

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения»

---

На правах рукописи



ЛЯШЕНКО Александр Леонидович

**МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В АКТИВНОЙ ЗОНЕ АТОМНЫХ РЕАКТОРОВ РМБК-1000**

специальность 05.11.13 – Приборы и методы контроля природной среды,  
веществ, материалов и изделий

Диссертация представлена на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научный консультант:

Доктор технических наук, профессор,  
Першин Иван Митрофанович

Санкт-Петербург –2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	8
1. ОПИСАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ.....	18
1.1. Анализ аварии, связанных с повреждением металла трубопроводов на АЭС .....	18
1.2. Описание атомной электростанции .....	21
1.2.1. Атомный реактор как объект контроля и управления .....	21
1.2.2. Разработка моделей атомного реактора с применением методов системного анализа и иерархического подхода .....	25
1.3. Описание активной зоны реактора .....	30
1.3.1. Техническое устройство активной зоны.....	30
1.3.2. Формализация описания структуры активной зоны как объекта контроля .....	33
1.4. Описание технологического канала как объекта контроля.....	34
1.4.1. Техническое описание технологического канала.....	34
1.4.2. Формализация описания структуры технологического канала как объекта контроля .....	36
1.5. Арматура энергетическая.....	37
1.6. Системы и устройства теплотехнического контроля реактора .....	42
1.6.1. Состав систем и устройств контроля .....	42
1.6.2. Система контроля температуры графитовой кладки.....	44
1.6.3. Измерение температуры ТВЭЛов.....	47
1.6.4. Комплексные измерительные устройства .....	48
1.7. Алгоритм работы системы управления температурой теплоносителя.....	50
1.8. Выводы по первой главе .....	53
2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ.....	55

2.1. Основные физические процессы, происходящие в активной зоне реактора.....	55
2.2. Разработка математической модели тепловых полей активной зоны реактора.....	60
2.3. Разработка дискретной математической модели тепловых полей объекта управления .....	122
2.4. Разработка программного комплекса для моделирования тепловых процессов.....	128
2.5. Выводы по второй главе .....	135
<b>3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ....</b>	<b>137</b>
3.1. Классификация основных методов моделирования ОРП .....	137
3.2. Передаточные функции объектов с распределенными контролируемыми параметрами .....	138
3.2.1. Описание объектов с распределенными параметрами на основе импульсных переходных функций.....	138
Описание объектов с распределенными параметрами с применением импульсных переходных функций .....	140
3.2.2. Распределенные звенья.....	145
3.2.3. Вывод передаточной функции пространственно-апериодического звена.....	149
3.3. Моделирование систем контроля с распределенными параметрами с помощью дифференциальных уравнений.....	157
3.5. Выводы по третьей главе .....	162
<b>4. СИНТЕЗ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ .....</b>	<b>163</b>
4.1. Разработка методов оценки устойчивости систем контроля и управления с распределёнными параметрами.....	163
4.1.1. Обзор типовых алгоритмов управления систем с распределенными параметрами.....	163

4.1.2. Адаптация метода расширенных частотных характеристик для проведение частотного анализ объектов с распределёнными контролируруемыми параметрами .....	166
4.1.3. Разработка методик определения области устойчивости систем с распределенными контролируемыми параметрами методом обычных частотных характеристик .....	177
4.1.3.1. Определение области устойчивости распределенных систем контроля и управления с распределенным ПИ-регулятором.....	177
4.1.3.2. Нахождение области устойчивости распределенных систем контроля и управления с распределенным ПИД-регулятором.....	182
4.1.4. Разработка метода анализа систем с распределёнными параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности ..	186
4.2. Разработка методов настройки автоматических систем управления с распределенными регуляторами .....	195
4.2.1. Задачи и оптимизируемые критерии управления системами с распределенными параметрами .....	195
4.2.2. Разработка корневого метода настройки систем с типовыми регуляторами.....	199
4.2.3. Разработка методики синтеза распределенного П-регулятора по показателю колебательности для распределенных систем.....	205
4.2.4. Разработка частотно-аналитического метода синтеза распределенного ПИД-регулятора .....	212
4.2.5. Синтез распределенных регуляторов с помощью номограмм ....	218
4.2.5.1 Разработка номограмм для синтеза распределенных ПИ-регуляторов.....	218
4.2.5.2. Разработка номограмм для синтеза распределенных ПИД-регуляторов.....	223
4.3. Разработка передаточной функции распределенного регулятора.....	228
4.4. Выводы по четвёртой главе .....	231

5. СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ .....	233
5.1. Разработка адаптивной системы управления с распределенным ПИ-регулятором .....	236
5.2. Разработка адаптивной системы управления с распределенным ПИД-регулятором .....	240
5.3. Разработка адаптивной системы с оптимальной передаточной функцией.....	242
5.4. Выводы по пятой главе .....	246
6. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ .....	247
6.1. Исследование нелинейных систем с распределенными параметрами методом фазовой плоскости .....	247
6.2. Модификация метода Гольдфарба для систем с распределенными параметрами и разработка методики его применения.....	253
6.3. Проведение модификации частотного критерия Михайлова для оценка устойчивости нелинейных систем и разработка методики его применения.....	272
6.4. Разработка методики проведения анализа нелинейных систем с распределёнными контролируемыми параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности.....	277
6.5. Выводы по седьмой главе .....	284
7. РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ РЕАКТОРА РМБК-1000 .....	286
7.1. Описание разрабатываемой системы контроля.....	286
7.2. Исследование объекта управления .....	288
7.3. Применение разработанных методов синтеза распределенных регуляторов.....	292
7.3.1. Расчет релейного регулятора .....	292

7.3.2. Расчет настроек регулятора по желаемой передаточной функции .....	296
7.3.3. Расчет настроек регулятора по степени колебательности .....	298
7.4 Моделирование работы замкнутой системы контроля и управления.....	302
7.5. Разработка адаптивной системы контроля и управления температурой в заданных точках активной зоны реактора.....	308
7.6. Выводы по седьмой главе .....	312
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	314
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	316
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	342
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	343
ПРИЛОЖЕНИЕ 3 .....	349
ПРИЛОЖЕНИЕ 4 .....	367
ПРИЛОЖЕНИЕ 5 .....	368
ПРИЛОЖЕНИЕ 6 .....	372
ПРИЛОЖЕНИЕ 7 .....	376
ПРИЛОЖЕНИЕ 8 .....	377
ПРИЛОЖЕНИЕ 9 .....	378
ПРИЛОЖЕНИЕ 10 .....	379
ПРИЛОЖЕНИЕ 11 .....	380
ПРИЛОЖЕНИЕ 12 .....	381
ПРИЛОЖЕНИЕ 13 .....	382
ПРИЛОЖЕНИЕ 14 .....	383
ПРИЛОЖЕНИЕ 15 .....	384
ПРИЛОЖЕНИЕ 16 .....	386
ПРИЛОЖЕНИЕ 17 .....	388
ПРИЛОЖЕНИЕ 18 .....	389
ПРИЛОЖЕНИЕ 19 .....	391
ПРИЛОЖЕНИЕ 20 .....	393

ПРИЛОЖЕНИЕ 21.....	395
ПРИЛОЖЕНИЕ 22.....	396
ПРИЛОЖЕНИЕ 23.....	397
ПРИЛОЖЕНИЕ 24.....	398
ПРИЛОЖЕНИЕ 25.....	400

## ВВЕДЕНИЕ

Как показывает практика, в настоящее время достаточно широкое распространение имеют сложные технологические процессы, с многогранными комплексами энергетических и материальных затрат, требующие непрерывного контроля. Большинство объектов управления, в которых протекают упомянутые процессы, обладают протяженностью в пространстве и, как следствие, зависимостью контролируемых параметров от времени, а также зависимостью от пространственных координат, принадлежащих области, занимаемой объектом. В большинстве технологических процессов данной протяженностью пренебречь нельзя без потери в качестве контроля и управления. К системам обладающим распределенными контролируемыми параметрами относится широкий круг различных управляемых объектов таких как: электромагнитные поля, тепловые поля, различные процессы диффузии, процессы аэродинамики и гидродинамики, у которых изменение технологических параметров как в пространстве времени, так и в пространстве геометрических координат описывается с применением дифференциальных уравнений в частных производных, а также с помощью интегральных уравнений и интегродифференциальных уравнений. В данных системах, в отличие от систем с сосредоточенными параметрами (ССП), заметно увеличивается разнообразие управляющих сигналов, прежде всего из-за появления возможности включения в их число пространственно-временных управлений. В сложившейся ситуации, в роли управляемой величины, необходимо рассматривать все пространственное распределение функции характеризующие состояния объекта, то есть ее значение в каждой точке занимаемой объектом пространственной области на всем протяжении процесса во времени. Результаты теории автоматического управления, считающиеся классическими, были разработаны применительно к системам управления, характеризующимися сосредоточенностью параметров. Но как

показывает практика только в некоторых случаях можно с учетом ряда погрешностей и допущений пренебречь зависимостью контролируемых параметров от пространственных координат и причислить рассматриваемый объект контроля и управления к типу объектов, имеющим сосредоточенные параметры. К системам, характеризующимся наличием распределенных параметров, относится большое количество объектов управления, охватывающий как технологии, ставшие традиционными, так и новейшие технологии в самых различных областях науки и техники, которые часто нереализуемы с требуемыми показателями без построения соответствующих систем контроля и управления. Особо следует отметить задачи управления и контроля объектов, обладающих высоким уровнем критичности по последствиям отказов. В связи с этим возникает необходимость создания эффективных методов контроля, анализа и синтеза средств контроля систем с распределенными параметрами.

#### **Актуальность темы.**

В работе рассматривается энергетическая установка РМБК-1000 Ленинградской АЭС. Как известно, для обеспечения безопасной эксплуатации атомных электростанций (АЭС) проводится постоянный контроль и диагностика состояния реакторной установки. Активную зону реактора АЭС предлагается рассматривать как объект с распределенными параметрами, а для мониторинга параметров технологического процесса разработать и применять методы аналитического и неразрушающего контроля, методы системного анализа и обработки информации, а также методы целенаправленного воздействия оперативного персонала на объект управления для осуществления контроля и последующего анализа работы реактора, совершенствования контроля, управления и принятия решений с целью повышения эффективности функционирования реакторной установки и расширении автоматизации технологических процессов.

Технологический процесс в реакторной установке требует обеспечения постоянного контроля температурных полей в активной зоне и поддержания

экономайзерной зоны на заданном уровне. Значение тепловых полей является критическим параметром и, как показала практика, их циклическое изменение приводит к возникновению усталости металла в циркониевых трубках, что приводит к их искривлению, появлению трещин и разрывов. Данные дефекты относятся к критичным и приводят к заклиниванию тепловыделяющих сборок (ТВС) в технологическом канале, разгерметизации конструкции и утечки радиоактивного теплоносителя.

Решение данной задачи осуществляется посредством изменения количества теплоносителя, поступающего в технологический канал через запорно-регулирующий клапан (ЗРК), находящиеся в подреакторном помещении с повышенным уровнем радиации. В настоящее время регулирование ЗРК осуществляется вручную. В связи с чем, оперативный персонал (ОП), выполняющий данную процедуру, подвергается излишнему воздействию радиации. Кроме того, наличие человека в контуре управления существенно снижает время принятия решения о выработке управляющего воздействия и его реализации на ЗРК.

Поддержание тепловых полей на заданном уровне по всей протяженности технологического канала (ТК) активной зоны реактора в автоматическом режиме, с учетом выгорания атомного топлива в каждом ТК позволит повысить качество и безопасность работы АЭС в целом и оградить ОП от радиационного излучения.

Применяя методы теории систем с распределенными параметрами (СРП) мы можем существенно усовершенствовать контроль параметров, диагностику и управление объектом, так как повышается точность при прогнозировании поведения, моделировании, расчете характеристик рассматриваемой системы. Как следствие получаем увеличение безопасности техногенного объекта и продление срока его службы.

В настоящее время атомная станция является совокупностью различных видов оборудования, представляющего сложную технологическую цепь и в котором постоянно протекают сложные процессы,

связанные с преобразованием и передачей различных типов энергии. Какие-либо изменения технологических параметров, либо характеристик оборудования в некоторой степени оказывает влияние на параметры системы в целом и на показатели функционирования всей системы. В течении работы термодинамические параметры системы могут меняться в физически возможных границах и технически допустимых изменений параметров энергоносителей и технологических конструкций. Это вызывает необходимость принимать во внимание множество технических ограничений, являющихся необходимыми условиями нормальной работы системы. В настоящее время, приоритетом атомной энергетики является обеспечение и совершенствование мер безопасности. Безмерная ответственность сотрудников АЭС при работе с оборудованием, требует принимать во внимание даже самые незначительные риски возможности аварии. Этому способствует постоянная диагностика и мониторинг параметров реактора.

В связи с этим, задачи разработки новых методов и средств контроля, анализа и обработки информации о ходе технологического процесса, и задача разработки новых методов синтеза регуляторов и расчета их настроек для управления сложными системами данного класса и объектами с распределенными параметрами (ОРП) в целом является актуальной.

**Объектом исследования** в данной работе являются линейные и нелинейные системы контроля и управления с распределёнными параметрами.

**Предмет исследования** – влияние входных параметров и управляющих воздействий на поддержание экономайзерной зоны на заданном уровне, а также на возможность применения в системах контроля с распределёнными параметрами адаптивных алгоритмов на примере активной зоны энергетической установки РМБК-1000 Ленинградской АЭС.

**Цель работы и основные задачи.** Целью диссертационной работы является усовершенствование существующих методов аналитического и

неразрушающего контроля материалов и изделий, а также исследование распределенных систем контроля и управления с применением разработанных методов на предмет возникновения параметрических изменений в рассматриваемых системах, вызванных возмущающими воздействиями, и разработке методов адаптации к ним.

В соответствии с целью, объектом и предметом исследования намечены следующие задачи:

– Произвести анализ состояния проблемы контроля температуры в заданных точках в активной зоне реактора.

– Произвести разработку методики построения специального математического и алгоритмического обеспечения необходимого для моделирования технологических процессов в активной зоне реактора

– Построить математическую модель тепловых процессов, имеющих место в активной зоне.

– Разработать программный комплекс для обработки информативных сигналов и представление результатов в приборах и средствах контроля.

– Разработать методику расчета параметров передаточных функций распределенных объектов и систем;

– Разработать методики синтеза распределенных регуляторов, реализующих различные алгоритмы управления в системах контроля, в том числе и с учетом показателя колебательности.

– Разработать методики оценки влияния возмущающих воздействий на параметры переходных процессов распределённых систем контроля и управления, и оценка их устойчивости.

– Разработать методику расчета адаптивных распределённых систем контроля и управления.

– Разработать методическое, техническое и информационное обеспечение для локальных систем мониторинга техногенных объектов.

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач и проведения теоретических исследований использовались методы теории

автоматического управления, методы контроля технологических параметров, методы решения уравнений математической физики, методы теории функций комплексного переменного, методы теории систем с распределенными параметрами, а также методы программирования с применением языков программирования Borland Pascal и C++.

**Достоверность полученных результатов исследований и обоснованность научных положений** подтверждается идентичностью результатов теоретических исследований, вычислительных экспериментов, компьютерного моделирования замкнутых систем контроля и управления температурой в активной зоне с результатами, полученными в информационно-управляющей системы «Скала-микро», работающей на объекте исследования.

**Научная новизна и теоретическая значимость исследования:**

- В работе предложен новый метод частотного анализа активной зоны атомного реактора как объекта, характеризующегося распределённостью параметров.
- Разработаны методики контроля тепловых полей в активной зоне реактора.
- Разработана методика неразрушающего контроля технологических параметров техногенного объекта.
- Разработано алгоритмическое обеспечение обработки информационных сигналов, поступающих от средств контроля параметров технологического процесса.
- Разработано программное обеспечение процессов обработки информативных сигналов и представление результатов в средствах контроля.
- Разработаны методики синтеза адаптивной системы контроля и управления объектами, на примере атомного реактора.

**На защиту выносятся следующие положения:**

1. Методы контроля уровня экономайзерной зоны в реакторной установке.

2. Математические модели контролируемых температурных полей активной зоны реактора.

3. Методики мониторинга и анализа состояния активной зоны реактора с помощью расширенных частотных характеристик;

4. Методики автоматизации производственных процессов с применением распределенных регуляторов.

5. Вычислительные алгоритмы и пакеты прикладных программ для мониторинга параметров в активной зоне реактора, анализа систем и расчета настроек регуляторов выбранного типа для управления объектом рассматриваемого класса.

### **Практическая ценность работы.**

1. Разработанные методики позволяют осуществлять непрерывный мониторинг теплофизических параметров теплоносителя в технологических каналах реактора, производить контроль тепловых полей в активной зоне, а также осуществлять управление уровнем экономайзерной зоны.

2. Полученные результаты диссертационного исследования могут быть использованы при разработке запорно-регулируемых клапанов для контроля и регулирования расхода теплоносителя в реакторных установках канального типа, а также для разработки систем управления к ним.

3. Полученные результаты могут быть учтены при модернизации реакторных установок типа РМБК-1000. (Приложение 5.)

4. Положения и результаты диссертационной работы внедрены в проектную и научную деятельность Научно - внедренческого центра Международного исследовательского института. (Приложение 6.)

5. Созданный пакет прикладных программ позволяет реализовать методы и алгоритмы прогнозирования, оценки эффективности и надежности, а также производить синтез систем управления с распределенными параметрами рассматриваемого класса объектов. (Приложение 8, 9)

### **Реализация результатов исследования.**

Прикладные и научные результаты, полученные в диссертации, применяются в учебном процессе:

- кафедра «Конструирование и технологии электронных и лазерных средств» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»;

- кафедра «Управления в технических системах» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»;

- кафедра «Автоматизация технологических процессов и производств» Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна;

- кафедра «Информационно-измерительных технологий и систем управления» Санкт-Петербургского государственного университета промышленных технологий и дизайна;

- кафедра «Управления в технических системах» Института сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске.

### **Публикации и апробация работы.**

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на Всероссийской научной конференции «Управление и информационные технологии» (Санкт-Петербург – 2003); Всероссийской научной конференции «Управление и информационные технологии» (Пятигорск – 2004); Международная научная конференция «Системный синтез и прикладная синергетика» (Пятигорск – 2006); Международной научно-технической конференции, посвященной 80-летию СЗТУ «Системы и процессы управления и обработки информации» (Санкт-Петербург – 2010); Научной конференции «Управление и информационные технологии» ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (Санкт-Петербург – 2010);

Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления (Санкт-Петербург – 2011); Международной конференции «Современные телекоммуникационные системы и компьютерные сети: перспективы развития» (Санкт-Петербург – 2011); Первом национальном научном форуме «Нарзан-2011» (Кисловодск – 2011); Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (Таганрог – 2011); Международной Четаевской конференции. (Казань – 2012); Международной научно-практической конференция «Технические науки – основа современной инновационной системы» (Йошкар-Ола – 2012); Международной молодежной научной конференции «Математическая физика и её приложения» (Пятигорск – 2012); Всероссийской научно-методической конференции «Высокие интеллектуальные технологии и инновации в национальных исследовательских университетах» (Санкт-Петербург – 2012); Всероссийской научно-практической конференции РАН (Москва – 2013); Втором национальном научном форуме «Нарзан-2013» (Кисловодск – 2013); Всероссийской научной конференции «Вузовская наука Северо-Кавказскому федеральному округу» (Пятигорск – 2013); Международной научно-методической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире» (Санкт-Петербург – 2013); Международной научно-технической конференции «Машиностроение и техносфера XXI века» (Севастополь – 2013); Международной научной конференции «Петербургская школа поточной организации строительства (Санкт-Петербург – 2014); Международной научно-практической конференции «Инновации на транспорте и в машиностроении» (Санкт-Петербург – 2015); Третьем национальном научном форуме «Нарзан-2015» (Кисловодск – 2015); Всероссийской научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (Таганрог – 2015); Всероссийская научная конференция по проблемам управления в технических системах (Санкт-Петербург – 2015); Завалишинские чтения 2016 (Санкт-Петербург – 2016),

Завалишинские чтения 2017 (Санкт-Петербург – 2017), VIII Всероссийская научная конференция «Системный синтез и прикладная синергетика» (Ростов-на-Дону - 2017), «Имитационное моделирование. Теория и практика» ИММОД-2017 (Санкт-Петербург -2017) ), Завалишинские чтения 2018 (Санкт-Петербург – 2018), Энергетика, экология и бизнес. Международная научно-практическая конференция. Санкт-Петербург, 31 мая 2018.

Материалы диссертационного исследования опубликованы в семидесяти семи научных работах, в том числе в двадцати двух изданиях, включенных в перечень ведущих рецензируемых изданий, утвержденных ВАК, пяти учебных пособиях и одной монографии.

По теме диссертации получено 2 Патента на полезную модель, 8 Свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ и Свидетельство о государственной регистрации баз данных.

Основные результаты, изложенные в диссертации, получены автором лично. Часть публикаций выполнена на паритетной основе с соавторами.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, библиографического списка, содержащего 243 наименования, 25 приложений. Основной текст диссертации представлен на 315 страницах, включая 28 таблиц и 154 рисунка. Общий объем диссертационной работы с учетом приложений составляет 400 страниц.

## **1. ОПИСАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

### **1.1. Анализ аварии, связанных с повреждением металла трубопроводов на АЭС**

На атомных электростанциях различных стран за последние несколько лет произошло большое количество различных аварий и инцидентов. Большинство из них связано с различными механизмами повреждения металла трубопроводов. Рассмотрим некоторые из них:

#### **22 января 1982 г. Ровенской АЭС**

В результате коррозионно-усталостного разрушения шпилек горячих коллекторов парогенератора блока № 1 около тысячи кубических метров теплоносителя перетекло из первого контура в резервуар с котловой водой парогенераторов с последующим распространением радиоактивности за пределы станции.

#### **7 марта 1989 г. АЭС "Me QUIRE" (США)**

В результате межкристаллитной коррозии трубчатки парогенератора со стороны 2-го контура произошло открытие течи теплоносителя во втором контуре.

#### **9 марта 1985г. АЭС "TROJAN" (США)**

Произошло разрушение напорного трубопровода дренажного насоса с последующим выбросом теплоносителя, имеющего температуру 178°C. Авария была вызвана эрозионно-коррозионный износ стенки трубопровода.

#### **9 декабря 1986 года. США, штат Вирджиния, АЭС «SURRY»**

В результате коррозионного износа трубопровода произошел прорыв трубопровода второго контура с выбросом ста двадцати кубических метров перегретых радиоактивных воды и пара. Восемь работников станции попали под кипящий поток. Четверо из них скончались от полученных ожогов.

#### **Ноябрь 1990 г., АЭС "LOVISA" (Финляндия)**

В результате коррозионного износа труб разрушился основной трубопровод.

**24 декабря 1990 г. Нововоронежская АЭС**

В результате коррозионно-механического развития сварочных дефектов образовалась течь в месте приварки перехода Ду 100 х 80 к переходу муфты Ду 125 х100 по сварному шву.

**9 февраля 1991 года. Япония, остров Хонсю, АЭС «Михама»**

В результате коррозионно-усталостного разрушения произошел выброс пятидесяти пяти тонн радиоактивной воды. Выброс произошел из системы охлаждения реактора.

**22 декабря 1992 года. Россия, пос.Заречный, Белоярская АЭС**

Во время перекачки жидких радиоактивных отходов на спецводоочистку произошла утечка теплоносителя. В результате было затоплено помещение, в котором находятся насосы и обслуживающие их системы. Далее около пятнадцати кубических метров отходов по специальной дренажной сети вытекло в водоем-охладитель.

**10 апреля 2003 года. Венгрия, Paks, АЭС «Paks»**

В результате повреждения топливных сборок во время ремонтных работ на одном из энергоблоков имел место выброс инертных радиоактивных газов и радиоактивного йода в атмосферу.

**9 августа 2004 года. Япония, остров Хонсю, АЭС «Михама»**

Во втором контуре системы охлаждения третьего энергоблока, в результате коррозионно-усталостного разрушения трубы, вырвалась струя пара и обварила рабочих турбинного зала. Четыре человека погибли и около двадцати серьезно пострадали

**25 августа 2004 года. Испания, г.Ванделлос, АЭС «Ванделлос»**

Во втором энергоблоке АЭС, в результате коррозионного износа труб, произошла утечка радиоактивной воды из системы охлаждения реактора.

**Июль 2005 г., Мексика, шт. Веракрус,**

В результате несоблюдения правил безопасности при проведении ремонтных работ произошел пожар в одном из отсеков генераторного помещения АЭС «Лагуна Верде». Утечки радиации не произошло.

#### **Апрель 2008 г., Словения, АЭС «Кршко»**

В результате коррозионно-усталостного разрушения трубопровода произошла утечка охлаждающей жидкости из первого контура охлаждения.

Выше рассмотрена лишь незначительная часть из большого количества аварии, которые сопровождались разрушением трубопроводов и были вызваны человеческим фактором или деградацией трубопроводов.

Наиболее типичные причины деградации трубопроводов вызваны спецификой реактора, условиями эксплуатации, в том числе перепадами температуры теплоносителя, материалами и т.д.

К основным механизмам деградации относятся [2]:

- термическая усталость;
- эрозионная коррозия;
- коррозионное растрескивание под напряжением;
- щелевая коррозия и локальное коррозионное воздействие;
- эрозия при кавитации;
- коррозионное растрескивание;
- вибрационная усталость;
- гидроудар.

Проведение исследований, направленных на устранение указанных причин, невозможно без применения системного подхода, проведению разнообразных мероприятий и поиск решения задач, которые могут привести к улучшению состояния всех систем, обеспечить требуемую надежность и продлить их период эксплуатации с учетом экономических критериев и ограничений. Для этого рассмотрим, используя методы системного анализа, техническое устройство объекта управления и протекающие в нём процессы.

## **1.2. Описание атомной электростанции**

### **1.2.1. Атомный реактор как объект контроля и управления**

Атомная электростанция представляет собой сложный комплекс высокотехнологичного оборудования, в котором атомная энергия трансформируется в электрическую энергию. Генератором энергии на АЭС является атомный реактор. Тепловая энергия, которая выделяется в активной зоне в результате цепной реакции деления ядер урана, затем так же, как и на обычных ТЭС, трансформируются в электрическую энергию [2, 188].

На АЭС осуществляются три взаимных преобразования форм энергии: ядерная энергия переходит в тепловую, тепловая - в механическую, механическая – в электрическую. Станция включает в себя четыре реактора и представляет собой комплекс зданий, в которых размещены соответствующие технологические устройства. Тепло отбирается теплоносителем в активной зоне реактора и применяется для получения водяного пара, который подаётся на турбину электрогенератора и приводит её в движение. Активная зона - является основным элементом реактора и представляет собой конструктивно выделенный объем, куда помещается ядерное топливо и где происходит управляемая ядерная реакция. Данная реакция сопровождается выделением огромного количества тепла. Оно передаётся теплоносителю, в качестве которого применяется вода. Происходит это в технологических каналах (ТК). Одной из важнейших систем реактора является система управления и защиты (СУЗ), которая позволяет проводить выбранный режим протекания цепной реакции деления урана, а также система аварийной защиты – для быстрого прекращения реакции при возникновении аварийной ситуации. Действие обеих систем основано на помещении в активную зону сборок, выполненных из материалов, активно поглощающих свободные нейтроны. Кроме того реакторы дополнены многоуровневыми системами радиационной защиты,

которые предназначены для предотвращения облучения сотрудников станции и выброса радиоактивных веществ в окружающую среду.

В работе рассмотрен реактор РМБК-1000, установленный на Ленинградской атомной электростанции (ЛАЭС). РМБК (реактор большой мощности канальный) – это реактор одноконтурный тепловой энергетический с кипением воды в ТК и последующим поступлением насыщенного пара в турбины. У данного реактора тепловая мощность равна 3200 МВт, а электрическая мощность равна 1000 МВт.

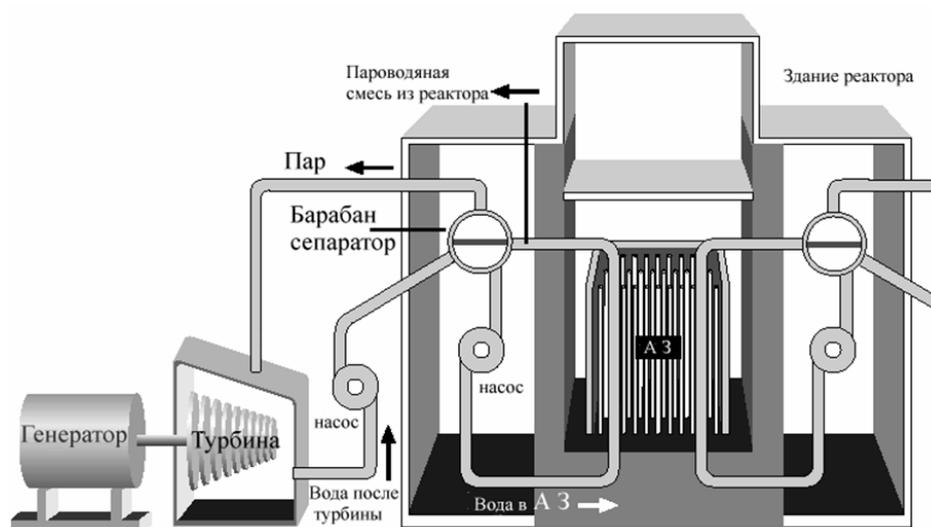


Рисунок 1.1 - Конструкция реактора РМБК-1000

В качестве топлива, в данном реакторе, используются уран-эрбиевые шайбы. Реактор включает в свой состав графитовую кладку замедлителя, имеющую цилиндрическую форму и размещаемую в бетонной шахте. В графитовой кладке проходят специальные каналы, служащие для установки органов регулирования, а также ТК, с установленным в них тепловыделяющими сборками (ТВС).

Графитовая кладка замедлителя построена из 2488 колонн, которые расположены в реакторном пространстве на плите металлоконструкции. Каждая из графитовых колонн состоит из 14 графитовых элементов, поставленных один на другой в определённой последовательности. Масса

кладки составляет 1700 т. Для производства блоков используется графит марки ГР-280.

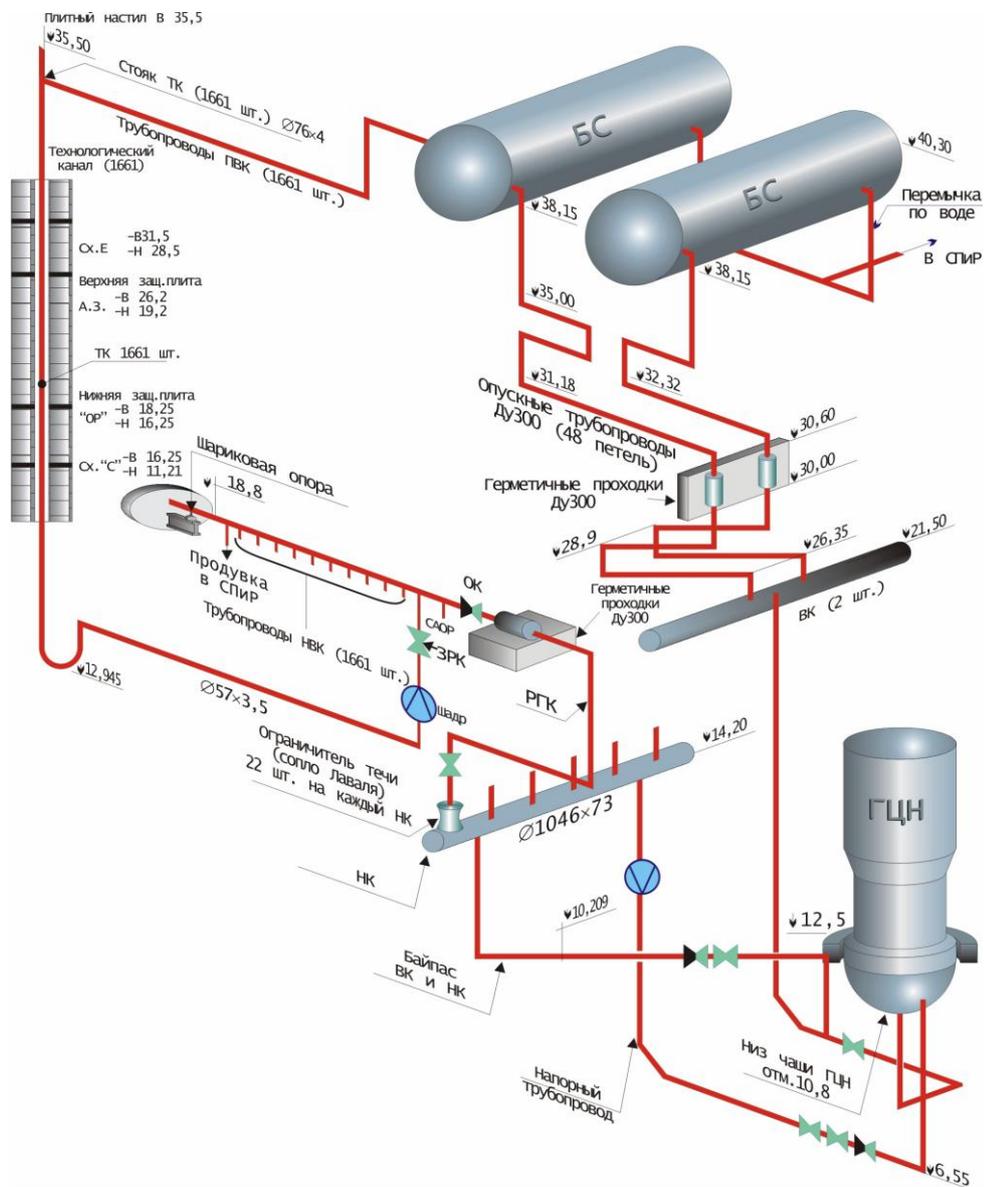


Рисунок 1.2 - Петля КМПЦ

В реакторе РМБК-1000 установлено две петли контура многократной принудительной циркуляции (КМПЦ), которые расположены симметрично относительно осевой плоскости реактора.

Петля имеет в своем составе два барабана-сепаратора и четыре циркуляционных насоса, которые прокачивают теплоноситель через технологические каналы. При прохождении через технологические каналы

вода нагревается до температуры кипения. В верхней части технологических каналов (ТК) образуется пароводяная смесь. Данная смесь направляется в барабаны-сепараторы, где происходит разделение на воду, которая передаётся обратно в ТК и насыщенный сухой пар (температура  $\sim 284$  °С) под давлением примерно  $70\text{—}65$  кгс/см<sup>2</sup>, подающийся на два генератора, имеющие электрическую мощность по 500 МВт каждый. После этого пар конденсируется, затем, пройдя через деаэратор и регенеративные подогреватели, и с помощью питательных насосов (ПЭН) подается обратно в КМПЦ.

Примерно 95% энергии, получаемой в процессе реакции, передается теплоносителю, охлаждаемому ТВС. В замедлителе (графите) выделяется энергия в результате торможения и поглощения нейтронов, а также поглощения гамма-излучения. Эта энергия составляет около 5-6% от мощности реактора. Эта часть тепловой энергии передается воде.

Как уже отмечалось, графитовая кладка имеет форму цилиндра, в котором находится 1693 ТК. В данных канала помещается ТВС. Каждая их них включает 18 ТВЭЛов, представляющих собой циркониевые трубки с таблетками ядерного топлива внутри. Активная зона реактора также имеет форму цилиндра высотой 7 м и диаметром 11,8 м. По периферии активной зоны, снизу и сверху располагается отражатель – сплошная графитовая кладка толщиной 0,65 м. Кроме того, реактор окружен биологической защитой в виде кольцевого бака с водой.

Внутреннее пространство реактора заполнено прокачиваемой через графитовую кладку азотно-гелиевой смесью. Это предотвращает выгорание графита. Азотно-гелиевая смесь также нужна для вентиляции и контроля целостности каналов. Добавка гелия увеличивает теплопроводность смеси и улучшает условия передачи тепла от кладки из графита к теплоносителю в ТК. Температура газовой смеси контролируется в каждом из каналов реактора в импульсных трубках, установленны на выходе из газового тракта [76].

Одна из главных задач обеспечения безопасности работы реактора РМБК это постоянное поддержание необходимого охлаждения активной зоны. При помощи ГЦН КМПЦ осуществляется подача воды в ТК в целях отбора тепла от ТВС и от графитовой кладки.

Характерной особенностью реакторов данного класса является возможность реализации регулирования и контроля количества теплоносителя в каждом канале. Это дает возможность получать на выходах каналов равные теплотехнические параметры и иметь минимальный расход воды в КМПЦ. Требуемый для каждого ТК расход задается его мощностью, которая зависит как от места расположения канала в реакторе, так и от выгорания топлива. В связи с этим требуемый расход воды и мощность во время эксплуатации постепенно изменяются, а при перегрузке ТВС изменяются скачкообразно.

### **1.2.2. Разработка моделей атомного реактора с применением методов системного анализа и иерархического подхода**

В процессе моделирования сложных технологических объектов и систем управления достаточно часто используют метод декомпозиции систем на подсистемы, моделирование которых является более простым [2, 9, 17, 18, 19, 23, 34, 53, 54, 102, 139]. Процесс декомпозиции осуществляется до тех пор, пока станет возможным и целесообразным разработка моделей подсистем низкого, так называемого нулевого иерархического уровня.

На рисунке 1.3 изображен граф типа “дерево”, демонстрирующий схему декомпозиции выбранной модели сложного технологического объекта (большие буквы  $L$  обозначает абсолютную нумерацию уровней модели, а малые буквы обозначают относительную нумерацию). Полученные модели подсистем уровня нулевого описываются системами алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений.

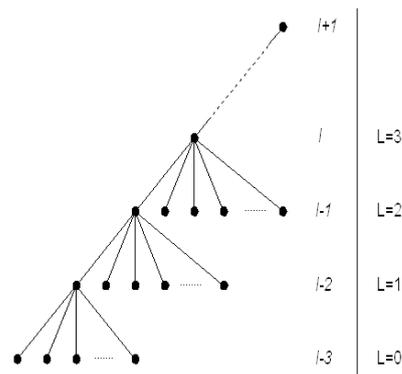


Рисунок 1.3 - Схема декомпозиции модели сложного технологического объекта

В результате системного подхода, применяемого к анализу рассматриваемого объекта, принимается решение о последовательности проведения декомпозиции при построении математических и имитационных моделей. Модели самого объекта и его составных частей рассматриваются как многомерные подсистемы, это отображает информационно-алгоритмический подход, принятый в теории автоматического управления, а также дает возможность применения различных программных средств моделирования [37, 65].

Схема иерархической модели реактора РМБК-1000, на которой особое внимание уделяется модели активной зоны, изображена на рисунке 1.4.

Иерархическая структура модели реактора изображена на рисунке 1.5.

