

**С. В. Осмоловский, Н. В. Данилюк** – студенты Института военного образования  
**Д. В. Бондаренко** – научный руководитель

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПОВЕРКИ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Определением положения тела в пространстве занимаются уже многие годы, оно может быть произведено различными способами. Для неподвижного объекта оно может быть определено с помощью таких приборов, как сектант и теодолит, для подвижного объекта – с помощью гироскопов, гировертикалей и акселерометров. Стенды для поверки последних используют в качестве измерителей датчики угла. Направлением исследования данной работы является повышение точности данных стендов, путем замены датчиков угла на измерители длины. Дальнейшее повышение точности таких установок будет достигаться с минимальными затратами простым изменением насечек шкал измерителей.

Цель данной работы состоит в усовершенствовании первоначальной модели (рис.1, а). При исследовании ее работы некоторые параметры не учитывались, так как не хватало исходных данных. Описывающая работу математическая модель в статье [1] была упрощена, что позволило провести первоначальные вычисления.

Для решения проблемы, описанной выше, установка была модернизирована (рис. 1, б). В разрабатываемую модель добавлены диагональные измерители длины между смежными вершинами треугольников. В результате этих изменений были получены недостающие данные, которые позволили дополнить систему уравнений.

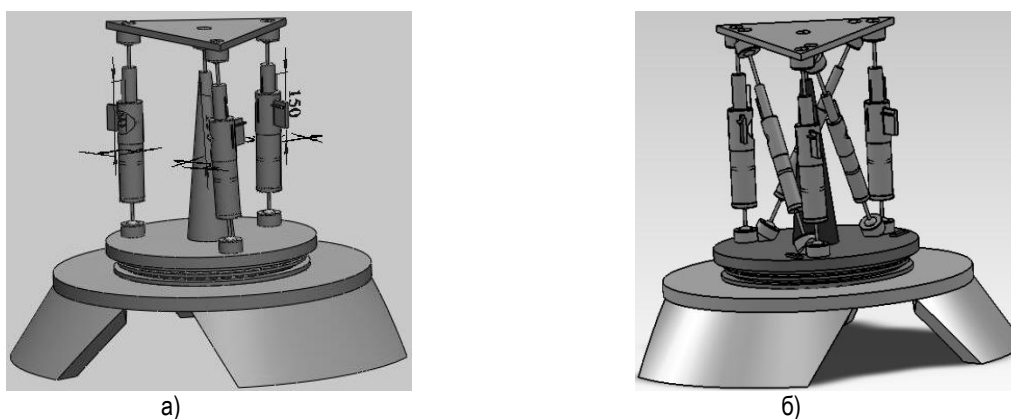


Рис. 1. Изображение модели поверочного стола

Полученная, таким образом, система может быть представлена в следующем виде.

Все вершины подвижной плоскости движутся по поверхности сферы радиуса  $R$  (рис. 2), начало координат расположено в ее центре  $(0, 0, 0)$ . Общее уравнение сферы имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2,$$

где  $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты ее центра;  $(x, y, z)$  – координаты точки на поверхности.

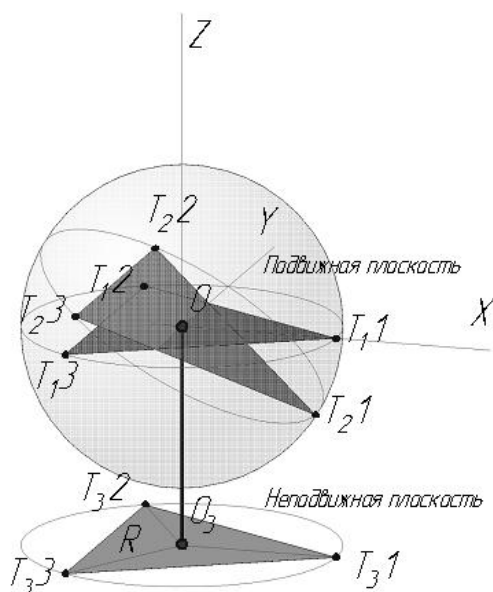


Рис. 2. Схематическая модель установки

Точки, лежащие на поверхности сферы, описываются уравнениями:

$$\begin{aligned}x_{11}^2 + y_{11}^2 + z_{11}^2 &= R^2 \\x_{12}^2 + y_{12}^2 + z_{12}^2 &= R^2 \\x_{21}^2 + y_{21}^2 + z_{21}^2 &= R^2 \\x_{22}^2 + y_{22}^2 + z_{22}^2 &= R^2 \\x_{31}^2 + y_{31}^2 + z_{31}^2 &= R^2 \\x_{32}^2 + y_{32}^2 + z_{32}^2 &= R^2\end{aligned}$$

