{n-1} | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1}) d\mathbf{x}_{n-1}. \quad (\text{B.2})$$

В свою очередь апостериорная плотность распределения $p(\mathbf{x}_{n-1} | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1})$ при условии, что на следующий шаг система перейдет в состояние $M_n = i$, равна

$$p(\mathbf{x}_{n-1} | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1}) = \sum_{j=-I}^I p(\mathbf{x}_{n-1} | M_{n-1} = j, \mathbf{Z}^{n-1}) \mu_{n-1}^{ji}, \quad (\text{B.3})$$

где условная апостериорная вероятность состояния $M_{n-1} = j$

$$\mu_{n-1}^{ji} = \Pr\{M_{n-1} = j | M_n = i, \mathbf{Z}^{n-1}\} = \frac{p_{ji} \mu_{n-1|n-1}^j}{\mu_{n-1}^i}, \quad (\text{B.4})$$

предсказание вероятности состояния $M_n = i$

$$\mu_{n|n-1}^i = \Pr\{M_n = i | \mathbf{Z}^{n-1}\} = \sum_{j=-I}^I p_{ji} \mu_{n-1|n-1}^j, \quad (\text{B.5})$$

и апостериорная вероятность состояния $M_n = j$

$$\mu_{n|n}^j = \Pr\{M_n = j | \mathbf{Z}^n\} = \frac{\mu_{n|n-1}^j p(z_n | M_n = j, \mathbf{Z}^{n-1})}{\sum_{j=-I}^I \mu_{n|n-1}^j p(z_n | M_n = j, \mathbf{Z}^{n-1})}. \quad (\text{B.6})$$

Для предсказания плотности распределения измерения z_n при условии, что $M_n = j$, можно записать следующее уравнение:

$$p(z_n | M_n = j, \mathbf{Z}^{n-1}) = \int p(z_n | \mathbf{x}_n) p(\mathbf{x}_n | M_n = j, \mathbf{Z}^{n-1}) d\mathbf{x}_n, \quad (\text{B.7})$$

где плотность $p(\mathbf{x}_n | M_n = j, \mathbf{Z}^{n-1})$ рассчитывается на основании (B.1).

С учетом (B.3) и (B.5) искомая апостериорная плотность для вектора состояния будет равна:

$$p(\mathbf{x}_n | \mathbf{Z}^n) = \sum_{j=1}^I \mu_{n|n}^j p(\mathbf{x}_n | M_n = j, \mathbf{Z}^n). \quad (\text{B.8})$$

Таким образом, полученная цепочка уравнений (B.1) – (B.8) дает возможность рекуррентно вычислять апостериорную плотность распределения расширенного вектора состояния и может быть использована для реализации алгоритма байесовского оценивания (фильтрации).

Приложение Г

Выражение распределения метеочастиц по диаметрам через водность

Распределение Маршалла – Пальмера имеет вид:

$$N(D, R) = N_0(R) \exp[-\Lambda(R)D], \quad (\text{Г.1})$$

при этом его параметры:

$$\begin{aligned} N_0(R) &= 6,26 \cdot 10^{-2} \cdot R^{0,033}, \\ \Lambda(R) &= 41 \cdot R^{-0,21}. \end{aligned} \quad (\text{Г.2})$$

Подставим (Г.1) в формулу водности (3.6) и проинтегрируем:

$$\begin{aligned} W(R) &= \frac{\pi}{6} \rho_w \int_0^{\infty} D^3 N(D, R) dD = \\ &= \frac{\pi}{6} \rho_w \int_0^{\infty} D^3 N_0(R) \exp(-\Lambda(R)D) dD = \frac{\pi \rho_w N_0(R)}{\Lambda^4(R)}. \end{aligned} \quad (\text{Г.3})$$

Подставим (Г.2) в (Г.3):

$$W(R) = \frac{\pi \rho_w \cdot 6,26 \cdot 10^{-2} \cdot R^{0,033}}{(41 \cdot R^{-0,21})^4}. \quad (\text{Г.4})$$