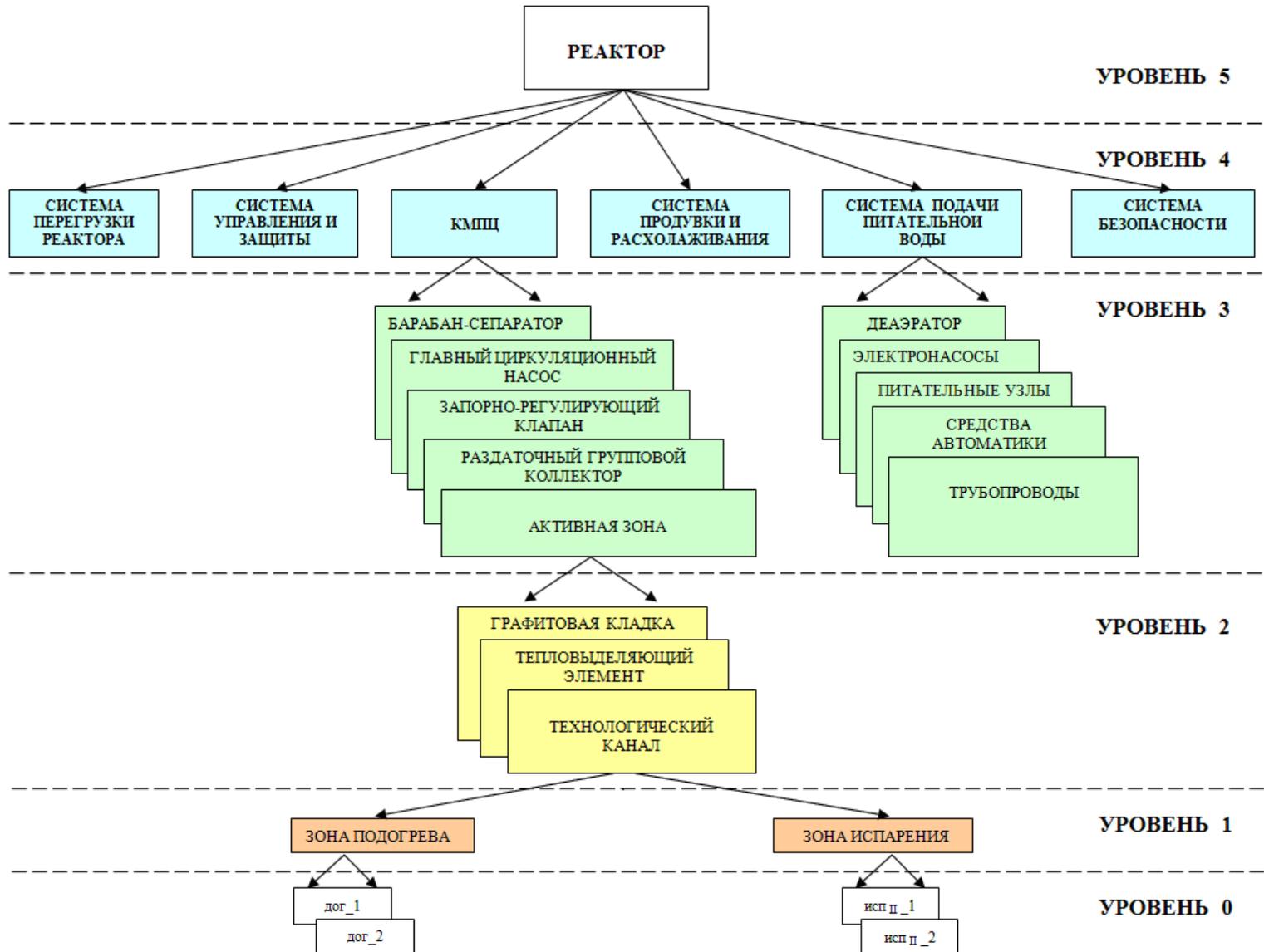


Рисунок 1.4 - Иерархическая структура модели реактора РМБК-1000

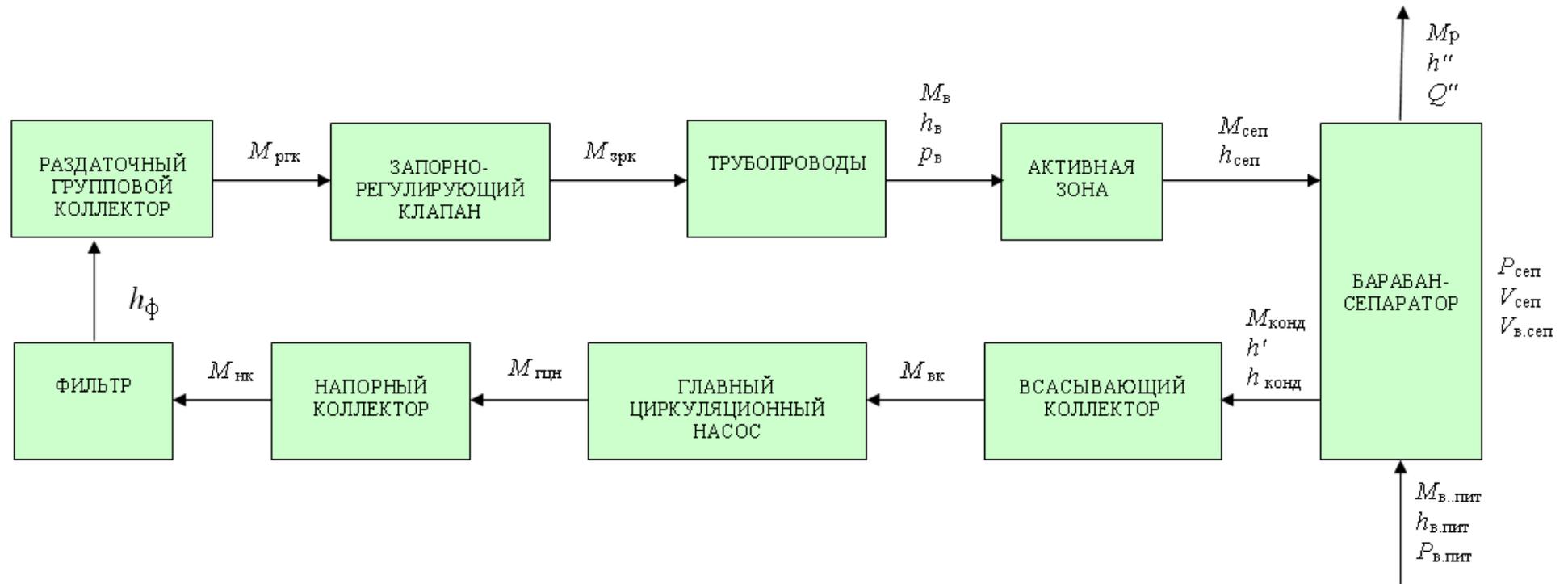


Рисунок 1.5 - Структура модели КМПЦ

Упрощенная схема КМПЦ реактора РМБК-1000 изображена на рис. 1.6. Модель КМПЦ содержит модели следующих подсистем: *активную зону, барабан-сепаратор, главный циркуляционный насос, фильтр, запорно-регулирующий клапан, соединительные трубопроводы.*

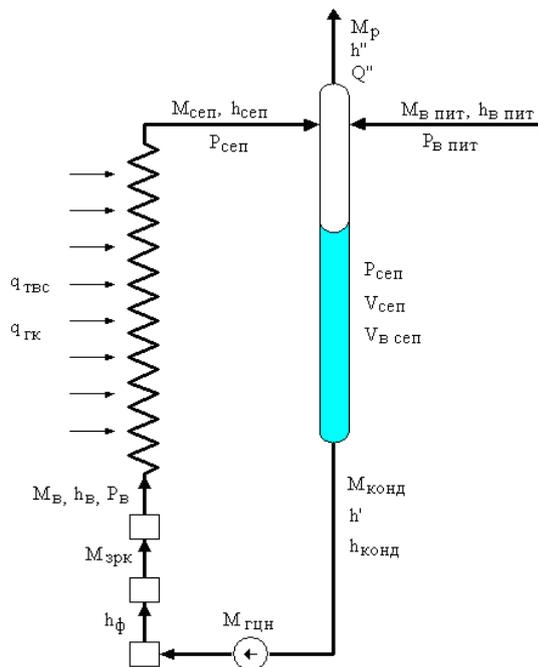


Рисунок 1.6 - Упрощенная схема КМПЦ

На схеме приняты следующие обозначения:

$M_p$  — расход пара, кг/с;

$P_{сеп}$  — давление в сепараторе, Па;

$V_{сеп}$  — объем сепаратора, м<sup>3</sup>;

$h''$  — энтальпия сухого пара, кДж/кг;

$V_{в.сеп}$  — объем воды в сепараторе, м<sup>3</sup>;

$M_{конд}$  — массовый расход воды на выходе сепаратора, кг/с;

$\vartheta''$  — температура насыщенного пара, К;

$M_{сеп}, h_{сеп}$  — массовый расход, энтальпия пароводяной смеси на входе сепаратора;

$h'$  — энтальпия кипящей воды, кДж/кг;

$M_в, h_в, P_в$  — массовый расход, энтальпия и давление воды на входе активной зоны;

$h_ф$  — энтальпия воды на выходе фильтра;

$M_{зрк}$  — расход воды на ЗРК;

$M_{гцн}$  — массовая производительность главного циркуляционного насоса;

$h_{конд}$  — энтальпия воды на выходе сепаратора;

$M_{в.пит}$ ,  $h_{в.пит}$ ,  $p_{в.пит}$  — массовый расход, энтальпия и давление питательной воды.

Отдельно взятые подсистемы модели КМПЦ можно описывать методом перечисления векторов входа  $U$  и выхода  $Y$ , а также определения операторов, описывающих данные подсистемы  $F$ :

#### Активная зона

$$[M_{сеп} \ h_{сеп} \ P_{сеп}]^T = \text{КМПЦ.активная зона}([M_{в} \ q_{твс} \ q_{тк} \ h_{в} \ P_{в}]^T);$$

#### Соединительные трубопроводы

$$h_{в} = \text{КМПЦ.трубопроводы}(h_{ф});$$

#### Фильтр

$$h_{ф} = \text{КМПЦ.фильтр}(M_{гцн} \ h_{сеп}^*);$$

#### Главный циркуляционный насос

$$M_{гцн} = \text{КМПЦ.насос}([P_{сеп} \ h' \ M_{конд}]^T);$$

#### Барабан-сепаратор

$$[h' \ h'' \ P_{сеп}]^T = \text{КМПЦ.барабан-сепаратор}([M_{пит} \ M_{сеп} \ h_{сеп} \ h_{в\ пит} \ P_{пит} \ P_{в}]^T).$$

### **1.3. Описание активной зоны реактора**

#### **1.3.1. Техническое устройство активной зоны**

Активная зона рассматриваемого реактора РМБК-1000 представляет собой графитовую кладку в виде цилиндра, имеющего высоту 7 м и диаметр 11,8 м, сложенный из блоков, и выполняющего роль замедлителя. Вокруг активной зоны находятся отражатель боковой, имеющий толщину 1 м и отражатели торцевые, имеющие толщину по 0,5 м. Активная зона состоит из графитовой кладки с ТК, из ТВЭЛов и стержней-поглотителей нейтронов, и теплоносителя. Графитовая кладка собрана из вертикальных колонн в количестве 2488 штук, составленных из блоков сечением 250\*250 мм (рис.1.7). В блоках по вертикали проделаны отверстия диаметром 114 мм, служащие для создания каналов СУЗ и технологических каналов.

Общее количество ТК– 1693, каналов СУЗ – 195. Внутри каналов располагаются трубы, выполнены из сплава ниобия ( $Zr + 2,5 \% Nb$ ) и циркония. Сплав характеризуется высокими коррозионными и механическими свойствами.

Нижние и верхние части трубы технологического канала изготовлены из нержавеющей стали. Циркониевые и стальные части трубы соединены между собой специальными переходниками.

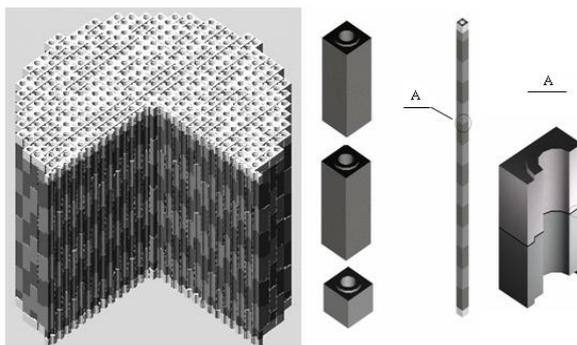


Рисунок 1.7 - Конструкция графитовой кладки

В циркониевые трубы опускаются ТВС. Сборка состоит из двух частей, длиной по 3,5 м каждая. ТВС включает в свой состав 18 тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ).

Строение активной зоны, состоящей из графитовой кладки, топливных каналов, металлоконструкций и плитного настила, показана на рис.1.8.

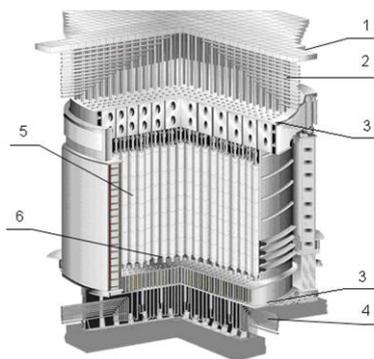


Рисунок 1.8 - Активная зона РМБК-1000:

- 1 – Настил плитный; 2 – ПВК; 3 – Металлоконструкция;  
4 – НВК; 5 – Кладка графитовая; 6 – ТК

Атомные реакторы представляют собой устройства, мощность которых теоретически может быть неограниченной. Но в тоже время, если не осуществлять достаточно интенсивный отвод тепла, то это может привести к расплавлению топлива, и как следствие произойдет выброс радиоактивных веществ в окружающую среду. В связи с этим главная задача обеспечения безопасности реактора это обеспечение требуемого охлаждения активной зоны. Теплоноситель, в качестве которого применяют воду, поступает в ТК снизу, при температуре 270°C. Высота части ТК, на которой вода приобретает температуру насыщения, равна примерно 2,5 м. На второй части ТК наблюдается процесс развитого кипения, при этом массовое паросодержание воды по направлению течения увеличивается. Количество воды в каждом ТК контролируется собственными ЗРК.

Каналы СУЗ располагаются так же, как и ТК: в отверстиях колонн графитовой кладки. Стержни СУЗ делятся на несколько типов:

- стержни РР, которые обеспечивают радиальное регулирование энерговыделения,
- стержни АР, которые обеспечивают автоматическое регулирование среднего уровня мощности,
- стержни АЗ, которые обеспечивают аварийное прекращение цепной реакции,
- стержни УСП, обеспечивающие регулирование энерговыделения по высоте.

Для контроля тепловых полей графитовой кладки в углах стыковки графитовых блоков реактора располагаются 20 отверстий, имеющих диаметр 45 мм, в них вмонтированы датчики – пятizonные термопары [188].

### 1.3.2. Формализация описания структуры активной зоны как объекта контроля

Применяя методику, рассмотренную выше, разработаем структурную схему активной зоны реактора. Упрощенная схема активной зоны реактора РМБК-1000 изображена на рисунке 1.9. Модель активной зоны содержит модели следующих подсистем: *тепловыделяющую сборку, технологический канал, графитовая кладка.*

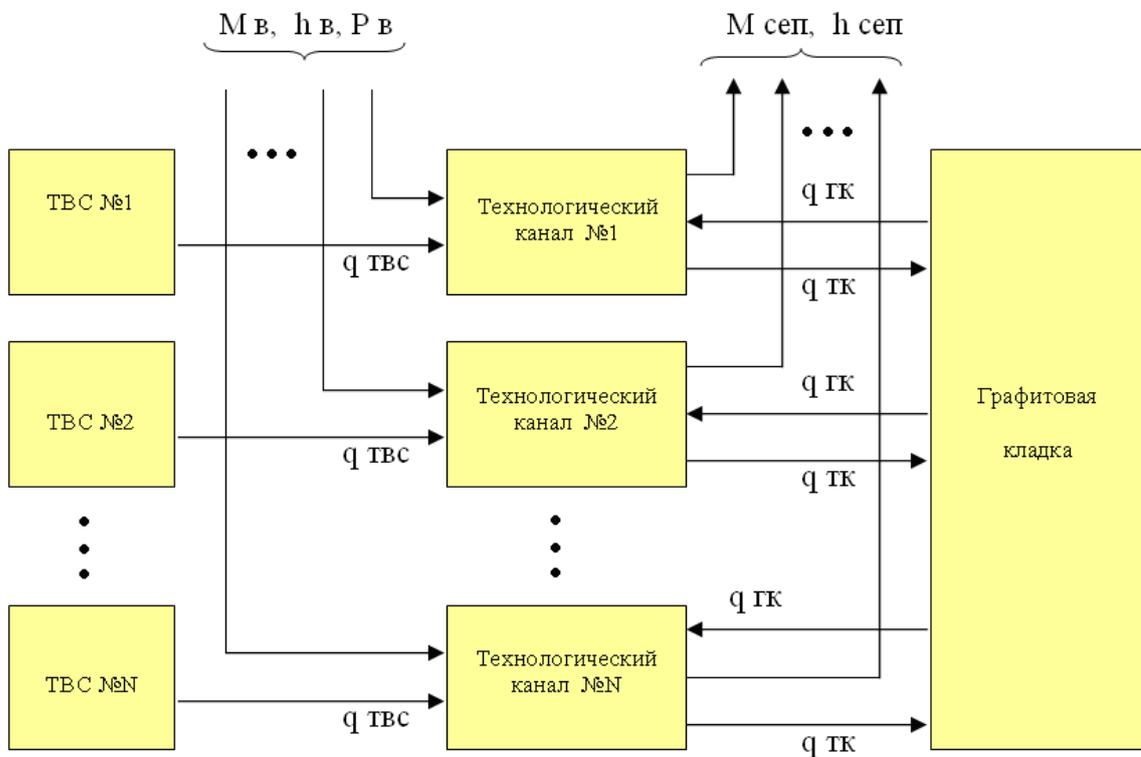


Рисунок. 1.9 - Структура модели активной зоны

Отдельно взятые подсистемы модели активной зоны можно описывать методом перечисления векторов входа  $U$  и выхода  $Y$ , а также определения операторов, описывающих подсистемы  $F$ :

Технологический канал

$$[M_{сеп} \ h_{сеп} \ P_v]^T = \text{активная зона.техканал}([M_v \ q_{ТВС} \ q_{ГК} \ h_v \ P_v]^T);$$

Графитовая кладка

$$[q_{ТК}]^T = \text{активная зона.графитовая кладка}([q_{ГК}]^T).$$

## 1.4. Описание технологического канала как объекта контроля

### 1.4.1. Техническое описание технологического канала

Как уже отмечалось, ТК предназначены для установки ТВС, дополнительных стержней поглотителей и обеспечения передачи тепла потоку воды. Внутри каждого ТК расположена циркониевая труба. Диаметр данной трубы составляет 88 мм, толщина стенки составляет 4 мм.

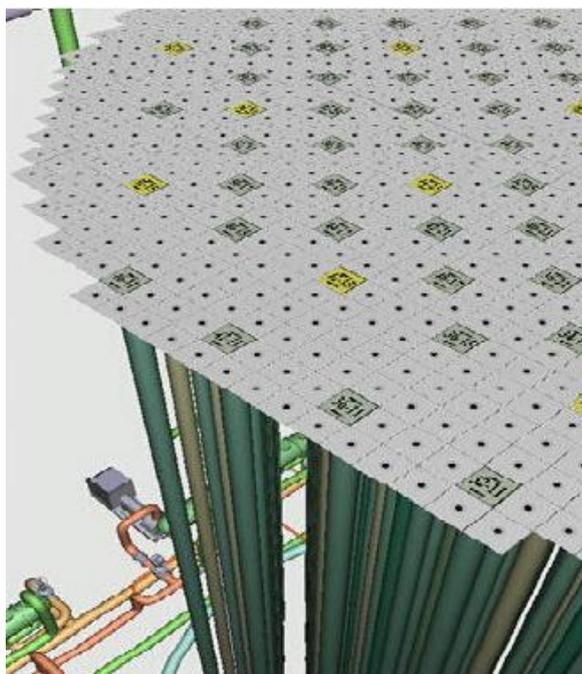


Рисунок 1.10 - ТК активной зоны

В каждом ТК расположены тепловыделяющие сборки, длиной 7 м, состоящая из двух частей по 3,5 м каждая. Через ТК прокачивается теплоноситель, омывающий ТВС. В процессе соприкосновения теплоносителя с ТВС вода нагревается до температуры кипения, в результате чего образуется пароводяная смесь

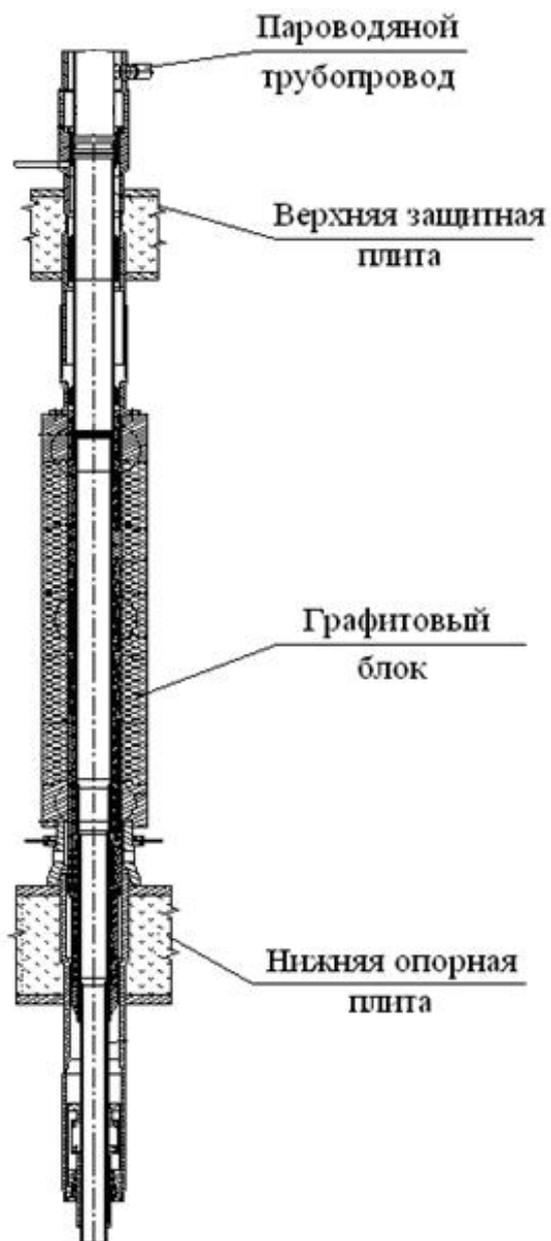


Рисунок 1.11 - Тепловыделяющая сборка (ТВС)

В состав одной ТВС входит 18 стержневых ТВЭЛов. Каждый ТВЭЛ представляет собой циркониевую трубку высотой 3,5 м с толщиной стенки 0,9 мм. Внутри трубки находятся таблетки, изготовленные из двуокиси урана. Высота таблетки составляет 15 мм.

#### 1.4.2. Формализация описания структуры технологического канала как объекта контроля

Подсистемы модели КМПЦ: БАРАБАН-СЕПАРАТОР, ГЛАВНЫЙ ЦИРКУЛЯЦИОННЫЙ НАСОС, ЗАПОРНО-РЕГУЛИРУЮЩИЙ КЛАПАН и ТРУБОПРОВОДЫ СОЕДИНИТЕЛЬНЫЕ, которые не содержат подсистем более низких уровней. В модели ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КАНАЛА активной зоны выделяются две подсистемы, такие как: ЗОНА ИСПАРЕНИЯ и ЗОНА ПОДОГРЕВА, представляющие собой подсистемы первого уровня. Структурная модель технологического канала активной зоны реактора РМБК-100 в виде блок-графа изображена на рис. 1.12.

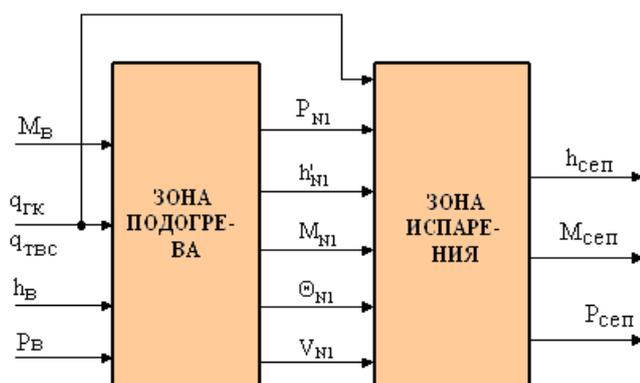


Рисунок 1.12 - Структура модели технологического канала активной зоны реактора РМБК-100

В модели технологического канала активной зоны реактора РМБК-1000 выделяются две подсистемы с различными свойствами:

- зона подогрева, располагающаяся между входом в технологический канал и точкой, в котором начинается объемное кипение воды – точка с координатой  $Z_i$ ; (уровень 2.5м);
- зона испарения, это зона с большой тепловой нагрузкой, в которой наблюдается интенсивное парообразование; зона находится между точкой с координатой  $Z_l$  и выходом из технологического канала.

Описание подсистем технологического канала принимает следующий вид:

Зона испарения

$$[M_{\text{sep}} h_{\text{sep}} P_{\text{сеп}}]^T = \text{Активная зона.ТК} ( [q_{\text{ТВС}} q_{\text{ГК}} P_{\text{N1}} h_{\text{N1}} M_{\text{N1}} \Theta_{\text{N1}} V_{\text{N1}} P_{\text{II}}]^T );$$

### Зона подогрева

$$[P_{\text{N1}} h'_{\text{N1}} M_{\text{N1}} \Theta_{\text{N1}} V_{\text{N1}} P_{\text{w}}] = \text{Активная зона.ТК} ( [M_{\text{в}} q_{\text{ТВС}} q_{\text{ГК}} h_{\text{в}} P_{\text{в}}]^T ).$$

На первом из уровней разработанной модели КМПЦ располагаются модели отдельных зон, определенных различностью видов течения теплоносителя в трубе технологического канала: ЗОНА ПОДОГРЕВА, ЗОНА ИСПАРЕНИЯ. Отдельные подсистемы технологического канала являются системами, характеризующиеся распределённостью параметров.

## **1.5. Арматура энергетическая**

Как видно из схемы гидродинамическая система энергоблока содержит большое количество задвижек, клапанов, насосов. На каждом напорном трубопроводе каждого ГЦН последовательно установлены обратный клапан, дроссельно-регулирующий клапан и запорная задвижка. Всасывающий и напорный коллектор соединены между собой байпасирующим трубопроводом размером 836x42 мм, на котором установлены нормально открытая задвижка и обратный клапан. Байпасы предназначены для улучшения естественной циркуляции теплоносителя через реактор при аварийном отключении ГЦН. Рассмотрим некоторые из них.

### **Раздаточный групповой коллектор**

Основное назначение раздаточных групповых коллекторов (РГК) заключается в распределении воды КМПЦ по ТК. Раздаточные групповые коллекторы имеют длину 6 метров. Материал РГК нержавеющая сталь 08X18H10T. Каждый РГК имеет 43 патрубка Ду-50, для приварки корпусов ЗРК и ШАДР, два патрубка Ду-70, для приварки трубопроводов подачи воды от коллекторов САОР в РГК, два патрубка Ду-50 для системы промывки тупиковых зон РГК. Со стороны тупиковых зон, РГК имеют

специальные страховые опоры для ограничения осевых и радиальных перемещений при возможных разрывах РГК.

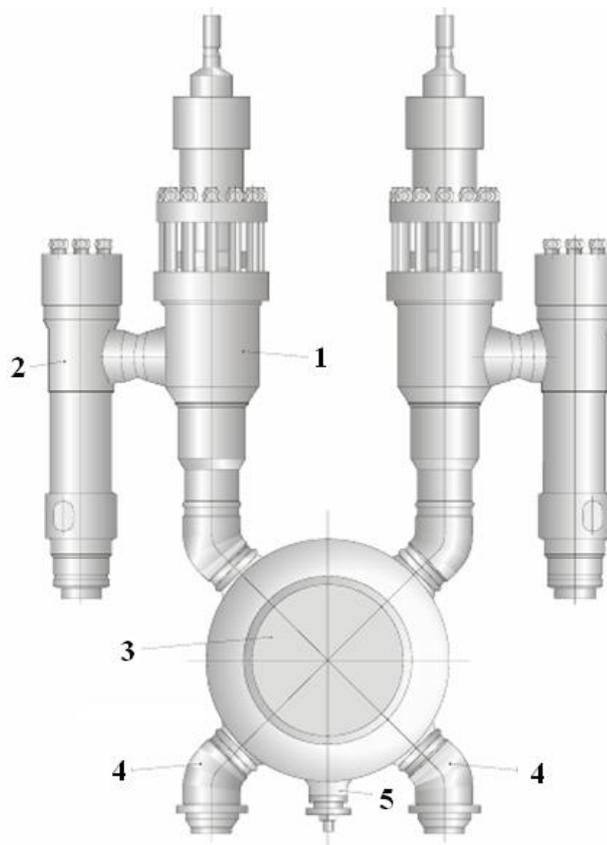


Рисунок 1.13 - Раздаточный групповой коллектор

Раздаточный групповой коллектор содержит 1- ЗРК; 2 – ШАДР-32М; 3 – Труба опорная; 4 – Патрубок САОР; 5 – Патрубок продува тупиковых зон.

### **Запорно-регулирующий клапан**

Контроль количества воды в ТК реализуется с помощью запорно-регулирующего клапана (ЗРК), представленного на рис. 1.14.

ЗРК располагаются в помещении водяных коммуникаций на РГК на входе в трубопроводы водяных коммуникаций. По РГК производится подвод воды в каждый ТК.

Устройство контроля расхода воды состоит из трех составных элементов:

- запорно-регулирующий клапан (ЗРК);

- привод;
- указатель положения.

Устройство ЗРК показано на рис. 1.14.

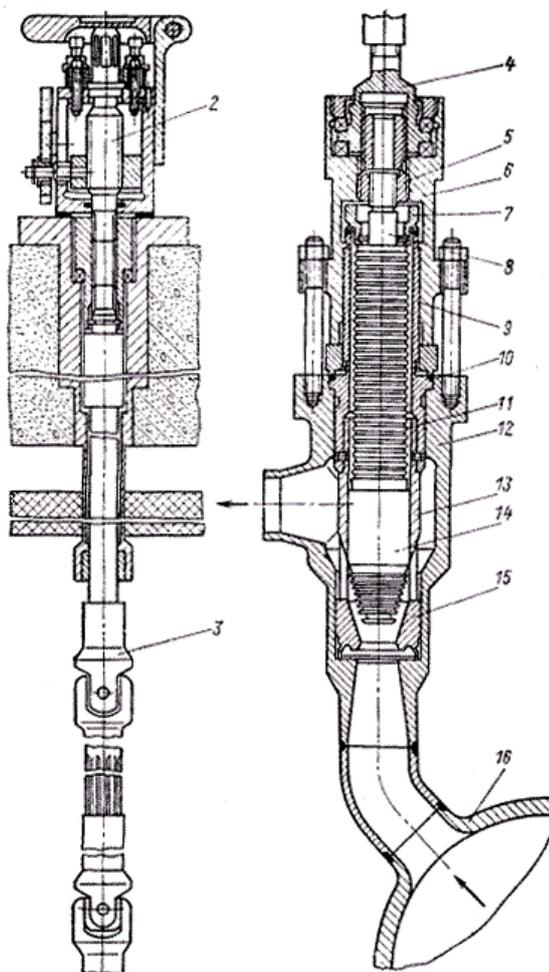


Рисунок 1.14 - Запорно - регулирующий клапан

ЗРК включает в свой состав следующие компоненты: 1 - указатель положения; 2 - винт указателя; 3 - привод; 4 - хвостовик привода; 5 – втулка с резьбой; 6 - фонарик; 7 - кольцо; 8 - вал; 9 - втулка; 10 - прокладка; 11 - сильфон; 12 - корпус; 13 - дроссель; 14 - наконечник; 15 - седло дросселя; 16 - групповой коллектор.

С помощью привода ЗРК соединяется со специальным указателем положения, который устанавливается на специальном бетонном перекрытии, отсюда оперативный персонал с помощью специального

ключа осуществляет изменение угла положения ЗРК, осуществляя при этом визуальный контроль:

- числа полных оборотов ЗРК по шкале оборотов с помощью указателя положения, при этом известно, что один оборот составляет шесть миллиметров хода штока;
- дополнительной степени открытия на последнем неполном обороте привода по шкале лимба (каждое оцифрованное деление соответствует 1 мм хода штока, одно малое деление – 0,2 мм хода штока).

В процессе управления полный ход ЗРК на открытие или закрытие производится за четыре полных оборота привода, это составляет двадцать четыре миллиметра хода штока ЗРК. Для исключения ошибочного закрытия клапана в конструкции ЗРК предусмотрена– стопорная планка. Закрытие ЗРК до стопорной планки составляет 3 мм. В этом случае количество воды, прокаченной через ТК составляет 12-13 м<sup>3</sup>/ч, что предотвращает возможность возникновения кризиса теплосъема [188]. Контроль осуществляется в помещении, которое находится над РГК и отделенного от них бетонной защитой.

Измерительная часть системы состоит из первичных преобразователей расхода и магнитоиндукционных преобразователей.

Управление количеством теплоносителя в ТК осуществляется вручную. Управление запорно-регулирующим клапаном является достаточно сложной и весьма ответственной операцией. Процесс управления расходом воды в ТК осуществляет сотрудник реакторного отделения. Допускается одновременное управление расходом воды только в одном ТК.

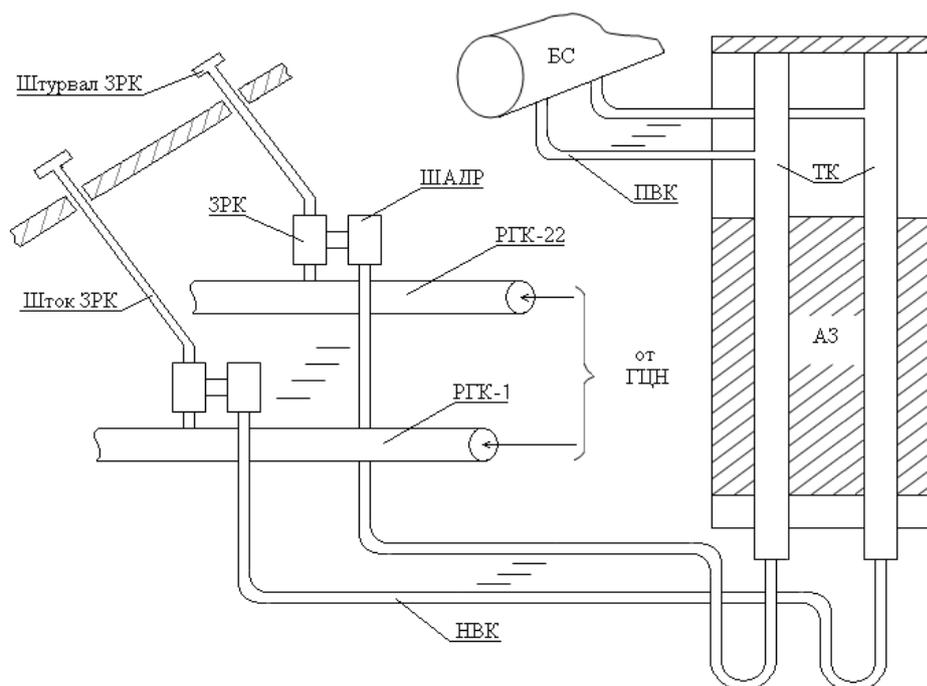


Рисунок 1.15 - Фрагмент КМЩ

В реакторах типа РМБК невозможен непосредственный контроль нескольких технологических параметров таких, как энерговыделение и запас до момента наступления кризиса теплообмена в ТВС, а также температура графитовых блоков в каждой ячейке графитовой кладки и ряд других параметров. Данные параметры контролируются косвенно и определяются на основе оперативных расчетов, осуществляемых в ИИС «Скала-Микро».

Управление мощностью реактора производится равномерно установленными в реакторе стержнями-поглотителями, в количестве 221 шт. Эти стержни изготавливаются из материала, являющегося мощным поглотителем нейтронов. В случае необходимости поглощения нейтронов и торможения реакции, данные стержни перемещаются в специальных каналах СУЗ исполнительными механизмами.

Стержни-поглотители имеют собственный водяной контур охлаждения с температурой 40-70°C. Использование стержней различной

конструкции обеспечивает возможность управления энерговыделением по всему реактору и его быстрое заглушение при необходимости.

От мощности, которая снимается с каждого ТК, зависит эффективность реакторов РМБК. Распределение мощности между каналами определяется плотностью потока в активной зоне и выгоранием урановых таблеток в каналах. В тоже время определена предельная мощность, которую нельзя превышать ни в одном из ТК. Данное значение мощности задано условиями теплосъема.

## **1.6. Системы и устройства теплотехнического контроля реактора**

### **1.6.1. Состав систем и устройств контроля**

Особенности теплотехнического контроля реакторов РМБК обусловлены доступностью для осуществления контроля любого из элементов конструкции реактора, большим числом ТК, каналов СУЗ, разветвленностью циркуляционного контура и др.

К системам теплотехнического контроля относятся следующие системы контроля:

- температуры графитовой кладки;
- температуры тепловыделяющих элементов;
- температуры биологической защиты, металлоконструкций, бетона;
- поканального расхода теплоносителя и др.

Из общего числа точек (около семи тысяч) технологического контроля пять тысяч относятся к теплотехническому контролю, в который входят около трех тысяч точек контроля температуры и около двух тысяч

точек контроля расхода теплоносителя и других теплотехнических параметров (давление, перепад давления, паросодержание и др.).

Из трех тысяч точек контроля температуры к штатным внутризонным температурным измерениям относятся 149 (85 - графитовая кладка, 64 - ТВЭЛы). Остальные измерения температуры касаются металлоконструкций, биологической защиты, контроля целостности ТК, сервоприводов СУЗ и др.

Почти все измерения проводятся с помощью кабельных термоэлектрических преобразователей (ТЭП) градуировки ХА и ХК, выпускаемых по разработанному ГОСТу-23847-79.

При большом числе точек контроля температуры, благодаря унификации, измерения осуществляются лишь пятью типами ТЭП и одним типом термометров сопротивления (ТС) (табл.1.1).

Таблица 1.1 - Термометрические устройства для АЭС с реакторами РМБК

Измерение температуры...	Наименование		Параметры		
		Взамен	t, °С	Среда	Срок службы, лет
Графитовой кладки в 5-ти точках по высоте активной зоны. Термопарная сборка.	Пр.35.000 Пр.35.010 (сменная)	ТХА-1379	900	He+N <sub>2</sub>	3
Оболочки твэлов. ТВС измерительная РМБК-1000.	850.00.000	—	900	Пароводяная смесь	Кампания
Приводов СУЗ.	(ТСМ-02)	ТСМ-1388	100	Воздух	5
Водной защиты.	(ТХА-08)	ТХА-1439	100	Вода	5
Газа в импульсных трубках системы КЦТК.	T-95 (ТХК-04)	ТХК-0379	100	He+N <sub>2</sub>	5
Элементов реактора (металлоконструкции, защита и др.)	(ТХА-09)	ТХА-1449 (Луцк)	600	Воздух	5

Конструкции почти всех термометрических устройств были разработаны в период с конца шестидесятых до восьмидесятых годов. Некоторые из них перерабатывались с целью совершенствования.

Макеты и прототипы наиболее ответственных конструкций ТЭП для измерений температуры графита, ТВЭЛов и др. предварительно испытывались в лабораторных, стендовых условиях, на промышленных, исследовательских реакторах, на реакторе РМБК.

### **1.6.2. Система контроля температуры графитовой кладки.**

Система контроля температуры внутри графитовой кладки целиком основывается на информации, получаемой от 17 термометрических многозонныхборок. Сборки расположены в так называемых "угловых" температурных ячейках на стыке 4-х графитовых колонн. Ячейки расположены крестом по двум осевым диаметрам. На центральной оси 15борок (две из них в отражателе) и две ячейки на перпендикулярной оси в области плато реактора симметрично относительно центра кладки.

Реакторы РМБК-1000 до 1983 г. оснащались блоками БТ-0170 с тремя кабельными чувствительными элементами ТЭП диаметром 5 мм, которые находятся в графитовых втулках (рис.1.16 (а)). Данные втулки расположены на несущей трубе, которая как и оболочки ТЭП, сделана из высоконикелевого сплава ХН78Т, стойкого к науглероживанию. Измерительные спаи 3-х ТЭП блока размещались на границах «горячих поясов» верхнего и нижнего, а также в средней части активной зоны, т.е. в местах возможного нахождения максимальной температуры кладки. Гарантированный ресурс такихборок составлял 3 года, хотя экспериментальные сборки работали на некоторых реакторах и дольше. Вся термометрическая сборка с защитной пробкой, графитовыми втулками и тремя ТЭП представляет единый неразборный блок, который погружается в "угловые" ячейки.

Впоследствии была разработана конструкция термопарной сборки с многозонным кабельным ТЭП, который был запатентован в пяти ведущих странах мира (рис. 1.16.(б), рис. 1.17). Первые термопарные сборки с многозонным ТЭП (ТХА-1379) делались трех модификаций: для измерения температуры кладки в 5-ти точках по высоте кладки; для измерения температуры верхней плиты реактора и в четырех точках по высоте кладки и, наконец, для измерения температуры нижней несущей плиты реактора и в четырех точках по высоте кладки.

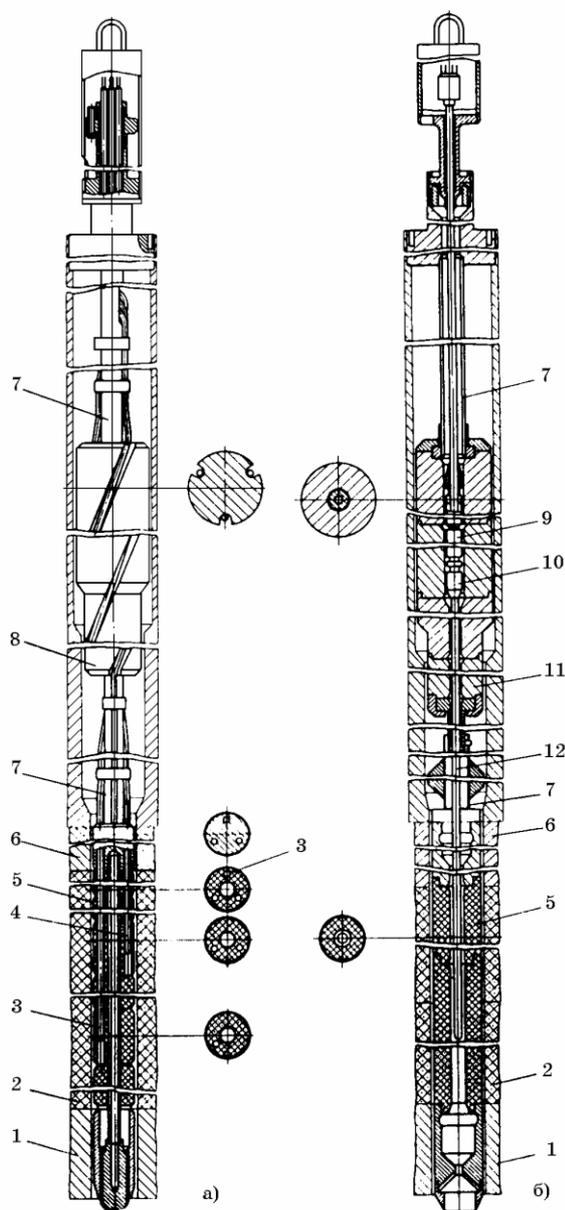


Рисунок 1.16 - Термометрические сборки для определения температуры кладки графитовой и плит реакторов РМБК

- а) блок термометрический типа БТ-0170 с тремя кабельными ТЭП  
 б) термометрическое устройство с многоэлектродным пятизонным ТЭП и монтажным комплектом типа Пр.35.000 (ТХА-1379).

*1 – плита нижняя; 2 – кладка графитовая; 3 – термометр термоэлектрический II; 4 – термометр термоэлектрический I; 5 – втулка графитовая; 6 – плита верхняя; 7 – труба; 8 – пробка защитная; 9 – пробка защитная внутренняя; 10 – цанга; 11 – пробка защитная наружная; 12 – термометр термоэлектрический пятизонный*

Для измерения температуры внутри графитовой кладки реакторов РМБК используется пятизонный кабельный ТЭП (рис. 1.17).