где  $x_{ij}$ ,  $y_{ij}$ ,  $z_{ij}$  – координаты трех вершин треугольника;  $i$  – номер точки (возможные значения 1, 2, 3);  $j$  – номер состояния (возможные значения: 1 – начальное состояние подвижной плоскости; 2 – конечное состояние подвижной плоскости; 3 – состояние неподвижной плоскости).

Рассмотрим треугольник подвижной плоскости (рис. 3). Точка пересечения медиан – это центр тяжести треугольника.

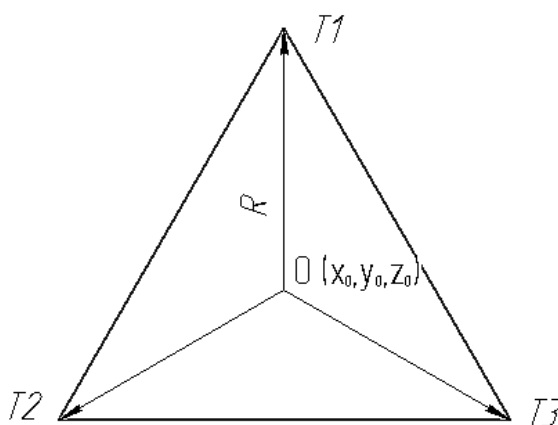


Рис. 3. Точка пересечения медиан в равностороннем треугольнике

Тогда  $\left\{ \sum_{i=1}^3 x_{ij} - 3x_0, \sum_{i=1}^3 y_{ij} - 3y_0, \sum_{i=1}^3 z_{ij} - 3z_0 \right\}$  – вектор, равный сумме векторов от центра к вершинам, равен нулевому вектору  $\{0, 0, 0\}$ , где  $(x_0, y_0, z_0)$  – точка пересечения медиан и начало координат.

динат (0, 0, 0).

Получаем уравнения:

$$x_{11} + y_{11} + z_{11} = 0$$

$$x_{12} + y_{12} + z_{12} = 0$$

$$x_{21} + y_{21} + z_{21} = 0$$

$$x_{22} + y_{22} + z_{22} = 0$$

$$x_{11} + y_{11} + z_{11} = 0$$

$$x_{31} + y_{31} + z_{31} = 0$$

$$x_{32} + y_{32} + z_{32} = 0$$

Абсолютная длина измерителя – расстояние между соответствующими точками подвижной и неподвижной плоскостей. Для любой точки (i) в любом состоянии подвижной плоскости (j) для вертикальных измерителей длины будем иметь:

$$L_{ij} = \sqrt{(x_{ij} - x_{i3})^2 + (y_{ij} - y_{i3})^2 + (z_{ij} - z_{i3})^2}$$

Для диагональных измерителей длины 4, 5, 6 будем иметь:

$$L_{4j} = \sqrt{(x_{1j} - x_{33})^2 + (y_{1j} - y_{33})^2 + (z_{1j} - z_{33})^2}$$

$$L_{5j} = \sqrt{(x_{2j} - x_{13})^2 + (y_{2j} - y_{13})^2 + (z_{2j} - z_{13})^2}$$

$$L_{6j} = \sqrt{(x_{3j} - x_{23})^2 + (y_{3j} - y_{23})^2 + (z_{3j} - z_{23})^2}$$

Изменения длин измерителей  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$  с учетом характера их движения:

$$L_{12} - L_{11} = \text{Sign}_1 \cdot l_1$$

$$L_{22} - L_{21} = \text{Sign}_2 \cdot l_2$$

$$L_{32} - L_{31} = \text{Sign}_3 \cdot l_3$$

$$L_{42} - L_{41} = \text{Sign}_4 \cdot l_4$$

$$L_{52} - L_{51} = \text{Sign}_5 \cdot l_5$$

$$L_{62} - L_{61} = \text{Sign}_6 \cdot l_6$$

Для правильных многоугольников имеются известные соотношения между длиной стороны  $a_n$  и радиусом описанной окружности  $R$ , для треугольника, где количество сторон  $n=3$ , они принимают вид:

$$a_3 = 2R \sin \frac{180^\circ}{3} = R\sqrt{3}$$

С другой стороны,  $a_3$  – расстояние между двумя точками одной плоскости. Расстояние между ними можно выразить через координаты и получить уравнения:

$$(x_{11} - x_{21})^2 + (y_{11} - y_{21})^2 + (z_{11} - z_{21})^2 = a_3^2 = 3R^2$$

$$(x_{11} - x_{31})^2 + (y_{11} - y_{31})^2 + (z_{11} - z_{31})^2 = a_3^2 = 3R^2$$

$$(x_{12} - x_{22})^2 + (y_{12} - y_{22})^2 + (z_{12} - z_{22})^2 = a_3^2 = 3R^2$$

$$(x_{12} - x_{32})^2 + (y_{12} - y_{32})^2 + (z_{12} - z_{32})^2 = a_3^2 = 3R^2$$

Расстояние между точками T2 и T3 не учитывается, поскольку такое уравнение может быть получено из уравнений для точек T1-T2 и T1-T3. Таким образом, имеем 23 уравнения и 15 неизвестных.

Точность расчетов положения подвижной платформы можно повысить при наличии данных о углах положения вертикальных измерителей длины, относительно нижнего основания. Рассмотрим схематическое изображение установки (рис. 4). Здесь: AA', BB', CC', AB', BC', CA' – вертикальные и диагональные измерители длины; OO' – центральная неподвижная стойка; ABC – нижнее основание; A'B'C' – рабочая поверхность.

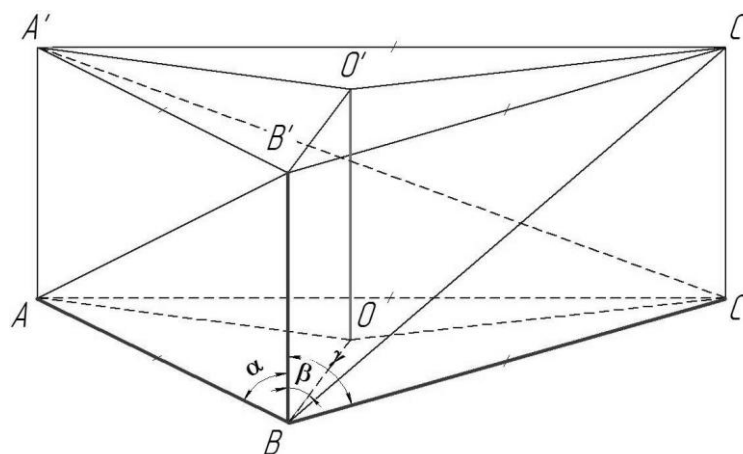


Рис. 4. Схематическое изображение установки

Нас интересуют угол между  $BB'$  (вертикальным измерителем длины) и  $AB$  (подвижным основанием), угол между  $BB'$  и  $BO$ , угол между  $BB'$  и  $BC$ . Четырехугольники, в которых они содержатся, разбиваем на треугольники. Так как все их стороны нам известны, используем теорему косинусов и находим требуемые величины. Применяя эти простейшие вычисления, мы получаем углы при всех вертикальных измерителях относительно нижней плоскости в других подобных четырехугольниках.

Знание данных с измерителей длин и нахождение всех выше упомянутых углов, позволяет пересчитать значения координат вершин рабочей поверхности и подставить их в существующую математическую модель. Таким образом, точность вычислений повышается, что подтвердилось при моделировании в программе Maple v15.0.

Целью дальнейших исследований будет совмещение полученной математической и графической 3D модели, выполненной в графическом редакторе Solidworks, что позволит провести предварительную верификацию разрабатываемой установки.

#### Библиографический список

1. Селяев С.А., Черныш В.А. Методика моделирования и проектирования стола для задания точных углов гироскопам и их поверки// Шестдесят Четвертая Международная Конференция ГУАП: Сб. докл.: В 2 ч. Ч. II. Гуманитарные науки / СПб ГУАП. СПб., 2011. С.192
2. Васильев А.Н. Самоучитель Maple 11. – М.: Диалектика. 2007. – 560 с.
3. Герасимов А.А. Самоучитель КОМПАС-3D V12. – СПб.: БХВ - Петербург. 2011.– 72 с.