Решим (Г.4) относительно интенсивности дождя R :

$$R \approx \left(\frac{41^4 W}{6,26 \cdot 10^{-2} \pi \rho_w} \right)^{1,145}. \quad (\text{Г.5})$$

Полученное выражение связывает водность и интенсивность дождя в модели Маршалла – Пальмера. Чтобы получить зависимости параметров распределения Маршалла – Пальмера от водности, подставим (Г.5) в (Г.2):

$$\begin{aligned} N_0(W) &= 6,92 \cdot 10^{-2} W^{0,038}, \\ \Lambda(W) &= 21,6 \cdot W^{-0,24}. \end{aligned} \quad (\text{Г.6})$$

Приложение Д

Вероятность аномальной ошибки оценивания отражаемости при использовании НКИХ фильтра

Подставим в знаменатель (3.21) оценку измеряемой отражаемости:

$$b(r) = \left[1 - 0,46\alpha\beta \int_0^r \hat{Z}_{\text{изм}}^\beta(r) dr \right]^{\frac{1}{\beta}}. \quad (\text{Д.1})$$

Представляет интерес исследовать зависимость от r вероятности того, что (Д.1) примет отрицательное значение. Такое событие приведет к тому, что результирующее значение отражаемости в $[\partial BZ]$ окажется неопределенным (логарифм отрицательного числа).

Исследуем статистические характеристики $b(r)$. Для этого сначала вычислим моменты величины $a(r) = \int_0^r \hat{Z}_{\text{изм}}^\beta(r) dr$. В п. 3.2 было показано, что $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$ имеет гамма-распределение, однако при больших размерах выборки K (что чаще всего справедливо на практике) в силу центральной предельной теоремы это распределение можно аппроксимировать нормальным, тогда $\hat{Z}_{\text{изм}}(r)$ можно представить в виде:

$$\hat{Z}_{\text{изм}}(r) = \mu_Z(r) + \delta Z(r), \quad (\text{Д.2})$$

где

$$\mu_Z(r) = Z_{\text{ист}}(r) \exp\left(-0,46\alpha \int_0^r Z_{\text{ист}}^\beta(r) dr\right),$$

$\delta Z(r)$ – нормальная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_Z^2(r) = \mu_Z^2(r)/K$.

Разложим $\hat{Z}_{\text{изм}}^\beta(r)$ (Д.2) в ряд Маклорена относительно $\delta Z(r)$ и ограничимся первыми двумя членами ряда:

$$\hat{Z}_{\text{изм}}^\beta(r) \approx \mu_Z^\beta(r) + \beta \mu_Z^{\beta-1}(r) \delta Z(r).$$

Тогда

$$a(r) = \int_0^r \hat{Z}_{\text{ИЗМ}}^\beta(r) dr \approx \int_0^r \mu_Z^\beta(r) dr + \beta \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r) \delta Z(r) dr$$

– нормальная случайная величина, т.к. $\delta Z(r)$ – нормальная случайная величина и $a(r)$ зависит от нее линейно.

Математическое ожидание $a(r)$:

$$\begin{aligned} \mu_a(r) &= E[a(r)] \approx E\left[\int_0^r \mu_Z^\beta(r) dr + \beta \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r) \delta Z(r) dr\right] = \\ &= \int_0^r \mu_Z^\beta(r) dr + \beta \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r) E[\delta Z(r)] dr = \int_0^r \mu_Z^\beta(r) dr, \end{aligned} \quad (\text{Д.3})$$

т.к. $\delta Z(r)$ имеет нулевое математическое ожидание.