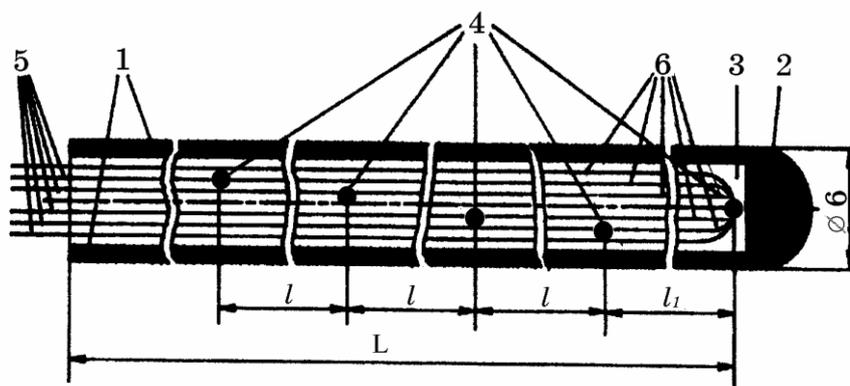


Рисунок 1.17 - Пятизонный кабельный ТЭП

*1 - оболочка (сплав ХН78Т); 2 - пробка (сплав ХН78Т); 3 - изоляция (окись магния); 4 - спай измерительные; 5 - электроды хромелевые; 6 – электроды алюмелевые;  $L = 16000$  мм;  $l = 1500$  мм;  $l_1 = 1100$  мм*

Однако многолетний опыт эксплуатации реакторов РМБК-1000 и РМБК-1500 показал, что верхние и нижние плиты эксплуатируются при расчетных значениях температуры и в их измерении нет необходимости. Поэтому ТХА-1379 стали выпускать только одной модификации с пятью точками измерения температуры графитовой кладки. С 1992 г. выпускаются модернизированные пятизонные сборки, которыми в настоящее время заменены исчерпавшие термометрические ресурсы сборки на АЭС.

Эффект от внедрения пятизонных сборок вместо трехзонных связан с повышением точности измерений и обработки информации о температурном состоянии кладки, со снижением трудо- и дозозатрат, а также со снижением объема и массы радиоактивных отходов. Так при замене комплекта сборок БТ-0170 утилизировалось в могильники 1,7 т отходов, а при утилизации сменных элементов модернизированных сборок- всего 120 кг.

### **1.6.3. Измерение температуры ТВЭЛов**

Термометрические тепловыделяющие элементы, которые входят в состав ТВС проектировались и изготавливались в процессе создания и совершенствования конструкций ТВЭЛов и ТВС и проходили испытания на промышленных реакторах, а также на РМБК.

Рассматриваемые ТВЭЛ (рис. 1.18), установленные на ЛАЭС, имеют двойную циркониевую оболочку. Внутри штатной оболочки ТВЭЛа РМБК, имеющей диаметр 13,6 x 0,65, располагается вторая оболочка ТВЭЛа, имеющая диаметром 9,1 x 0,35, с помещенными внутри урановыми таблетками повышенного обогащения. В зазор между оболочками устанавливаются на определенной отметке чувствительные элементы кабельных ТЭП, после чего зазор вакуумируется и заполняется расплавленным силумином (рис.1.22). Вывод кабельных трасс выполнен с помощью переходника "сталь-цирконий". Такие термометрические ТВЭЛы используются для измерения температуры оболочек в термометрических кассетах (ТМК) в штатной системе теплотехнического контроля реакторов РМБК начиная с 1986 г. По регламенту работы реакторов четыре ТМК размещались по одной в каждом квадранте активной зоны РМБК.

Кроме того, с целью получения подробной информации о состоянии ТВЭЛов РМБК-1500 были созданы измерительно-диагностические ТВС

(ИДТВС). В состав ИДТВС входили ТВЭЛы, в которых измерялись следующие параметры:

- температура оболочки ТВЭЛа;
- температура в центре топливных таблеток;
- внутритвэльное давление;
- удлинение топливного столба;
- температура оболочки и локальные значения теплового потока

(термотеплометрический ТВЭЛ).

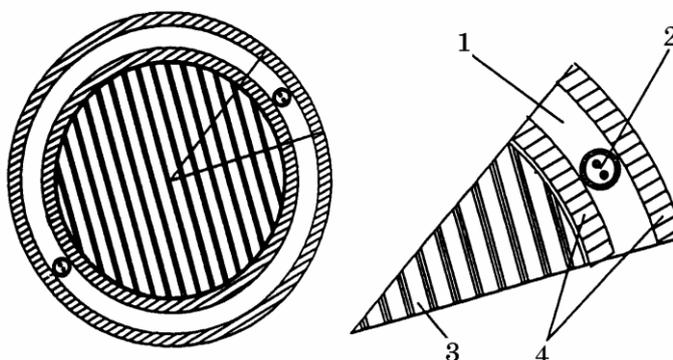


Рисунок 1.18 - Термометрический ТВЭЛ

*1 – силумин; 2 – кабельный ТЭП диаметром 1 мм; 3 – топливо; 4 – оболочки*

#### 1.6.4. Комплексные измерительные устройства

Помимо штатных измерительных устройств на головных образцах реакторов для более тщательной диагностики режимов работы создаются дополнительные комплексные измерительные системы и устройства.

Для реакторов РМБК это было реализовано в виде так называемого реперного измерительного района (РИР), который представлял собой ячейку периодичности активной зоны, являющуюся в первом приближении типичной и независимой её частью, оснащённую разнообразной аппаратурой (штатной и экспериментальной) (рис.1.19). В

состав РИР входило девять рабочих ячеек и четыре вспомогательных (три ячейки СУЗ и одна ячейка с датчиком высотного распределения энерговыделения). В пределах РИР в угловой ячейке размещался пятизонный ТЭП для контроля температуры графитовой кладки. Во всех рабочих кассетах и в измерительно-диагностической или термометрической устанавливались детекторы энерговыделения. Каналы СУЗ оснащались ТЭП для измерения температуры воды на выходе из канала. Все каналы (рабочие и СУЗ) имели расходомеры соответственно ШАДР-32М и ШАДР-8А. Кроме того, устанавливались детекторы паросодержания теплоносителя на выходе из одного или трёх рабочих каналов.

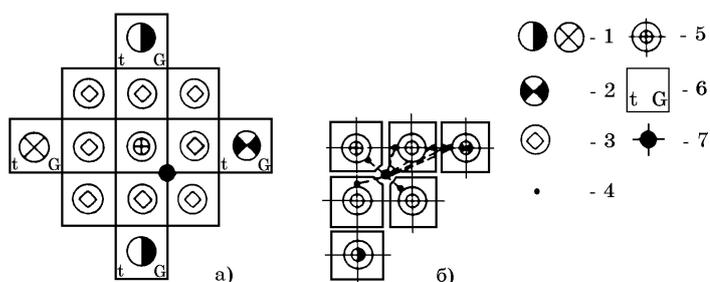


Рисунок 1.19 - Реперный измерительный район активной зоны реакторов РМБК

*а) – схема установки каналов и измерительных устройств;*

*б) – размещение дополнительных ТЭП в графитовой кладке*

1 – стержни СУЗ; 2 – детектор контроля распределения энерговыделения по высоте активной зоны; 3 – рабочая кассета с детектором радиального распределения энерговыделения; 4 – расположение рабочего спая ТЭП и направление вывода трассы в среднем сечении по высоте графитовой кладки; 5 – термометрическая кассета с детектором энерговыделения и детектором паросодержания; 6 – контроль температуры и расхода воды в каналах СУЗ; 7 – пятизонный ТЭП для измерения температуры по высоте графитовой кладки

### **1.7. Алгоритм работы системы управления температурой теплоносителя**

Выдерживание температурных полей активной зоны РМБК на заданном уровне представляется одной из главных задач безопасной работы реактора. Для отведения тепловой энергии от ТВС и от графитовой кладки в ТК активной зоны осуществляется подача воды. На реакторах рассматриваемого типа регулирование количества воды в ТК реактора производится с помощью специальной системы мониторинга и управления. В состав этой системы входит комплекс устройств регулирования расхода в каждом ТК. Данные устройства состоят из ЗРК, механического привода и указателя положения штурвала.

Информационно-вычислительная система осуществляет периодический опрос датчиков температуры установленных на ТК в автоматическом режиме с заданной периодичностью и сравнивает результаты своих измерений с заданными значениями повышения расхода количества воды (ПРВ) или снижения расхода количества воды (СРВ). При отклонении полученных результатов измерения на мнемотабло блочного щита управления (БЩУ) выводится сигнал тревоги.

Важным требованием технологической надежности работы РМБК является гарантирование бескризисной работы топливных каналов. Ключевым факторами, оказывающими влияние на количество теплоносителя, который проходит через ТК, и на запас до кризиса теплообмена в реакторе являются энергетическая мощность ТК и положение ЗРК. Численное значение критической мощности ТК, при превышении которого может начаться кризис теплообмена напрямую зависит от количества теплоносителя, проходящего через ТК, а также от давления или от недогрева воды на входе ТК.

Мощность каждого ТК с топливом зависит от где он расположен в активной зоны относительно ее оси, от выгорания урановых таблеток в ТВС, и конечно, от расстояния до помещённого в активную зону стержня СУЗ.

Если бы для каждого ТК была заведомо известна мощность, то тогда для каждого ТК было бы возможным определить угол открытия его ЗРК таким образом, чтобы количество теплоносителя соответствовало заданному значению коэффициента запаса до наступления кризиса теплообмена. Тем не менее, в настоящее время, система регулирования количества теплоносителя, прокачиваемого через ТК реактора не предусмотрена функционировать в таком режиме. Регулирование количества воды, проходящего через ТК выполняется вручную. Данную операцию производит сотрудник реакторного отделения. В таблице 1.2. представлена зависимость положения ЗРК от мощности [188].

Таблица 1.2 -Степень открытия ЗРК в технологических каналах

Мощность в канале, МВт	Степень открытия ЗРК, мм
< 1.450	4.0
1.450 ÷ 1.567	5.0
1.567 ÷ 1.684	6.0
1.684 ÷ 1.802	7.0
1.802 ÷ 1.919	8.0
1.919 ÷ 2.037	9.0
2.037 ÷ 2.154	10.0
2.154 ÷ 2.272	11.0
> 2.272	12.0

Алгоритм работы системы, реализованной в настоящее время, представлен в Приложении 1.

Ниже представлены основные этапы регулирования количества воды в ТК:

1) ИВС «Скала-микро» осуществляет периодический опрос датчиков, установленных в ТК, и сравнивает результаты измерения с заданными.

2) В случае возникновения отклонения сигнализирует об ошибке на мнемотабло, установленном на БЩУ.

3) Ведущий инженер управления реактором (ВИУР) производит расчеты, принимает решение и дает распоряжение о регулировке ЗРК оперативному персоналу (ОП) реакторного отделения.

4) Операторы вручную регулируют ЗРК.

Рассмотренный порядок работы реализован в системе управления ЗРК.

Структурная схема этой системы изображен на рис. 1.24.

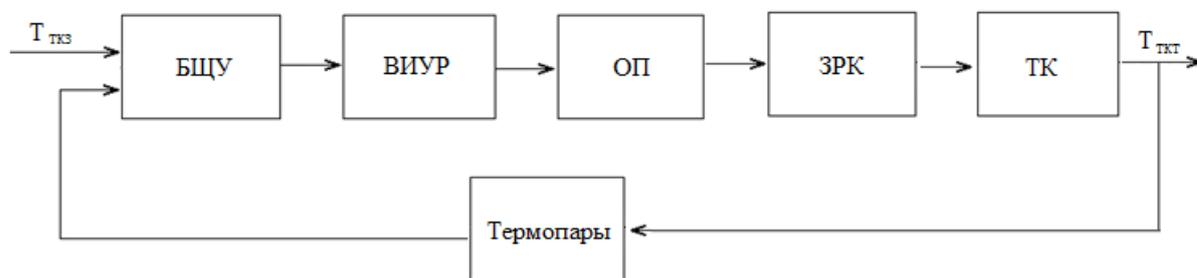


Рисунок 1.20 - Структурная схема управления ЗРК

Регулирование количества воды в ТК осуществляется при изменении сечения трубы, т.е. при закрытии или открытии ЗРК. Изменяя скорость течения воды, мы изменяем значение температурных полей, а как следствие – высоту экономайзерной зоны.

В настоящий момент данная операция выполняется вручную, но, как показывает практика, для систем с высокой ценой отказа достаточно важным явлением служит человеческий фактор, который зачастую играет решающую роль при осуществлении неразрушающего контроля и управления. Для исключения человеческого фактора, повышения

безопасности и надёжности системы предлагается автоматизировать процесс контроля тепловых полей и процесс управления расхода воды в ТК реактора. В связи с этим предлагается разработать распределённую систему контроля, имеющую в своём составе распределенный регулятор.

### **1.8. Выводы по первой главе**

В первой главе приведен обзор некоторого числа аварий на АЭС, связанных с различными механизмами деградации металла основного оборудования, а также рассмотрено состояние контроля реакторной установки на примере РМБК-1000, установленный на ЛАЭС и обоснован выбор метода исследования диагностики реакторной установки. Подробно рассмотрено техническое устройство и произведен анализ активной зоны электростанции как объекта, характеризующегося наличием распределенных параметров.

Проведенный системный анализ процессов, технологии и конструкции реактора, позволяет выбрать типы и классы матмоделей, формы их представления, и определить программные средства, которые будут использоваться при моделировании системы контроля.

В результате применения системного подхода к анализу рассматриваемого объекта контроля и управления, а также применяя метод декомпозиции, построены иерархические структуры моделей активной зоны, позволяющие разработать адекватную математическую модель рассматриваемого объекта, которую будем разрабатывать с применением дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа.

В процессе анализа найдено «узкое» место в контуре контроля и управления: регулирование количества теплоносителя, проходящей через технологические каналы активной зоны производится с помощью ЗРК и выполняется вручную, что не позволяет осуществлять точного

регулирования технологических параметров, затягивает реализацию управляющего воздействия во времени, и подвергает оперативный персонал станции излишнему воздействию радиации.

Требуется синтезировать распределенный регулятор прямого действия для системы контроля рассматриваемого объекта, позволяющий автоматически изменять размер живого сечения ЗРК с учетом нелинейности протекающих в реакторе процессов. Для этого необходимо выбрать распределенный закон управления и разработать методику определения настроек выбранного регулятора, обеспечивающего контроль заданной температуры теплоносителя в технологическом канале и, соответственно, заданную высоту экономайзерной зоны.

Установка распределенного регулятора позволит:

- увеличит скорость реакции системы на отклонения: снижения или превышения расхода воды через активную зону реактора;
- повысить точность регулирования;
- позволит повысить качество продукции (пароводяной смеси)
- ликвидирует необходимость работы оперативного персонала в зоне с повышенной радиацией;
- обеспечит увеличение безопасности техногенного объекта и срока его службы

## **2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

### **2.1. Основные физические процессы, происходящие в активной зоне реактора**

Одним из основных элементов активной зоны реактора является графитовая кладка, состоящая из графитовых колонн. Отверстия внутри этих колонн образуют технологические каналы. В ТК вводятся тепловыделяющие сборки (ТВС), состоящие из 2-х пучков ТВЭЛов. В каналы поступает теплоноситель, подающийся под давлением снизу. Теплоноситель имеет начальную температуру на входе в канал  $270^{\circ}\text{C}$ .

Около 95% выделяющейся в результате реакции энергии, передается теплоносителю, который омывает пучки ТВС. Примерно 5% мощности реактора образуется в графите. Это вызвано торможением нейтронов в графите и поглощения гамма-излучения. Эта часть тепловой энергии также передается воде в ТК. В результате передачи тепла теплоносителю в каналах образуется пароводяная смесь. Режим перемещения данной смеси полностью зависит от теплофизических параметров воды и водяного пара. Как известно из [10, 13, 183, 185, 199] в вертикальных трубах парогенераторов, а рассматриваемая часть реактора является парогенератором, преимущественно поддерживаются только 4 режима течения, а именно: эмульсионный, кольцевой, снарядный и пузырьковый.

На рис. 2.1 представлены все режимы течения воды, пароводяной смеси и пара в трубке прямоточного парогенератора, а также показаны условия теплообмена, которые соответствуют указанным режимам течения теплоносителя.

В процессе прокачивания теплоносителя через ТК реактора осуществляется нагрев воды до температуры насыщения. В ТК

происходит постоянное увеличение паровой фазы и уменьшение жидкой фазы течения. Соответственно этому изменяется теплоотдача от ТВЭЛ.

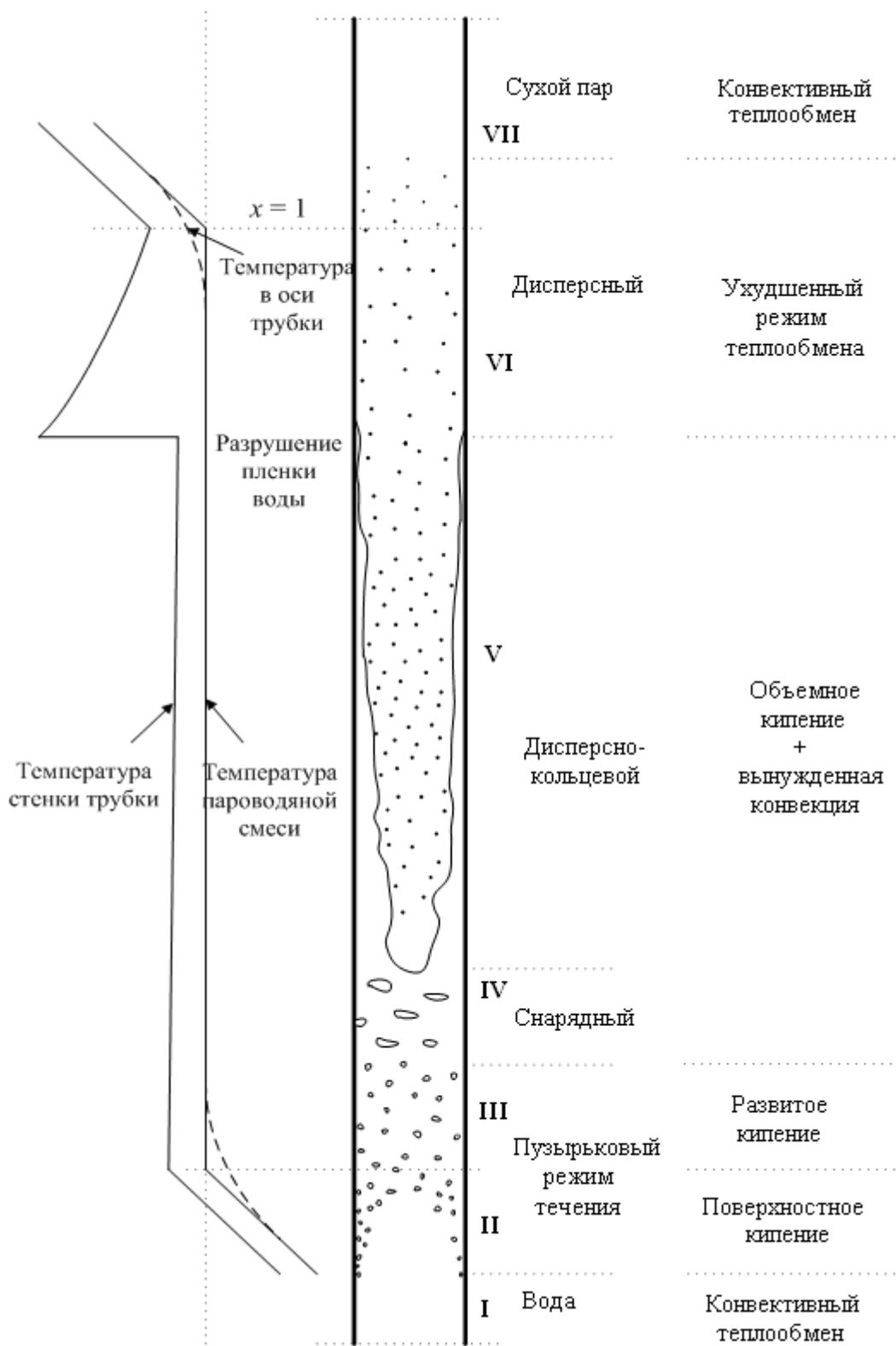


Рисунок 2.1 - Формы течения пароводяной смеси в парогенераторе и условия теплообмена

На входе в канал жидкость подогрета до температуры насыщения при заданном давлении, а плотность теплового потока и условия теплообмена таковы, что на некотором расстоянии, начиная от входа в канал, температура стенки ниже температуры насыщения, в связи с этим всегда имеется участок, где кипение отсутствует (область I). В зависимости от скорости движения потока, физических свойств жидкости и диаметра трубы течение однофазной жидкости может осуществляться в ламинарном или турбулентном режимах. При постоянном тепловом потоке на участке теплообмена в однофазной среде температура стенки непрерывно увеличивается по мере удаления от входа вследствие повышения температуры жидкости, пока не будет достигнута величина перегрева стенки, необходимая для начала парообразования. Начиная с этого момента, кипение жидкости в пристенном слое может происходить в условиях, когда основная масса жидкости недогрета до температуры насыщения (область II). Кипение во всей массе жидкости (область III – зона развитого кипения) начинается после того, как вся жидкость достигнет состояния насыщения. При дальнейшем увеличении энтальпии потока можно наблюдать последовательное развитие режимов течения двухфазной среды, которые имеют различную структуру. В качестве основных режимов течения в вертикальных каналах обычно выделяют пузырьковый, снарядный, дисперснокольцевой и дисперсный режимы. На рис. 2.1. эти режимы соответствуют областям III, IV, V и VI. За дисперсионным режимом следует область VII течения однофазного пара.

Различные режимы течения, показанные на рис. 2.1, характеризуются различными значениями коэффициентов теплоотдачи. Особенно большие различия наблюдаются на границах между режимами IV – V и V – VI, вследствие чего в стенке трубы возникают большие температурные перепады вблизи этих границ (и, следовательно,

температурные напряжения). Границы режимов циклически дрейфуют по длине трубы, что в конечном счете приводит к возникновению циклических температурных напряжений, вызывающих усталость металла труб.

В ТК реактора наблюдаются две основных области с разной структурой потока при движении пароводяной смеси по направлению снизу вверх:

Первая область – область подогрева, представляющая собой экономайзерный участок, в верхней точке которого температура стенки равна температуре насыщения.

Вторая область - область кипения, или испарительный участок.

Второй участок содержит две области: область с поверхностным кипением и область с объемным кипением насыщенной жидкости.

Температура воды на входе в ТК ниже температуры кипения, соответствующей заданному давлению в активной зоне реактора, в связи с этим на первом участке технологического канала происходит нагрев воды до температуры кипения. Соответственно этот участок ТК получил название зоны подогрева или экономайзерный участок. Граница зоны подогрева располагается в точке, в которой начинается процесс объемного кипения. Здесь энтальпия теплоносителя приобретает величину энтальпии воды при кипении. В этой точке (на рис. 2.2 сечение с координатой YI) начинается процесс испарения теплоносителя.

Отрезок технологического канала, лежащий между сечением с координатой YI и выходом технологического канала, называется зоной испарения. Весьма важным свойством активной зоны является изменение расположения граничной точки между двумя участками при постепенно меняющихся условиях работы реактора (изменения тепловой нагрузки, расхода питательной воды, энтальпии и др.).

В случае поверхностного кипения теплоносителя большую опасность представляет собой увеличение теплового потока, при котором

скорость формирования пузырьков на поверхности тепловыделяющих сборок превысит скорость их удаления, в результате чего образуется устойчивая паровая пленка, имеющая низкий коэффициент теплопередачи. В этом случае наступает кризис первого рода: наблюдается резкий рост температуры ТВЭЛ, в результате чего может произойти перегрев или расплавление оболочки ТВЭЛ.

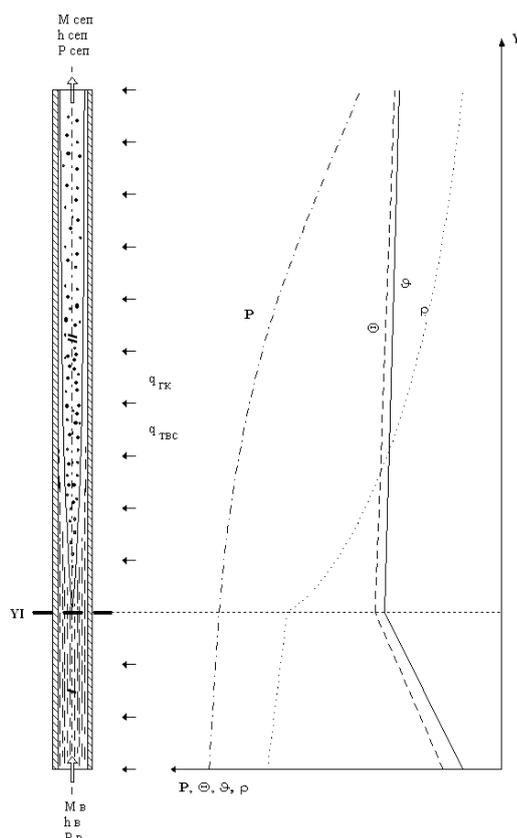


Рисунок 2.2 - Физическая модель технологического канала активной зоны и основные параметры рабочего вещества

Кризис второго рода наступает в тот момент, когда высыхает кольцевая пленка теплоносителя на поверхности ТВЭЛа при достижении определенного (граничного) паросодержания. В этом случае температура поверхности ТВЭЛ начинает увеличиваться и достигает недопустимых значений. Кризис второго рода может начаться и при малых тепловых потоках, но для этого требуется наличие объемного кипения теплоносителя. Этот вариант возможен, например, в случае снижения давления в контуре, уменьшения расхода теплоносителя. В этом случае

уменьшается зона экономайзерного участка, увеличивается паросодержание в зоне второго участка ТК. Температура оболочки ТВЭЛ увеличивается не столь резко, чем при кризисе 1-го рода. В связи с этим необходимо поддерживать экономайзерную зону на заданном уровне.

## 2.2. Разработка математической модели тепловых полей активной зоны реактора

Постоянная диагностика параметров реактора вызвана необходимостью анализа физических процессов, непрерывно протекающих в активной зоне. При этом важная роль отводится расчету тепловыделяющей системы реактора, математической моделью которой является уравнения теплопроводности [138].

На рис. 2.3 изображена одна ячейка ТК в проекции на оси прямоугольной системы координат.

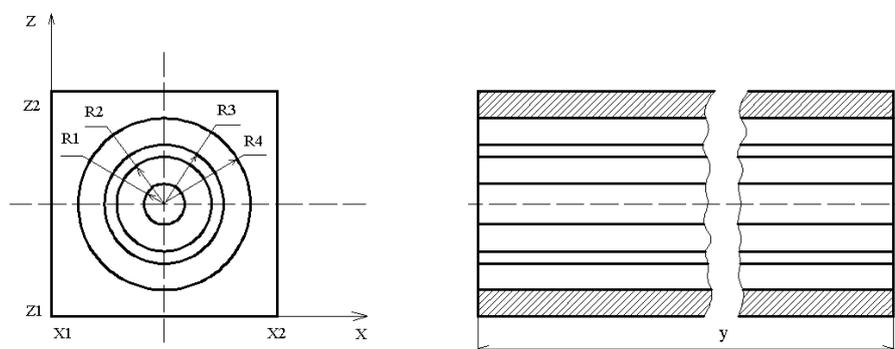


Рисунок 2.3 - Схема ТК в проекции на оси системы координат.

Высота графитовых блоков  $y = 7$  м, имеющих сечение  $x = 250$  мм,  $z = 250$  мм. Блоки имеют сквозные отверстия предназначенные для технологических каналов диаметром 114 мм (на схеме радиус R4). Внутри технологического канала размещается циркониевая трубка. Диаметр трубки 88 мм с толщиной стенки 4 мм (на рисунке внутренний радиус трубы R2, внешний – R3). Для обеспечения теплового контакта с блоками кладки трубы снабжены графитовыми кольцами. R1 – радиус ТВС.

Ниже представлен фрагмент матмодели для одной из ячеек графитовой кладки.

Матмодель для ячейки (p, f):

Дифференциальное уравнение теплопроводности, записанное применительно к блоку из графита:

$$\frac{\partial T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \quad (2.1)$$

$$X4 < x < x5, Y1 < y < Y2, Z2 < z < Z3$$

где  $a_{\Gamma}$  – коэффициент температуропроводности графита;

$\lambda_{\Gamma}$  – коэффициент теплопроводности графита;

$W_{\Gamma}$  – мощность, образующаяся при торможении нейтронов;

$x, y, z$  – пространственные координаты;

$V_{\Gamma}$  – объём графитовой кладки.

При анализе тепловых процессов в ТК, уравнение теплопроводности будем записывать в цилиндрических координатах.

Дифференциальное уравнение теплопроводности, записанное применительно к трубе из циркония.

$$\frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{Ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.2)$$

$$Y1 < y < Y2, R2 < R < R3$$

где  $a_{\text{Ц}}$  – коэффициент температуропроводности циркония.

Дифференциальное уравнение теплопроводности, записанное применительно к выбранной ячейке графитовой кладки в цилиндрической системе координата.

$$\frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_r \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_r W_U}{\lambda_U V_r}; \quad (2.3)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4$$

Записанное дифференциальное уравнение теплопроводности, составленное применительно к воде в канале.

Условия баланса массы, энергии и количества движения для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева) в результате преобразований можно приближенно записать в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [181]:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0,$$

где  $M(y, t) = \rho w$  — массовый расход ( $w$  — скорость движения жидкости);

$\rho(y, t) = \rho(p, h)$  — плотность жидкости;

$h(y, t)$  — энтальпия жидкости;

$p(y, t)$  — давление;

$q'_d = \pi d \alpha (\Theta - \mathcal{Q})$  — внутренний тепловой поток на единицу длины трубки, передаваемый рабочему веществу ( $d$  — внутренний диаметр трубки;  $\alpha(p, h, M, q)$  — коэффициент теплообмена;  $q$  — тепловой поток на единицу длины трубки;  $\Theta$  — температура внутренней поверхности стенки трубки;  $\mathcal{Q}(p, h)$  — температура жидкости);

$g$  — ускорение свободного падения;

$\beta$  — угол между трубкой парогенератора и вертикалью;

$f$  — коэффициент потери давления.

Коэффициент теплоотдачи при кипении воды является функцией давления, паросодержания пароводяной смеси, и, прежде всего — теплового потока  $\alpha = k f(P) q^n$ . Результаты экспериментальных данных представленных в [10, 13, 181, 184, 185] демонстрируют, что в зоне развитого пузырькового кипения величина  $n$  лежит в диапазоне от 0.65 до 0.75. Но, как правило, для этой области принимают значение  $n=0.7$ . Следовательно, при развитом кипении пузырьковым справедливо равенство  $\alpha = k f(P) q^{0.7}$ . Соответствующая зависимость представлена в работе П. Орловского [234]:

$$\alpha = \frac{10^6}{41 - 0.105 \mathcal{G}'} \left( \frac{q}{10^6} \right)^{0.7}, \quad (2.5)$$

где  $q$  — тепловой поток;

$\mathcal{G}'$  — температура насыщения (кипения).

Энтальпия воды на входе в трубки технологического канала определяется по формулам:

$$h_e^{l/n} = \frac{h_{ne} G_{ne}^{l/n} + h_{cee} (G_{КМПЦ}^{l/n} - G_{ne}^{l/n})}{G_{КМПЦ}^{l/n}}; \quad (2.6)$$

где:  $G_{КМПЦ}^{l/n}$  — расход теплоносителя в КМПЦ через половину реактора, м<sup>3</sup>/час;

$G_{ne}^{l/n}$  — расход питательной воды на половину реактора, т/час;

$h_{ne} = f(t_{ne})$  — энтальпия питательной воды;

$h_{сеп} = f(P_{сc})$  — энтальпия воды в барабане-сепараторе.

На участке подогрева теплоносителя, на отрезку, где температура воды начинает приближаться к значению насыщения, наблюдается поверхностное кипение. Для того чтобы произвести расчет интенсивности теплообмена при кипении недогретого теплоносителя нужно использовать понятием энтальпии начала развитого поверхностного кипения  $h_{кип.пов.}$

Энтальпию начала развитого поверхностного кипения можно определить из эмпирических зависимостей, которые изложены в источниках [10, 19, 29]. Так, например, в [184] рассмотрена зависимость для теплоносителя в интервале давления от 5 до 20 МПа:

$$h_{\text{кип.нов}} = h' - 55 \frac{q(z)}{\rho w} \left( \frac{\rho''}{\rho'} \sqrt{\frac{q(z) w_o}{r \rho''}} \cdot \frac{d_r}{v'} \right)^{0.3}, \quad (2.7)$$

где  $i'$ ,  $\rho'$  и  $v'$  – соответственно энтальпия, плотность и кинематическая вязкость воды на линии насыщения;  $\rho''$  – плотность пара на линии насыщения;  $q(z)$  – плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\rho w$  – массовая скорость теплоносителя.

$q$  – тепловой поток Вт/м<sup>2</sup>;  $d$  – диаметр трубки м,  $M$  – кг/м<sup>2</sup>с.

Для обогреваемого участка (активная зона) энтальпия рассчитывается пропорционально интегралу от энерговыделения по высоте:

$$i(Z) = i_{\text{BX}} + \frac{860 \cdot W_K}{G} \cdot \frac{\int_0^Z \bar{\Phi}(z) dz}{\int_0^Z \bar{\Phi}(z) dz};$$

где  $\bar{\Phi}(z)$  – высотное распределение энерговыделения по данной половине реактора (интерполяция по ВРД-В).

Для точного учета границ экономайзерного участка паросодержание в активной зоне рассчитывается с учетом поверхностного кипения. Для каждого участка вычисляется энтальпия начала закипания:

$$h_{\text{нк}} = h' - 55 \cdot \frac{q_{i,S}}{G} \left( \frac{v'}{v''} \cdot \frac{d}{v' \cdot 3600} \cdot \sqrt{\frac{q_i \cdot G \cdot v' \cdot v''}{r \cdot S}} \right)^{0.3};$$

$$q_i = \frac{W_k \cdot 860}{F_{\text{тепл}}} \cdot K_{\text{яч}} \cdot \frac{\Phi(z)}{\Phi_{\text{ср}}} \cdot (1 - \eta_{\text{р}});$$

где:

$q_i$  – тепловой поток на участке, ккал/ч.м<sup>2</sup>;

$F_{\text{тепл}}$  - поверхность теплообмена ТВС, м<sup>2</sup>;

$K_{\text{яч}}$  - коэффициент тепловыделения по сечению ТВС;

$\eta_{\text{гр}}$  - относительная доля тепла, уходящего в графит;

$r$  - теплота парообразования, ккал/кг;

$\Phi_{\text{ср}}$  - среднее по высоте значение  $\Phi(z)$ .

Параметры теплоносителя на участке подогрева являются функциями энтальпии  $h$  и давления  $P$ :  $\rho(P, h)$ ,  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right) = f(P, h)$ ,  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right) = f(P, h)$  и

представлены на рис. 2.4 и 2.5.

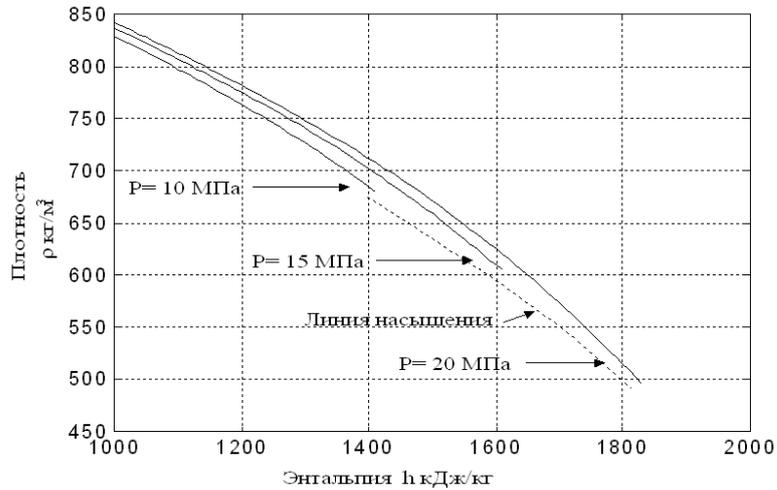


Рисунок.2.4 - Зависимости плотности воды в от энтальпии при различных давлениях

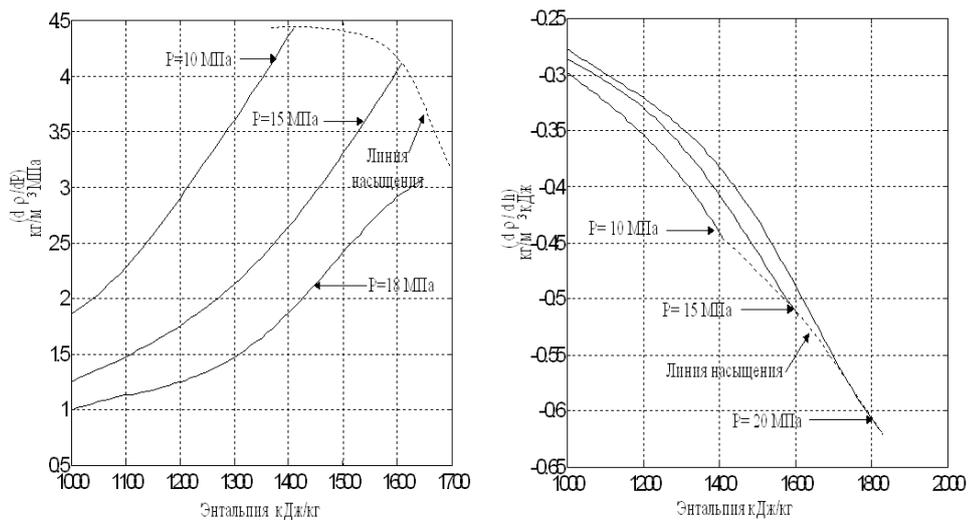


Рисунок 2.5 - Зависимости производных  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)$ ,  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)$  от энтальпии при различных давлениях

Парожидкостный поток, перемещающийся в трубках технологического канала (зона испарения), можно считать одномерным. В данном случае система дифференциальных уравнений, описывающих течение теплоносителя в технологическом канале, принимает следующий вид:

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q' d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right];$$
(2.8)

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S]; \quad S = f(M, p, h),$$

где  $\rho(z, t) = \rho(p, h)$  — плотность пароводяной смеси;

$h(z, t)$  — энтальпия пароводяной смеси;

$w_2$  — скорость движения пара;

$w$  — скорость пароводяной смеси;

$h'$  — энтальпия кипящей воды;

$c = (h - h')/h_{21}$  — массовая доля пара ( $h_{21} = h'' - h'$  — тепло испарения;  $h''$  — энтальпия сухого насыщенного пара);

$(1 - c)$  — массовая доля воды;

$S = w_2/w_1 = (1 - c)x/(1 - x)c$  — коэффициент скольжения;

$w_1 = (1 - x)w/(1 - c)$  — скорость движения воды;

$x = c w_2/w$  — массовое расходное паросодержание;

$f = 0.316 \cdot 2 \cdot d/\sqrt{\text{Re}}$  — коэффициент потерь на трение.

Принимая за основу коэффициент скольжения  $S$ , и учитывая зависимость Миропольского [184], вычисляем скорость потока пара  $w_2$  в потоке пароводяной смеси.

$$S = 1 + \frac{13.5 \left( 1 - \frac{P}{P_{kr}} \right)}{Fr^{5/12} Re^{1/6}} ; Fr = \frac{w^2}{gd} ; Re = \frac{wd}{\nu} .$$

где  $Pr$  – число Прандтла для воды в трубе;

$Re$  – число Рейнолдса для течения.

Для зоны испарения энтальпия рассчитывается пропорционально интегралу от энерговыделения по высоте:

$$h(Z) = h_{BX} + \frac{860 \cdot W_k}{G} \cdot \frac{\int_0^z \bar{\Phi}(z) dz}{\int_0^{7m} \bar{\Phi}(z) dz} ; \quad (2.9)$$

где  $\bar{\Phi}(y)$  - высотное распределение энерговыделения по данной половине реактора (интерполяция по ВРД-В).

Для точного учета границ экономайзерного участка паросодержание в активной зоне рассчитывается с учетом поверхностного кипения. Для этого участка вычисляется энтальпия начала закипания:

$$h_{нк} = h' - 55 \cdot \frac{q_{i,S}}{G} \left( \frac{\nu'}{\nu''} \cdot \frac{d}{\nu' \cdot 3600} \cdot \sqrt{\frac{q_i \cdot G \cdot \nu' \cdot \nu''}{r \cdot S}} \right)^{0.3} ; \quad (2.10)$$

$$q_i = \frac{W_k \cdot 860}{F_{менл}} \cdot K_{яч} \cdot \frac{\Phi(y)}{\Phi_{ср}} \cdot (1 - \eta_{ср});$$

где:

$q_i$  - тепловой поток на участке, ккал/ч.м<sup>2</sup>;

$G$  - расход через канал, кг/час;

$S$  - проходное сечение участка, м<sup>2</sup>;

$F_{менл}$  - поверхность теплообмена ТВС, м<sup>2</sup>;

$K_{яч}$  – коэффициент неравномерности тепловыделения по сечению ТВС;

$\eta_{ср}$  – относительная доля тепла, уходящего в графит;

$r$  - теплота парообразования, ккал/кг;

$\nu''$ ,  $\nu'$  - удельный объем пара и воды, м<sup>3</sup>/кг;

$\Phi_{cp}$  – среднее по высоте значение  $\Phi(y)$ .

