

Д. Н. Суханова, Е. А. Щербакова – студенты кафедры вычислительных систем и сетей
А. М. Сергеев – научный руководитель

ОБ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ОШИБКЕ ОКРУГЛЕНИЯ В ЗНАКОРАЗЯДНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

Для представления чисел в вычислительной технике чаще всего используется стандартная двоичная система счисления (ДСС), при этом число представляется однозначно. Однако существуют и другие системы счисления, например, избыточная знакоразрядная (ИСС), в которой одно и то же число может быть представлено множеством различных вариантов. Преимуществами ИСС по сравнению с ДСС являются: локальное распространение переносов при сложении чисел при их каноническом представлении; возможность обработки чисел, начиная со старшего разряда; более точное округление чисел при усечении разрядности; возможность производить вычисления в режиме реального времени [1].

Задачей исследования являлась оценка соизмеримости ошибок округления отбрасыванием младших разрядов чисел (усечением разрядности) в ДСС и ИСС. Экспериментальные данные для анализа получались при округлении случайного числа из диапазона $\{0.5, 1\}$, представленного 32 разрядами в ДСС и ИСС, путем отбрасывания 8 младших разрядов.

При переводе чисел из ДСС в ИСС использован алгоритм, основанный на последовательном сравнении двух соседних разрядов двоичного кода, начиная со старшего. Этот алгоритм прост в реализации, т.к. выполняется в один проход по двоичному коду и использует лишь операции сравнения текущего разряда с последующим, однако не дает канонического представления числа с наименьшим арифметическим весом [1].

Программно получение экспериментальных данных и их обработка производились на языке C++: это генерация случайных чисел в диапазоне $\{0.5, 1\}$, перевод их в ДСС и ИСС; вычисление абсолютной ошибки округления отбрасыванием (усечением); статистическая обработка результатов.

Данные, полученные в ходе проведения эксперимента для 10 000 случайных чисел, показывают, что законы распределения k абсолютных ошибок округления Δi в ДСС (рис. 1) и ИСС (рис. 2) близки.