Дисперсия $a(r)$:

$$\begin{aligned} D_a(r) &= E\left[(a(r) - \mu_a(r))^2\right] \approx E\left[\left(\beta \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r) \delta Z(r) dr\right)^2\right] = \\ &= E\left[\beta^2 \int_0^r \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r_1) \mu_Z^{\beta-1}(r_2) \delta Z(r_1) \delta Z(r_2) dr_1 dr_2\right] = \\ &= \beta^2 \int_0^r \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r_1) \mu_Z^{\beta-1}(r_2) E[\delta Z(r_1) \delta Z(r_2)] dr_1 dr_2 = \\ &= \beta^2 \int_0^r \int_0^r \mu_Z^{\beta-1}(r_1) \mu_Z^{\beta-1}(r_2) R_{\delta Z}(r_1, r_2) dr_1 dr_2, \end{aligned} \quad (\text{Д.4})$$

где $R_{\delta Z}(r_1, r_2)$ – корреляционная функция (КФ) $\delta Z(r)$.

Перейдем к дискретной обработке, при этом $\delta Z[n]$ можно рассматривать как нестационарный дискретный белый шум, так как его отсчеты независимы и нормально распределены [119]. Тогда КФ $\delta Z[n]$:

$$R_{\delta Z}[i, j] = \delta_{ij} \sigma_Z^2[i], \quad (\text{Д.5})$$

где δ_{ij} – дельта Кронекера.

Перейдем в (Д.3) и (Д.4) от интегрирования к суммированию, подставим значения $\mu_z[n]$ и $\sigma_z^2[n]$, а также значение КФ (Д.5):

$$\mu_a[n] = \delta r \sum_{i=0}^n Z_{\text{изм}}^\beta [i],$$

$$D_a[n] = \frac{\beta^2 \delta r^2}{K} \sum_{i=0}^n Z_{\text{изм}}^{2\beta} [i].$$

Пересчитаем интересующий интервал $(-\infty, 0)$ изменения $b(r)$ в интервал изменения $a(r)$ на основании (Д.1):

$$(-\infty, 0) \rightarrow \left(\frac{1}{0,46\alpha\beta}, \infty \right).$$

Наконец, вычислим вероятность попадания значения $b(r)$ в область $(-\infty, 0)$:

$$P(r) = \Pr\{-\infty < b(r) < 0\} = 1 - F_{a(r)}\left(\frac{1}{0,46\alpha\beta}\right), \quad (\text{Д.6})$$

где $F_{a(r)}(\cdot)$ – интегральная функция распределения $a(r)$.

Поставим задачу вычисления вероятности события, которое заключается в том, что на некотором интервале наблюдения $(0, r_{\text{max}})$ $b(r)$ примет отрицательное значение. Это позволит охарактеризовать дальностный профиль отражаемости одним значением вероятности, абстрагируясь от его конкретной формы. Из физических соображений ясно, что $b(r)$ – убывающая функция, так как измеряемая отражаемость – положительная величина. Отсюда следует, что если к концу наблюдения (на дальности r_{max}) $b(r)$ все еще неотрицательна, то она неотрицательна и на всем интервале $(0, r_{\text{max}})$. Это означает, что вероятность $P(r_{\text{max}})$ определяет искомую вероятность аномальной ошибки НКИХ фильтра:

$$P_A = P(r_{\text{max}}) = 1 - F_{a(r_{\text{max}})}\left(\frac{1}{0,46\alpha\beta}\right). \quad (\text{Д.7})$$

Приложение Е

Производные целевой функции для метода максимального правдоподобия

В п. 4.3.1 была выведена целевая функция, минимизация которой дает оценку максимального правдоподобия истинной отражаемости:

$$f(\mathbf{Z}_{\text{ист}}) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(\ln S^{(m)}[n, d] + \frac{\hat{Z}_{\text{ИЗМ}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right). \quad (\text{E.1})$$

Продифференцируем (E.1) по элементам вектора истинной отражаемости и получим соответствующий элемент градиента:

$$\nabla f_i = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(1 - \frac{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right) A_i^{(m)}[n, d],$$

где $A_i^{(m)}[n, d] = \frac{w_i^{(m)}[n, d]}{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]} - \gamma\beta \sum_{l=0}^n w_i^{(m)}[l, d] (Z_{\text{ист}}^{(m)}[l, d])^{\beta-1}$.