Параметры теплоносителя на участке испарения являются функциями энтальпии  $h$ , давления  $P$  и представлены на рис. 2.6, 2.7 и 2.8

$$\rho = f(P, h) = \frac{1}{(1-c)v' + cv''} = \frac{h_{21}}{v_{21}} \frac{1}{h - \frac{h'v'' - h''v'}{v_{21}}},$$

$$h_{21} = h'' - h', v_{21} = v'' - v',$$

$$c = \frac{h - h'}{h_{21}}, h' = h'(P), h'' = h''(P), \quad (2.11)$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_k = - \frac{\rho_k^2 v_{21}}{h_{21}},$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_k = \frac{\rho_k v_{21}}{h_{21}} \frac{d}{dP} \left( \frac{h_{21}}{v_{21}} \right) + \frac{\rho_k^2 v_{21}}{h_{21}} \frac{d}{dP} \left( \frac{h'v'' - h''v'}{v_{21}} \right),$$

$$w_2 = \frac{S_k}{1 + c_k(S_k - 1)} w, \quad S_k = \frac{w_{2k}}{w_{1k}} = f(P_k, c_k, w_k).$$

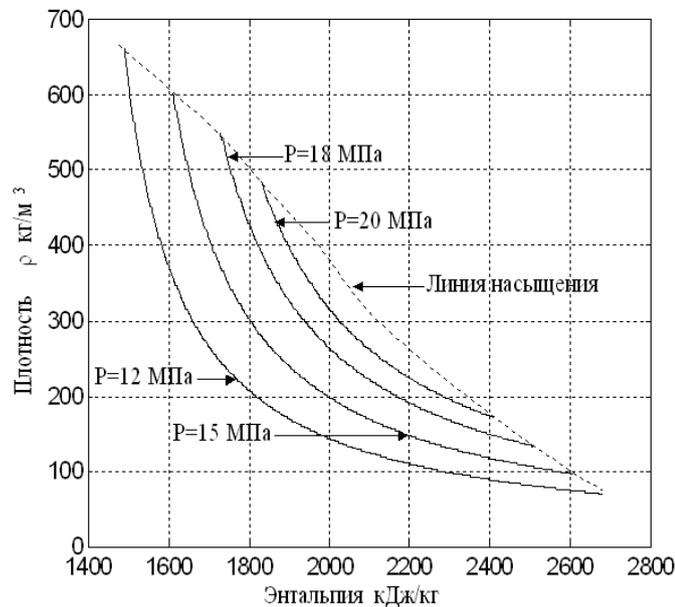


Рисунок 2.6 - Зависимости плотности пароводяной смеси от давления и энтальпии

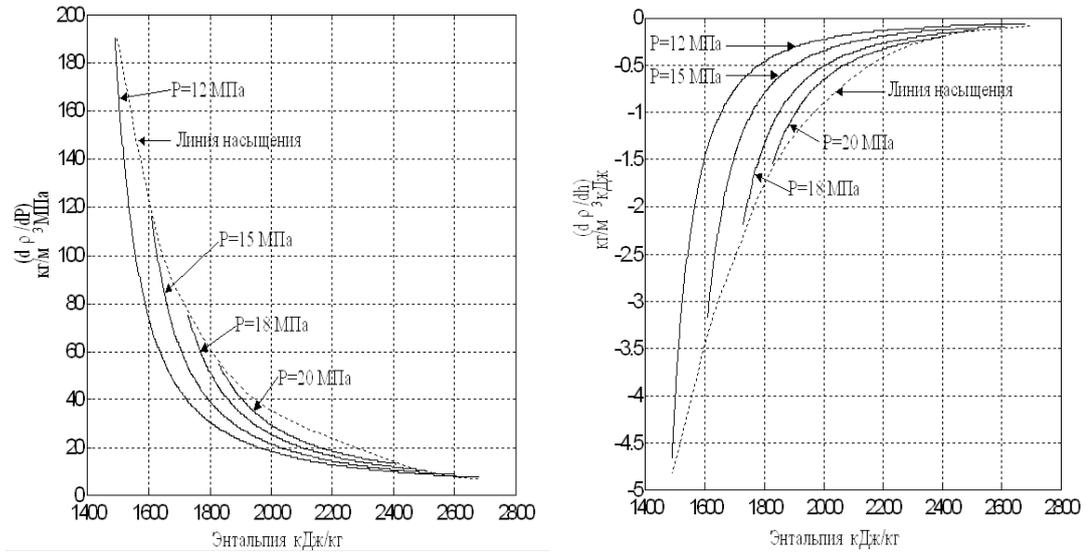


Рисунок 2.7 - Производные  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)$ ,  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)$  для смеси пароводяной в зависимости от давления и энтальпии

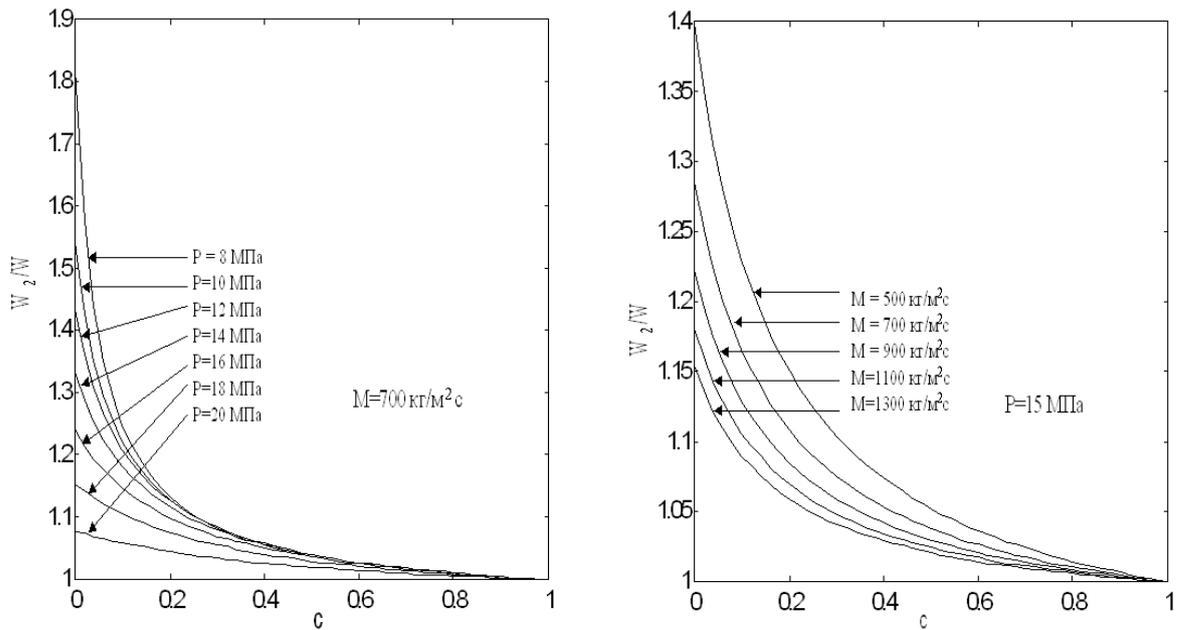


Рисунок 2.8 - Зависимость  $(w_2/w)$  от массового расхода  $M$  и паросодержания пароводяной смеси  $c$ , давления  $P$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Для дальнейших расчетов нам необходимы значения температуры на поверхности ТВС. Их значения были получены из информационно-вычислительной системы (ИВС) «Скала-микро».

Рассмотрим небольшой участок экрана с графиком энергораспределения (рис. 2.9). В указанной ИВС «Скала-микро» он накладывается в на некоторое количество других технологических параметров, поэтому для удобства изобразим его самостоятельно в проекции на оси  $E$  – энергоснабжение по высоте ТК и  $H$  – высота ТК.

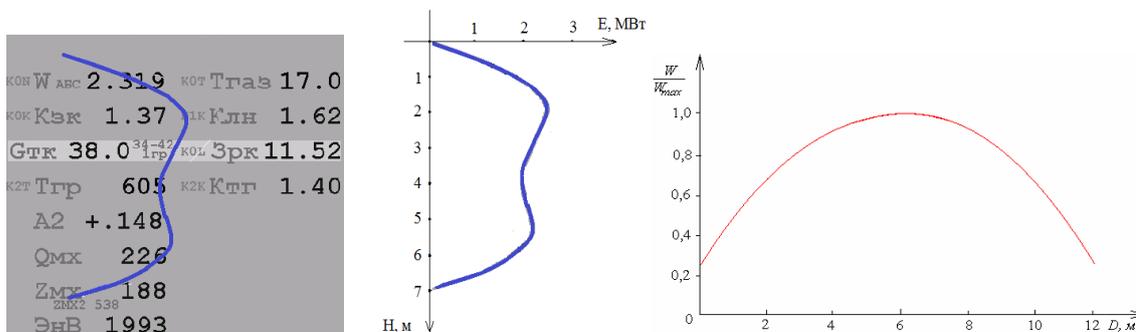


Рисунок 2.9 - График энергораспределения

В составленной математической модели имеются уравнения, записанные в прямоугольной и цилиндрической системе координат. Вопрос стыковки данных уравнений детально рассмотрен в [189, 190]. Для их стыковки были записаны дополнительное дифференциальные уравнения.

Полученные уравнения отражают только общий характер протекающего процесса. Для составления полной матмодели объекта, которая соответствует рассматриваемой задаче, необходимо задание условий граничных, которые включают в себя: условия, характеризующие геометрическую форму и размеры объекта; условия физические, характеризующие физические свойства рассматриваемой среды; условия начальные, характеризующие распределение температур в нулевой момент времени; условия граничные, характеризующие специфику процесса, протекающего на границах объекта; условия сопряжения, формулирующие условия теплообмена на границе соприкасающихся тел по закону теплопроводности и характеризуются равенством тепловых потоков, проходящих через поверхность контакта двух тел.

Условия граничные внутри ячейки ( $p$ ,  $f$ ):

Условия граничные для трубы из циркония и графитовой колонны зададим соотношениями:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{Г}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.12)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{Г}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.13)$$

Условия граничные для воды и трубы из циркония зададим соотношениями:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{Т}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.14)$$

$$\pi d \lambda \left( \frac{\partial T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \right) = \pi d \alpha [T(y, \varphi, R2, t) - \vartheta] = q_d \left[ \frac{kW}{m} \right] \quad (2.15)$$

Условия граничные с ячейками соседними:

- между ячейками (p, f) и (p+1, f)

$$T_{p,f}(X5, y, z, t) = T_{p+1,f}(X5, y, z, t); \quad (2.16)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.17)$$

- между ячейками (p, f) и (p, f-1)

$$T_{p,f}(x, y, Z2, t) = T_{p,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.18)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.19)$$

- между ячейками (p, f) и (p-1, f)

$$T_{p,f}(X4, y, z, t) = T_{p-1,f}(X4, y, z, t) \quad (2.20)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p-1,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.21)$$

- между ячейками (p, f) и (p, f+1)

$$T_{p,f}(x, y, Z3, t) = T_{p,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.22)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.23)$$

Подобным способом были составлены дифференциальные уравнения теплопроводности для других ячеек.

При моделировании учитывались тепловые процессы, происходящие в графитовых колоннах. В ТК располагается ТВС, омываемая водой. Угол ЗРК предлагается рассматривать как функции входа, контрольные точки, которые выбраны во внешних углах графитовых блоков предлагается рассматривать как функции выхода. Контрольные точки выбраны с учетом имеющихся датчиков. В реакторе в данных точках на стыках графитовых блоков расположены термопары. На рисунке 2.10 изображены исследуемые ячейки, ориентированные в горизонтальной плоскости осей пространственных координат X-Z, ось Y в нашем случае является осью ординат.

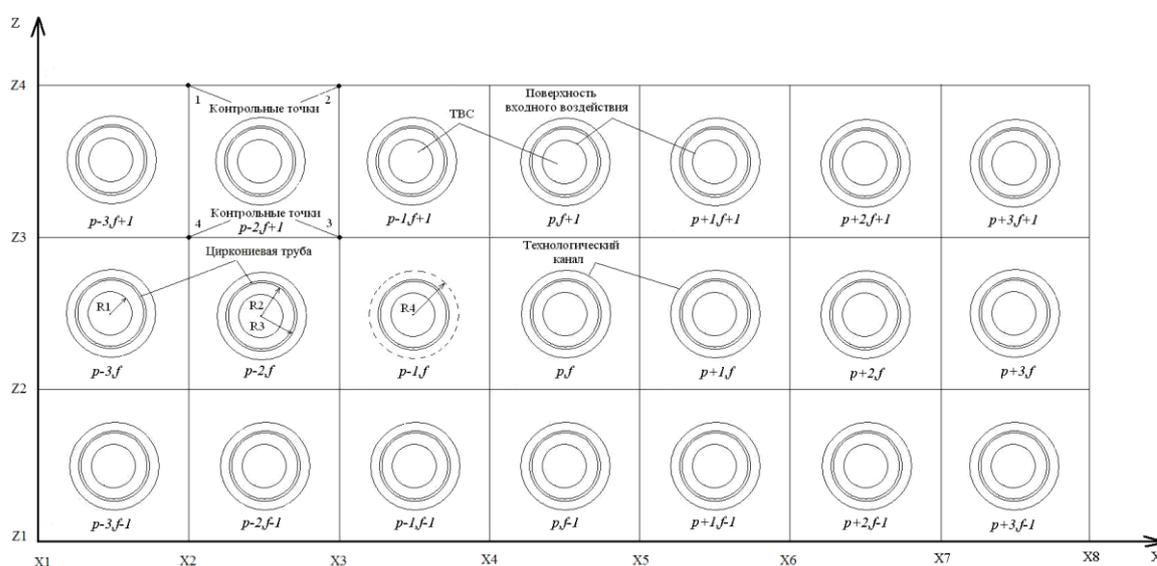


Рисунок 2.10 - Схема взаимного расположения исследуемых ячеек технологических каналов

где R1 – радиус ТВС;

R2 – радиус внутренней поверхности трубы из циркония;

R3 – радиус внешней поверхности трубы из циркония;

R4 – радиус отверстия в графитовом блоке.

Применяя разработанную методику, составим матмодель температурных полей для 48 ячеек графитовой кладки (Рис. 2.3) [95, 103, 104].

1. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-3, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для к блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p-3,f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X1 < x < x2, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z3 < z < Z4 \quad (2.24)$$

где  $a_{\Gamma}$  – коэффициент температуропроводности графита;

$x, y, z$  – геометрические координаты;

$W_{\Gamma}$  – выделяемая в графите мощность, при торможении нейтронов;

$V_{\Gamma}$  – объём, занимаемый графитовым блоком;

$\lambda_{\Gamma}$  – коэффициент теплопроводности графита.

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{Ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right]$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.25)$$

где  $a_{\text{Ц}}$  – коэффициент температуропроводности циркония.

Дифференциальное уравнение, записанное для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.28)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-3, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита зададим соотношениями:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.29)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.30)$$

Условия граничные для теплоносителя и трубы из циркония зададим соотношениями:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.31)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.32)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f+1) и (p-2, f+1).

$$T_{p-3,f+1}(X2, y, z, t) = T_{p-2,f+1}(X2, y, z, t); \quad (2.33)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.34)$$

где:  $T_{p-3,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f+1);

$T_{p-2,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-2, f+1);

$\lambda_{\Gamma}$  - коэффициент теплопроводности графита.

Условия граничные между ячейками (p-3, f+1) и (p-3, f).

$$T_{p-3,f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p-3,f}(x, y, Z3, t) \quad (2.35)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.36)$$

где:  $T_{p-3,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f+1);

$T_{p-3,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f);

$\lambda_{\Gamma}$  - коэффициент теплопроводности графита.

Условия граничные с теплоизолированными поверхностями:

$$T_{p-3,f+1}(X1, y, z, t) = 0; \quad (2.37)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(X1, y, z, t)}{\partial X} = 0$$

$$T_{p-3,f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.38)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0$$

2. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-2, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p-2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}$$

$$X2 < x < x3, Y1 < y < Y2, Z3 < z < Z4 \quad (2.39)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{II} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right]$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.40)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита в цилиндрической системе координат.

$$\frac{\partial T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.43)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-2, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита зададим соотношениями:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.44)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.45)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония зададим соотношениями:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.46)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.47)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f+1) и (p-2, f+1).

$$T_{p-3,f+1}(X2, y, z, t) = T_{p-2,f+1}(X2, y, z, t); \quad (2.48)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.49)$$

где:  $T_{p-3,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f+1);

$T_{p-2,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-2, f+1);

Условия граничные между ячейками (p-2, f+1) и (p-2, f).

$$T_{p-2,f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p-2,f}(x, y, Z3, t) \quad (2.50)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.51)$$

где:  $T_{p-2,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-2, f+1);

$T_{p-2,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-2, f);

Условия граничные между ячейками (p-2, f+1) и (p-1, f+1).

$$T_{p-2,f+1}(X3, y, z, t) = T_{p-1,f+1}(X3, y, z, t); \quad (2.52)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.53)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p-2,f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.54)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.55)$$

3. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-1, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита:

$$\frac{\partial T_{p-1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X3 < x < x4, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z3 < z < Z4 \quad (2.56)$$

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к трубе из циркония.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.57)$$

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к жидкости в канале.

Для однофазного течения в трубках ТК (зона подогрева).

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}; \\ \rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0,$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_\Gamma \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_\Gamma W_U}{\lambda_U V_\Gamma}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.60)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-1, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита зададим соотношениями:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_\Gamma(y, \varphi, R3, t) \quad (2.61)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_\Gamma \frac{\partial T_\Gamma(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.62)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония зададим соотношениями:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_\Gamma(y, \varphi, R2, t) \quad (2.63)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{\text{T}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.64)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f+1) и (p-2, f+1) .

$$T_{p-1, f+1}(X3, y, z, t) = T_{p-2, f+1}(X3, y, z, t); \quad (2.65)$$

$$\lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-1, f+1}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-2, f+1}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.66)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f+1) и (p, f+1).

$$T_{p-1, f+1}(X4, y, z, t) = T_{p, f+1}(X4, y, z, t); \quad (2.67)$$

$$\lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-1, f+1}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p, f+1}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.68)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f+1) и (p-1, f).

$$T_{p-1, f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p-1, f}(x, y, Z3, t) \quad (2.69)$$

$$\lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-1, f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-1, f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.70)$$

где:  $T_{p-3, f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f+1);

$T_{p-3, f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-3, f);

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p-1, f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.71)$$

$$\lambda_{\text{T}} \frac{\partial T_{p-1, f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.72)$$

4. Математическая модель для ячейки (p, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p, f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\text{T}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p, f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p, f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p, f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\text{T}} W_{\text{T}}}{\lambda_{\text{T}} V_{\text{T}}} \quad (2.73)$$

$$X4 < x < x5, Y1 < y < Y2, Z3 < z < Z4$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{ц} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.74)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в канале.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.77)$$

Условия граничные внутри ячейки (p, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.78)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.79)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{T}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.80)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{T} \frac{\partial T_{T}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.81)$$

Условия граничные между ячейками (p, f+1) и (p, f) .

$$T_{p,f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p,f}(x, y, Z3, t) \quad (2.82)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.83)$$

Условия граничные между ячейками (p, f+1) и (p-1, f+1) .

$$T_{p,f+1}(X4, y, z, t) = T_{p-1,f+1}(X4, y, z, t); \quad (2.84)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.85)$$

Условия граничные между ячейками (p, f+1) и (p+1, f+1) .

$$T_{p,f+1}(X5, y, z, t) = T_{p+1,f+1}(X5, y, z, t); \quad (2.86)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.87)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p,f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.88)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.89)$$

5. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+1, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X5 < x < x6, Y1 < y < Y2, Z3 < z < Z4 \quad (2.90)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Pi} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (3.91)$$

$$Y1 < y < Y2, R2 < R < R3$$

где  $a_{\Pi}$  – коэффициент температуропроводности циркония.

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.92)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.93)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.94)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+1, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.95)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.96)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.97)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.98)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f+1) и (p+1, f) .

$$T_{p+1,f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p+1,f}(x, y, Z3, t) \quad (2.99)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.100)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f+1) и (p+2, f+1) .

$$T_{p+1,f+1}(X6, y, z, t) = T_{p+2,f+1}(X6, y, z, t); \quad (2.101)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f+1}(X6, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.102)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f+1) и (p, f+1) .

$$T_{p+1,f+1}(X5, y, z, t) = T_{p,f+1}(X5, y, z, t); \quad (2.103)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.104)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p+1,f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.105)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.106)$$

6. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+2, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \quad (2.107)$$

$$X6 < x < x7, Y1 < y < Y2, Z3 < z < Z4$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p+2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Pi} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.108)$$

$$Y1 < y < Y2, R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.109)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.110)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+2, f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_\Gamma \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2, f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2, f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2, f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2, f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_\Gamma W_U}{\lambda_U V_\Gamma}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.111)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+2, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_\Gamma(y, \varphi, R3, t) \quad (2.112)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_\Gamma \frac{\partial T_\Gamma(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.113)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.114)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.115)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f+1) и (p+2, f) .

$$T_{p+2, f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p+2, f}(x, y, Z3, t) \quad (2.116)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.117)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f+1) и (p+1, f+1) .

$$T_{p+2, f+1}(X6, y, z, t) = T_{p+1, f+1}(X6, y, z, t); \quad (2.118)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f+1}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1, f+1}(X6, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.119)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f+1) и (p+3, f+1) .

$$T_{p+2, f+1}(X7, y, z, t) = T_{p+3, f+1}(X7, y, z, t); \quad (2.120)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f+1}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+3, f+1}(X7, y, z, t)}{\partial X}$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p+2, f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.121)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.122)$$

7. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+3, f+1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+3, f+1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{Г} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3, f+1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3, f+1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3, f+1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{Г} W_{Г}}{\lambda_{Г} V_{Г}}. \quad (2.123)$$

$$X7 < x < x8, Y1 < y < Y2, Z3 < z < Z4$$

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к трубе из циркония:

$$\frac{\partial T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{II} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.124)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.125)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.126)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f+1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.127)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+3, f+1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.128)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.129)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.130)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.131)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f+1) и (p+3, f) .

$$T_{p+3,f+1}(x, y, Z3, t) = T_{p+3,f}(x, y, Z3, t) \quad (2.132)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.133)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f+1) и (p+2, f+1) .

$$T_{p+3,f+1}(X7, y, z, t) = T_{p+2,f+1}(X7, y, z, t); \quad (2.134)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f+1}(X7, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.135)$$

Условия граничные с теплоизолированными поверхностями:

$$T_{p+3,f+1}(x, y, Z4, t) = 0 \quad (2.136)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(x, y, Z4, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.137)$$

$$T_{p+3,f+1}(X8, y, z, t) = 0; \quad (2.138)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(X8, y, z, t)}{\partial X} = 0 \quad (2.139)$$

8. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+3, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+3,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X7 < x < X8, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3 \quad (2.140)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.141)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.142)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.143)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.144)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+3, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.145)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.146)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.147)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.148)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f) и (p+2, f).

$$T_{p+3,f}(X7, y, z, t) = T_{p+2,f}(X7, y, z, t); \quad (2.149)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f}(X7, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.150)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f) и (p+3, f-1).

$$T_{p+3,f}(x, y, Z2, t) = T_{p+3,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.151)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.152)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f) и (p+3, f+1).

$$T_{p+3,f}(x, y, Z3, t) = T_{p+3,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.153)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z}$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p+3,f}(X8, y, z, t) = 0; \quad (2.154)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(X8, y, z, t)}{\partial X} = 0 \quad (2.155)$$

9. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+2, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+2,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X6 < x < x7, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3 \quad (2.156)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.157)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.158)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.159)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.160)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+2, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.161)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.162)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.163)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.164)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f) и (p+3, f).

$$T_{p+2,f}(X7, y, z, t) = T_{p+3,f}(X7, y, z, t); \quad (2.165)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(X7, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.166)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f) и (p+2, f-1).

$$T_{p+2,f}(x, y, Z2, t) = T_{p+2,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.167)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.168)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f) и (p+1, f).

$$T_{p+2,f}(X6, y, z, t) = T_{p+1,f}(X6, y, z, t) \quad (2.169)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f}(X6, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.170)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f) и (p+2, f+1).

$$T_{p+2,f}(x, y, Z3, t) = T_{p+2,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.171)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.172)$$

10. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+1, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p+1,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}} \quad (2.173)$$

$$X5 < x < X6, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{Ц} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.174)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.175)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.176)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\frac{\partial T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_\Gamma \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_\Gamma W_U}{\lambda_\Gamma V_\Gamma};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.177)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+1, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{Г}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.178)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{Г}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.179)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{Г}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.180)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{Г}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.181)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f) и (p, f).

$$T_{p,f}(X5, y, z, t) = T_{p+1,f}(X5, y, z, t); \quad (2.182)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.183)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f) и (p+1, f-1).

$$T_{p+1,f}(x, y, Z2, t) = T_{p+1,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.184)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.185)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f) и (p+2, f).

$$T_{p+1,f}(X6, y, z, t) = T_{p+2,f}(X6, y, z, t) \quad (2.186)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2,f}(X6, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.187)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f) и (p+1, f+1).

$$T_{p+1,f}(x, y, Z3, t) = T_{p+1,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.188)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.189)$$

11. Матмодель тепловых полей для ячейки (p, f):

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита:

$$\frac{\partial T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X4 < x < x5, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3 \quad (2.190)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right]$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.191)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.192)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.193)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита в цилиндрической системе координат.

$$\frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.194)$$

Условия граничные внутри ячейки (p, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.195)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.196)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.197)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.198)$$

Условия граничные между ячейками (p, f) и (p+1, f).

$$T_{p,f}(X5, y, z, t) = T_{p+1,f}(X5, y, z, t); \quad (2.199)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.200)$$

Условия граничные между ячейками (p, f) и (p, f-1).

$$T_{p,f}(x, y, Z2, t) = T_{p,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.201)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.202)$$

Условия граничные между ячейками (p, f) и (p-1, f).

$$T_{p,f}(X4, y, z, t) = T_{p-1,f}(X4, y, z, t) \quad (2.203)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.204)$$

Условия граничные между ячейками (p, f) и (p, f+1).

$$T_{p,f}(x, y, Z3, t) = T_{p,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.205)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.206)$$

12. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-1, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p-1,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X3 < x < X4, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3 \quad (2.207)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.208)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК:

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.209)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.210)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.211)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-1, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.212)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.213)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.214)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.215)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f) и (p, f).

$$T_{p-1,f}(X4, y, z, t) = T_{p,f}(X4, y, z, t); \quad (2.216)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.217)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f) и (p-1, f-1).

$$T_{p-1,f}(x, y, Z2, t) = T_{p-1,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.218)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.219)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f) и (p-2, f).

$$T_{p-1,f}(X3, y, z, t) = T_{p-2,f}(X3, y, z, t) \quad (2.220)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.221)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f) и (p-1, f+1).

$$T_{p-1,f}(x, y, Z3, t) = T_{p-1,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.222)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.223)$$

13. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-2, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-2,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \end{aligned} \quad (2.224)$$

$$X2 < x < X3, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Pi} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.225)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК:

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.226)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.227)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \\ & Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \end{aligned} \quad (2.228)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-2, f):

Условия граничные для графита и циркониевой трубы:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.229)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.230)$$

Условия граничные для циркониевой трубы и теплоносителя:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.231)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.232)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f) и (p-1, f).

$$T_{p-2,f}(X3, y, z, t) = T_{p-1,f}(X3, y, z, t); \quad (2.233)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.234)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f) и (p-2, f-1).

$$T_{p-2,f}(x, y, Z2, t) = T_{p-2,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (2.235)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.236)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f) и (p-3, f).

$$T_{p-2,f}(X2, y, z, t) = T_{p-3,f}(X2, y, z, t) \quad (2.237)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.238)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f) и (p-2, f+1).

$$T_{p-2,f}(x, y, Z3, t) = T_{p-2,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.239)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.240)$$

14. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-3, f):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-3,f}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \end{aligned} \quad (2.241)$$

$$X1 < x < X2, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z2 < z < Z3$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{ц} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.242)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК:

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.243)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.244)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к блоку из графита в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.245)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-3, f):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.246)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.247)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.248)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.249)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f) и (p-2, f).

$$T_{p-3,f}(X2, y, z, t) = T_{p-2,f}(X2, y, z, t); \quad (2.250)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.251)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f) и (p-3, f-1).

$$T_{p-3,f}(x, y, Z2, t) = T_{p-3,f-1}(x, y, Z2, t) \quad (3.252)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.253)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f) и (p-3, f+1).

$$T_{p-3,f}(x, y, Z3, t) = T_{p-3,f+1}(x, y, Z3, t) \quad (2.254)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f+1}(x, y, Z3, t)}{\partial Z} \quad (2.255)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p-3,f}(X1, y, z, t) = 0; \quad (2.256)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(X1, y, z, t)}{\partial X} = 0 \quad (2.257)$$

15. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-3, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p-3,f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X1 < x < x2, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2 \quad (2.258)$$

Дифференциальное уравнение, записанное применительно к трубе из циркония.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ = a_{\text{Ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \\ Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \end{aligned} \quad (2.259)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.260)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M \partial p}{\rho \partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.261)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \\ & Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \end{aligned} \quad (2.262)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-3, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.263)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.264)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.265)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.266)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f-1) и (p-2, f-1).

$$T_{p-3,f-1}(X2, y, z, t) = T_{p-2,f-1}(X2, y, z, t); \quad (2.267)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f-1}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.268)$$

Условия граничные между ячейками (p-3, f-1) и (p-3, f).

$$T_{p-3,f+-}(x, y, Z2, t) = T_{p-3,f}(x, y, Z2, t) \quad (2.269)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.270)$$

Условия граничные с теплоизолированными поверхностями:

$$T_{p-3,f-1}(X1, y, z, t) = 0; \quad (2.271)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(X1, y, z, t)}{\partial X} = 0$$

$$T_{p-3,f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.272)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-3,f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0$$

16. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-2, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p-2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}.$$

$$X2 < x < x3, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2 \quad (2.273)$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right]$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.274)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.275)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.276)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1 - c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \\ & Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \end{aligned} \quad (2.277)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-2, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.278)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.279)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.280)$$

$$\lambda_{II} \frac{\partial T_{II}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.281)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f-1) и (p-3, f-1).

$$T_{p-2, f-1}(X2, y, z, t) = T_{p-3, f-1}(X2, y, z, t); \quad (2.282)$$

$$\lambda_T \frac{\partial T_{p-2, f-1}(X2, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_T \frac{\partial T_{p-3, f-1}(X2, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.283)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f-1) и (p-2, f).

$$T_{p-2, f-1}(x, y, Z2, t) = T_{p-2, f}(x, y, Z2, t) \quad (2.284)$$

$$\lambda_T \frac{\partial T_{p-2, f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_T \frac{\partial T_{p-2, f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.285)$$

Условия граничные между ячейками (p-2, f-1) и (p-1, f-1).

$$T_{p-2, f-1}(X3, y, z, t) = T_{p-1, f-1}(X3, y, z, t); \quad (2.286)$$

$$\lambda_T \frac{\partial T_{p-2, f-1}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_T \frac{\partial T_{p-1, f-1}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.287)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p-2, f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.288)$$

$$\lambda_T \frac{\partial T_{p-2, f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.289)$$

17. Матмодель тепловых полей для ячейки (p-1, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p-1, f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ & = a_T \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1, f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1, f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1, f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_T W_T}{\lambda_T V_T}. \end{aligned} \quad (2.290)$$

$X3 < x < x4, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония.

$$\frac{\partial T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\text{ц}} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right]$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \quad (2.291)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.292)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.293)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат.

$$\frac{\partial T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p-1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.294)$$

Условия граничные внутри ячейки (p-1, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.295)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.296)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.297)$$

$$\lambda_{\Pi} \frac{\partial T_{\Pi}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.298)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f-1) и (p-2, f-1) .

$$T_{p-1,f-1}(X3, y, z, t) = T_{p-2,f-1}(X3, y, z, t); \quad (2.299)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(X3, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-2,f-1}(X3, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.300)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f-1) и (p, f-1).

$$T_{p-1,f-1}(X4, y, z, t) = T_{p,f-1}(X4, y, z, t); \quad (2.301)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f-1}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.302)$$

Условия граничные между ячейками (p-1, f-1) и (p-1, f).

$$T_{p-1,f+-}(x, y, Z2, t) = T_{p-1,f}(x, y, Z2, t) \quad (2.303)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.304)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p-1,f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.305)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.306)$$

18. Матмодель тепловых полей для ячейки (p, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\frac{\partial T_{p,f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \quad (2.307)$$

$$X4 < x < x5, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\frac{\partial T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Pi} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \quad (2.308)$$

$$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.309)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.310)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.311)$$

Условия граничные внутри ячейки (p, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{Г}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.312)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{Г}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.313)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{Т}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.314)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{Т} \frac{\partial T_{Т}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.315)$$

Условия граничные между ячейками (p, f-1) и (p, f) .

$$T_{p,f-1}(x, y, Z2, t) = T_{p,f}(x, y, Z2, t) \quad (2.316)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.317)$$

Условия граничные между ячейками (p, f-1) и (p-1, f-1) .

$$T_{p,f-1}(X4, y, z, t) = T_{p-1,f-1}(X4, y, z, t); \quad (2.318)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p,f-1}(X4, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p-1,f-1}(X4, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.319)$$

Условия граничные между ячейками (p, f-1) и (p+1, f-1) .

$$T_{p,f-1}(X5, y, z, t) = T_{p+1,f-1}(X5, y, z, t); \quad (2.320)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f-1}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(X5, y, z, t)}{\partial X}$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p,f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.321)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0$$

19. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+1, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+1,f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}} \end{aligned} \quad (2.322)$$

$$X5 < x < x6, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2$$

Дифференциальное уравнение, записанное для циркониевой трубы:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{II} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \\ & \quad Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \end{aligned} \quad (2.323)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.324)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.325)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа  $U$  заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_r \left[ \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+1,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_r W_U}{\lambda_U V_r}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.326)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+1, f-1):

Условия граничные для циркониевой трубы и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_r(y, \varphi, R3, t) \quad (2.327)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_r \frac{\partial T_r(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.328)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_T(y, \varphi, R2, t) \quad (2.329)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_T \frac{\partial T_T(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.330)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f-1) и (p+1, f)

$$T_{p+1,f-1}(x, y, Z2, t) = T_{p+1,f}(x, y, Z2, t) \quad (2.331)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.332)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f-1) и (p+2, f-1)

$$T_{p+1,f-1}(X6, y, z, t) = T_{p+2,f-1}(X6, y, z, t); \quad (2.333)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(X6, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.334)$$

Условия граничные между ячейками (p+1, f-1) и (p, f-1)

$$T_{p+1,f-1}(X5, y, z, t) = T_{p,f-1}(X5, y, z, t) \quad (2.335)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(X5, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p,f-1}(X5, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.336)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p+1,f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.337)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+1,f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.338)$$

20. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+2, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma} V_{\Gamma}}. \end{aligned} \quad (2.339)$$

$X6 < x < X7, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad (2.340)$$

$Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \quad (2.341)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \quad (2.342)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ & = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+2,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}}; \end{aligned}$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.343)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+2, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R3, t) = T_{Г}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.344)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{Г}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.345)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{Ц}(y, \varphi, R2, t) = T_{Т}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.346)$$

$$\lambda_{Ц} \frac{\partial T_{Ц}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{Т} \frac{\partial T_{Т}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.347)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f-1) и (p+2, f)

$$T_{p+2, f-1}(x, y, Z2, t) = T_{p+2, f}(x, y, Z2, t) \quad (2.348)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.349)$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f-1) и (p+1, f-1)

$$T_{p+2, f-1}(X6, y, z, t) = T_{p+1, f-1}(X6, y, z, t); \quad (2.350)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f-1}(X6, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+1, f-1}(X6, y, z, t)}{\partial X}$$

Условия граничные между ячейками (p+2, f-1) и (p+3, f-1)

$$T_{p+2, f-1}(X7, y, z, t) = T_{p+3, f-1}(X7, y, z, t); \quad (2.351)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f-1}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+3, f-1}(X7, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.352)$$

Условия граничные с теплоизолированной поверхностью:

$$T_{p+2, f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.353)$$

$$\lambda_{Г} \frac{\partial T_{p+2, f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.354)$$

21. Матмодель тепловых полей для ячейки (p+3, f-1):

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T_{p+3, f-1}(x, y, z, t)}{\partial t} = \\ & = a_{Г} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3, f-1}(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3, f-1}(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3, f-1}(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] + \frac{a_{Г} W_{Г}}{\lambda_{Г} V_{Г}}. \end{aligned} \quad (2.355)$$

$$X7 < x < X8, \quad Y1 < y < Y2, \quad Z1 < z < Z2$$

Дифференциальное уравнение, записанное для трубы из циркония:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = \\ = a_{ц} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] \\ Y1 < y < Y2, \quad R2 < R < R3 \end{aligned} \quad (2.356)$$

Дифференциальные уравнения, записанные для жидкости в ТК.

Для однофазного течения в трубках технологического канала (зона подогрева).

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial y} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}; \\ \rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = q'_d; \end{aligned} \quad (2.357)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial y} + f \frac{M^2}{\rho} = 0.$$

Для двухфазного течения в трубках технологического канала (зона испарения).

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial z} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}; \\ \rho \frac{\partial h}{\partial t} + M \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{M}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = q'_d - \frac{\partial}{\partial z} \left[ M \left( \frac{w_2}{w} - 1 \right) (h - h') \right]; \end{aligned} \quad (2.358)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + 2 \frac{M}{\rho} \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{M^2}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g \cos \beta + 10^3 \frac{\partial p}{\partial z} + f \frac{M^2}{\rho} = 0;$$

$$\frac{w_2}{w} = 1/[c + (1-c)/S].$$

Функции входа U заданы положением ЗРК.

Дифференциальное уравнение, записанное для блока из графита в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial t} = a_{\Gamma} \left[ \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_{p+3,f-1}(y, \varphi, R, t)}{\partial y^2} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}};$$

$$Y1 < y < Y2, \quad \Phi1 < \varphi < \Phi2, \quad R3 < R < R4 \quad (2.359)$$

Условия граничные внутри ячейки (p+3, f-1):

Условия граничные для трубы из циркония и графита:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t) \quad (2.360)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R3, t)}{\partial R} \quad (2.361)$$

Условия граничные для жидкости и трубы из циркония:

$$T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t) = T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t) \quad (2.362)$$

$$\lambda_{\text{Ц}} \frac{\partial T_{\text{Ц}}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{\Gamma}(y, \varphi, R2, t)}{\partial R} \quad (2.363)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f-1) и (p+3, f) .

$$T_{p+3,f-1}(x, y, Z2, t) = T_{p+3,f}(x, y, Z2, t) \quad (2.364)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f}(x, y, Z2, t)}{\partial Z} \quad (2.365)$$

Условия граничные между ячейками (p+3, f-1) и (p+2, f-1) .

$$T_{p+3,f-1}(X7, y, z, t) = T_{p+2,f-1}(X7, y, z, t) \quad (2.366)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(X7, y, z, t)}{\partial X} = \lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+2,f-1}(X7, y, z, t)}{\partial X} \quad (2.367)$$

Условия граничные с теплоизолированными поверхностями:

$$T_{p+3,f-1}(x, y, Z1, t) = 0 \quad (2.368)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(x, y, Z1, t)}{\partial Z} = 0 \quad (2.369)$$

$$T_{p+3,f-1}(X8, y, z, t) = 0; \quad (2.370)$$

$$\lambda_{\Gamma} \frac{\partial T_{p+3,f-1}(X8, y, z, t)}{\partial X} = 0 \quad (2.371)$$

Полученная математическая модель является достаточно сложной, и в силу этого решить полученную систему уравнений аналитически или выделить передаточную функцию не является возможным.

Для решения полученных дифференциальных уравнений был применен метод «сеток» [141].

### **2.3. Разработка дискретной математической модели тепловых полей объекта управления**

Решая задачи связанные с моделированием систем, обладающих распределенными параметрами можно выбрать одно из двух направлений. Первое реализует методы с использованием функции Грина. Здесь снята проблема обеспечения устойчивости вычислительной схемы, и процедура расчета занимает небольшое время. Но его использование возможно, если существует фундаментальное решение краевой задачи, то есть имеется возможность определения функции Грина.

При моделировании процессов в активной фундаментальное решение задачи найти не получилось, следовательно требуется применить второе направление. Второе направление связано с использованием явных схем численного решения. При выборе этого направления необходимо решить задачу «стыковки» условий граничных, и решить задачу обеспечения устойчивости вычислительной схемы.

Запишем дискретную матмодель тепловых полей в рассматриваемом объекте. Применяя численные методы, организуем аппроксимацию полученных дифференциальных уравнений в частных производных.

Для проведения дискретизации введём прямоугольную сетку и решим задачи «стыковки» цилиндрической и Декартовой систем координат.

Схема наложения сетки на ячейки из графитовых блоков представлена на рисунке 2.11.

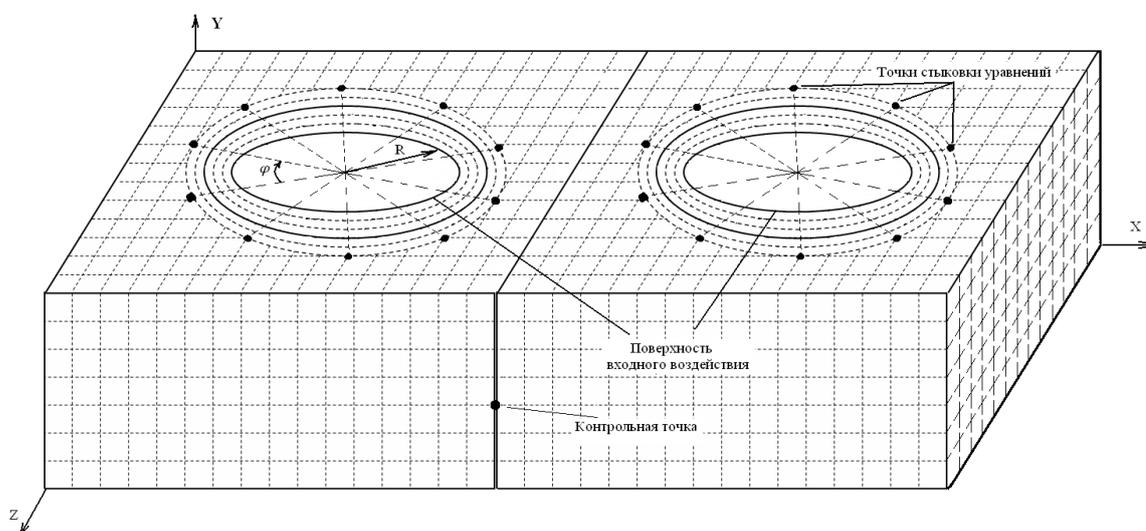


Рисунок 2.11 Схема наложения сетки на графитовые блоки

Применяя методику разработки дискретной модели [123], была составлена численная модель тепловых полей реактора, математическая модель которого представлена уравнениями (2.24) – (2.371).

Разберем процесс разработки дискретной модели реактора. Для этого в качестве примера рассмотрим один элемент – ячейку  $(p, f)$ , показанную на рис. 2.11.