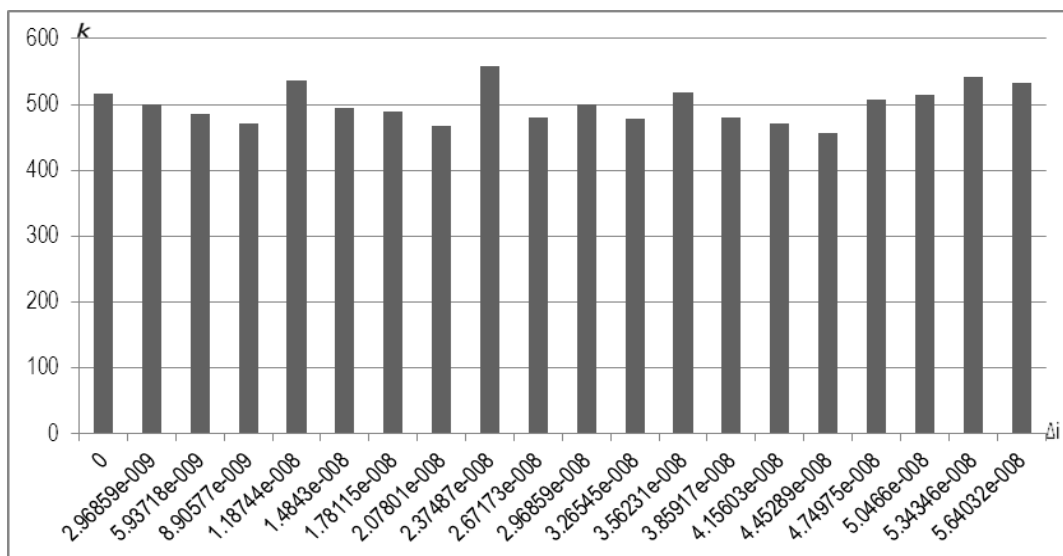


Рис. 1. Распределение абсолютных ошибок округления (Δi) в ДСС

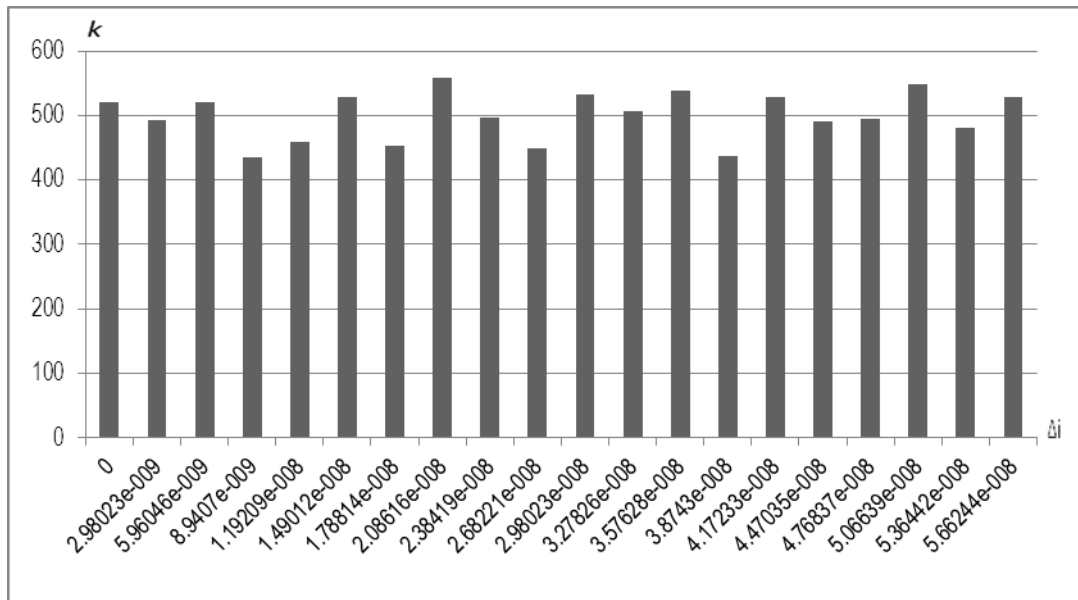


Рис. 2. Распределение абсолютных ошибок округления(Δi) в ИСС

Вычисленная теоретически оценка среднеквадратической погрешности округления отбрасыванием для двоичной системы счисления [2, 3]:

$$\sigma_{u_{отбрас}} = \frac{2^{-p}}{\sqrt{3}} = 3.44 \cdot 10^{-8}$$

где p – последний не отбрасываемый разряд в коде числа,
и полученная экспериментально оценка для исследуемой избыточной системы счисления:

$$\sigma_{u_{эксп}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}} = 3.47 \cdot 10^{-8}$$

где n – количество чисел, близки.

Это означает, что вычисления, проводимые в ИСС, будут иметь погрешность, не превышающую погрешность при вычислениях в ДСС.

Однако представленное на рис. 3 распределение реальных ошибок округления чисел усечением (положительные и отрицательные значения) в ИСС показывает, что при выполнении арифметических операций над округленными числами такие ошибки будут компенсировать друг друга, и возможно уменьшение общей ошибки результата при вычислениях в ИСС по сравнению с ДСС [4].

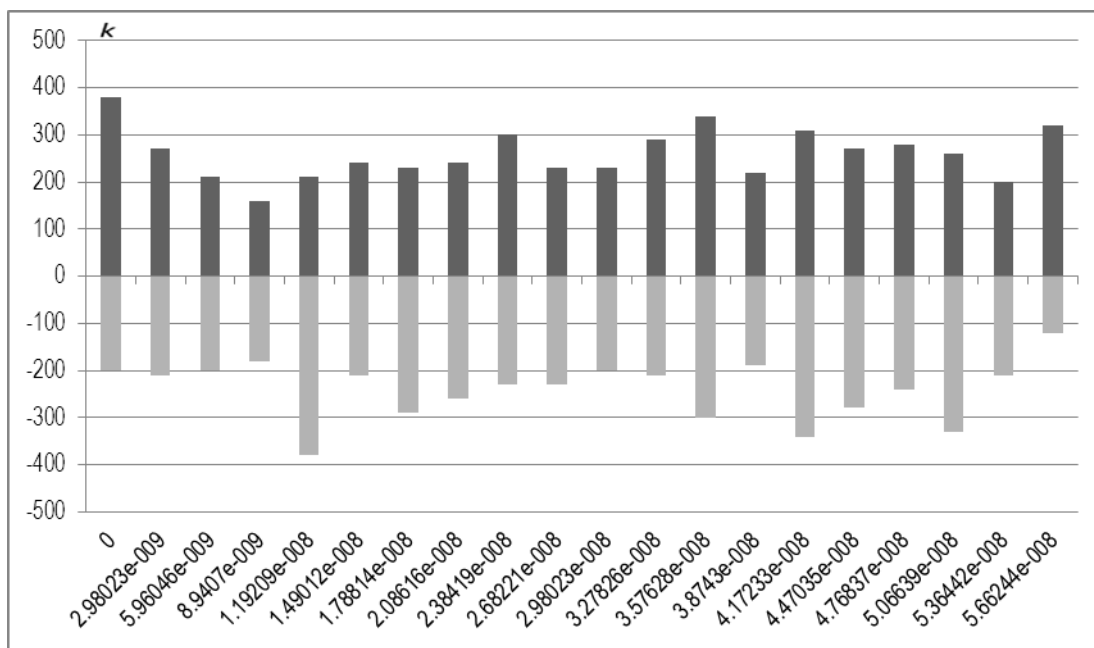


Рис. 3. Распределение реальных ошибок округления в ИСС

Библиографический список

1. *Сергеев М. Б., Касем К. М.* Алгоритмы разрядных вычислений в микропроцессорных системах. СПб.: Политехника, 1997. 96 с.
2. *Сергеев М. Б.* Прикладные задачи микропроцессорных систем контроля и управления /Байков В. Д., Вашкевич С. Н., Сергеев М. Б. СПб.: Политехника, 1992. 223 с.
3. *Сергеев А. М.* Оценка точности результатов, вычисляемых разрядными методами // «Новые информационные технологии» Тезисы докладов X международной студенческой школы-семинара. М: МГИЭМ, 2002. С. 115 – 117.
4. *Сергеев А. М.* Сравнительный анализ результатов вычислений в двоичной и знакоразрядной системах счисления / Сергеев А. М., Сергеев М. Б., Мукучан А. К. Сборник докладов Научной сессии ГУАП, посвящ. Всемирному дню космонавтики и 65-летию ГУАП. СПб.: ГУАП, 2006 г.