

К. В. Трусова – магистрант кафедры компьютерного проектирования аэрокосмических измерительно-вычислительных комплексов

А. В. Небылов (д-р техн. наук, проф.) – научный руководитель

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНОГО МЕТОДА ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНОЙ ОШИБКИ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Для самолётов и вертолётов полёт на предельно малой высоте нельзя рассматривать как оптимальный режим движения по показателям экономичности, скорости или безопасности, однако он может оказаться необходимым при решении специальных задач [1]. К числу таких задач относятся поисково-спасательные операции и аварийные работы на море, десантирование людей или грузов на заданную площадку малых размеров, рыбопромысловая разведка, обеспечение лоцманских и досмотровых операций, океанографические и океанологические исследования, автоматизированная геологоразведка на шельфе морей и океанов, морской экологический мониторинг и другие.

Системы управления движением современных самолётов и вертолётов включают достаточно совершенные и в определённой мере унифицированные бортовые приборы, обеспечивающие полёт в широком диапазоне высот. Если аппарат специально предназначен для выполнения тех или иных функций вблизи морской поверхности, на нём при необходимости могут быть установлены дополнительные приборы или предусмотрены другие средства обеспечения управляемого движения на малой высоте над морем, включая посадку на воду. Однако самостоятельного значения они не имеют и являются лишь дополнением к стандартной аппаратуре, расширяющим её функциональные возможности.

Максимальная ошибка во многих случаях является наиболее объективной характеристикой точности управления [2]. В то же время довольно длительный период применения в области динамической фильтрации исключительно винеровского и калмановского методов статистического синтеза при полном спектрально-корреляционном описании воздействий привёл к тому, что максимальная ошибка была вытеснена среднеквадратичной.

Принятие концепции синтеза робастных динамических систем, отказ от применения недостоверных спектральных моделей воздействий и их замена числовыми характеристиками производных, в первую очередь – максимальными значениями, создают хорошие условия для возрождения использования максимальной ошибки при исследовании систем управления.

Рассматривается анализ максимальной ошибки по максимальным значениям производных воздействия, когда гарантируется выполнение неравенств вида

$$|g^{(i)}(t)| \leq g_M^i, \quad i = \overline{K, N}, \quad 0 \leq K \leq N,$$

где $g^{(i)}(t)$ – набор производных задающего воздействия; g_M^i – максимальные производные задающего воздействия; i – порядок производной; t – текущее время; K – порядок младшей производной задающего воздействия; N – порядок старшей производной задающего воздействия.

Оцениваемая динамическая ошибка рассматривается как результат прохождения задающего воздействия через фильтр с передаточной функцией замкнутого контура по ошибке

$$H_e(p) = [1 + W(p)]^{-1} = \sum_{i=r}^n a_i p^i (1 + \sum_{i=1}^{n-1} b_i p^i + \sum_{i=r}^n a_i p^i)^{-1},$$

где p – оператор Лапласа; $W(p)$ – передаточная функция разомкнутого контура; n – порядок системы; r – порядок астатизма системы; a_i – коэффициенты знаменателя; b_i – коэффициенты числителя.

Для нахождения оценки максимальной динамической ошибки достаточно выполнения только одного из неравенств, ограничивающего ту производную задающего воздействия, порядок которой совпадает с порядком астатизма рассматриваемой системы. Для статических систем может быть задано только максимальное значение задающего воздействия. Дополнительная информация, заключающая-

ся в совокупности нескольких величин g_M^i , должна привести к уточнению оценки максимальной ошибки.

Максимальная ошибка фактически не является статистической характеристикой точности системы, так как она достигается при некотором детерминированном воздействии, наиболее неблагоприятном в этом смысле, и в определённый момент времени. Математическое выражение для максимальной ошибки во временной области

$$e_{gm} = \int_0^{T_y} w_e(\tau) g_{HH}(T_y - \tau) d\tau,$$

где $w_e(\tau)$ – весовая функция системы; g_{HH} – наиболее неблагоприятное воздействие; T_y – длительность реализации процесса управления; τ – переменная интегрирования с размерностью времени. Нахождение наиболее неблагоприятного входного воздействия и определение максимальной ошибки – взаимосвязанные задачи, которые должны решаться совместно.