Для решения уравнений в частных производных применим разностный метод. Произведем замену:

$$y = i; \quad \varphi = k; \quad R = j; \quad x = l; \quad z = m \quad (2.372)$$

Запишем аналог в дискретной форме для уравнения теплопроводности графитового блока в декартовых координатах:

$$\Delta T(i, m, l, t) = a_r \Delta t \cdot \left[ \frac{T(i, m, l-1, t) - 2T(i, m, l, t) + T(i, m, l+1, t)}{\Delta x^2} + \frac{T(i, m-1, l, t) - 2T(i, m, l, t) + T(i, m+1, l, t)}{\Delta z^2} + \right]$$

$$+ \frac{T(i-1, m, l, t) - 2T(i, m, l, t) + T(i+1, m, l, t)}{\Delta y^2} \Big] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}} \Delta t \quad (2.373)$$

Запишем аналог в дискретной форме для уравнения теплопроводности графитового блока в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} \Delta T(i, k, j, t) = a_{\Gamma} \Delta t & \left[ \frac{T(i-1, k, j, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i+1, k, j, t)}{\Delta y^2} + \right. \\ & + \frac{T(i, k, j-1, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i, k, j+1, t)}{\Delta R^2} + \frac{T(i, k, j, t) - T(i, k, j-1, t)}{\Delta R \cdot B} + \\ & \left. + \frac{T(i, k-1, j, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i, k+1, j, t)}{\Delta \varphi^2 \cdot B \cdot B} \right] + \frac{a_{\Gamma} W_U}{\lambda_U V_{\Gamma}} \Delta t \quad (2.374) \end{aligned}$$

Запишем аналог в дискретной форме для уравнения теплопроводности (2.2) для трубы из циркония:

$$\begin{aligned} \Delta T(i, k, j, t) = a_{\Pi} \Delta t \cdot & \left[ \frac{T(i-1, k, j, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i+1, k, j, t)}{\Delta y^2} + \right. \\ & + \frac{T(i, k, j-1, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i, k, j+1, t)}{\Delta R^2} + \frac{T(i, k, j, t) - T(i, k, j-1, t)}{\Delta R \cdot B} + \\ & \left. + \frac{T(i, k-1, j, t) - 2T(i, k, j, t) + T(i, k+1, j, t)}{\Delta \varphi^2 \cdot B \cdot B} \right] \quad (2.375) \end{aligned}$$

Условия граничные между жидкостью и трубой из циркония:

$$\lambda_T \frac{T_T(i, k, j, t) - T_T(i, k, j-1, t)}{\Delta R} = \lambda_{\Pi} \frac{T_{\Pi}(i, k, j+1, t) - T_{\Pi}(i, k, j, t)}{\Delta R} \quad (2.376)$$

Для последующего решения требуется сделать следующие преобразование:

$$\frac{\lambda_T}{\Delta R} T_T(i, k, j, t) - \frac{\lambda_T}{\Delta R} T_T(i, k, j-1, t) = \frac{\lambda_{\Pi}}{\Delta R} T_{\Pi}(i, k, j+1, t) - \frac{\lambda_{\Pi}}{\Delta R} T_{\Pi}(i, k, j, t) \quad (2.377)$$

$$\frac{\lambda_T}{\Delta R} T_T(i, k, j, t) + \frac{\lambda_{\Pi}}{\Delta R} T_{\Pi}(i, k, j, t) = \frac{\lambda_{\Pi}}{\Delta R} T_{\Pi}(i, k, j+1, t) + \frac{\lambda_T}{\Delta R} T_T(i, k, j-1, t)$$

Введем новое условное обозначение:

$$T_T(i, k, j, t) = T_{II}(i, k, j, t) \equiv T(i, k, j, t)$$

Используя новое обозначение, продолжим преобразование:

$$T(i, k, j, t)(\lambda_T + \lambda_{II}) = \lambda_{II}T_{II}(i, k, j+1, t) + \lambda_T T_T(i, k, j-1, t)$$

$$T(i, k, j, t) = \frac{\lambda_{II}T_{II}(i, k, j+1, t) + \lambda_T T_T(i, k, j-1, t)}{(\lambda_T + \lambda_{II})} \quad (2.378)$$

Запишем дискретный аналог для уравнения (2.4) теплопроводности теплоносителя.

Для течения однофазной среды описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\Delta Z_k \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_k \frac{d P_k}{d t} + \Delta Z_k \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_k \frac{d h_k}{d t} = M_{k-1} - M_k$$

$$\Delta Z_k \rho_k \frac{d h_k}{d t} - \Delta Z_k \frac{d P_k}{d t} = M_{k-1} (h_{k-1} - h_k) - \frac{M_{k-1}}{\rho_{k-1}} (P_{k-1} - P_k) + \frac{q_{d_k}}{A} \Delta Z_k \quad (2.379)$$

$$\Delta Z_k \rho_k \frac{d M_k}{d t} = \frac{M_{k-1}^2}{\rho_{k-1}} - \frac{M_k^2}{\rho_k} - \Delta Z_k \rho_k g \cos \beta - (P_{k+1} - P_k) 10^3 - \Delta Z_k f_k \frac{M_k^2}{\rho_k}$$

$$\frac{1 + \beta_k \chi}{\pi d \alpha_k} q_k + \vartheta_k - \theta_k = (1 + \beta_k \chi) T_{R_k} \frac{d \theta_k}{d t},$$

$$q_{d_k} = \pi d \alpha_k (\Theta_k - \vartheta_k), \quad \text{где } \Theta_k = \frac{1}{1 + \beta_k \chi} \theta_k + \frac{\beta_k \chi}{1 + \beta_k \chi} \vartheta_k,$$

А течение пароводяной смеси описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\Delta Z_k \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_k \frac{d P_k}{d t} + \Delta Z_k \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} \right)_k \frac{d h_k}{d t} = M_{k-1} - M_k$$

$$\Delta Z_k \rho_k \frac{d h_k}{d t} - \Delta Z_k \frac{d P_k}{d t} = M_{k-1} (h_{k-1} - h_k) - \frac{M_{k-1}}{\rho_{k-1}} (P_{k-1} - P_k) + \frac{q_{d_k}}{A} \Delta Z_k +$$

$$+ M_{k-1} \left[ \left( \frac{w_2}{w} \right)_{k-1} - I \right] (h_{k-1} - h') - M_k \left[ \left( \frac{w_2}{w} \right)_k - I \right] (h_k - h') \quad (2.380)$$

$$\Delta Z_k \rho_k \frac{d M_k}{d t} = \frac{M_{k-1}^2}{\rho_{k-1}} - \frac{M_k^2}{\rho_k} - \Delta Z_k \rho_k g \cos \beta - (P_{k+1} - P_k) 10^3 - \Delta Z_k f_k \frac{M_k^2}{\rho_k}$$

$$\frac{1 + \beta_k \chi}{\pi d \alpha_k} q_k + \vartheta_k - \theta_k = (1 + \beta_k \chi) T_{R_k} \frac{d \theta_k}{d t},$$

$$q_{d_k} = \pi d \alpha_k (\Theta_k - \vartheta_k), \quad \text{где } \Theta_k = \frac{1}{1 + \beta_k \chi} \theta_k + \frac{\beta_k \chi}{1 + \beta_k \chi} \vartheta_k,$$

$$\frac{w_2}{w} = \frac{1}{\frac{1-c}{S} + c}, \quad S = f(P, h, M).$$

Для определения температуры на границе раздела двух сред – трубы из циркония и графитового блока используем выражение:

$$T(i, k, j, t) = \frac{\lambda_{\text{Ц}} T_{\text{Ц}}(i, k, j+1, t) + \lambda_{\text{Г}} T_{\text{Г}}(i, k, j-1, t)}{(\lambda_{\text{Г}} + \lambda_{\text{Ц}})} \quad (2.381)$$

Для определения температуры на границе блоков из графита (p, f) и (p+1, f):

$$\lambda_{\text{Г}} \frac{T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m, l-1, t)}{\Delta X} = \lambda_{\text{Г}} \frac{T_{p+1,f}(i, m, l+1, t) - T_{p+1,f}(i, m, l, t)}{\Delta X}$$

$$T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m, l-1, t) = T_{p+1,f}(i, m, l+1, t) - T_{p+1,f}(i, m, l, t)$$

$$T(i, m, l, t) = \frac{T_{p+1,f}(i, m, l+1, t) + T_{p,f}(i, m, l-1, t)}{2} \quad (2.382)$$

где:  $T_{p,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f);

$T_{p+1,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p+1, f);

$\lambda_{\text{Г}}$  – коэффициент теплопроводности графита.

Для определения температурного поля на границе раздела графитовых ячеек (p, f) и (p, f-1):

$$\lambda_{\text{Г}} \frac{T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m-1, l, t)}{\Delta Z} = \lambda_{\text{Г}} \frac{T_{p,f-1}(i, m+1, l, t) - T_{p,f-1}(i, m, l, t)}{\Delta Z}$$

$$T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m-1, l, t) = T_{p,f-1}(i, m+1, l, t) - T_{p,f-1}(i, m, l, t)$$

$$T(i, m, l, t) = \frac{T_{p,f-1}(i, m+1, l, t) + T_{p,f}(i, m-1, l, t)}{2} \quad (2.383)$$

где:  $T_{p,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f);

$T_{p,f-1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f-1);

$\lambda_r$  - коэффициент теплопроводности графита.

Для определения температурного поля на границе раздела графитовых ячеек (p, f) и (p-1, f):

$$\lambda_r \frac{T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m, l-1, t)}{\Delta X} = \lambda_r \frac{T_{p-1,f}(i, m, l+1, t) - T_{p-1,f}(i, m, l, t)}{\Delta X}$$

$$T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m, l-1, t) = T_{p-1,f}(i, m, l+1, t) - T_{p-1,f}(i, m, l, t)$$

$$T(i, m, l, t) = \frac{T_{p-1,f}(i, m, l+1, t) + T_{p,f}(i, m, l-1, t)}{2} \quad (2.384)$$

где:  $T_{p,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f);

$T_{p-1,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p-1, f);

$\lambda_r$  - коэффициент теплопроводности графита.

Запишем уравнение для определения температуры на границе раздела графитовых ячеек (p, f) и (p, f+1):

$$\lambda_r \frac{T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m-1, l, t)}{\Delta Z} = \lambda_r \frac{T_{p,f+1}(i, m+1, l, t) - T_{p,f+1}(i, m, l, t)}{\Delta Z}$$

$$T_{p,f}(i, m, l, t) - T_{p,f}(i, m-1, l, t) = T_{p,f+1}(i, m+1, l, t) - T_{p,f+1}(i, m, l, t)$$

$$T(i, m, l, t) = \frac{T_{p,f+1}(i, m+1, l, t) + T_{p,f}(i, m-1, l, t)}{2} \quad (2.385)$$

где:  $\lambda_r$  - коэффициент теплопроводности графита;

$T_{p,f+1}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f+1);

$T_{p,f}$  – тепловое поле в графите в ячейке (p, f) .

## **2.4. Разработка программного комплекса для моделирования тепловых процессов**

В настоящее время в России на рынке программного обеспечения имеется достаточное количество различных программных пакетов, которые предназначены для проведения моделирования различных объектов и систем, которые обладают распределенными параметрами. К ним относятся Dymola, ANSYS, FEMLAB, FreeFem++, GetFem++ и другие. Данные пакеты служат важным инструментом при автоматизации современного промышленного производства, Большинство пакетов разработаны для использования в различных предметных областях и становятся всё более распространенным инструментом проектировщиков, задействованных в области исследований явлений и объектов, характеризующихся распределенными параметрами, а так же улучшении их свойств и разработке систем управления этими объектами.

Основная проблема, связанная с применением данных пакетов, заключается в том, что эти программные средства достаточно сложно применять в составе систем, которые разработаны самим проектировщиком. Можно разработать модель рассматриваемого объекта, исследовать ее с помощью того или иного программного средства, но в дальнейшем, если возникнет необходимость вставить данную модель в свою конкретную систему, начинаются проблемы. Прежде всего, это сложности связанные с лицензированием, сложности вызванные возможностью включить вместе с моделью исследуемой системы и инструментальный пакет, а также и сложности технические, так как коммерческие пакеты являются закрытыми, то есть имеют закрытый текст программного кода или не имеют возможности работать внутри другой системы.

Сформулированную задачу с помощью ПО, имеющегося на рынке, решить не удалось. Следовательно, возникла необходимость разработки

собственного программного комплекса, который отвечал бы поставленным требованиям.

Для моделирования тепловых полей объекта используется вычислительная техника. Для разработки программы используется алгоритм решения матмодели, блок-схема которого находится в Приложении.

В качестве системы программирования был язык C++, в качестве среды разработки выбран C++ Builder. Язык C++ является продолжением языка C, в котором реализован наиболее полный механизм объектно-ориентированного программирования. Выбор языка программирования был остановлен на C++, это вызвано тем, что данный язык используется на Ленинградской АЭС.

В разработанной программе:

- заданы переменные, используемые в программе;
- заданы координаты точки (датчика), в которой будут сниматься значения температуры;
- разработаны матрицы перехода между системами координат;
- реализован вывод на монитор графической информации о температуре на заранее определённом датчике;
- определены постоянная времени, коэффициент усиления и запаздывание.

Программный комплекс был создан для проверки адекватности матмодели и компьютерного моделирования [107, 109]. С помощью данного программного комплекса были вычислены значения тепловых полей в контрольных точках (Приложение 3).

На рисунке 2.12 изображена главная форма – это окно ввода первичных данных.

Моделирование тепловых полей в активной зоне реактора  
 О программе Справка Сохранить Печать

11.11.2017 10:20:15

Мощности в ТК зоне расчета

1935050	1895520	1941860	1937740	1912860	1876850	1893380	1921860	1861720	1876500	1915270	1862280	1912400
1942150	1911950	1835200	1939890	1918750	1892240	1911760	1867450	1895220	1912200	1844930	1805000	1900200
1918660	1832500	1942720	1825500	1933720	1876850	1848700	1915410	1942240	1922440	1863200	1889250	1807050
1892350	1893820	1853860	1918690	1822640	1917520	1920050	1921000	1805960	1900850	1897500	1921150	1874180

Начальные условия

Количество ТК, шт: 39  
 Номер датчика: 6  
 Положение ЗРК, м: 0,004  
 Номер ТК: 20  
 Время процесса, сек: 2

Q тепл, мЗ/ч: 34  
 T тепл, С: 273  
 G вод, мЗ/ч: 36  
 U вод, м/с: 5  
 T твс, С: 850

Распределение температуры теплоносителя по высоте

0	273
1	273.239257812
2	273.477874755
3	273.715820312
4	273.953125
5	274.189758300
6	274.425750732
7	274.661102294
8	274.895812988
9	275.129882812
10	275.363311767
11	275.596130371
12	275.828308105
13	276.059875488
14	276.290893554

Расчет

Температура в датчике

Графики переходных процессов

Анализ объекта управления

Расчет параметров регулятора по желаемой передаточной функции

Расчет параметров регулятора по степени колебательности

Моделирование замкнутой системы управления

Адаптация

Состояние процесса моделирования

Рисунок 2.12 - Главная форма программы

Здесь необходимо задать мощности рассматриваемых технологических каналов, ввести положение ЗРК, выбрать датчики, в которых будут сниматься значения температуры, а также задать время протекания процесса. При начале расчета на форме выводится информация о начальных параметрах в рассматриваемом ТК, а именно, температура воды и расход воды в канале.

С помощью разработанного комплекса, были посчитаны значения тепловых полей в заданных точках, которые совпадают с местам расположения датчиков, установленных в активной зоне. На рисунках 2.13 и 2.14 показаны результаты вычислений.

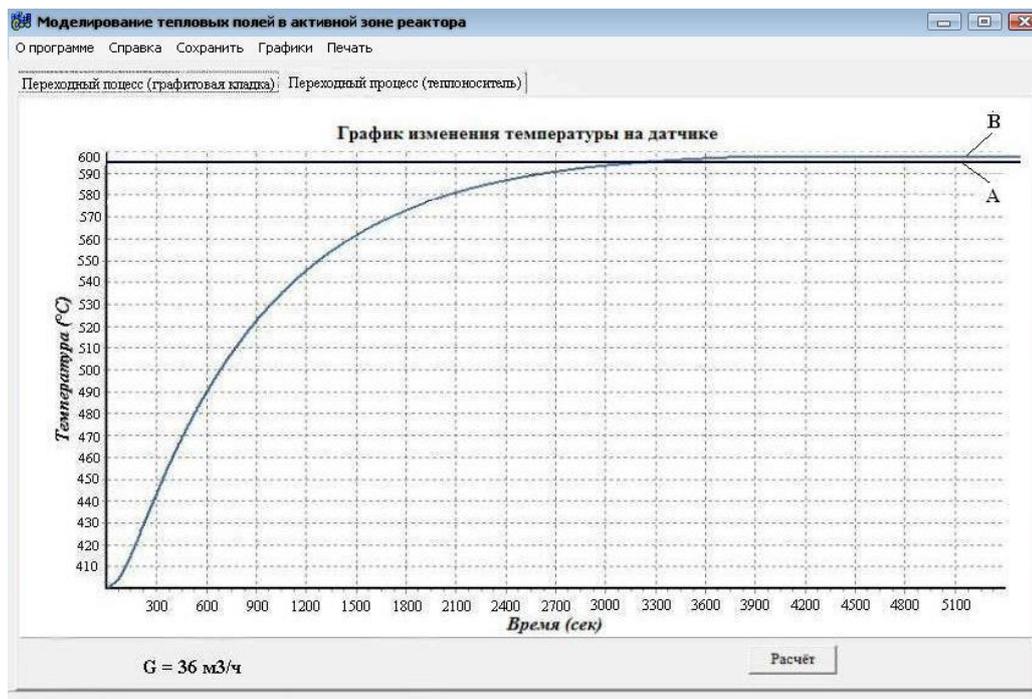


Рисунок 2.13 - График переходного процесса в контрольной точке №2

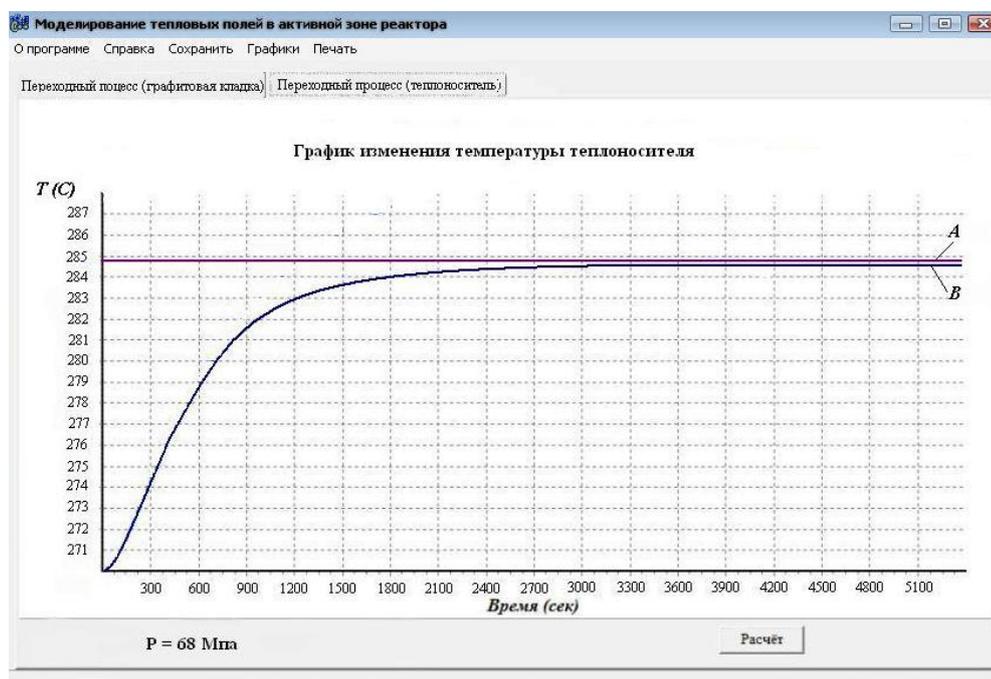


Рисунок 2.14 - График переходного процесса в воды на выходе из ТК

Как видно, на рисунках 2.13 и 2.14 графики А совпадают с данными, которые были получены с ИВС «Скала», графики В совпадают с данными, которые были получены расчетным путём.

На рис. 2.15. представлении фрагмент видеокadra с демонстрацией температуры на входе в канал.

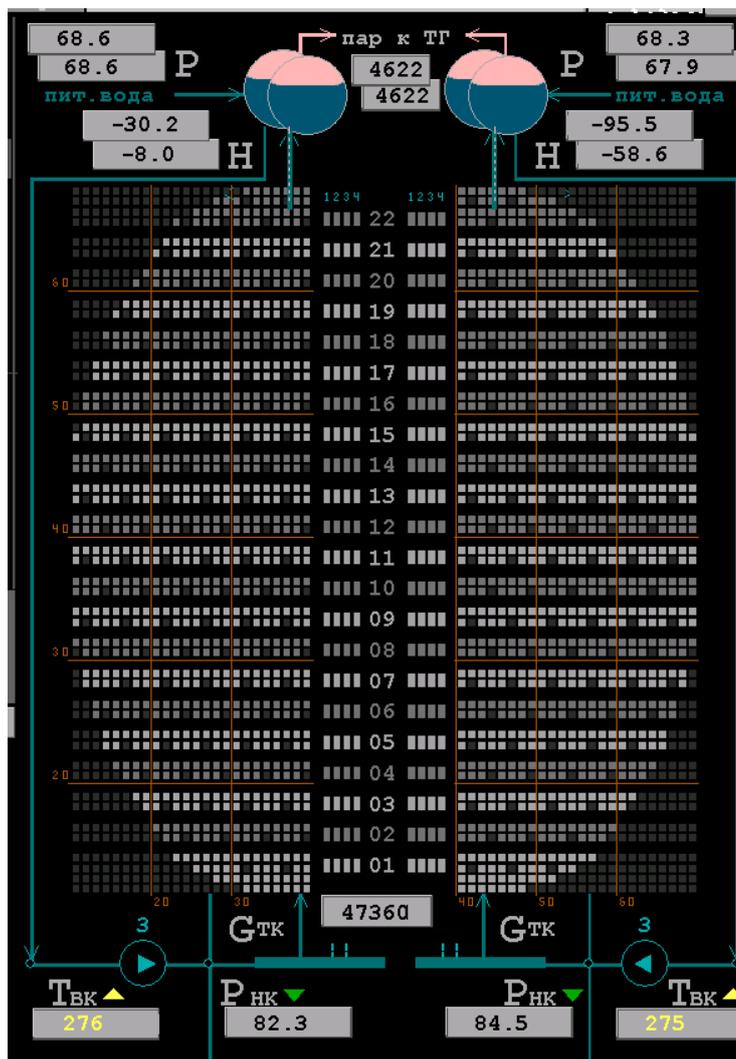


Рисунок 2.15 - Фрагмент видеокadra

Температура теплоносителя в топливном канале не измеряется. Измеряется температура во всасывающем коллекторе, который подает теплоноситель под давлением в каналы.

Рассмотрим центральный канал (координаты 37-37). При клике на него он выделяется (см. в центре рисунка) и слева выдается полная информация по этому каналу.

Расход воды  $38,0 \text{ м}^3/\text{ч}$  ( $G_{\text{ТК}}$ ) - это соответственно скорость теплоносителя.

Тепловое поле в графите  $605^\circ$  ( $T_{\text{гр}}$ ).



Рисунок 2.16 - Видеокадр

Температура на выходе из каналов не измеряется. Измеряется давление и расход воды. По ним рассчитывается температура, подаваемая в барабан-сепаратор. В самом барабане-сепараторе измеряется температура металла (стенок барабана-сепаратора). Это одна среда и соответственно это и температура воды.

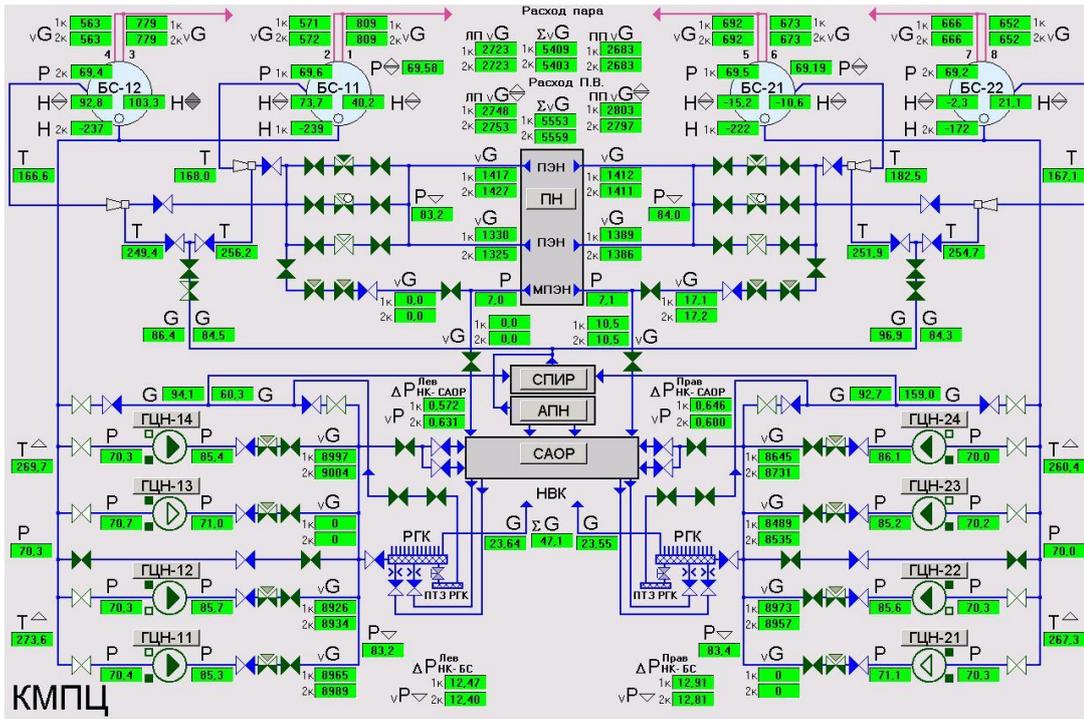


Рисунок 2.17 - Видеокادر КМПЦ

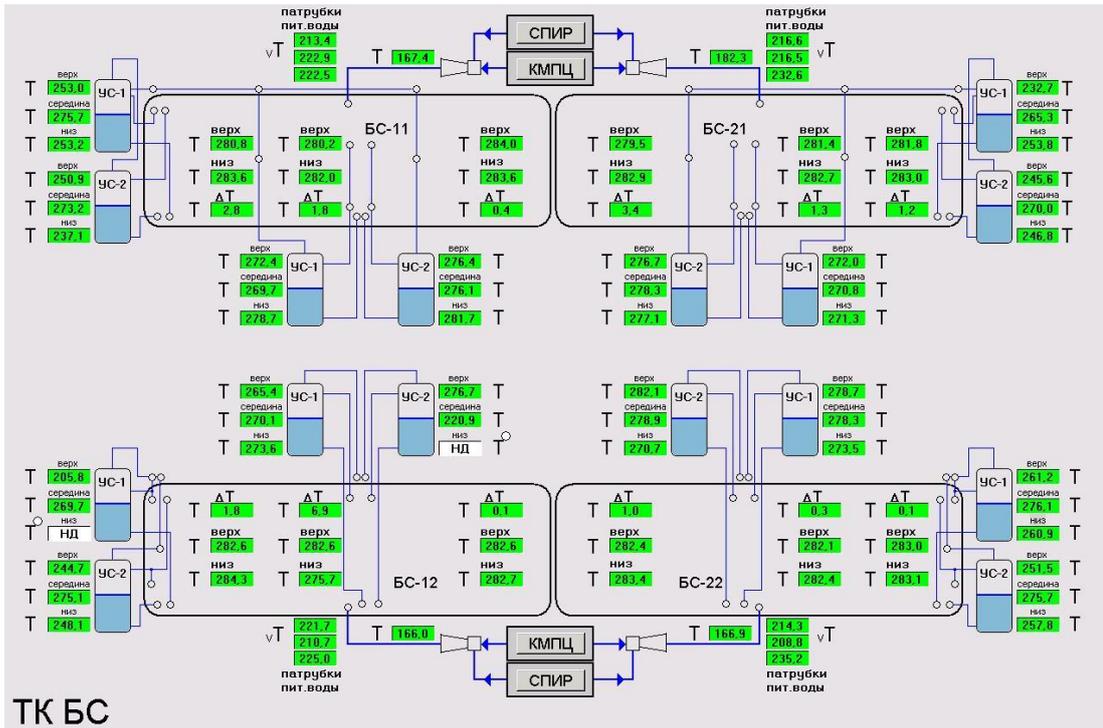


Рисунок 2.18 - Видеокادر ТК БС

Значения тепловых полей, полученные в процессе моделирования, совпали с показаниями информационно-вычислительной системы «Скала-

микро», что говорит об адекватности составленной математической модели.

## **2.5. Выводы по второй главе**

Во второй главе подробно рассмотрены физические процессы, которые протекают в реакторной установке, и с их учетом разработана математическая модель температурных полей в активной зоне реакторной установки. Математическая модель представляет собой нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных параболического типа, а также уравнения для теплоносителя, полученные на базе уравнений движения расхода рабочей среды, энергии и баланса массы, отражающих физические явления теплообмена и массопереноса.

На базе непрерывной математической модели была разработана дискретная математическая модель. В процессе разработки дискретной матмодели был решён ряд задач. Одна из них это организация «стыковки» условий граничных. Также были установлены шаги дискретизации, которые обеспечивают устойчивости вычислительной схемы. Кроме того решены задачи согласования декартовой и цилиндрической систем координат.

Для проверки математического обеспечения на адекватность и проведения компьютерного моделирования было разработан специальный программный комплекс. С помощью этого комплекса были вычислены значения тепловых полей в заданных точках, совпадающих с расположением датчиков на реальном объекте. Результаты моделирования были сравнены с данными, полученными с помощью информационно-вычислительной системы «Скала-микро», осуществляющей мониторинг работы реактора.

Результаты приведенных экспериментов свидетельствуют об адекватности полученной матмодели, и что разработанное программное

обеспечение разрешает с высокой точностью производить моделирование тепловых процессов, которые имеют место в активной зоне.

Разработанная методика позволяет проводить моделирование тепловых процессов в активной зоне атомных реакторов, а следовательно и проводить контроль и мониторинг состояния реактора, обнаруживать сбои в его работе при штатных и нештатных ситуациях.

### **3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

#### **3.1. Классификация основных методов моделирования ОРП**

Математическое моделирование технических систем можно выполнять на микро-, макро- и метауровнях, которые различаются степенью детализации описания процессов, протекающих в системе.

Микроуровень моделирования характеризуется тем, что математической моделью на этом уровне являются дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие процессы в сплошной среде с заданными граничными и начальными условиями. Количество этих уравнений может быть довольно значительным, особенно при моделировании сложных технических объектов, включающих в себя элементы различной формы, взаимодействующие друг с другом и средой, и их дальнейшее решение может натолкнуться на непреодолимые трудности вычислительного характера. В таких случаях вводят ряд допущений и упрощений и переходят к моделированию на макроуровне. На макроуровень необходимо переходить также при анализе технических систем, функционирование которых сопровождается одновременным протеканием нескольких процессов различной физической природы.

Математической моделью технической системы на макроуровне служит система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), как правило, первого порядка, с заданными начальными условиями. Формирование системы ОДУ основывается на представлении технической системы как совокупности физически однородных подсистем, находящихся во взаимодействии между собой и окружающей средой. Каждая подсистема, в свою очередь, может быть представлена в виде множеств элементов и связей между элементами, т.е. структуры системы.

Когда система ОДУ на макроуровне становится слишком большой, то переходят на следующий уровень математического моделирования - метауровень.

Объектами анализа на метауровне служат технические системы, рассматриваемые в теории автоматического регулирования и управления, а математической моделью - система дифференциальных и интегральных уравнений, в том числе и в частных производных. На метауровне сложная техническая система разбивается на подсистемы, каждая из которых представляется в виде "черного ящика". Связь между входом и выходом черного ящика характеризуется передаточной функцией. Взаимосвязь между подсистемами описывается структурной схемой. Характерным для данного уровня, по сравнению с макроуровнем, является более укрупненное рассмотрение технической системы. Отметим, что четкой границы между макро- и метауровнями моделирования нет, и многие задачи могут быть решены с привлечением методов каждого из уровней.

### **3.2. Передаточные функции объектов с распределенными контролируемыми параметрами**

#### **3.2.1. Описание объектов с распределенными параметрами на основе импульсных переходных функций**

Из курса теории автоматического управления известно, что в сосредоточенных системах импульсная переходная функция описывает реакцию системы на единичный импульс.

Исследуем отклик системы на *единичную импульсную функцию* (дельта-функцию)  $\delta(t)$ , которая определяется как

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t) \quad (3.1)$$

или импульс обладающий амплитудой  $A$ , стремящийся к бесконечности и длительности  $\tau$ , стремящейся к нулю и удовлетворяющий условию

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (3.2)$$

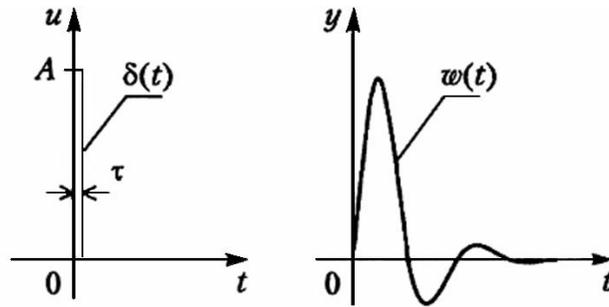


Рисунок 3.1 - Дельта-функция и весовая функция

Переходной процесс  $y = \omega(t)$  системы при нулевых начальных условиях и воздействии на её вход импульсной функции  $\delta(t)$  называется весовой функцией системы.

Для произвольного входного воздействия  $u(t)$  вынужденная составляющая переходного процесса системы может быть найдена по формуле

$$y_B(t) = \int_0^t \omega(t - \tau) u(\tau) d\tau \quad (3.3)$$

(интеграл свертки).

Перейдём к обозначениям, принятым в теории СРП и запишем выражение (3.3) по новому. В этом случае связь между входом  $\omega(t)$  и выходом  $Q(t)$  выражается равенством:

$$Q(t) = \int_0^t G(t - \tau) \omega(\tau) dt = G(t) * \omega(t) \quad (3.4)$$

Где символ  $*$  означает операцию свертки двух функций.

## Описание объектов с распределенными параметрами с применением импульсных переходных функций

В системах, характеризующихся наличием распределенных параметров, к временным входным воздействиям требуется добавить пространственную составляющую.

Распределенным блоком в соответствии с материалами, изложенными в [149] будем называть устройство любой природы, в котором выделен вход и выход

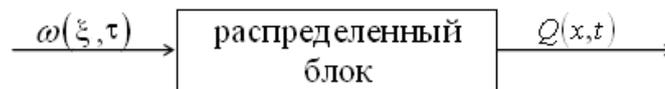


Рисунок 3.2 - Распределенный блок

где  $\xi \in D_1$ ,  $x \in D_2$ ,  $D_1, D_2$  - подобласти пространства  $D$ .

Здесь мы рассмотрим линейные распределенные блоки, у которых имеются линейные интегральные операторы, которые связывают функцию выхода  $Q(x, t)$  с входным сигналом  $\omega(\xi, t)$

$$Q(x, t) = \int_{t_0}^t \int_{D_1} G(x, t, \xi, \tau) \cdot \omega(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

здесь  $G(x, t, \xi, \tau)$  - функция Грина, являющаяся импульсной переходной функцией.

Функция Грина является решением краевой задачи и характеризует реакцию системы с распределенными параметрами при нулевых начальных условиях и однородными условиями граничными в любой точке  $x$  и в любой временной момент  $t \geq 0$  на приложенное импульсное воздействие типа дельта-функции, воздействующее на систему в произвольной, но фиксированной точке  $\xi$  в момент времени  $\tau$ . По этой причине функцию Грина также называют фундаментальным решением краевой задачи или импульсной переходной функцией по аналогии с подобными определениями в теории систем с сосредоточенными параметрами, где функция Грина вида  $G(t, \tau)$  представляет собой реакцию

объекта на входное воздействие в виде дельта-функции  $\delta(t-\tau)$ . В итоге получаем существенное обобщение понятие импульсной переходной функции на случай её зависимости как от временных, так и от пространственных аргументов, распространяемое на системы с распределенными параметрами.

Аргументы  $\xi$  и  $\tau$  принято называть входными аргументами, или аргументами входа, а аргументы  $x$  и  $t$  - соответственно выходными, или аргументами выхода.

Во многих частных случаях импульсная переходная функция ОРП может быть найдена в явном виде путем непосредственного решения краевой задачи известными в математической физике способами. В общем случае при произвольном характере изменения коэффициентов дифференциального оператора эта задача оказывается аналитически неразрешимой даже в одномерном случае, и здесь приходится использовать приближенные методы.

Трудности получения явных выражений функций Грина для многомерных распределенных систем многократно возрастают, в первую очередь, для пространственных областей сложной геометрической формы.

Допустим, что на вход распределенного блока подано импульсное возмущение вида  $(\omega(\xi, \tau) = \delta(x-\xi) \cdot \delta(t-\tau))$ , приложенное в пространственной точке  $\xi$  в момент времени  $\tau$ , тогда на выходе будет получено:

$$Q(x, t) = \int_{t_0}^t \int_D G(x, t, \xi, \tau) \cdot \delta(x-\xi) \cdot \delta(t-\tau) d\xi d\tau = G(x, t, \xi, \tau).$$

Для функции выхода может быть задано интегральное соотношение в виде:

$$Q(x, t) = G(x, t, \xi, \tau) \bar{\otimes} \omega(\xi, \tau),$$

где символ  $\bar{\otimes}$  обозначает процесс интегрирование двух связанных с этим символом функций по параметрам  $\xi \in D_1$  и  $\tau$ .

Если параметры объекта, называемого распределённым, не зависят от времени, то соответствующий объекту распределенный блок будет называться стационарным.

Распределенные блоки стационарного типа удобней записывать через преобразования Лапласа сигнала  $f(x,t)$  и функции Грина  $G(x,\xi,t)$

В теории СРП, также как в системах с сосредоточенными системами, подобные соотношения связывают изображения входа  $\tilde{w}(p)$  и выхода  $\tilde{Q}(p)$  с помощью передаточной функции  $W(p)$ :

$$\tilde{Q}(p) = W(p)\tilde{w}(p).$$

Проводя аналогии с классической теорией управления, передаточной функцией  $W(x,\xi,p)$  объекта с распределенными параметрами будем называть изображение функции Грина  $W(x,\xi,p) = \tilde{G}(x,\xi,p)$ .

Данная аналогия заключается в том, что передаточная функция для распределенных систем так же как и для сосредоточенных является изображением её импульсной переходной функции и полным образом описывает характеристики объекта и позволяя найти изображение реакции выходной величины при входном воздействии произвольного вида.

В то время как передаточная функция  $W(p)$  имеет зависимость только от одной переменной  $p$ , то тогда распределённая передаточная функция  $W(x,\xi,p)$  зависит от трех аргументов, среди которых кроме  $p$  находятся пространственные переменные  $x$  и  $\xi$  соответствующие выходу и входу рассматриваемого распределенного блока.

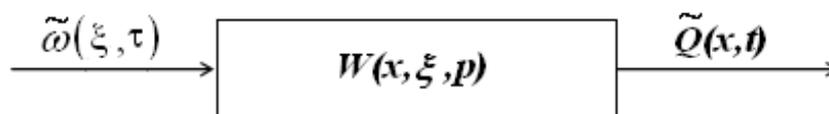


Рисунок 3.3 - Структурное представление распределенного блока в терминах передаточных функций.

*Пример.*

Определим передаточную функцию ОРП.

Математическая модель имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

$$0 < x < L_x$$

с начальными и граничными условиями:

$$Q(x,0) = Q_0(x); \quad Q(0,t) = Q(L_x,t) = 0.$$

Функция Грина может быть найдена с помощью различных методов, известных в теории уравнений и представляется здесь в виде разложения в бесконечный ряд Фурье по тригонометрической системе функций с зависящими от времени коэффициентами в виде экспонент с отрицательными показателями степени, быстро возрастающими по абсолютной величине.

$$G(x, \xi, t - \tau) = \frac{1}{R} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi n x}{R}\right) \cos\left(\frac{\pi n \xi}{R}\right) \exp\left[-\frac{a \pi^2 n^2}{R} (t - \tau)\right] \right\} \quad (3.6)$$

Для функции Грина объекта, определяемой выражением (3.6) его передаточная функция, согласно [161] и [163], будет иметь вид:

$$W(x, \xi, p) = \tilde{G}(x, \xi, p) = \frac{1}{R} \left[ \frac{1}{p} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{R^2}{a \pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{R} \cos \frac{\pi n \xi}{R}}{\frac{R^2}{a \pi^2 n^2} p + 1} \right] \quad (3.7)$$

Тем самым в соответствии с (3.7) данный ОРП допускает структурное представление в виде параллельного соединения одного интегрирующего и бесконечного множества апериодических звеньев с

постоянными времени  $T_n = \frac{R^2}{a \pi^2 n}$  и коэффициентами передачи, зависящими

от  $x$  и  $\xi$

$$K_n(x, \xi) = \frac{2R^2}{a \pi^2 n^2} \cos \frac{\pi n x}{R} \cos \frac{\pi n \xi}{l}.$$

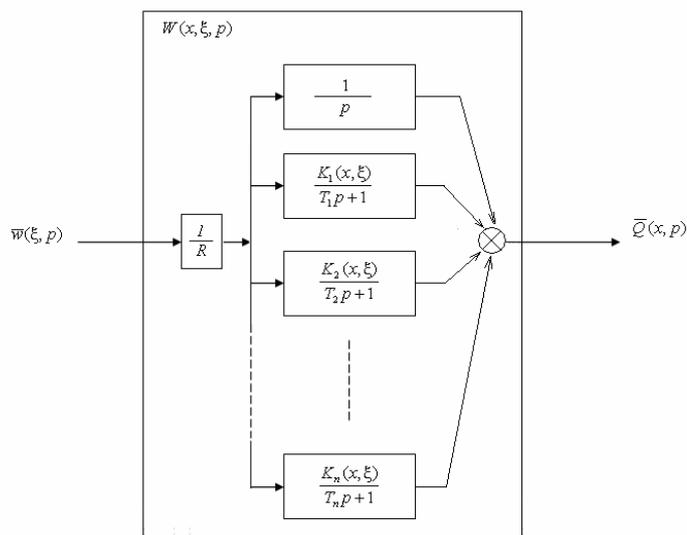


Рисунок 3.4 - Структурное представление объекта, описываемого уравнением теплопроводности

Нами был рассмотрен пример с одномерным объектом, но на практике приходится работать с трехмерными объектами.

