

**А. А. Коряк, Ю. А. Петрова** – студентки кафедры компьютерной математики и программирования  
**М. Д. Поляк** – научный руководитель

## РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ С ПОМОЩЬЮ СЕТИ ХОПФИЛДА

В данной работе исследуется задача распознавания образов с помощью искусственной нейронной сети Хопфилда. Описаны методы обучения и распознавания сети. Проанализированы полученные результаты распознавания, сделаны выводы об эффективности использования данного вида нейронной сети в поставленной задаче.

В последние несколько десятилетий широкое развитие получила новая область прикладной математики, специализирующаяся на искусственных нейронных сетях. Это обусловлено тем, что нейронные сети способны решать обширный спектр задач, таких как прогнозирование, распознавание, создание экспертных систем, обработка и анализ данных и многие другие. В данной статье будет рассмотрена задача распознавания образов с помощью нейронной сети Хопфилда. Созданная в 1984 году, она возродила интерес исследователей к задачам распознавания и к нейронным сетям в целом.

Нейронная сеть представляет собой математическую модель, которая функционирует по принципу биологических нейронных сетей – сетей нервных клеток живого организма. Искусственные нейронные сети появились в результате изучения и моделирования процессов, протекающих в мозге. В задачах распознавания применение нейронных сетей оправдано и в значительной степени экономит средства и ресурсы [1].

Сеть Хопфилда состоит из единственного слоя нейронов, число которых является одновременно числом входов и выходов сети. Каждый нейрон связан синапсами со всеми остальными нейронами. Структурная схема сети Хопфилда представлена на рис. 1.

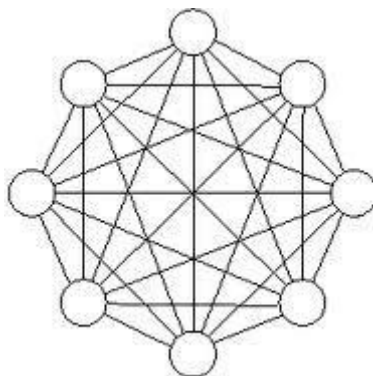


Рис. 1. Структурная схема сети Хопфилда

Каждый нейрон сети принимает одно из устойчивых состояний – единица или минус единица.

По принципу обучения сеть Хопфилда не подходит ни под обучение с учителем, ни под обучение без учителя. В этой сети весовые коэффициенты синапсов рассчитываются перед началом функционирования сети на основе информации об обрабатываемых данных, и все обучение сети сводится именно к этому расчету. Сеть фактически запоминает образцы до того, как на ее вход поступают реальные данные [2].

Формула обучения сети Хопфилда имеет вид:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^M x_{kj} \cdot x_{ki}, & i \neq j, \\ 0, & i = j \end{cases}, \quad (1)$$

где  $w_{ij}$  – элемент симметричной матрицы весовых коэффициентов  $W$ ,  $x_{kj}$  –  $j$ -ый элемент  $k$ -го обучающего вектора,  $N$  – размерность нейронной сети,  $M$  – количество обучающих векторов.

Распознавание образа в сети выполняется следующей последовательностью действий:

- 1) на вход сети подается  $N$ -мерный вектор  $X$ , описывающий распознаваемый образ;
- 2) рассчитывается последовательность выходных векторов  $Y_0 \dots Y_k$ , где  $j$ -ый элемент каждого вектора  $Y_k = \{y_1 \dots y_j \dots y_N\}$  определяется соотношением:

$$y_j = \begin{cases} +1, & x_j \geq 0 \\ -1, & x_j < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где элемент  $x_j$  рассчитывается по формуле, которая соответствует знаковой активационной функции сети:

$$x_j = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^N x_i w_{ij} \right). \quad (3)$$

- 3) распознавание выполняется до тех пор, пока вектор  $Y_k$  не совпадет с вектором  $Y_{k-1}$ , то есть пока текущее состояние сети не совпадет с предыдущим.

В процессе функционирования нейронной сети для оценки правильности и эффективности ее работы используется функция энергии (Ляпунова):

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, i \neq j}^N w_{ij}. \quad (4)$$

На каждом шаге работы сети функция энергии должна уменьшаться, что будет свидетельствовать о качественной работе сети, в противном случае сеть функционирует некорректно.

К достоинствам сети Хопфилда можно отнести:

- 1) возможность просто и эффективно решать задачу воссоздания образов по неполной и искаженной информации;
- 2) простоту реализации и структурной композиции.

Существенным недостатком сети является ограничение сети на количество распознаваемых образов. Это ограничение определяется следующим выражением:

$$M_{\max} = \frac{N}{2 \ln N}, \quad (5)$$

где  $M_{\max}$  – максимальное количество образов, которое сможет распознать сеть,  $N$  – размерность сети.

Зависимость количества распознаваемых образов от размерности нейронной сети представлена на рис. 2.