Анализ целесообразности применения частотного метода для нахождения оценки максимальной ошибки динамической системы при ограничении производных задающего воздействия, а также исследование влияния параметров системы и характеристик задающих воздействий на величину максимальной ошибки были проведены с использованием программы математического моделирования MATLAB. В качестве примера использования частотного метода для нахождения оценки максимальной ошибки, рассматривается следящий позиционный локационный измеритель высоты с передаточной функцией разомкнутого контура

$$W(p) = \frac{K_1(1+b_1p)}{p(1+T_1p)},$$

где коэффициент добротности по скорости – $K_1 = 12 \text{ с}^{-1}$; постоянные времени пропорционально-интегрирующего измерителя – $T_1 = 20 \text{ с}$ и $b_1 = 1 \text{ с}$. Задающее воздействие – гармоническое воздействие с амплитудой колебаний u_1 и частотой ω . В качестве дополнительной информации о воздействии рассматриваются ограничения на две его производных. Максимальное значение первой производной воздействия – $g_M^{(1)} = 0.3 \text{ м/с}$, максимальное значение второй производной воздействия – $g_M^{(2)} = 0.025 \text{ м/с}^2$.

Краткий алгоритм применения частотного метода для нахождения оценки максимальной ошибки изложен ниже.

Передаточная функция, связывающая изображение ошибки и К-й производной воздействия

$$H_{e1}(p) = \frac{1}{[1+W(p)]p} = \frac{1+T_1p}{K_1 + (K_1b_1+1)p + T_1p^2} = \frac{(1+T_1p)T_1^{-1}}{q^2 + 2\xi qp + p^2},$$

где $q = \sqrt{K_1/T_1}$; коэффициент демпфирования – $\xi = (K_1b_1+1)/2\sqrt{K_1T_1}$.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) передаточной функции по ошибке

$$|H_{e1}(j\omega)| = \sqrt{\frac{1+T_1^2\omega^2}{K_1^2 + [(K_1b_1+1)^2 - 2K_1T_1]\omega^2 + T_1^2\omega^4}}.$$

Для того чтобы найти частоту наиболее неблагоприятного воздействия ω_{1HH} , необходимо обеспечить выполнение равенства

$$\frac{d[\mu u_1(\omega)]}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_{1HH}} |H_{eK}^{-1}(j\omega_{1HH})| = \mu u_1(\omega_{1HH}) \frac{d}{d\omega} |H_{eK}^{-1}(j\omega)| \Big|_{\omega=\omega_{1HH}}.$$

Условие выполнения равенства

$$\mu u_1(\omega_{1HH}) = |H_{eK}^{-1}(j\omega_{1HH})|,$$

где μ – масштабирующий коэффициент, уравнивающий части равенства. Таким образом, выполняется построение графиков $-20\lg |H_{e1}(j\omega)|$ и $20\lg \mu m_1(\omega)$, и находится абсцисса точки их пересечения $\omega = \omega_{1HH}$, которая будет частотой наиболее неблагоприятного воздействия.

Максимальная динамическая ошибка при гармоническом воздействии

$$e_{gM} = \frac{|H_{e1}(j\omega_{1HH})|g_M^{(2)}}{\omega_{1HH}}.$$

В ходе исследования проведено сравнение частотного и временного методов нахождения максимальной ошибки.

Анализ результатов моделирования позволил сделать следующие выводы.

1. Значение максимальной динамической ошибки, полученное частотным методом, не превышает ее верхнюю оценку. Относительное занижение оценки, полученной частотным методом, по сравнению с временным методом составляет 27%, что не превышает предельного значения 48%.

2. Для уменьшения величины максимальной динамической ошибки и повышения быстродействия системы необходимо увеличивать запас устойчивости системы и величину добротности по скорости K_1 , а также уменьшать величину постоянной времени пропорционально-интегрирующего усилителя T_1 .

3. К преимуществам частотного метода можно отнести сравнительную простоту реализации и возможность исследования широкого класса задающих воздействий (отсутствие строгих ограничений). К недостаткам можно отнести приближенность частотного метода.

Частотные методы позволяют сравнительно просто получить оценку максимальной ошибки с относительной погрешностью, не превышающей 27% – 48%. В ряде интегрированных навигационных систем максимальная ошибка является единственным эффективным показателем качества функционирования.

Библиографический список

1. Небылов А. В. Измерение параметров полёта вблизи морской поверхности. СПб: СПбГААП, 1994. 307 с.
2. Небылов А. В. Гарантирование точности управления. М.: Наука. Физматлит, 1998. 304 с.