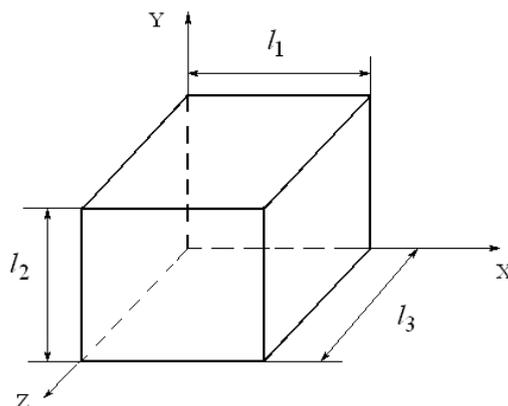


Рисунок 3.5 - Исследуемый объект

В этом случае мат модель (3.5) представим в следующем виде.

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \cdot \left[ \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right]. \quad (3.8)$$

$$0 \leq x \leq l_1, \quad 0 \leq y \leq l_2, \quad 0 \leq z \leq l_3$$

Начальные и Условия граничные:

$$Q(x, y, z, 0) = Q_0(x, y, z), \quad (3.9)$$

$$Q(0, y, z, t) = q_1(y, z, t), \quad Q(l_1, y, z, t) = q_2(y, z, t), \quad Q(x, 0, z, t) = q_3(x, z, t), \quad (3.10)$$

$$Q(x, l_2, z, t) = q_4(x, z, t), \quad Q(x, y, 0, t) = q_5(x, y, t), \quad Q(x, y, l_3, t) = q_6(x, y, t).$$

$$(3.11)$$

Функция Грина:

$$G(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{8}{l_1 l_2 l_3} \sum_{k, m, n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_3}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_3}\right) \exp\left[-a^2 \pi^2 t \left(\frac{k^2}{l_1^2} + \frac{m^2}{l_2^2} + \frac{n^2}{l_3^2}\right)\right]$$

Передаточная функция для этого объекта может быть записана в виде следующего выражения:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{8}{l_1 \cdot l_2 \cdot l_3} \cdot \sum_{k, m, n=1}^{\infty} \frac{B_{k, m, n}(\cdot)}{p + a\pi^2 \left(\frac{k^2}{l_1^2} + \frac{m^2}{l_2^2} + \frac{n^2}{l_3^2}\right)}; \quad (3.12)$$

где принято обозначение:

$$B_{k, m, n}(\cdot) = \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_3}\right)$$

При заданном и постоянном значениях  $x, y, z$  – точки наблюдения и  $\rho, \nu, \upsilon$  – точки действия источника и  $k, m, n = 1$ , произведём преобразование и запишем:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{K_{k, m, n}(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon)}{T_{k, m, n} p + 1} \quad (3.13)$$

где принято обозначение:

$$K_{k, m, n}(\cdot) = \frac{8 l_1 l_2 l_3 \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_z}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_z}\right)}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)};$$

$$T_{k, m, n} = \frac{l_1^2 l_2^2 l_3^2}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)}.$$

### 3.2.2. Распределенные звенья

Вследствие того, что процесс управления не зависит от физической природы управляемых параметров, то среди всех распределенных звеньев,

из которых состоит систему контроля и управления, и обладающих свойством пространственной инвариантности, согласно результатам, полученным в [149] можно выделить звенья, которые рассмотренные далее.

### ***Пространственно-усилительное звено***

Рассмотрим распределенное звено, у которого известны функция выхода и входное воздействие.

Предположим, что известны изображения по Лапласу функции выхода ( $U(x, y, s)$ ) и входного сигнала ( $\alpha(x, y, s)$ ), которые связаны формулой:

$$U(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right], \quad (3.14)$$

где  $E_1$  - коэффициент передачи;

$x, y$  – координаты пространственные;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1$  – коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ ):

при  $n_1 = 1$   $U(x, y, p) = -E_1 \cdot \nabla^2 \alpha(x, y, p)$ ; при  $n_1 \rightarrow \infty$

$U(x, y, p) \rightarrow E_1 \cdot \alpha(x, y, p)$ .

Передающую функцию распределенного звена, определяемую отношением  $U(x, y, p)$  к  $\alpha(x, y, p)$ , можно представить в следующем виде:

$$W_1(x, y) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right]. \quad (3.15)$$

Пространственно-усилительным называется распределенное звено, передаточная функция которого может быть записана в виде (3.15),.

Данная передаточная функция с применением обобщенной пространственной координаты записывается в следующем виде:

$$W_1(G, p) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (3.16)$$

**Пространственно - дифференцирующее звено идеальное**

Передающая функция данного звена имеет вид:

$$W_2(x, y, p) = E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \cdot \nabla^2 \right] \cdot p, \quad (3.17)$$

где  $E_2$  – коэффициент передачи;

$n_2$  – коэффициент веса ( $n_2 \geq 1$ ).

Перейдем от бесконечного набора функций (3.17), к функциональной зависимости  $W_2(G, p)$

$$W_2(G, p) = E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \cdot G \right] \cdot p, \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (3.18)$$

**Пространственно-форсирующее звено**

Передающая функция данного звена имеет вид:

$$W_3(x, y, p) = E_3 \cdot \left[ \frac{n_3 - 1}{n_3} - \frac{1}{n_3} \cdot \nabla^2 \right] \cdot p + 1, \quad (3.19)$$

где  $E_3$  – коэффициент передачи;  $n_3$  – коэффициент веса ( $n_3 \geq 1$ ).

Передающая функция звена, записанная с применением обобщенной пространственной координаты, имеет вид:

$$W_3(G, p) = E_3 \cdot \left[ \frac{n_3 - 1}{n_3} + \frac{1}{n_3} \cdot G \right] \cdot p + 1, \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (3.20)$$

**Пространственно-интегрирующее звено идеальное**

Запишем передающую функцию идеального пространственно-интегрирующего звена в следующем виде:

$$W_4(x, y, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad (3.21)$$

где  $E_4$  – коэффициент передачи;

$n_4$  – коэффициент веса ( $n_4 \geq 1$ ).

Передающая функция звена, записанная с применением обобщенной пространственной координаты ( $G$ ), примет вид:

$$W_4(G, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} \cdot G \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (3.22)$$

### ***Пространственно-изодромное звено***

Запишем передаточную функцию пространственно-изодромного звена в следующем виде:

$$W_5(x, y, p) = \left\{ E_5 \left[ \frac{n_5 - 1}{n_5} - \frac{1}{n_5} \cdot \nabla^2 \right] \right\} \cdot \frac{1}{p} + 1, \quad (3.23)$$

где  $E_5$  – коэффициент передачи;

$n_5$  – коэффициент веса ( $n_5 \geq 1$ ).

Передаточная функция пространственно-изодромного звена, представленная с применением обобщенной пространственной координаты ( $G$ ), может быть записана в виде следующего выражения:

$$W_5(G, s) = E_5 \left[ \frac{n_5 - 1}{n_5} + \frac{1}{n_5} \cdot G \right] \cdot \frac{1}{s} + 1, \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (3.24)$$

### ***Пространственно-апериодическое звено***

Введем в рассмотрение пространственно-апериодическое звено, передаточную функцию которого представим в следующем виде:

$$W_6(x, y, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} - \frac{1}{n_6} \cdot \nabla^2 \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} - \frac{1}{n_6} \cdot \nabla^2 \right] \cdot p + 1}, \quad (3.25)$$

где  $E_6$  – коэффициент передачи;

$n_6$  – коэффициент веса ( $n_6 \geq 1$ ).

Передаточная функция рассматриваемого пространственно-апериодического звена может быть представлена с применением обобщенной пространственной координаты ( $G$ ), может принять следующий вид:

$$W_6(G, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot p + 1} \quad 0 \leq G \leq \infty \quad (3.26)$$

Рассмотрим более подробно данное звено и методы его идентификации.

### 3.2.3. Вывод передаточной функции пространственно-апериодического звена

Рассмотрим передаточную функцию пространственно-апериодического звена и построим его частотные характеристики.

Передаточная функция для сосредоточенного инерционного звена первого порядка имеет вид:

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1}. \quad (3.27)$$

Для распределённого пространственно-апериодического звена передаточная функция, с использованием обобщенной координаты, в соответствии с разработанной методикой [149], может быть представлена в следующем виде:

$$W_6(G, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot p + 1}, \quad (3.28)$$

где  $E_6$  – коэффициент передачи;  $n_6$  – коэффициент веса ( $n_6 \geq 1$ );  $T_6$  – постоянная времени;  $G$  – обобщенная координата.

Для проведения анализа с применением частотных методов произведём замену  $p = j\omega$  в передаточной функции, получим:

$$W_6(G, j\omega) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{1 + T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega}$$

$$W_6(G, j\omega) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{1 + T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega} \cdot \frac{1 - T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega}{1 - T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega} =$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] - E_6 T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]^2 \cdot j\omega}{1 - T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega + T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot j\omega - \left( T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \right)^2 \cdot (j\omega)^2} = \\
& = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] - E_6 T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]^2 \cdot j\omega}{1 + \left( T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \right)^2 \cdot \omega^2} = \\
& = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{1 + \left( T_6 \cdot \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \right)^2 \cdot \omega^2} - j \cdot \frac{\omega E_6 T_6 \cdot \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]^2}{1 + \left( T_6 \cdot \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \right)^2 \cdot \omega^2} \quad (3.29)
\end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда коэффициент веса равен единице.

При  $n_6 = 1$ , получим:

$$W(G, j\omega) = \frac{E_6 G}{1 + (T_6 G \omega)^2} - j \frac{E_6 T_6 G^2 \omega}{1 + (T_6 G \omega)^2},$$

где

$$\alpha = \operatorname{Re}[W(G, j\omega)] = \frac{E_6 G}{1 + (T_6 G \omega)^2}, \quad \beta = \operatorname{Im}[W(G, j\omega)] = -\frac{E_6 T_6 G^2 \omega}{1 + (T_6 G \omega)^2}.$$

Выразим амплитудную частотную характеристику.

$$M(G, \omega) = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}.$$

$$\begin{aligned}
M(G, \omega) &= \sqrt{\left( \frac{E_6 G}{1 + (T_6 G \omega)^2} \right)^2 + \left( \frac{E_6 T_6 G^2 \omega}{1 + (T_6 G \omega)^2} \right)^2} = \\
&= \sqrt{\frac{E_6 G + (E_6 T_6 G^2 \omega)^2}{(1 + (T_6 G \omega)^2)^2}} = \frac{E_6 G}{\sqrt{1 + (T_6 G \omega)^2}}.
\end{aligned}$$

С помощью программы Mathcad произведём построение амплитудно-фазовой частотной характеристики пространственно-аперидического звена.

$$E_6 := 0.05 \quad T_6 := 4 \quad n := 1 \quad G := 20$$

$$k := E_6 \cdot \left( \frac{n-1}{n} + \frac{G}{n} \right) \quad T := T_6 \cdot \left( \frac{n-1}{n} + \frac{G}{n} \right)$$

$$W(\omega) := \frac{k}{i \cdot T \cdot \omega + 1} \quad \alpha(\omega) := \operatorname{Re}(W(\omega)) \quad \beta(\omega) := \operatorname{Im}(W(\omega))$$

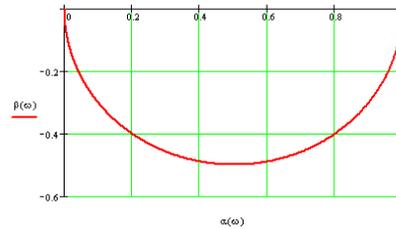


Рисунок 3.6 - Характеристика амплитудно-фазовая частотная

Изменяя частоту  $\omega$  от нуля до бесконечности, а значения обобщенной пространственной координаты  $G$  от некоторого значения  $G_H$  до  $\infty$ , вектор  $W(G, j\omega)$  описывает поверхность в пространстве  $\operatorname{Re}(W)$ ,  $\operatorname{Im}(W)$ ,  $G$ , которая называется пространственным годографом.

Пространственный годограф для пространственно-апериодического звена представлен на рис.3.7.

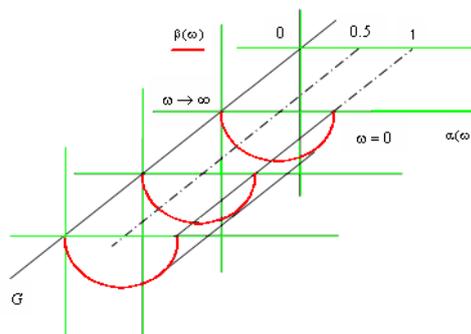


Рисунок 3.7 - Пространственный годограф пространственно-апериодического звена

Рассмотрим случай, когда коэффициент веса имеет значение:

$$n_6 = 1, \quad n_6 = 10, \quad n_6 = 100, \quad n_6 = 1000.$$

Произведём построение частотных характеристик.

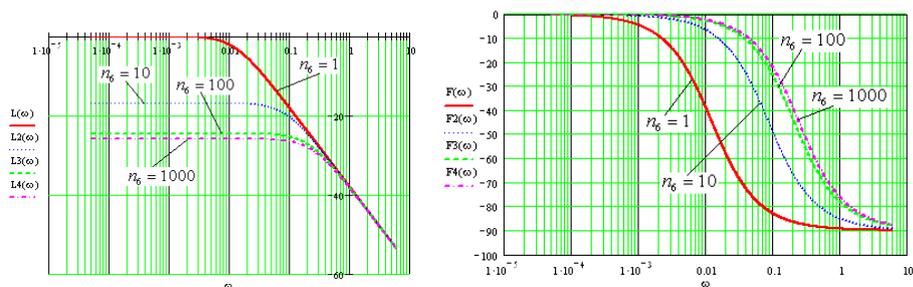


Рисунок 3.8 - Характеристики логарифмические амплитудно-частотные характеристики и фазо-частотные при  $n_6 = 1$ ,  $n_6 = 10$ ,  $n_6 = 100$ ,  $n_6 = 1000$

Рассмотрим случай, когда коэффициент веса стремится к бесконечности.

При  $n_6 \rightarrow \infty$  передаточная функция

$$W_6(G, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot p + 1}$$

примет вид:

$$W(G, j\omega) = \frac{E_6}{T_6 j\omega + 1}, \text{ или}$$

$$W(G, j\omega) = \frac{E_6}{1 + (T_6 \omega)^2} - j \frac{E_6 T_6 \omega}{1 + (T_6 \omega)^2},$$

Рассмотрим процедуру идентификации пространственно-апериодического звена, для этого введем обозначения:  $K_\eta = E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} G \right]$ ,

$$T_\eta = T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} G \right].$$

Для идентификации параметров передаточной функции объекта с распределенными параметрами составим номограмму. Для этого положим:

$$dT = \frac{T}{T_6} \tag{3.30}$$

На основе соотношений (3.30), (3.27) и (3.28) и математической модели (3.8) –(3.11) построим зависимость  $n$  от  $G$  при разных значениях  $dT$ . Зависимость отображена на рисунке 3.9.

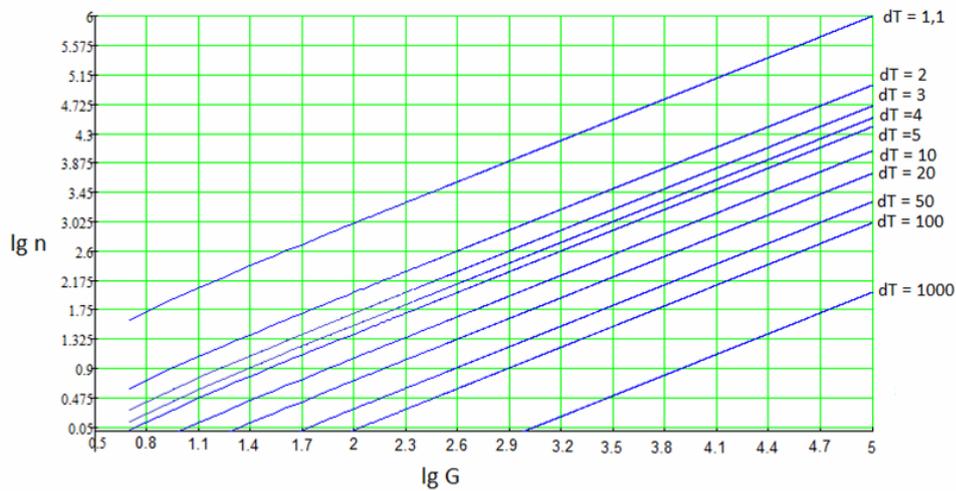


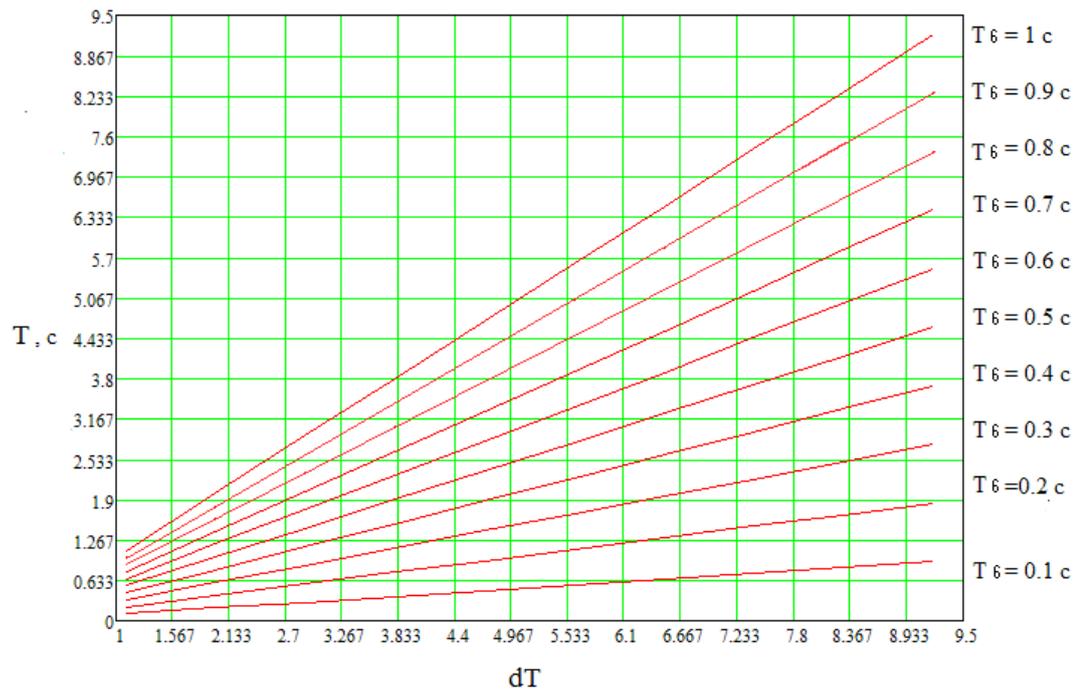
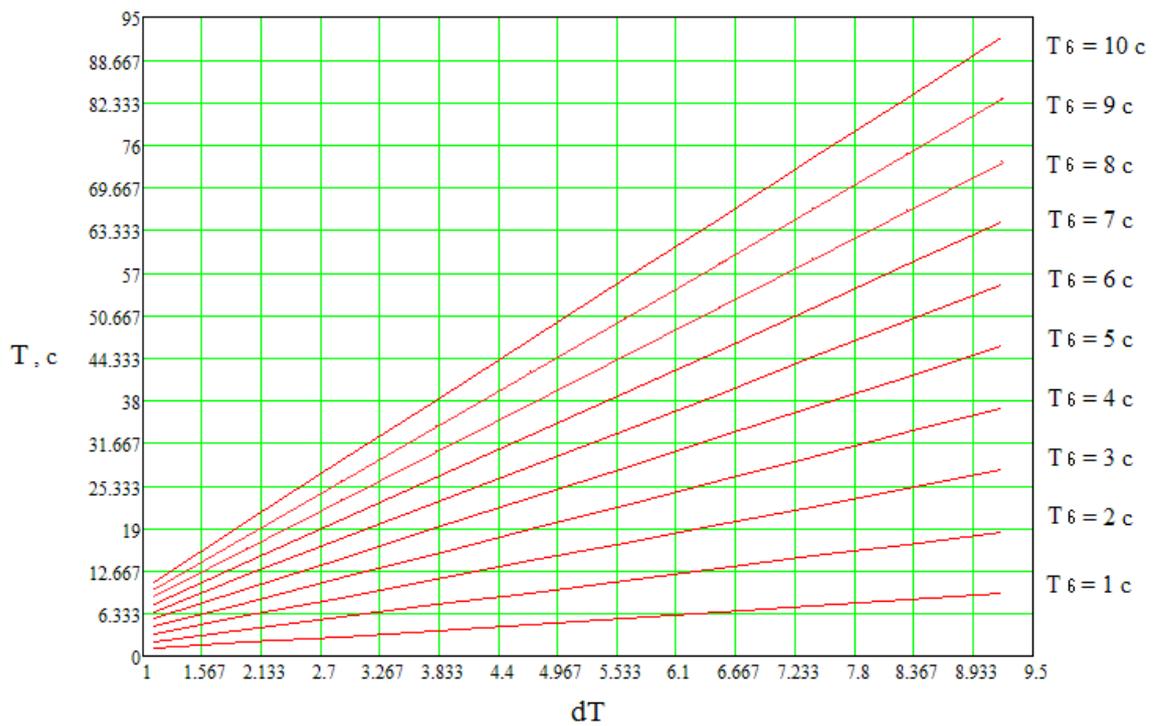
Рисунок 3.9 - Номограмма для определения параметров передаточной функции пространственно-апериодического звена.

Далее, нужно разработать методику определения параметров, не требующий использования дифференциальных уравнений. То есть, основанный на применении одной лишь передаточной функции. Задача усложняется за счет того, что  $T$  и  $K$  в таком случае, также будут неизвестными. Для этого, добавим к уже построенной номограмме (рисунок 3.9.) серии номограмм для  $T$  и  $K$ .

Для постройки номограмм используем математическую модель (3.8) - (3.11) и следующие соотношения

$$T = T_6 \cdot dT \quad (3.31)$$

$$K = E_6 \cdot dK \quad (3.32)$$

Рисунок 3.10 – Номограмма для определения  $T$  при  $0 < T_6 < 1$ Рисунок 3.11 – Номограмма для определения  $T$  при  $1 < T_6 < 10$

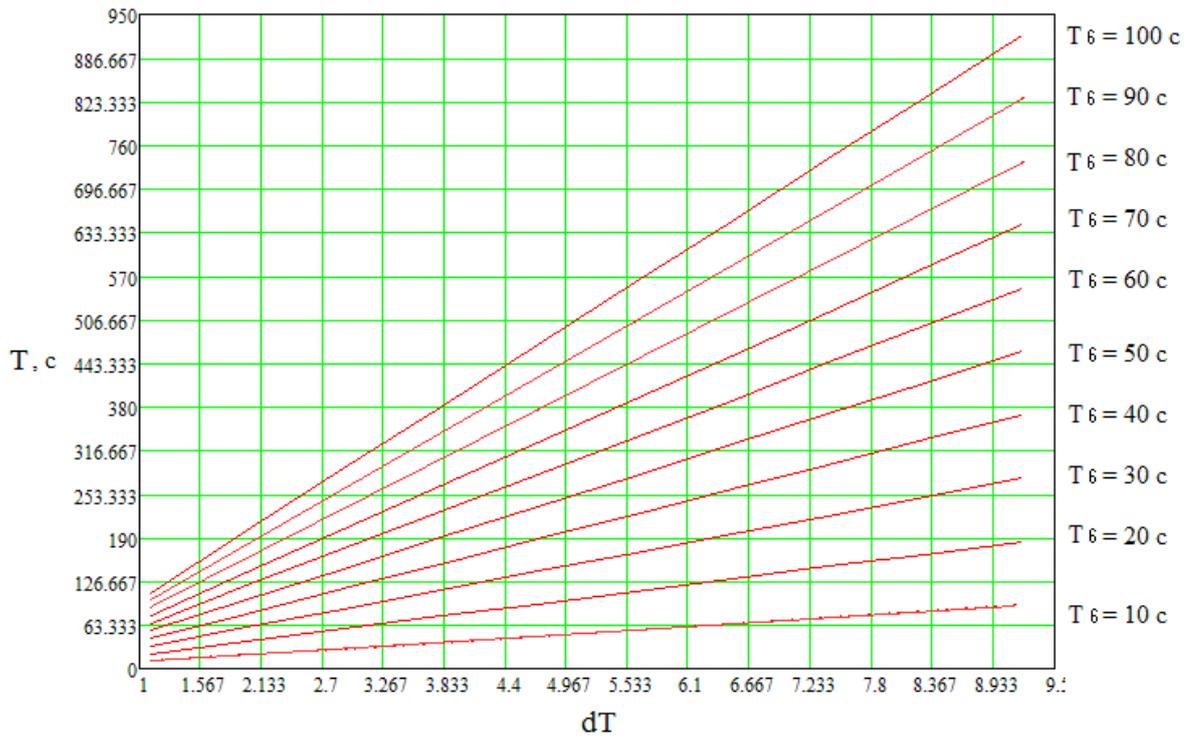


Рисунок 3.12 – Номограмма для определения  $T$  при  $10 < T_6 < 100$

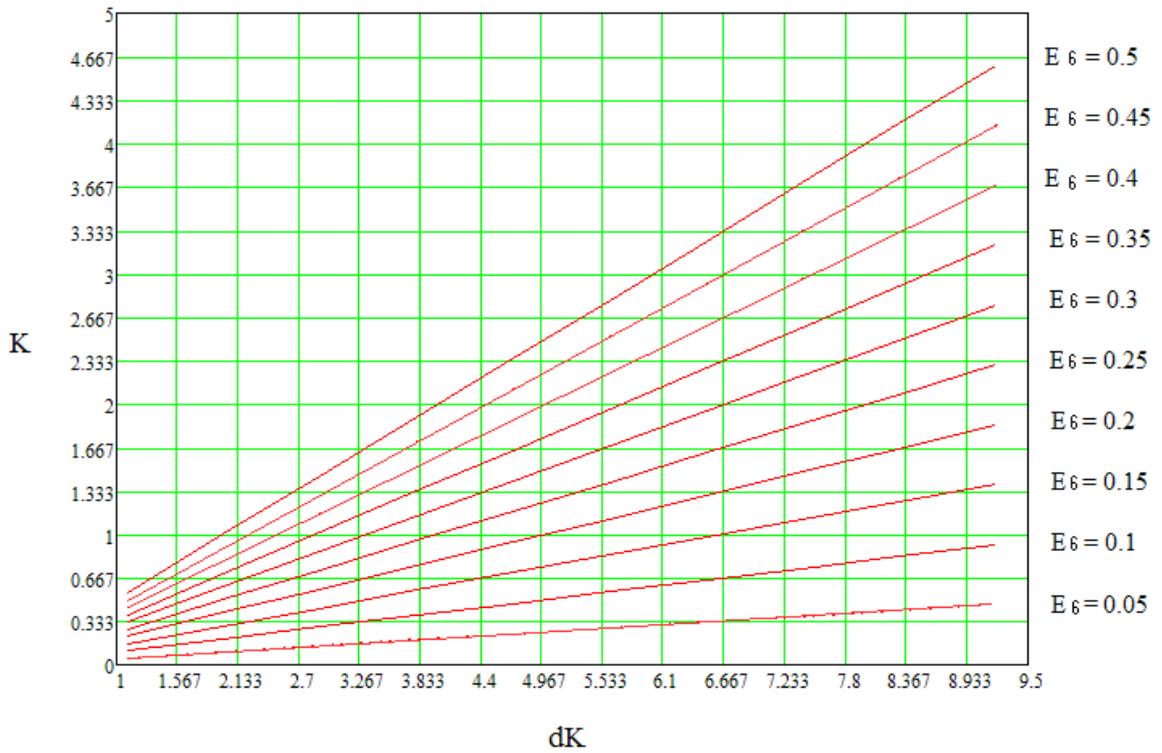


Рисунок 3.13 – Номограмма для определения  $K$  при  $0.05 < E < 0.5$

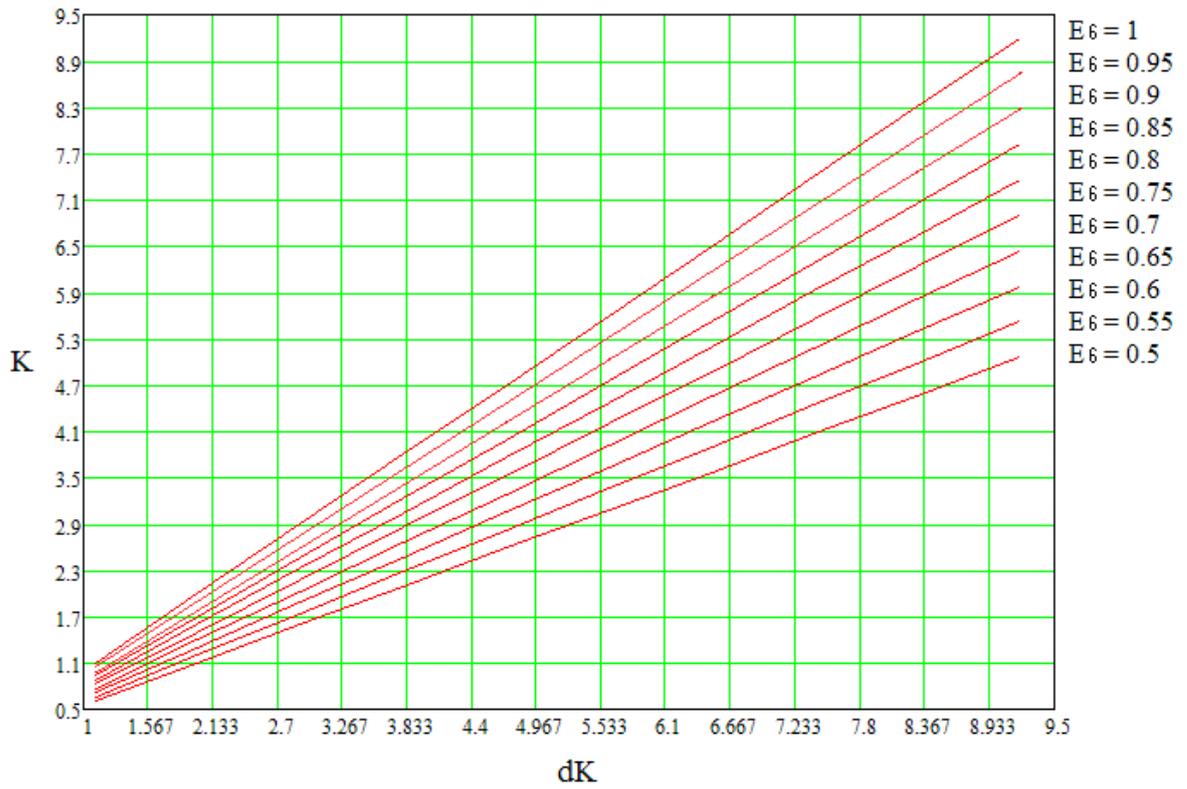


Рисунок 3.14 – Номограмма для определения  $K$  при  $0.5 < E < 1$

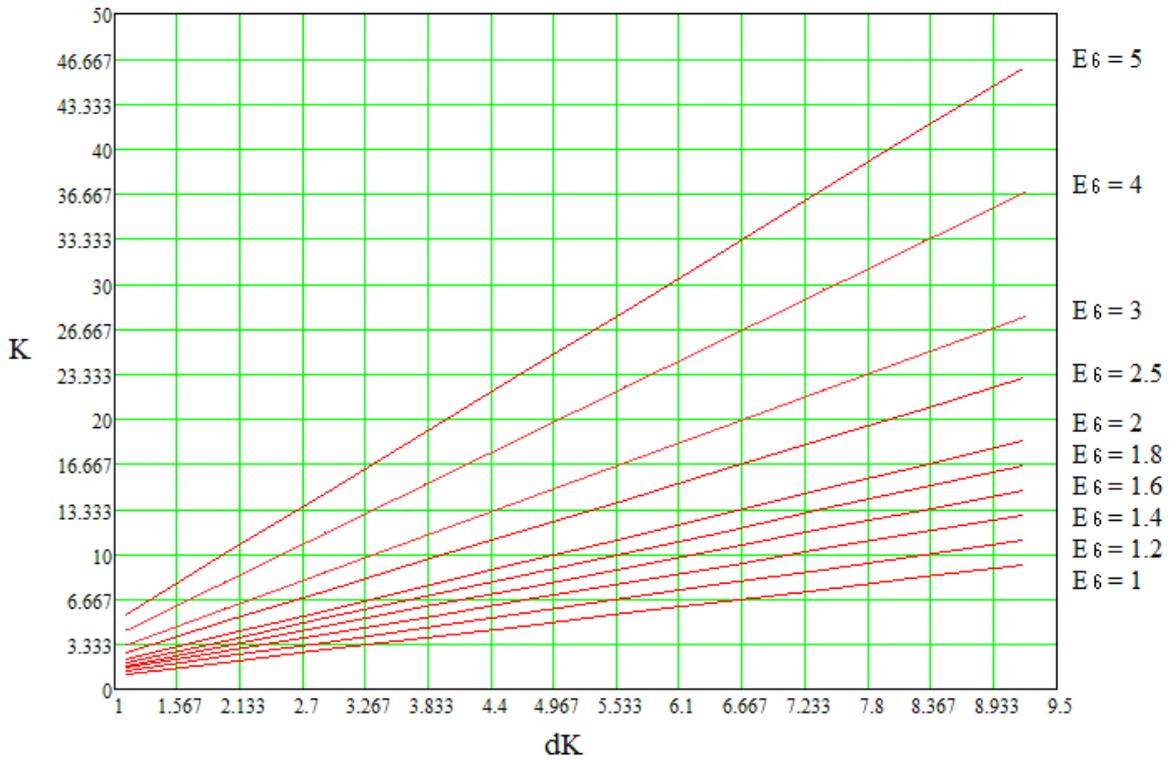


Рисунок 3.15 - Номограмма для определения  $K$  при  $1 < E < 5$

The image shows a software interface for parameter identification. The window title is "Идентификация параметров распределенной передаточной функции". It features six input fields arranged in two rows of three. The top row fields are labeled  $K$ ,  $T$ , and  $G$ . The bottom row fields are labeled  $E_6$ ,  $T_6$ , and  $n_6$ . A "Рассчитать" button is centered between the two rows, and a "Выход" button is centered below the bottom row.

Рисунок 3.16 - Форма для расчета параметров

Разработанная методика позволяет производить вывод передаточных функций для объектов управления с распределёнными параметрами, Полученная передаточная функция пространственно-апериодического звена может использоваться для анализа распределённых объектов, а также для синтеза распределённых систем управления.

### 3.3. Моделирование систем контроля с распределенными параметрами с помощью дифференциальных уравнений

При проектировании систем, обладающих распределёнными параметрами необходимо проводить анализ непрерывных физических процессов, математической моделью которых служат дифференциальные уравнения в частных производных.

Большинство таких уравнений, описывающих различные физические процессы в технических системах можно свести к трем основным типам: эллиптическому, параболическому и гиперболическому.

Каждое из приведенных уравнений описывает многочисленные физические процессы и явления самой различной физической природы. Так. уравнения эллиптического типа описывают как стационарное

распределение температуры в двумерной области, так и распределение потенциала электрического поля при заданном распределении зарядов  $\Phi$  в двумерном континууме. Помимо этого, оно описывает также напряженное состояние двумерного тела и потенциальное течение жидкой среды. Уравнения параболического типа описывают и аэродинамику движения воздуха, и нестационарное температурное поле в теле, и распределение скоростей в потоке жидкости, и передачу тепловой энергии в движущейся жидкости и др. Уравнения гиперболического типа моделируют колебания различных тел и распространение волн в пространстве и телах различной формы.

Далее в работы мы будем рассматривать процессы, которые описываются дифференциальными уравнениями параболического типа, а именно тепловые процессы. Рассмотрим пример.

**Пример.** Составим математическую модель объекта. Объект представляет собой двухслойную пластину.

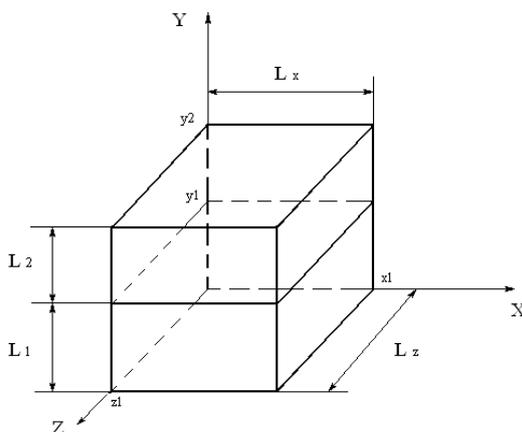


Рисунок 3.17 - Исследуемый объект

Представим дифференциальное уравнение теплопроводности.

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right]; \quad (3.33)$$

где:  $T(x, y, z, t)$  – температурное поле;

$x, y, z$  - координаты пространственные ;

$t$  - время;

$a$  - коэффициент температуропроводности материала;

Представленное дифференциальное уравнение отображает общий характер протекающего в объекте процесса. В этом случае для получения полной матмодели исследуемого объекта, соответствующей конкретной задаче, необходимо составление условий однозначности

Запишем дифференциальное уравнение теплопроводности применительно к объёму (V1) объекта, в этом случае уравнение (3.33) примет вид :

$$\frac{\partial T_1(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T_1(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_1(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right]; \quad (3.34)$$

$$x, y, z, \in V1$$

И применительно к объёму (V2) объекта

$$\frac{\partial T_2(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left[ \frac{\partial^2 T_2(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_2(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right]; \quad (3.35)$$

$$x, y, z \in V2$$

Запишем условия начальные и граничные для дифференциального уравнения зададим следующими соотношениями:

$$T_1(x, y_1, z, t) = T_2(x, y_1, z, t); \quad (3.36)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, y_1, z, t)}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, y_1, z, t)}{\partial y}; \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial T_1(x, y, z_1, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial T_1(x, y, z_0, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial T_1(x_1, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial T_1(x_0, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial T_2(x, y, z_1, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial T_2(x, y, z_0, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial T_2(x_1, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial T_2(x_0, y, z, t)}{\partial x} = 0; \quad (3.45)$$

$$T_1(x, y_0, z, t) = 100 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.46)$$

$$T_1(x, y_2, z, t) = 0 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.47)$$

Далее составим дискретную модель, используя численные методы. Применение данной методики подробно изложено в [89].

Проведём аппроксимацию составленных дифференциальных уравнений.

Зададим некоторое число точек дискретизации по оси Z равное K, по оси Y равное J, а по оси X равное I.

Введем прямоугольную сетку:

$$\{i, j, k, 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K, \Delta x, \Delta y, \Delta z\}.$$

где  $i, j, k$  - координаты узлов сетки;

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$  - шаг дискретизации по осям системы координат X, Y, Z соответственно.

Запишем дискретную модель для рассмотренного выше примера.

Для уравнения (3.33):

$$\begin{aligned}
\Delta T_1[i, j, k] &= \\
&= a_1 \Delta t \left[ \frac{T_1(i-1, j, k) - 2T_1(i, j, k) + T_1(i+1, j, k)}{\Delta x^2} + \right. \\
&+ \frac{T_1(i, j-1, k) - 2T_1(i, j, k) + T_1(i, j+1, k)}{\Delta y^2} + \\
&\left. + \frac{T_1(i, j, k-1) - 2T_1(i, j, k) + T_1(i, j, k+1)}{\Delta z^2} \right]; \tag{3.48}
\end{aligned}$$

Для уравнения (3.34):

$$\begin{aligned}
\Delta T_2[i, j, k] &= \\
&= a_2 \Delta t \left[ \frac{T_2(i-1, j, k) - 2T_2(i, j, k) + T_2(i+1, j, k)}{\Delta x^2} + \right. \\
&+ \frac{T_2(i, j-1, k) - 2T_2(i, j, k) + T_2(i, j+1, k)}{\Delta y^2} + \\
&\left. + \frac{T_2(i, j, k-1) - 2T_2(i, j, k) + T_2(i, j, k+1)}{\Delta z^2} \right]; \tag{3.49}
\end{aligned}$$

Запишем дискретный аналог для уравнения (3.17), описывающие граничные условия:

$$\lambda_1 \frac{T_1(i, j_1, k) - T_1(i, j_1 - 1, k)}{\Delta y} = \lambda_2 \frac{T_2(i, j_1 + 1, k) - T_2(i, j_1, k)}{\Delta y} \tag{3.50}$$

Для обеспечения возможности дальнейшего использования данного выражения необходимо произвести следующие преобразования:

$$\frac{\lambda_1}{\Delta y} T_1(i, j_1, k) - \frac{\lambda_1}{\Delta y} T_1(i, j_1 - 1, k) = \frac{\lambda_2}{\Delta y} T_2(i, j_1 + 1, k) - \frac{\lambda_2}{\Delta y} T_2(i, j_1, k) \tag{3.51}$$

$$\frac{\lambda_1}{\Delta y} T_1(i, j_1, k) + \frac{\lambda_2}{\Delta y} T_2(i, j_1, k) = \frac{\lambda_2}{\Delta y} T_2(i, j_1 + 1, k) + \frac{\lambda_1}{\Delta y} T_1(i, j_1 - 1, k) \tag{3.52}$$

Неразрывность тепловых полей на границе раздела двух сред в точке с координатами  $x, y_1, z$  описывается выражением (3.52). Введем новое обозначение температуры для данной точки –  $T(x, y_1, z)$ :

$$T_1(x, y_1, z) = T_2(x, y_1, z) \equiv T(i, j_1, k) \tag{3.53}$$

Используя новое обозначение, продолжим преобразование:

$$T(i, j_1, k) \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\Delta y} = \frac{1}{\Delta y} [\lambda_2 T_2(i, j_1 + 1, k) + \lambda_1 T_1(i, j_1 - 1, k)] \tag{3.54}$$

$$T(i, j, k) = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} [\lambda_2 T_2(i, j + 1, k) + \lambda_1 T_1(i, j - 1, k)] \quad (3.55)$$

Выражение (3.55) будет использоваться для вычисления температуры на границе раздела двух сред.