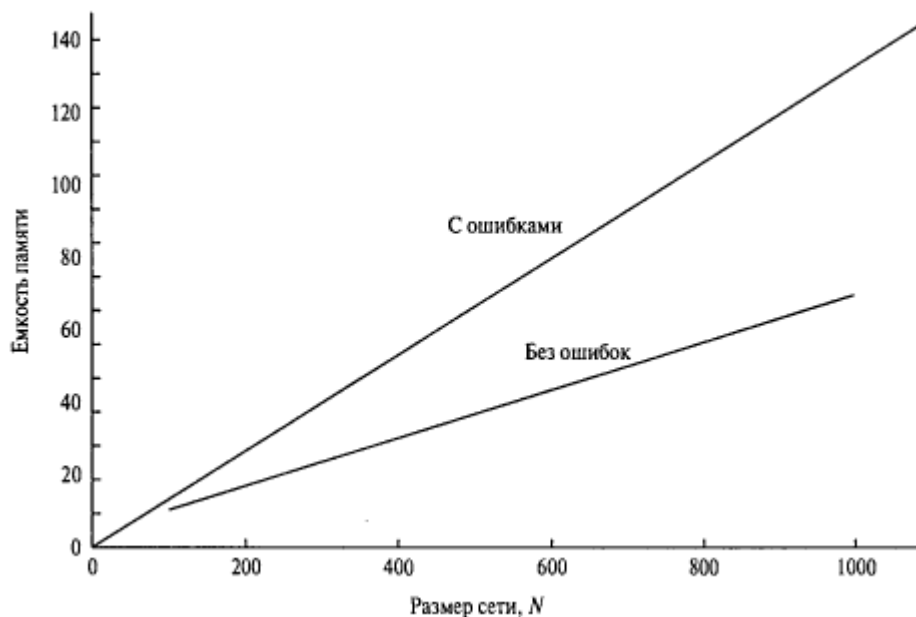


Рис. 2. Графики емкости памяти сети Хопфилда по отношению к ее размерности

В данной работе была исследована задача распознавания образов с помощью сети Хопфилда. В качестве распознаваемых образов была выбрана графическая система изображения чисел почтового индекса (рис. 3).



Рис. 3. Графическое изображение чисел почтового индекса

Нейронная сеть для распознавания подобных образов будет состоять из девяти нейронов по числу возможных элементов в изображении. Порядок кодирования элементов изображения почтового индекса представлен на рис. 4.

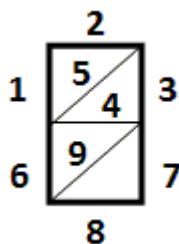


Рис.4. Порядок кодирования элементов изображения почтового индекса

Обучающая выборка состоит из 10 элементов – по числу образцов. Входной вектор состоит из 9 компонент, каждый из которых принимает значение 1 по наличию примитива в изображении, и минус 1, при его отсутствии. Например, входной вектор, описывающий изображение нуля, будет выглядеть следующим образом:  $x_0 = \{1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1\}$ .

В процессе проверки качества распознавания образов сетью Хопфилда сначала на вход сети подается вся обучающая выборка. Однако если после обучения подать на вход в качестве «новых» все уже известные сети образы, то далеко не все цифры будут распознаны корректно. Это связано с ограничением на количество распознаваемых образов (5), напрямую зависящим от общего числа нейронов в сети. Для данной сети получается, что число распознаваемых образов примерно равно 2, что условию поставленной задачи не удовлетворяет. Согласно формуле (5), для корректного распознавания 10 образов необходима сеть, состоящая из 90 нейронов.

Для такой сети обучение должно происходить с векторами, которые состоят из 90 компонент. Первые 9 компонент известны, соответственно, остальные 81 нужно заполнить каким-либо образом:

- 1) заполнить значениями, равными (-1);
- 2) заполнить значениями, повторяющими известные 9 компонент;
- 3) заполнить случайными значениями и запомнить их для последующего распознавания.

Первый способ не дает положительных результатов. Второй способ заполнения дает хорошие результаты – верно распознаются порядка 6 из 10 образов. Третий способ оказывается самым качественным – сеть однозначно распознает всю обучающую выборку.

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что задача распознавания почтовых индексов может быть успешно решена с помощью сети Хопфилда с 90 нейронами. Недостатком сети Хопфилда является квадратичный рост размерности сети при увеличении числа распознаваемых сетью образов. Однако данный недостаток компенсируется простотой реализации алгоритмов обучения и распознавания.

#### Библиографический список

1. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И.Д. Рудинского. - М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.: ил.
2. Хайкин, Саймон, Нейронные сети: полный курс, 2-е издание. : Пер. с англ. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2006. – 1104 с. : ил. - Парал. тит. англ.

3. Электронный ресурс: «Основы теории нейронных сетей. Нейронная сеть Хопфилда»  
[URL: <http://www.intuit.ru/department/ds/neuronnets/8/> ] (22.05.2012)