Вычислим смешанные производные (E.1) по парам элементов вектора истинной отражаемости и получим соответствующие элемент матрицы Гессе:

$$\begin{aligned} H_{ij}(f) = & \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \frac{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} A_i^{(m)}[n, d] A_j^{(m)}[n, d] - \\ & - \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(1 - \frac{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right) \frac{w_i^{(m)}[n, d] w_j^{(m)}[n, d]}{(Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d])^2} + \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D \left(1 - \frac{Z_{\text{ист}}^{(m)}[n, d]}{S^{(m)}[n, d]} \right) \left(\gamma\beta(\beta-1) \sum_{l=0}^n w_i^{(m)}[l, d] w_j^{(m)}[l, d] (Z_{\text{ист}}^{(m)}[l, d])^{\beta-2} \right). \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Приложение Ж

Акты о внедрении



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
**«Санкт-Петербургский
государственный университет
аэрокосмического приборостроения»
(ГУАП)**

ул. Большая Морская, д.67, лит. А, Санкт-Петербург, 190000
Тел. (812) 710-6510, факс (812) 494-7057
E-mail: common@aanet.ru

ОГРН 1027810232680, ИНН/КПП 7812003110/783801001

№ _____
На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-воспитательной
работе ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный университет
аэрокосмического приборостроения»,
доктор юридических наук, профессор

_____ /Бояр В. М./
« 7 » _____ 2017 года



АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы П. И. Ермакова на тему
«Алгоритмы обработки сигналов в многопозиционных метеорологических
радиолокационных комплексах» в учебном процессе

Комиссия в составе председателя директора института радиотехники, электроники и связи, доктора технических наук, профессора Бестугина А. Р., и членов: заместителя заведующего кафедрой «Радиотехнические системы», кандидата технических наук, доцента Хоменко А. А., кандидата технических наук, доцента Поддубного С. С. настоящим актом подтверждает, что результаты диссертационной работы аспиранта П. И. Ермакова, а именно алгоритмы цифровой обработки сигналов в многопозиционных метеорологических радиолокационных комплексах, внедрены в разделы лекционных курсов и лабораторного практикума по следующим дисциплинам: «Теория и техника РТС», «Средства интроскопии», «Особенности приема и обработки сигналов в РТС различного назначения», читаемых на кафедре «Радиотехнические системы» по направлению подготовки 11.04.01 «Радиотехника».

Председатель:
директора института радиотехники,
электроники и связи,
доктор технических наук, профессор

_____ /Бестугин А. Р./

Члены комиссии:
заместитель заведующего кафедрой
«Радиотехнические системы»,
кандидат технических наук, доцент

_____ /Хоменко А. А./

доцент кафедры «Радиотехнические системы»,
кандидат технических наук,
доцент

_____ /Поддубный С. С./

« 7 » 12 2017 года

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
Общество с ограниченной ответственностью
«Контур-НИИРС»

АКТ
от «15» декабря 2017 г. № 3
г. Санкт-Петербург

«О внедрении результатов
диссертационной работы П. И. Ермакова,
представляемой на соискание ученой
степени кандидата технических наук»

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор

С. Е. Зеленский

2017 г.



Научно-техническая комиссия представителей ООО «Контур-НИИРС» в составе:

Председатель:

Зам. директора

А. Б. Дискович

Члены комиссии: Главный специалист

С. А. Иванов

Нач. лаборатории №403

М. В. Вишенцев

составила настоящий акт о том, что разработанные Ермаковым П. И. алгоритмы оценки радиолокационной отражаемости (НБИХ-фильтр, ФЧ и ММФЧ), а также алгоритм совместной оценки параметров поля скорости ветра, изложенные в диссертации «Алгоритмы обработки сигналов в многопозиционных метеорологических радиолокационных комплексах», были использованы при модернизации многопозиционного метеорологического радиолокационного комплекса «Монокль-БЗ».

Использование результатов диссертационного исследования позволило повысить точность оценки параметров метеорологических целей: радиолокационной отражаемости, средней скорости ветра и интенсивности турбулентного движения воздуха.

Председатель комиссии:  А. Б. Дискович

Члены комиссии:  С. А. Иванов

 М. В. Вишенцев