Для теплоизолированной поверхности:

$$\frac{\partial T_1(x_1, y, z, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{T_1(i_1, j, k) - T_1(i_1 - 1, j, k)}{\Delta x} = 0 \quad (3.57)$$

Для компьютерного моделирования специально разрабатывать специальное программное обеспечение.

### 3.5. Выводы по третьей главе

Глава посвящена рассмотрению основных методов моделирования объектов с распределенными параметрами. Рассмотрены два направления решения задач моделирования систем, характеризующихся наличием распределенных параметров. Первое направление заключается в моделировании с помощью функции Грина. Второе направления заключается в моделировании с помощью сеток.

Рассмотрена методика, позволяющая производить вывод передаточных функций распределенных объектов. С помощью данной методики в главе произведен вывод передаточной функции распределенного пространственно-апериодического звена и построены его частотные характеристики.

Была разработана методика определения параметров распределенного пространственно-апериодического звена и с помощью многочисленных численных экспериментов были получены номограммы, позволяющие производить расчет параметров звена.

## 4. СИНТЕЗ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

### 4.1. Разработка методов оценки устойчивости систем контроля и управления с распределёнными параметрами

#### 4.1.1. Обзор типовых алгоритмов управления систем с распределенными параметрами

Математическая модель распределённого регулятора определяет алгоритм управления, то есть закон преобразования сигнала рассогласования в управляющие воздействие. В системах с распределенными параметрами используют четыре основных типа алгоритмов управления.

##### *Пропорциональный алгоритм управления*

Пропорциональный алгоритм управления может быть записан с помощью следующего выражения:

$$U(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right], \quad (4.1)$$

где  $E_1$  - число заданное (общий коэффициент передачи);

$x, y$  – координаты пространственные;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1$  – коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ ):

при  $n_1 = 1$   $U(x, y, p) = -E_1 \cdot \nabla^2 \alpha(x, y, p)$ ; при  $n_1 \rightarrow \infty$

$U(x, y, p) \rightarrow E_1 \cdot \alpha(x, y, p)$ .

Передающую функцию распределенного П-регулятора, которую можно найти как отношение  $U(x, y, p)$  к  $\alpha(x, y, p)$ , запишем в следующем виде:

$$W_1(x, y) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right]. \quad (4.2)$$

Как отмечалось выше, распределенное звено, передаточная функция которого записана в виде (4.2), имеет название пространственно-усилительного.

Передаточная функция распределенного П-регулятора с применением обобщенной пространственной координаты записывается в следующем виде:

$$W_1(G, p) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (4.3)$$

### ***Интегральный алгоритм управления***

Интегральный алгоритм управления может быть записан с помощью следующего выражения:

$$U(x, y, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] \cdot \frac{1}{p}$$

Ниже записана передаточная функция распределенного И-регулятора:

$$W_4(x, y, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad (4.4)$$

где  $E_4$  – коэффициент передачи;

$n_4$  – коэффициент веса ( $n_4 \geq 1$ ).

Передаточная функция распределенного И-регулятора, составленная с применением обобщенной координаты ( $G$ ), имеет вид:

$$W_4(G, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} \cdot G \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (4.5)$$

### ***Пропорционально-интегральный алгоритм управления***

Пропорционально-интегральный алгоритм управления может быть записан с помощью следующего выражения:

$$\begin{aligned}
U(x, y, p) = & E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] + \\
& + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad (4.6)
\end{aligned}$$

из которого получаем передаточную функцию распределенного ПИ-регулятора:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p}. \quad (4.7)$$

Для ПИ-регулятора передаточная функция, записанная с применением обобщенной пространственной координаты [106, 149], может быть записана в следующем виде:

$$W(G, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad (4.8)$$

### ***Пропорционально – интегрально - дифференциальный алгоритм управления***

Пропорционально-интегрально-дифференциальный алгоритм управления может быть записан с помощью следующего выражения:

$$\begin{aligned}
U(x, y, p) = & E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] + \\
& + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] \cdot \frac{1}{p} + \\
& + E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} \cdot \alpha(x, y, p) - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \cdot \alpha(x, y, p) \right] \cdot p \quad (4.9)
\end{aligned}$$

из которого получаем выражение для передаточной функции распределенного ПИД-регулятора:

$$\begin{aligned}
W(x, y, p) = & E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + \\
& + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Запишем с помощью обобщенной пространственной координаты передаточную функцию распределённого ПИД-регулятора в следующем виде:

$$\begin{aligned}
W(G, p) = & E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{p} + \\
& + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} G \right] \cdot p
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Более подробно данный регулятор рассмотрен в [149].

#### **4.1.2. Адаптация метода расширенных частотных характеристик для проведение частотного анализ объектов с распределёнными контролируемыми параметрами**

Как уже было отмечено выше РЧХ являются выражениями для передаточной функции, в которых переменная  $p$  заменяется уравнением границы заданной колебательности:

$$p = \omega(j - m), \quad 0 \leq \omega \leq \infty.$$

Метод, с помощью которого производится анализ ССП с применением РЧХ [53] подробно рассмотрен в работах Е.Г. Дудникова.

Данный метод РЧХ базируется на двух основных требованиях к САР:

- САР должна обладать необходимым запас устойчивости;
- САР должна обеспечивать заданные показатели качества управления.

Запас устойчивости в этом методе задается степенью колебательности системы, обозначаемый буквой  $m$ . Степень колебательности, как известно, связана с показателем колебательности следующим выражением:

$$\psi = 1 - e^{-2\pi \cdot m}.$$

Ближайший к мнимой оси корень обозначим через  $p_{1,2} = -\alpha_i \pm j\omega_i$ . Степенью колебательности  $m$  называют тангенс угла  $\gamma$  между лучом  $OA$ , проведённым через ближайший к мнимой оси корень и ось ординат.

$$m = \operatorname{tg} \gamma = \frac{\alpha}{\omega}; \quad 0 < m \leq \infty$$

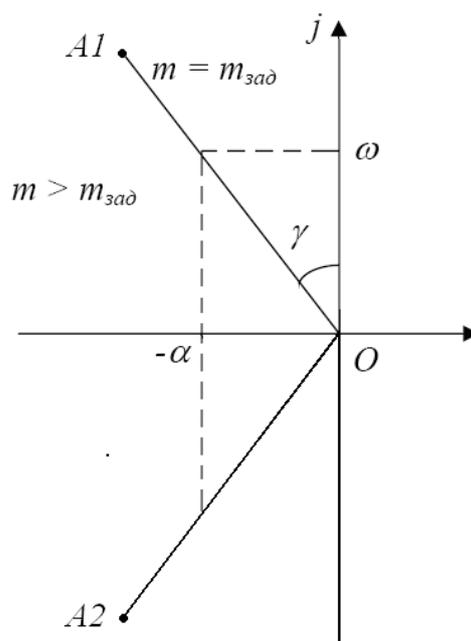


Рисунок 4.1 - Комплексно-сопряженные корни

При  $m = 0$  наблюдается незатухающие колебания, а система находится на границе устойчивости, а при  $m = \infty$  а системе наблюдается апериодический процесс.

Наиболее часто используемыми при разработках являются значения  $m = 0.221..0.336$ , соответствующие значениям  $\psi = 0,75 \div 0,9$ .

Проведем адаптацию данного метода с целью его применения для анализа и синтеза систем с распределёнными параметрами.

Разберем процесс построения РЧХ для системы управления температурой в заданных точках объекта, который изображён на рисунке.

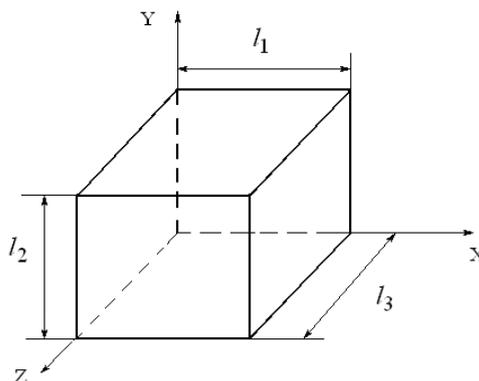


Рисунок 4.2 - Объект исследования

Математическая модель имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (4.12)$$

$$0 < x < L_x, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < z < L_z.$$

Условия граничные и начальные задаются уравнениями:

$$Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4.15)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (4.16)$$

Теплофизические и конструктивные параметры рассматриваемого объекта представлены в таблице. 4.1.

Таблица 4.1. - Параметры объекта

$L_x$	$L_y$	$L_z$	$a$	$\lambda$
0,1	0,1	0,1	0,00002	0,0243

Передаточная функция, согласно [149] и [161], для объекта записанного с помощью выражения (4.12) будет иметь вид:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{8}{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \frac{B_{k,m,n}(\cdot)}{p + a\pi^2 \left( \frac{k^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} + \frac{n^2}{l_z^2} \right)}. \quad (4.17)$$

где принято обозначение:

$$B_{k,m,n}(\cdot) = \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_z}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_z}\right).$$

При постоянных значениях  $x, y, z$  – точки контроля и  $\rho, \nu, \upsilon$  – точки воздействия источника и  $k, m, n = 1$ , проведём преобразование и в результате получим:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{K_{k,m,n}(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon)}{T_{k,m,n} p + 1} \quad (4.18)$$

где принято обозначение:

$$K_{k,m,n}(\cdot) = \frac{8l_x l_y l_z \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_z}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_z}\right)}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)};$$

$$T_{k,m,n} = \frac{l_x^2 l_y^2 l_z^2}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)}.$$

Для частотного исследования произведем замену: для ОЧХ -  $p = j\omega$ , для РЧХ -  $p = \omega(j - m)$ .

Произведем замену и получим выражения необходимые для построения частотных характеристик:

$$\text{АФХ:} \quad W(-m\omega + j\omega) = \frac{k_n}{T_n(-m\omega + j\omega) + 1} = \frac{k_n}{(1 - T_n m\omega) + jT_n \omega},$$

$$\text{АЧХ:} \quad M(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m\omega)^2 + T_n^2 \omega^2}},$$

$$\text{ФЧХ:} \quad \varphi(m, \omega) = -\arctg\left(\frac{T_n \omega}{1 - T_n m\omega}\right), \quad 0 \leq \omega \leq \frac{1}{T_n m}$$

$$\varphi_\eta(m, \omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{T_n m\omega - 1}{T_n \omega}\right) \quad \frac{1}{T_n m} < \omega$$

Выберем точку входного воздействия, точку наблюдения и, используя программный комплекс MathCAD, произведем построение частотных характеристик.

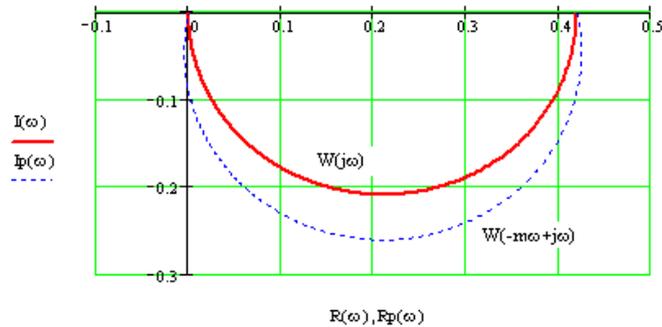


Рисунок 4.3 - Амплитудно-фазовая обычная и расширенная частотная характеристики

Также произведём расчет и построение характеристик логарифмических и фазо-частотных.

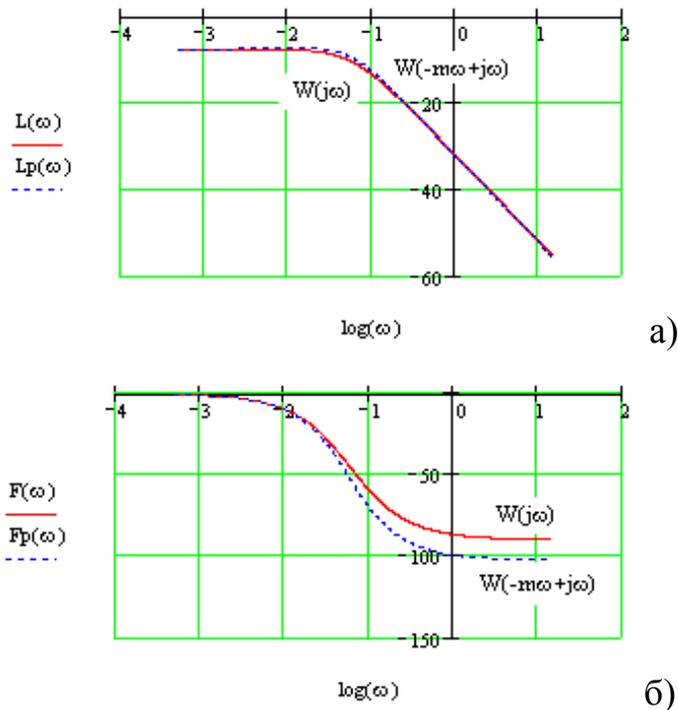
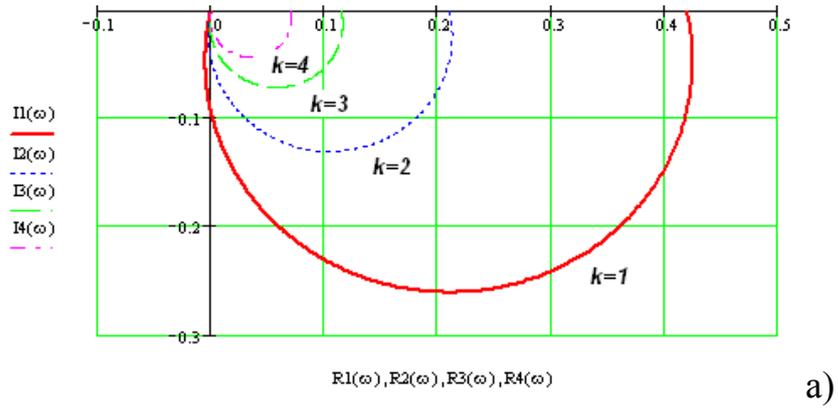
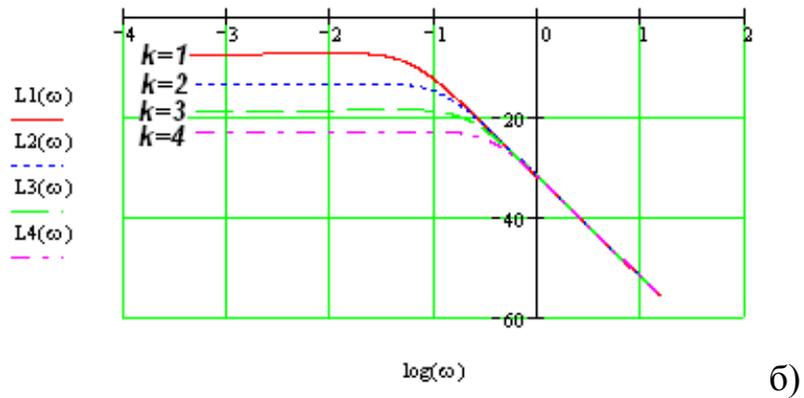


Рисунок 4.4 - Частотные характеристики: а) Логарифмическая амплитудно-частотная; б) Фазо-частотная

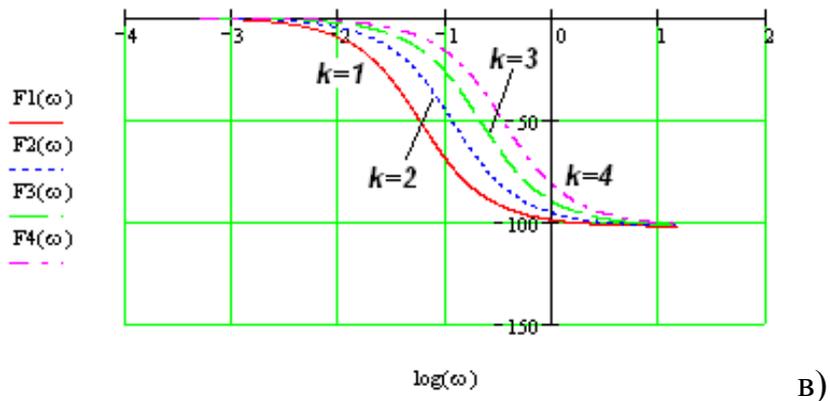
Осуществим построение РЧХ по нескольким модам входного воздействия при  $k = 1, 2, 3, 4$ .



а)



б)



в)

Рисунок 4.5 - Характеристики расширенные частотные: а) амплитудно-фазовая частотная; б) логарифмическая амплитудно-частотная; в) фазо-частотная

Разберём случай, когда входной сигнал ( $\alpha_{зад}$ ) для рассмотренного выше объекта задан в виде следующего ряда:

$$\alpha_{зад}(x, y) = \sum_{\eta, \gamma=1}^3 C_{\eta, \gamma} \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y).$$

В соответствии с условиями граничными представим входной сигнал подаваемый на объект управления  $U(x, y, \tau)$  в виде ряда Фурье [149]:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} D_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y), \quad (4.19)$$

$$\text{где } \psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}, (\eta = \overline{1, \infty}); \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}, (\gamma = \overline{1, \infty}).$$

Как следует из [149] распределённый объект с данной матмоделью и входным сигналом вида (4.19) может быть представлен передаточной функцией, которая по  $\eta, \gamma$  ( $\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$ ) моде входного воздействия при  $z = z(z < L_z)$  имеет вид:

$$W_{0, \eta, \gamma}(p) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z)}{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z)}, (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (4.20)$$

$$\text{где } \beta_{\eta, \gamma} = \left( \frac{p}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2}, (\eta, \gamma = \overline{1, \infty});$$

$$\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

$a, z, L_z$  - заданные числа.

Для частотного исследования произведем замену: для ОЧХ -  $p = j\omega$ , для РЧХ -  $p = \omega(j - m)$

Используя полученные уравнения и MathCAD, произведем нахождение частотных характеристик.

### Передаточный комплексный коэффициент для ОЧХ и РЧХ

$$\beta 0(\omega) := \sqrt{1 \cdot \frac{\omega}{a} + \pi \cdot \frac{1}{L_y} + \pi \cdot \frac{1}{L_x}}$$

$$\beta 1(\omega) := \sqrt{(1 - m) \cdot \frac{\omega}{a} + \pi \cdot \frac{1}{L_y} + \pi \cdot \frac{1}{L_x}}$$

$$W0(\omega) := \frac{\exp(\beta 0(\omega) \cdot 0.25) + \exp(-\beta 0(\omega) \cdot 0.25)}{\exp(\beta 0(\omega) \cdot L_z) + \exp(-\beta 0(\omega) \cdot L_z)} \quad R0(\omega) := \operatorname{Re}(W0(\omega)) \quad I0(\omega) := \operatorname{Im}(W0(\omega))$$

$$W1(\omega) := \frac{\exp(\beta 1(\omega) \cdot 0.25) + \exp(-\beta 1(\omega) \cdot 0.25)}{\exp(\beta 1(\omega) \cdot L_z) + \exp(-\beta 1(\omega) \cdot L_z)} \quad R1(\omega) := \operatorname{Re}(W1(\omega)) \quad I1(\omega) := \operatorname{Im}(W1(\omega))$$

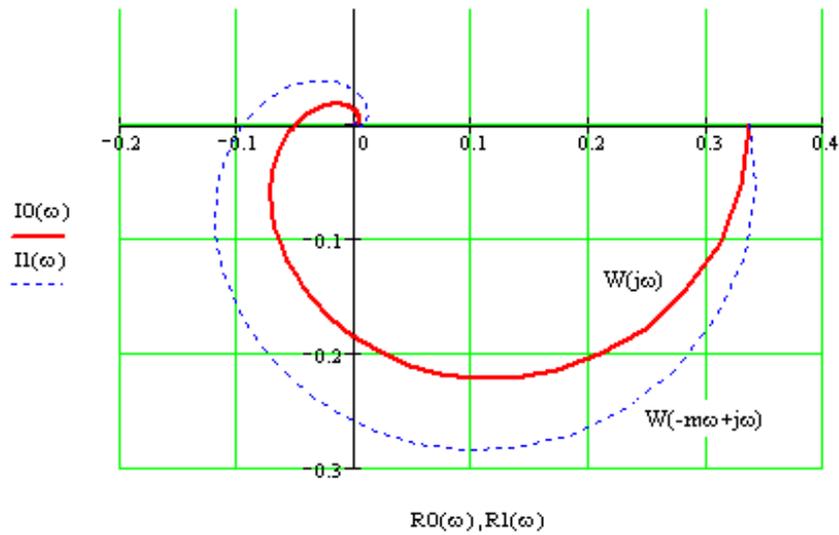


Рисунок 4.6 - Амплитудно-фазовая обычная и расширенная частотная характеристики

Применяя разработанные выражения и математический пакет MathCAD, осуществим построение РЧХ по некоторым модам входного сигнала  $\eta = 1, 2, 3, 4, 70, 80, 90, 100$ .

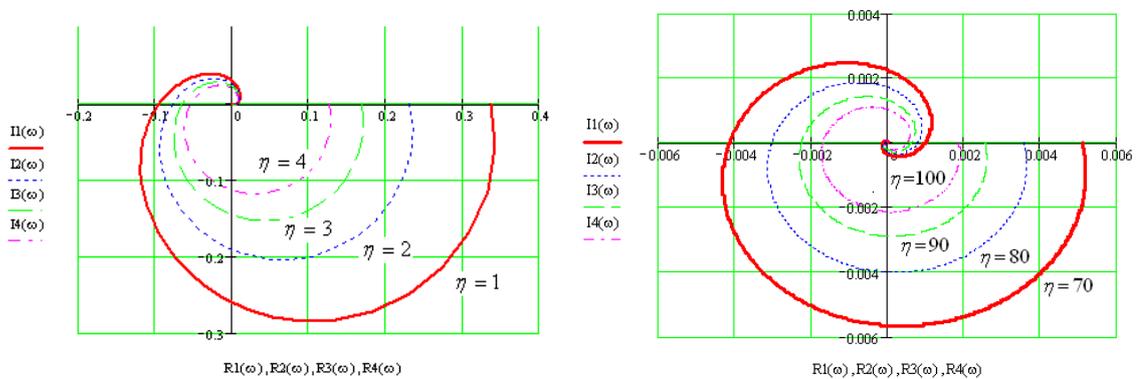


Рисунок 4.7 - Расширенная амплитудно-фазовая частотная характеристика

Осуществим построение РЧХ по  $\eta = 500, 1000, 2000, 4000, 10000$  модам входного сигнала.

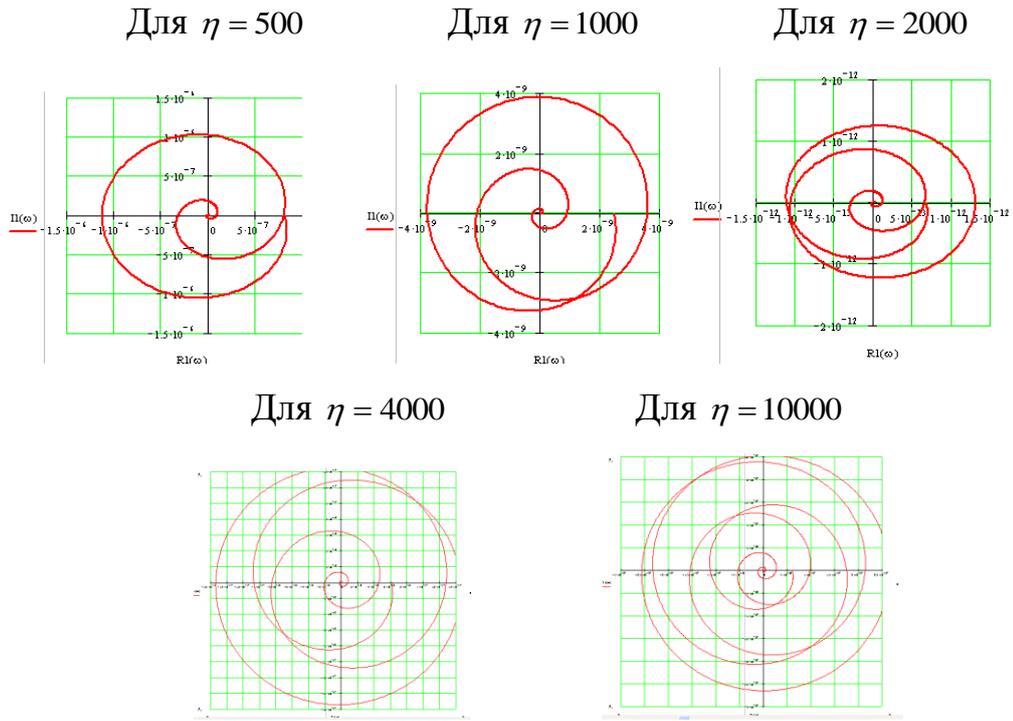


Рисунок 4.8. - Расширенная амплитудно-фазовая частотная характеристика

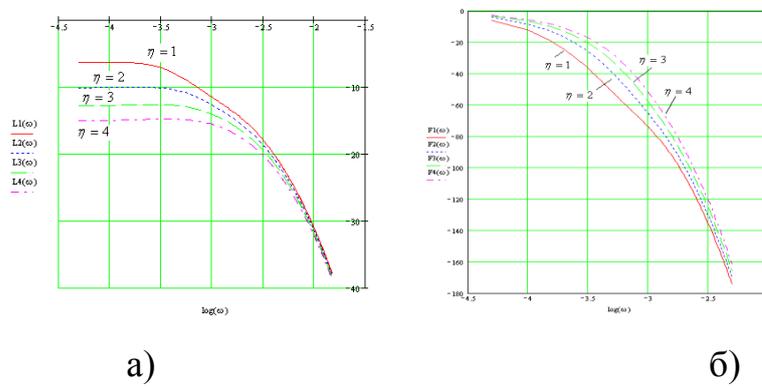


Рисунок 4.9 - Расширенные частотные характеристики: а) логарифмическая амплитудно-частотная характеристика; б) фазо-частотная характеристика

Запишем передаточную функцию (4.20) с применением обобщенной координаты  $G$ , тогда ПФ приобретет вид:

$$W_0(G, p) = \frac{\exp(\beta(G) \cdot z^*) + \exp(-\beta(G) \cdot z^*)}{\exp(\beta(G) \cdot L_z) + \exp(-\beta(G) \cdot L_z)}, \quad G_H \leq G \leq \infty, \quad (4.21)$$

$$\text{где } \beta(G) = \left(G + \frac{p}{a}\right)^{1/2}, \quad G_H = \tilde{G}_H = \psi_\eta^2 + \tilde{\varphi}_\eta^2.$$

Для частотного исследования объекта в (4.21) произведем замену  $p = \omega(j - m)$ . При изменении  $G$  от некоторого значения  $G_H$ , до  $\infty$ , а частоты  $\omega$  от нуля до бесконечности, вектор  $W(G, j\omega, m)$  в пространстве  $\text{Re}(W)$ ,  $\text{Im}(W)$  на комплексной плоскости,  $G$  опишет поверхность, которой дадим название расширенный пространственный годограф (РПГ) (см. рис. 4.10).

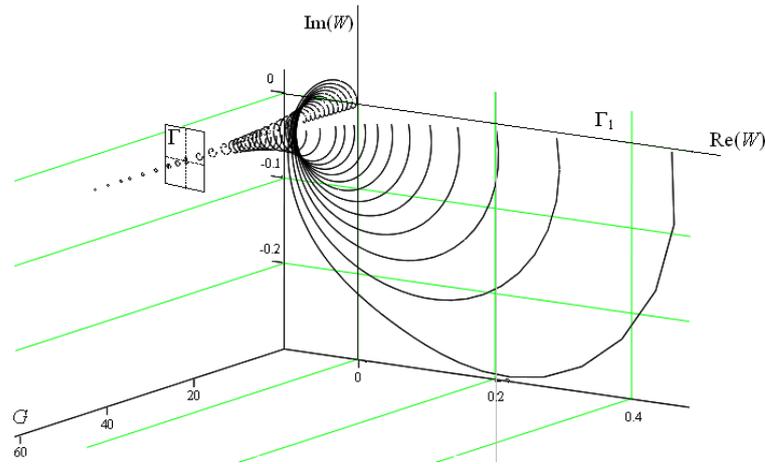


Рисунок 4.10 - Пространственный годограф

Для нахождения частотной характеристики объекта, по заданной \* \* \* пространственной гармонической составляющей входного сигнала, необходимо рассечь пространственный годограф плоскостью  $\Gamma$ , параллельной плоскости  $\Gamma_1$  и проходящей через точку с координатами:

$$\text{Re}(W)=0, \quad \text{Im}(W)=0, \quad G = \tilde{G}^{* * *}(\eta, \gamma, \xi).$$

След пересечения плоскости  $\Gamma$  и расширенного пространственного годографа будет представлять искомую расширенную частотную характеристику.

Расширенный пространственный годограф для исследуемого, и рассмотренного выше, объекта представлен на рис.4.11.

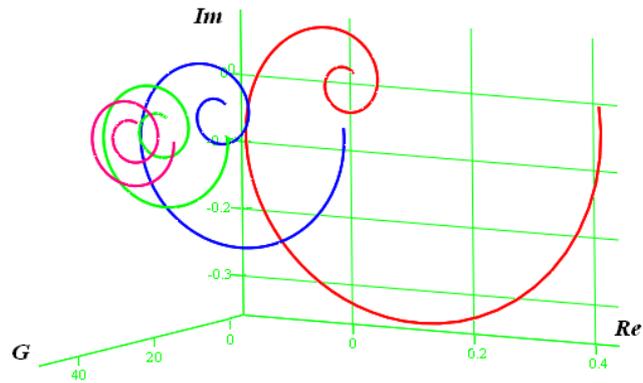


Рисунок 4.11 - РПГ распределенного объекта управления.

Решая практические задачи, требуется выбирать некоторое количество значений обобщенной координаты  $G_i$ , для которых (см. рис. 4.12,а и рис 4.12,б) строим ЛАЧХ и ФЧХ.

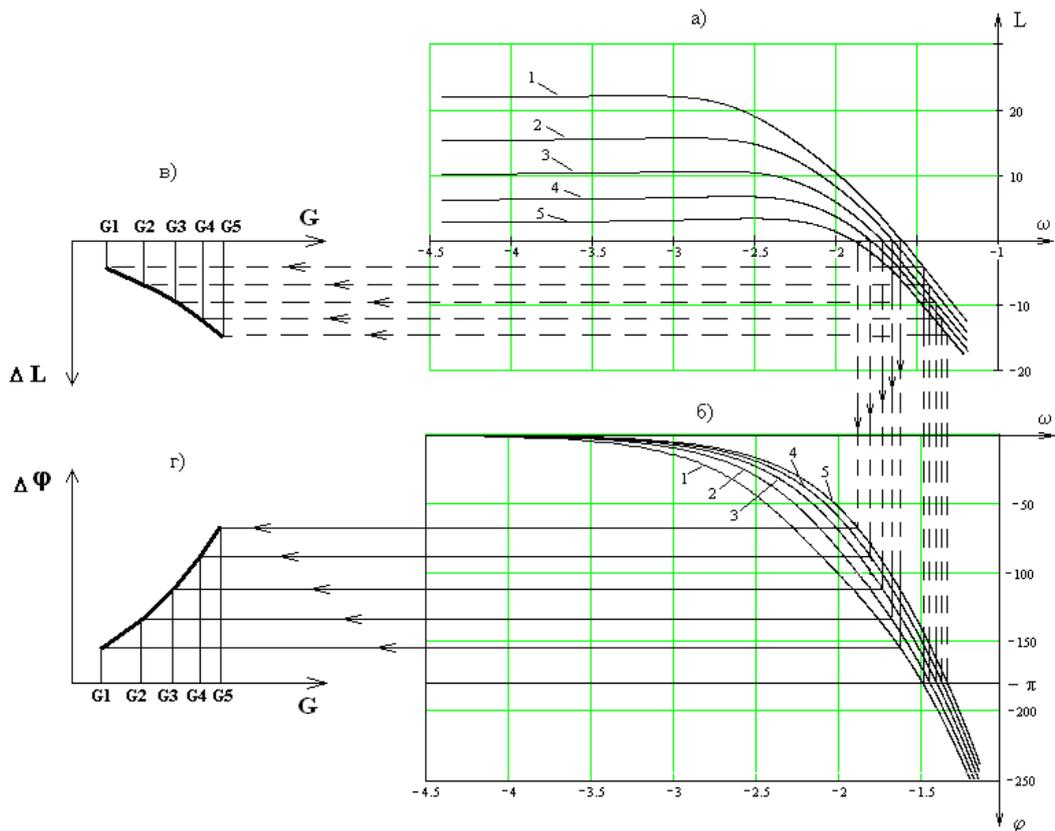


Рисунок 4.12 - Частотные характеристики

Для всех частотных характеристик  $G_i$  можно рассчитать запасы устойчивости по модулю и по фазе аналогично тому, как это делается для ССП и построить графики запасов устойчивости по модулю (рис. 4.12,в) и по фазе (рис. 4.12,г).

Данная методика дает возможность находить расширенные частотные характеристики объектов управления с распределёнными параметрами, математические модели которых представлены различными передаточными функциями. Найденные расширенные частотные характеристики могут применяться для проведения анализа объектов на предмет оценки запаса устойчивости.

Полученные с помощью разработанной методики расширенные частотные характеристики дают возможность производить расчет настроек регуляторов, реализующих различные алгоритмы управления. При этом таким образом, что бы соблюдалось расположение всех корней характеристического полинома замкнутой системы внутри сектора, определяемого требуемой степенью колебательности  $m$ , а, следовательно, и требуемой степенью затухания.

#### **4.1.3. Разработка методик определения области устойчивости систем с распределенными контролируемыми параметрами методом обычных частотных характеристик**

##### **4.1.3.1. Определение области устойчивости распределенных систем контроля и управления с распределенным ПИ-регулятором**

При синтезе распределенных систем управления, регуляторы могут обладать несколькими настройками, каждая из этих настроек может изменяться в широком диапазоне. И здесь требуется отметить, что при заданных значениях настроек регулятор будет осуществлять управление объектом в соответствии с заданными требованиями к технологическому процессу, при других значениях настроек может привести к неустойчивому режиму.

В связи с этим ставится следующая задача, во-первых, необходимо определить настройки регулятора, соответствующие устойчивому состоянию системы, и, во-вторых, выбрать из них наиболее оптимальные.

Для расчета настроек регуляторов, реализующих типовые законы управления сформулирован ряд математических методов, среди которых можно выделить такие как:

- метод D-разбиения,
- формульный метод,
- метод сканирования плоскости настроек.

Рассмотрим возможность применения метода D-разбиения для расчета настроек распределенных регуляторов. Метод D-разбиения заключается в нахождении области, располагающейся в пространстве возможных параметров настроек требуемого регулятора, которые либо соответствуют области устойчивости, либо заданному показателю качества [167]. График D-разбиения является границей устойчивости в пространстве настроек и в связи с этим строится с применением какого-либо критерия устойчивости.

Определим область устойчивости системы управления, обладающую распределённостью параметров, с применением критерия Михайлова на примере системы управления тепловыми полями в контрольных точках объекта с распределенным ПИ-регулятором. Структурная схема системы управления показана на рис. 4.17. Матмодель объекта задана уравнениями (4.12)-(4.16)

Передаточная функция рассматриваемого регулятора имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} \quad (4.22)$$

где  $n_1$  – коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ );

$E_1$  - коэффициент передачи.

$E_4$  - коэффициент усиления;

$n_4$  – коэффициент веса ( $n_4 \geq 1$ ).

$\nabla^2$  - лапласиан.

Передаточная функция регулятора, записанная с применением обобщенной координаты [106, 149], выглядит следующим образом:

$$W(G, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{p}, \quad (4.23)$$

где  $G = \Psi_\eta + \bar{\Psi}_\gamma$  - обобщенная пространственная координата.

Для объектов управления, матмодель которого задана системой дифференциальных уравнений в частных производных, передаточные функции могут быть представлены в виде множества передаточных функций, записанных по каждой пространственной моде. Из материалов, представленных в [149] известно, что для распределённых объектов управления, в которых реализуется тепловой процесс, передаточные функции по каждой моде входного сигнала могут быть заменены передаточными функциями такими как:

$$W_\eta(p) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.24)$$

Численные значения параметров передаточной функции  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  определяем в процессе моделирования, сформировав входной сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(p) \sin(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (4.25)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega \tau}; \quad \Psi_\eta = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \bar{\Psi}_\gamma = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

При нахождении данных параметров для  $\eta=1,3$  принимались во внимание динамические свойства теплового процесса протекающего внутри объекта.

В процессе моделирования находим численные значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ .

Искомые значения равны:

$$K_1 = 0,6; \quad T_1 = 55; \quad \tau_1 = 7;$$

$$K_3 = 0,4; \quad T_3 = 52 \quad \tau_3 = 7.$$

Запишем характеристическое выражение замкнутой системы:

$$\begin{aligned} D_\eta(G, p) &= \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) K_\eta e^{-\tau_\eta \cdot p} + p(T_\eta p + 1) = \\ &= T_\eta p^2 + p + \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) K_\eta e^{-\tau_\eta \cdot p} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Произведем подстановку  $p = j\omega$ , это дает следующий результат:

$$\begin{aligned} D_\eta(G, j\omega) &= -T_\eta \omega^2 + j\omega + K_\eta \left( jE_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] \omega + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) \times \\ &\times (\cos \tau_\eta \omega - j \sin \tau_\eta \omega) = \\ &= -T_\eta \omega^2 + j\omega + jK_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \cos \tau_\eta \omega + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \sin \tau_\eta \omega + \\ &+ K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \cos \tau_\eta \omega - jK_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \sin \tau_\eta \omega = \operatorname{Re}_D + \operatorname{Im}_D \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\text{где } \operatorname{Re}_D = -T_\eta \omega^2 + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \sin \tau_\eta \omega + K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \cos \tau_\eta \omega$$

$$\operatorname{Im}_D = \omega + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \cos \tau_\eta \omega - K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \sin \tau_\eta \omega$$

Полученные два уравнения приравняем к нулю и получаем систему двух уравнений. Решим систему относительно коэффициентов передачи  $E_1$  и  $E_4$  в результате получаем:

$$\begin{aligned} E_4 &= \frac{(\omega \sin \tau_\eta \omega + T_\eta \omega^2 \cos \tau_\eta \omega) n_4}{K_\eta (n_4 - 1 + G)} \\ E_1 &= \frac{(T_\eta \omega \sin \tau_\eta \omega - \cos \tau_\eta \omega) n_1}{K_\eta (n_1 - 1 + G)} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Изменяя частоту  $\omega$  от нуля до бесконечности, по полученным выражениям (4.28) в пространстве  $E_1$  и  $E_4$  строится линия равного затухания (ЛРЗ). Полученная ЛРЗ определяет область устойчивости.

Рассмотрим случай, когда коэффициенты веса имеют значения  $n_1 = 100$ ,  $n_4 = 100$ . Найдем значения обобщенной пространственной координаты при  $\eta, \gamma = 1$  и  $\eta, \gamma = 3$ , получаем  $G_1 = 12.56$  и  $G_3 = 37.68$ . Применяя MathCAD, построим кривую D-разбиения.

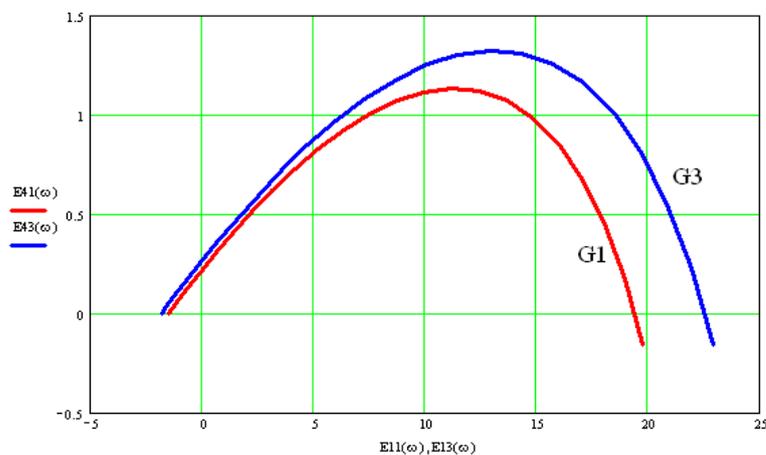


Рисунок 4.13 - Кривая D-разбиения

Рассмотрим случай, когда коэффициенты веса имеют значения  $n_1 = 10$ ,  $n_4 = 10$ ,  $n_1 = 100$ ,  $n_4 = 100$ ,  $n_1 = 1000$ ,  $n_4 = 1000$ ,  $n_1 = 10000$ ,  $n_4 = 10000$  и  $n_1 = 100000$ ,  $n_4 = 100000$ . Произведем вычисления при значении обобщенной координаты  $G_1 = 12.56$  и  $\eta, \gamma = 1$ . Применяя MathCAD, построим кривую D-разбиения.

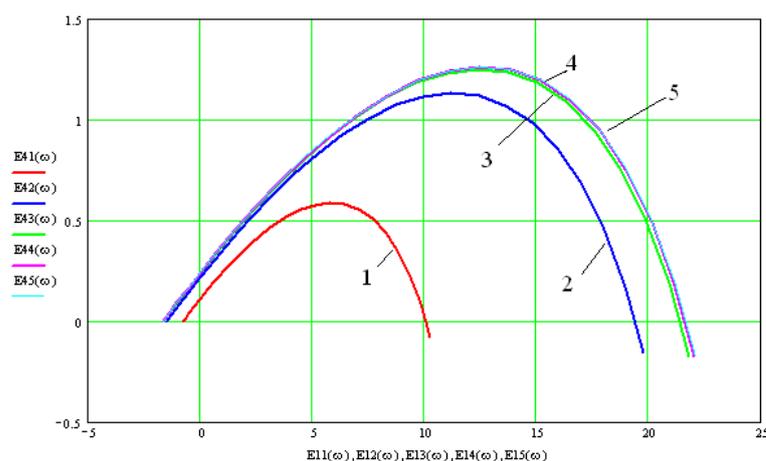


Рисунок 4.14 - Кривая D-разбиения

где: 1 -  $n_1 = 10$ ,  $n_4 = 10$ ; 2 -  $n_1 = 100$ ,  $n_4 = 100$ ; 3 -  $n_1 = 1000$ ,  $n_4 = 1000$ ; 4 -

$n_1 = 10000$ ,  $n_4 = 10000$ ; 5 -  $n_1 = 100000$ ,  $n_4 = 100000$

Как мы видим графики с номерами 4 и 5 совпали. Расчеты показали, что область устойчивости исследуемой системы, очерчиваемая графиком D-разбиения и положительными полуосями, плоскости определения настроек, начиная, со значениями  $n_1 = 2300$ ,  $n_4 = 2300$  не претерпевает изменений. Исследования проводились с различными распределенными системами. Исследования показали, что каждая изучаемая система обладает некоторыми критическими коэффициентами веса, при превышении которых кривые D-разбиения перестают изменяться.

Отсюда делаем вывод, что после достижения критического значения коэффициенты веса не влияют на границы области устойчивости системы управления с распределенными параметрами.

По итогам моделирования распределенной системы управления можно сделать вывод, что значения коэффициентов передачи  $E_1$  и  $E_4$  синтезируемого регулятора, находящиеся на графике D-разбиения дают колебания с постоянной амплитудой, а коэффициенты передачи расположенные внутри области устойчивости дают затухающие колебания.

Полученная методика дает возможность определять области устойчивости изучаемых распределенных систем. А знание области устойчивости исследуемой системы, в свою очередь, позволяет находить область поиска настроек, в случае с распределенным ПИ-регулятором, значений коэффициентов передачи  $E_1$  и  $E_4$ . Процесс нахождения настроек может осуществляться путем сканирования области устойчивости.

#### **4.1.3.2. Нахождение области устойчивости распределенных систем контроля и управления с распределенным ПИД-регулятором**

Найдем область устойчивости системы управления с распределенными параметрами применяя критерий Михайлова. Для этого

рассмотрим пример с системой управления температурным полем объекта имеющей распределенный регулятор, реализующим ПИД закон управления. На рис. 4.17 показана структурная схема системы. Матмодель задана уравнениями (4.12) - (4.16)

Передаточная функция регулятора [149]:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p$$

где  $n_1$  – коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ );

$E_1$  - коэффициент передачи пространственно-усилительного звена;

$E_4$  - коэффициент передачи пространственно-интегрирующего звена;

$n_4$  – коэффициент веса ( $n_4 \geq 1$ );

$E_2$  - общий коэффициент передачи пространственно-дифференцирующего звена;

$n_2$  – коэффициент веса ( $n_2 \geq 1$ ).

$\nabla^2$  - лапласиан.

Передаточная функция регулятора, записанная с применением обобщенной пространственной координаты, может быть записана в следующем виде:

$$W(G, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} G \right] \cdot p \quad (4.29)$$

$$0 \leq G \leq \infty.$$

где  $G = \Psi_\eta + \bar{\Psi}_\gamma$  - обобщенная координата.

Рассмотрим тепловой объект управления. Матмодель исследуемого объекта может быть записана с помощью дифференциальных уравнений в частных производных. Для данных объектов исследования передаточные функции могут быть аппроксимированы передаточными функциями вида:

$$W_{\eta}(p) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta} \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{\eta} \cdot p}, \quad (\eta=1,2,\dots) \quad (4.30)$$

Параметры  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(p) \text{Sin}(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \text{Sin}(\overline{\Psi}_{\gamma} \cdot y) \quad (4.31)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega \tau}; \quad \Psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \overline{\Psi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

При нахождении данных параметров для  $\eta=1,3$  принимались во внимание динамические свойства теплового процесса протекающего внутри объекта. В результате моделирования находим значения параметров.

Искомые значения равны:

$$K_1 = 0,6; \quad T_1 = 55; \quad \tau_1 = 7;$$

$$K_3 = 0,4; \quad T_3 = 52 \quad \tau_3 = 7.$$

Запишем характеристическое выражение замкнутой системы:

$$\begin{aligned} D_{\eta}(G, p) &= \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} G \right] p^2 \right) K_{\eta} e^{-\tau_{\eta} \cdot p} + p(T_{\eta} p + 1) = \\ &= T_{\eta} p^2 + p + \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} G \right] p^2 \right) K_{\eta} e^{-\tau_{\eta} \cdot p} \quad (4.32) \end{aligned}$$

Подставим  $p = j\omega$  и получим:

$$\begin{aligned} D_{\eta}(G, j\omega) &= -T_{\eta} \omega^2 + j\omega + K_{\eta} \left( j\omega E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] - E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} G \right] \omega^2 \right) \times \\ &\times (\text{Cos } \tau_{\eta} \omega - j \text{Sin } \tau_{\eta} \omega) = \\ &= -T_{\eta} \omega^2 + j\omega + jK_{\eta} E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \text{Cos } \tau_{\eta} \omega + K_{\eta} E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \text{Sin } \tau_{\eta} \omega + \\ &+ K_{\eta} E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \text{Cos } \tau_{\eta} \omega - jK_{\eta} E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \text{Sin } \tau_{\eta} \omega - K_{\eta} E_2 \frac{n_2 - 1 + G}{n_2} \omega^2 \text{Cos } \tau_{\eta} \omega + \quad (4.33) \\ &+ jK_{\eta} E_2 \frac{n_2 - 1 + G}{n_2} \omega^2 \text{Sin } \tau_{\eta} \omega = \text{Re}_D + \text{Im}_D \end{aligned}$$

где :

$$\operatorname{Re}_D = -T_\eta \omega^2 + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \sin \tau_\eta \omega + K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \cos \tau_\eta \omega - K_\eta E_2 \frac{n_2 - 1 + G}{n_2} \omega^2 \cos \tau_\eta \omega$$

$$\operatorname{Im}_D = \omega + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega \cos \tau_\eta \omega - K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \sin \tau_\eta \omega + K_\eta E_2 \frac{n_2 - 1 + G}{n_2} \omega^2 \sin \tau_\eta \omega$$

Полученные выражения приравняем к нулю и получаем систему уравнений.

Полученную систему решаем относительно коэффициентов передачи  $E_1$  и  $E_4$  и получаем следующий результат:

$$E_4 = \frac{(\omega \sin \tau_\eta \omega + T_\eta \omega^2 \cos \tau_\eta \omega + K_\eta E_2 \frac{n_2 - 1 + G}{n_2} \omega^2) n_4}{K_\eta (n_4 - 1 + G)}$$

$$E_1 = \frac{(T_\eta \omega \sin \tau_\eta \omega - \cos \tau_\eta \omega) n_1}{K_\eta (n_1 - 1 + G)} \quad (4.34)$$

Для нахождения решения изменяем частоту  $\omega$  от нуля до бесконечности, при заданном значении  $E_2 = 5$ . Далее по полученным выражениям (4.34) в пространстве  $E_1$  и  $E_4$  строится ЛРЗ, которая определяет область устойчивости.

Исследуем случай при значениях коэффициентов веса  $n_1 = 100$ ,  $n_4 = 100$ ,  $n_2 = 100$ . Найдем значения обобщенной пространственной координаты при значениях  $\eta, \gamma = 1$  и  $\eta, \gamma = 3$ , получаем  $G_1 = 12.56$  и  $G_3 = 37.68$ . Воспользуемся MathCAD и произведем построение распределенного графика D-разбиения.

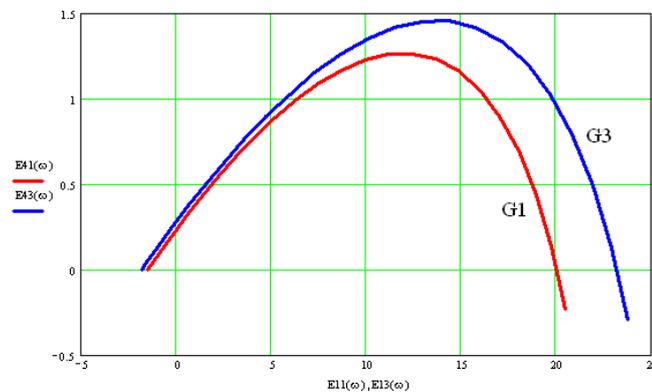


Рисунок 4.15 - Распределенный график D-разбиения

Построим семейство кривых графиков D-разбиения. Для этого, изменяя значение коэффициента передачи пространственно-дифференцирующего звена, произведем процедуру расчетов описанную выше.

Примем следующие значения коэффициента усиления:  $E_2 = 0$ ,  $E_2 = 3$ ,  $E_2 = 5$ ,  $E_2 = 7$ ,  $E_2 = 10$ .

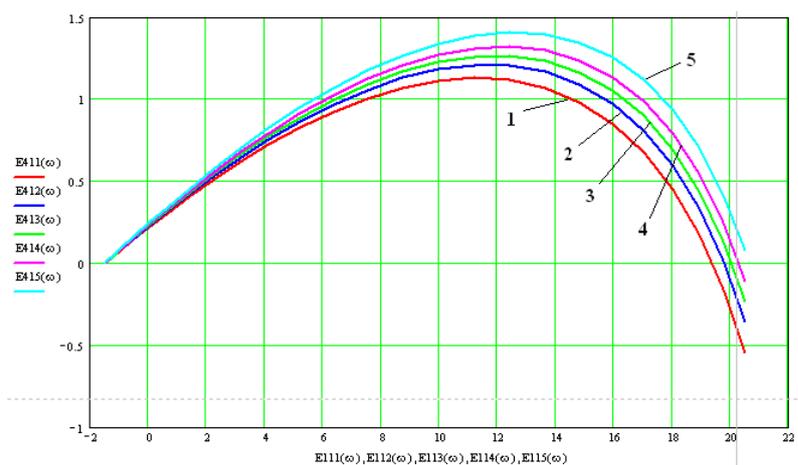


Рисунок. 4.16 - Кривая D-разбиения

где 1-  $E_2 = 0$ ; 2-  $E_2 = 3$ ; 3-  $E_2 = 5$ ; 4-  $E_2 = 7$ ; 5-  $E_2 = 10$ .

Полученная методика дает возможность производить нахождение области устойчивости исследуемых распределенных систем. Знание данной области для рассматриваемой системы дает возможность сузить область поиска настроек. Поиск коэффициентов передачи может осуществляться путем сканирования только области устойчивости.

#### 4.1.4. Разработка метода анализа систем с распределёнными параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности

На примере системы управления температурным полем (рис. 4.17) рассмотрим процесс определения запасов устойчивости по показателю колебательности.

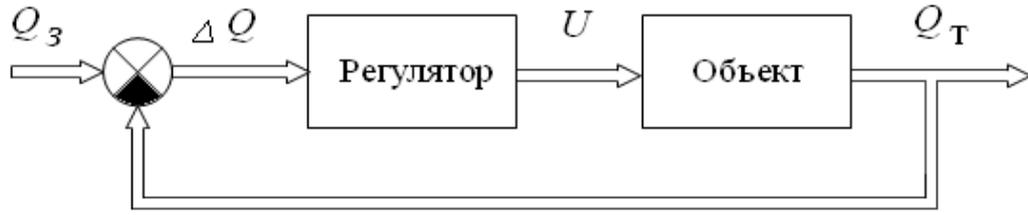


Рисунок 4.17 - Структурная схема системы управления

Матмодель задана уравнениями (4.12)-(4.16)

Входной сигнал ( $\alpha_{зад}$ ) задан в виде следующего ряда:

$$\alpha_{зад}(x, y) = \sum_{\eta, \gamma=1}^3 C_{\eta, \gamma} \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y).$$

В соответствии с условиями граничными запишем входное воздействие на объект управления  $U(x, y, \tau)$  в виде ряда Фурье:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} D_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y), \quad (4.35)$$

$$\text{где } \psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}, \quad (\eta = \overline{1, \infty}); \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}, \quad (\gamma = \overline{1, \infty}).$$

Распределённый объект с такой матмоделью и входным сигналом вида (4.35) может быть описан передаточной функцией, которая по  $\eta, \gamma$  ( $\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$ ) моде входного воздействия при  $z = z^* z^*$  ( $z < L_z$ ) имеет вид:

$$W_{0, \eta, \gamma}(p) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*)}{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot L_z)}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}), \quad (4.36)$$

$$\text{где } \beta_{\eta, \gamma} = \left( \frac{p}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty});$$

$$\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \tilde{\varphi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

Регулятор реализует пропорциональный алгоритм управления. Данный регулятор представляет собой *распределённое пространственно-усилительное звено*, передаточная функция которого можно записать в виде:

$$W_1(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right]. \quad (4.37)$$

где  $E_1$  - коэффициент передачи;

$n_1$  - коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ ).

Необходимо провести расчеты, для этого примем значение коэффициента веса  $n_1 \rightarrow \infty$ , и зададимся значением коэффициента передачи  $E_1 = 2.7$ .

Проводя частотный анализ, произведем построение расширенных частотных характеристики системы, для этого произведем замену  $p = \omega(j - m)$ .

Применяя полученные уравнения и математический пакет MathCAD, произведем построение расширенных АФХ разомкнутой системы по  $\eta = 1, 2, 3, 4$  модам входного сигнала и произведём вычисления запаса устойчивости.

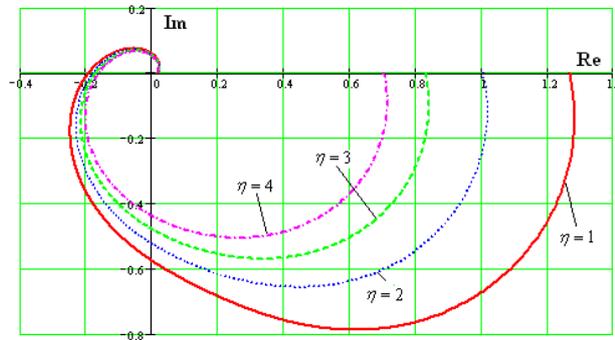


Рисунок 4.18 - РАФХ не замкнутой системы управления

Показатель колебательности является параметром, который объединяет запас устойчивости по модулю и запас устойчивости по фазе. Значение максимума амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы позволяет определить степень близости замкнутой системы к границе устойчивости.

Показатель колебательности  $M$  характеризует величину максимума модуля частотной передаточной функции замкнутой системы (на частоте резонанса) и, тем самым, характеризует колебательные свойства системы.

Если задан показатель колебательности, то задан запас устойчивости, выражающийся геометрически в задании на плоскости РАФХ разомкнутой системы  $M$ -окружности радиусом  $r = \frac{M}{M^2 - 1}$ , с центром на отрицательной

вещественной полуоси на расстоянии  $R = \frac{M^2}{M^2 - 1}$ , которую не должна пересекать амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы.

При оценке запаса устойчивости по показателю колебательности  $M$  строится РАФХ разомкнутой системы и  $M$ -окружность радиуса  $r = \frac{M}{M^2 - 1}$  с центром в точке  $\left(-\frac{M^2}{M^2 - 1}, j0\right)$ .

Используя полученные выражения, произведем расчеты показателей колебательности  $M_\eta$  разомкнутой системы, построение РАФХ и  $M$ -окружности по каждой составляющей входного воздействия.

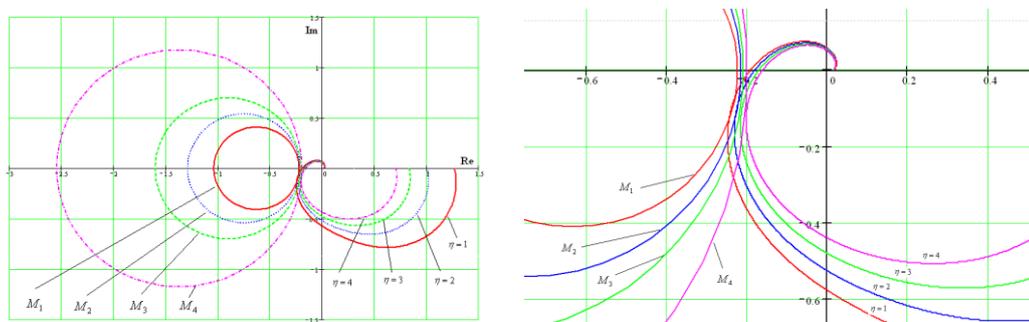


Рисунок 4.19 -  $M_\eta$ -окружности, расширенные амплитудно-фазовые частотные характеристики и точки их соприкосновения

В результате получаем численные значения показателей колебательности  $M_\eta$ , которыми обладает разомкнутой системы по каждой составляющей входного воздействия:

$$M_1 = 1.55, \quad M_2 = 1.4, \quad M_3 = 1.28, \quad M_4 = 1.17.$$

Рассмотрим случай, когда показатель колебательности задан на этапе расчета настроек распределённого регулятора.

Одним из показателей качества переходного процесса является степень колебательности  $m$  и показатель колебательности  $M$ . Эти два параметра связаны между собой выражением:

$$M = \frac{m^2 + 1}{2 \cdot m}. \quad (4.38)$$

Из курса ТАУ известно, что рекомендуется использовать процессы с заданной степенью затухания равной  $\psi = 0,75 \div 0,9$ . Наиболее часто используемыми являются значения, лежащие в пределах  $m = 0,221 \dots 0,336$ . Они соответствуют значениям  $\psi = 0,75 \div 0,9$ .

Воспользуемся заданными значениями степени колебательности процесса и математический пакет MathCAD, осуществим расчёты. В результате получим значения:  $M = 1.656 \dots 2.373$ . Выберем несколько значений, находящихся в данном пределе. Найденные в результате расчетов  $M$ -окружности для различных значений показателя колебательности и расширенные АФЧХ объекта изображены на рис. 4.20.

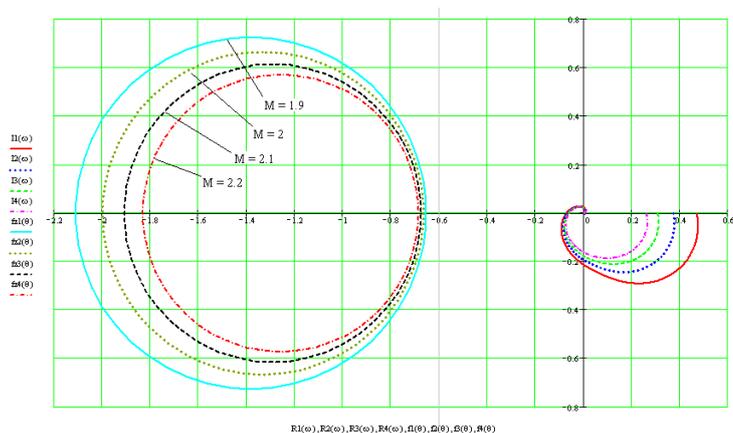


Рисунок 4.20 -  $M$ -окружности и РАФЧХ

Полученные графики показывают, что система имеет запас устойчивости выше заданного, если РАФХ разомкнутой системы не заходит внутрь этой окружности. Если РАФХ соприкасаются с окружностью, то замкнутая система имеет заданный запас устойчивости.

Передаточную функцию (4.36) запишем с применением обобщенной пространственной координаты  $G$ :

$$W_0(G, p) = \frac{\exp(\beta(G) \cdot z^*) + \exp(-\beta(G) \cdot z^*)}{\exp(\beta(G) \cdot L_z) + \exp(-\beta(G) \cdot L_z)}, \quad G_H \leq G \leq \infty, \quad (4.39)$$

где

$$\beta(G) = \left(G + \frac{p}{a}\right)^{1/2}, \quad G_H = \tilde{G}_H = \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\eta}^2$$

Изменяя частоту  $\omega$  от нуля до  $\infty$ , а значения  $G$  от некоторого значения  $G_H$  до  $\infty$ , вектор  $W(G, j\omega, m)$  опишет поверхность в пространстве  $\text{Re}(W)$ ,  $\text{Im}(W)$ ,  $G$ , которую назовем расширенным пространственным годографом (РПГ) [123]. Расширенный пространственный годограф для исследуемого объекта управления и пространственная  $M$ -окружность для показателя колебательности  $M=1.9$  представлены на рис.4.21.

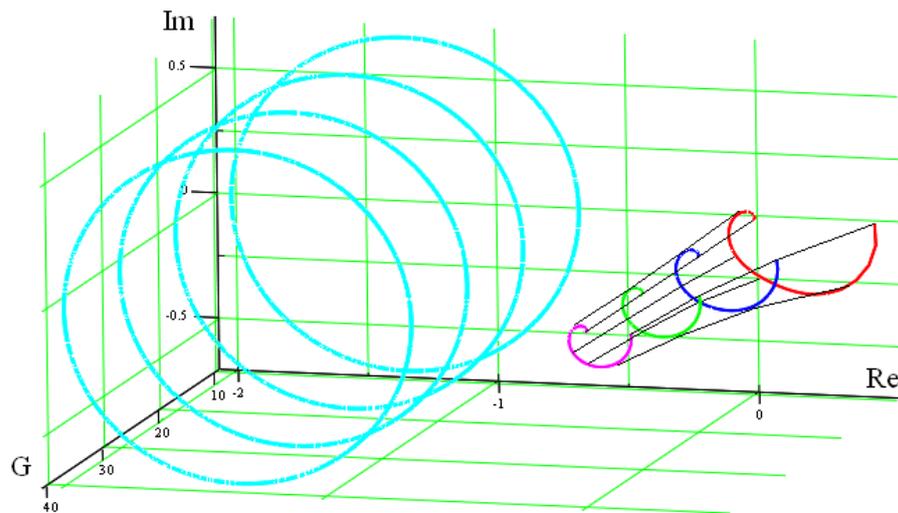


Рисунок 4.21 - Пространственная  $M$ -окружность и РПГ распределенного объекта управления.

Распределённый пространственный годограф и пространственная  $M$ -окружность позволяют сделать утверждение: *замкнутая система обладает запасом устойчивости выше заданного, если расширенный пространственный годограф разомкнутой системы не заходит внутрь пространственной  $M$ -окружности. Если РПГ касается*

пространственной  $M$ -окружности, то замкнутая система обладает заданным запасом устойчивости.

Рассмотрим случай когда в системе используется распределённый П-регулятор. Применения распределённый П-регулятор в системе управления центры  $M$ -окружностей и их радиусы перестают быть фиксированными и становятся зависимыми от значения коэффициента передачи  $E_1$  распределённого П-регулятора.

Для проведения расчетов примем значение показателя колебательности равным  $M = 2.2$ , значение весового коэффициента  $n_1 \rightarrow \infty$ , и зададимся несколькими значениями коэффициента усиления  $E_1$  для рассматриваемой системы управления:  $E_1 = 1$ ,  $E_1 = 2$ ,  $E_1 = 4$ ,  $E_1 = 6$ .

Произведём расчеты и построение  $M$ -окружностей для разомкнутой системы управления.

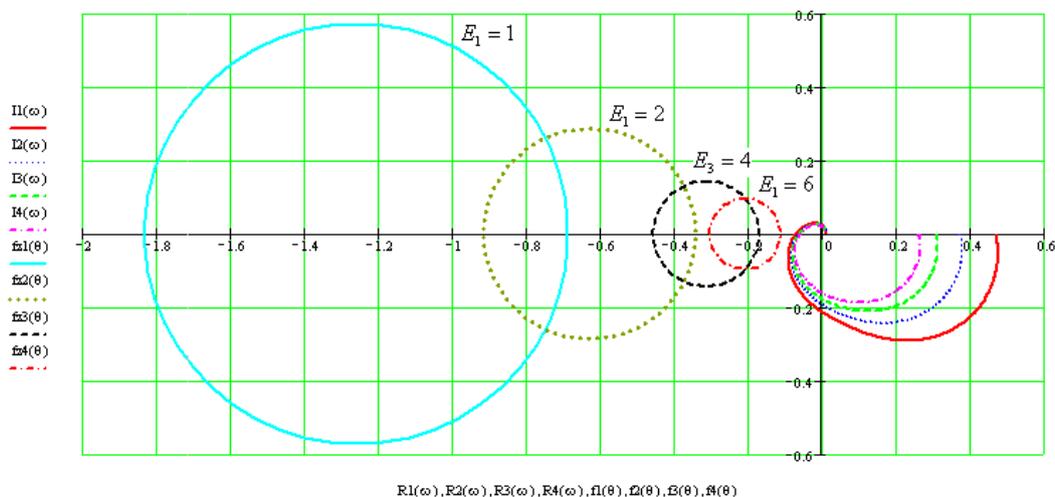


Рисунок 4.22 -  $M$ -окружности и РАФЧХ объекта

Полученная методика дает возможность производить расчеты запаса устойчивости по показателю колебательности распределенных систем. Полученные с помощью данной методики расширенные частотные характеристики и  $M_\eta$ -окружности позволят рассчитывать настройки распределённых регуляторов, реализующих различные законы управления. При этом таким образом, что бы обеспечивалось расположение всех

корней характеристического полинома замкнутой системы внутри сектора, определяемого требуемой степенью колебательности  $m$ , а, следовательно, и требуемой степенью затухания переходного процесса.

В [123] было доказано, что распределённый пространственный годограф и пространственная М-окружность позволяют сделать следующие утверждение: замкнутая система обладает запасом устойчивости выше заданного, если расширенный пространственный годограф разомкнутой системы не заходит внутрь пространственной М-окружности. Если РПГ касается пространственной М-окружности, то замкнутая система обладает заданным запасом устойчивости.

Передаточная функция, согласно [149] и [161], для объекта записанного с помощью выражений (4.12)-(4.16) будет иметь вид:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{8}{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \frac{B_{k,m,n}(\cdot)}{p + a\pi^2 \left( \frac{k^2}{l_x^2} + \frac{m^2}{l_y^2} + \frac{n^2}{l_z^2} \right)}. \quad (4.40)$$

где принято обозначение:

$$B_{k,m,n}(\cdot) = \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_z}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_z}\right)$$

При заданных значениях  $\rho, \nu, \upsilon$  – точки действия источника и  $x, y, z$  – точки наблюдения и  $k, m, n = 1$ , произведём преобразование и получим:

$$W(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon, p) = \frac{K_{k,m,n}(x, y, z, \rho, \nu, \upsilon)}{T_{k,m,n} p + 1} \quad (4.41)$$

где принято обозначение:

$$K_{k,m,n}(\cdot) = \frac{8l_1 l_2 l_3 \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{l_z}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{l_x}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot \nu}{l_y}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \upsilon}{l_z}\right)}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)}$$

;

$$T_{k,m,n} = \frac{l_1^2 l_2^2 l_3^2}{a\pi^2 (l_y^2 l_z^2 k^2 + l_x^2 l_z^2 m^2 + l_x^2 l_y^2 n)}.$$

Рассмотрим систему управления с распределенным И-регулятором, представленную на рис.4.17.

Передачная функция И-регулятора распределенного в соответствии с [120, 149] имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} \quad (4.42)$$

где:  $n_1, n_4$  - коэффициенты веса;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$E_1, E_4$  - коэффициенты передачи.

Для частотного анализа произведем замену: для ОЧХ -  $p = j\omega$ .

Применяя полученные уравнения и MatLab, построим РЧХ по  $\eta = 1, 2, 3, 4, 5$  модам входного воздействия.

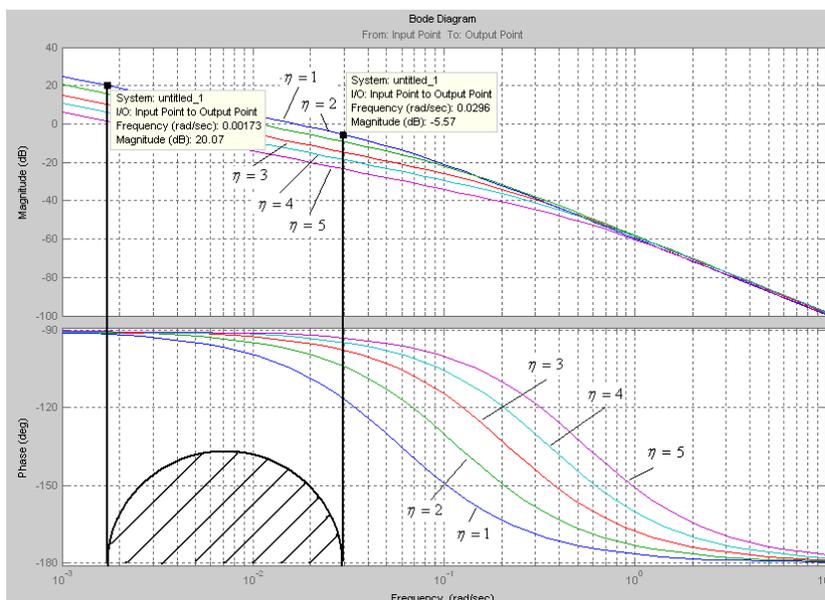


Рисунок 4.23 - ЛАЧХ и ФЧХ объекта управления

Если имеется построенная ЛАЧХ. (рис. 4.23), то по имеющимся  $\mu$ -кривым и при заданном значении  $M$  можно достроить требуемое значение запаса по фазе для каждого значения модуля. Для этого воспользуемся методикой, изложенной в [123]. Это построение должно делаться для модулей, лежащих в пределах (5.43).

$$\frac{M}{M+1} < A < \frac{M}{M-1} \quad (4.43)$$

В результате будет получена запретная область для фазовой характеристики.

В результате проведенных исследований было установлено: чтобы показатель колебательности был не больше заданного значения, фазовые характеристики разомкнутой системы по всем пространственным модам входного воздействия не должны заходить в эту область. Нетрудно видеть, что с увеличением порядкового номера моды входного воздействия, фазовые характеристики удаляются от запретной зоны. Таким образом, для данного анализа достаточно знать реакцию объекта управления на первую пространственную моду входного воздействия.

Представленные методики могут быть использованы для анализа объектов на запас устойчивости. Разработанные методики позволяют рассчитывать запас устойчивости по показателю колебательности систем с распределёнными параметрами. Полученные с помощью представленной методики РЧХ и  $M_n$ -окружности позволят находить настройки распределённых регуляторов, реализующих различные алгоритмы управления. При этом таким образом, что бы обеспечивалось расположение всех корней характеристического полинома замкнутой системы внутри сектора, определяемого требуемой степенью колебательности  $m$ ,  $\alpha$ , следовательно, и требуемой степенью затухания переходного процесса.

## **4.2. Разработка методов настройки автоматических систем управления с распределенными регуляторами**

### **4.2.1. Задачи и оптимизируемые критерии управления системами с распределенными параметрами**

Задачи управления техническими средствами во многом определяются теми требованиями, которые предъявляются к ходу того или

иного технологического процесса. В соответствии с этим формируются цели управления. Например, ограничить отклонение протекания технологического процесса от заданного технологией, или максимального приблизить ход технологического процесса к заданному, в соответствии с технологическими требованиями. Данная формулировка отражает цель оптимального управления. Численную оценку качества оптимальной системы и успешность выполнения ею поставленной цели управления определяют с помощью соответствующих показателей качества и критериев оптимальности.

Показатели качества управления достаточно подробно изучены в классической теории автоматического управления. Они в основном базируются на реакции системы управления на ступенчатые входные воздействия: статическая и динамическая погрешность, перерегулирование, степень затухания и др.

Критерий оптимальности выбирают, как правило, с учетом двух общих требований: во-первых, критерий оптимальности должен физически соответствовать поставленной задаче; во-вторых, он должен быть достаточно прост, чтобы можно было математически решить задачу определения оптимально управления. В зависимости от требований к качеству работы системы можно выделить несколько наиболее часто встречающихся критериев оптимальности, например: критерий быстродействия

$$J = \min_{u \in \Omega_u} \int_0^T dt, \quad (4.44)$$

критерий минимизации ошибки регулирования

$$J = \min_{u \in \Omega_u} \int_0^T \varepsilon dt, \quad (4.45)$$

критерий минимизации затрат энергии на управление

$$J = \min_{u \in \Omega_u} \int_0^T u_j^2 dt \quad (4.46)$$

и другие.

В производственных условиях на любую систему управления влияют случайные и возмущающие возмущения. В некоторых случаях они малы настолько, что ими можно пренебречь, но такие случаи встречаются редко. Поэтому в общем случае требуется создать систему, которая с наибольшей вероятностью выполнит поставленную перед ней задачу управления. В условиях действия случайных воздействий достаточно универсальным критерием сравнения систем служит вероятность  $P(A_*)$  некоторого события  $A_*$ . Оптимальная система призвана обеспечить минимум(или максимум) вероятности этого события. В качестве события  $A_*$  часто выбирают попадание ошибки системы в заданные допуски.

Наиболее часто используемым и простым критерием оптимальности системы по точности являются средний квадрат скалярной ошибки:

$$\sigma_j^2 = M[\varepsilon_j(t)] = D_j + M_j; \quad j = \overline{1, m} \quad (4.47)$$

где  $\varepsilon_j(t)$ ,  $D_j$  и  $M_j$  - соответственно ошибка, её дисперсия и математическое ожидание.

Критерий (4.47) учитывает как чисто случайную составляющую ошибки (через её дисперсию), так и систематическую (среднюю) составляющую ошибки (через её математическое ожидание).

Положительный корень из среднего квадрата ошибки системы, то есть  $\sigma_j$  - более удобная оценка, поскольку её размерность совпадает с размерностью выходной переменной.

Величины  $\sigma_j$ ,  $D_j$  и  $M_j$  зависят от частотных характеристик системы, отражающие её фильтрующие свойства. Однако требование оптимума фильтрующих свойств может вступать в противоречие с требованиями обеспечения интенсивности затухания свободного движения и устойчивости системы. Минимизацию выражения (4.47) часто проводят при ограничениях на величины корневых или частотных критериев

колебательности и быстродействия, критериев мощности и скорости изменения управляющих воздействий.

В теории и практике автоматического управления уже давно используют соответствующие ограничения, представляющие собой частные критерии модального управления:

$$\eta \equiv \min(-\beta_k) \geq \eta_{\Pi} > 0; \quad (4.48)$$

$$m \equiv \min|\beta_k/\omega_k| \geq m_{\Pi}, \quad (4.49)$$

где  $\eta$  и  $m$  - абсолютное и относительное демпфирование или степень устойчивости и степень колебательности соответственно;  $\eta_{\Pi}$  и  $m_{\Pi}$  - заданные предельно допустимые значения  $\eta$  и  $m$ .

Преимущества и недостатки использования критериев (4.48) и (4.49) хорошо известны:

- в отличие от безразмерной величины  $m$ , практически важные значения которой лежат в сравнительно узких пределах, величина  $\eta$  имеет размерность и может изменяться в широких пределах в зависимости от типа и назначения системы;

- минимум абсолютного демпфирования обеспечивает полное затухание всех компонентов переходного процесса по истечении определенного времени, однако при этом возможно присутствие относительно слабо демпфированных высокочастотных колебаний;

- минимум относительного демпфирования позволяет достичь хорошего затухания всех компонентов независимо от частоты, но в этом случае не исключено наличие низкочастотных составляющих, затягивающих переходной процесс.

Систему считают хорошо демпфированной, если значения степени колебательности принимают значения в интервале 0.221...0.336; в этом случае обеспечивается степень затухания  $\psi = 1 - e^{-2\pi \cdot m}$  не ниже соответствующих значений  $\psi = 0,75 \dots 0,9$ .

Для определения границы областей пространства параметров настройки системы, в которых выполняются ограничения (4.48) и (4.49), наилучшим образом подходит аппарат расширенных частотных характеристик.

Расширенными частотными характеристиками называются выражения для передаточной функции, для которых переменная  $p$  заменяется уравнением границы заданной колебательности. Для получения РЧХ следует заменить переменную  $p$  в передаточной функции уравнением границы заданной колебательности:

$$p = \omega(j - \eta), \quad p = \omega(j - m), \quad 0 \leq \omega \leq \infty \quad (4.50)$$

Подставляя  $\eta = \eta_{II}$  и  $m = m_{II}$  в (4.4) можно вычислить в пространстве параметров настройки системы для каждого значения частоты  $\omega$  точку поверхности, ограничивающей область заданного предельно допустимого абсолютного и относительного демпфирования.

Установлено, что в указанных областях, определяемых согласно ограничениям (4.48) и (4.49), существуют небольшие районы, в которых достигается равноценное качество управления с точки зрения близости к минимуму как динамической ошибки, так и длительности движения в системе, вызванного входным ступенчатым воздействием.

#### **4.2.2. Разработка корневого метода настройки систем с типовыми регуляторами**

При синтезе систем управления с распределенными параметрами (СРП) в некоторых случаях возникает необходимость обеспечить заданный запас устойчивости, например, заданной степенью колебательности  $m_{зад}$ . Решение этой задачи происходит с помощью расширенных частотных характеристик [123].

Разберем задачу синтеза СРП на примере системы управления температурой в контрольных точках распределенного объекта, реализующим ПИ алгоритм управления. Структурная схема системы представлена на рис. 4.24. Матмодель задана уравнениями (4.12) - (4.16)

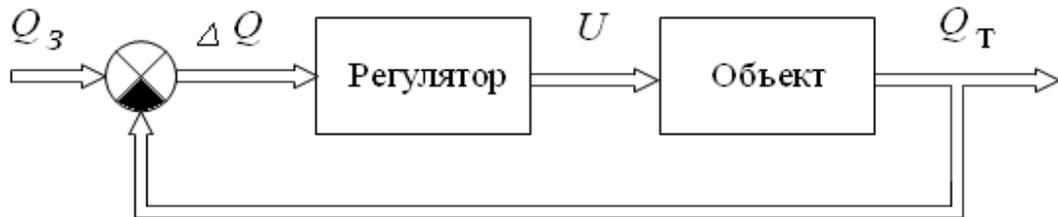


Рисунок 4.24 - Структурная схема системы

Представим передаточную функцию регулятора с использованием обобщенной пространственной координаты,:

$$W(G, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{p} \quad (4.51)$$

Матмодель исследуемого объекта составим с помощью дифференциальных уравнений в частных производных. Передаточные функции данных объектов исследования могут быть аппроксимированы передаточными функциями вида:

$$W_\eta(p) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.52)$$

Параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$U(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(p) \sin(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (4.53)$$

где  $C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}$ ;  $\Psi_\eta = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}$ ;  $\bar{\Psi}_\gamma = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}$ .

Учитывая динамические свойства теплового процесса определим указанные параметры для  $\eta=1, 3$ . В результате моделирования находим значения параметров.

Искомые значения равны:

$$K_1 = 0,6; \quad T_1 = 55; \quad \tau_1 = 7;$$

$$K_3 = 0,4; \quad T_3 = 52 \quad \tau_3 = 7.$$

Применяя метод расширенных частотных характеристик для частотного положим в (4.51) и (4.52)  $p = \omega(j-m)$ , получим:

$$W(G, m, \omega) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{\omega(j-m)},$$

$$W_\eta(m, \omega) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot \omega(j-m) + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot \omega(j-m)},$$

Запишем характеристическое выражение замкнутой системы:

$$\begin{aligned} D_\eta(G, p) &= \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) K_\eta e^{-\tau_\eta \cdot p} + p(T_\eta p + 1) = \\ &= T_\eta p^2 + p + \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] p + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) K_\eta e^{-\tau_\eta \cdot p} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Произведем подстановку  $p = \omega(j-m)$  и получим:

$$\begin{aligned} D_\eta(G, m, \omega) &= T_\eta \omega^2 (j-m)^2 + \omega(j-m) + \\ &+ K_\eta \left( E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] \omega(j-m) + E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \right) \times \\ &\times \left( \text{Cos } \tau_\eta \omega - j \text{Sin } \tau_\eta \omega \right) e^{\tau_\eta \omega m} = \\ &= -T_\eta \omega^2 - j2T_\eta \omega^2 + T_\eta \omega^2 m^2 + j\omega - \omega m + jK_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega e^{\tau_\eta \omega m} \text{Cos } \tau_\eta \omega - \\ &- K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} m e^{\tau_\eta \omega m} \text{Cos } \tau_\eta \omega + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega e^{\tau_\eta \omega m} \text{Sin } \tau_\eta \omega + \\ &+ jK_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} m e^{\tau_\eta \omega m} \text{Sin } \tau_\eta \omega + K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} \omega e^{\tau_\eta \omega m} \text{Cos } \tau_\eta \omega - \\ &- jK_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} m e^{\tau_\eta \omega m} \text{Sin } \tau_\eta \omega = \text{Re}_D + \text{Im}_D \end{aligned} \quad (4.55)$$

где:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}_D &= -T_\eta \omega^2 + T_\eta \omega^2 m^2 - \omega m - K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} m e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Cos} \tau_\eta \omega + \\
&+ K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Sin} \tau_\eta \omega + K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Cos} \tau_\eta \omega \\
\operatorname{Im}_D &= -2T_\eta \omega^2 + \omega + K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} \omega e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Cos} \tau_\eta \omega + \\
&+ K_\eta E_1 \frac{n_1 - 1 + G}{n_1} m e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Sin} \tau_\eta \omega - K_\eta E_4 \frac{n_4 - 1 + G}{n_4} e^{\tau_\eta \omega m} \operatorname{Sin} \tau_\eta \omega
\end{aligned}$$

Полученные выражения приравняем к нулю и получим систему уравнений. Решение системы относительно коэффициентов передачи  $E_1$  и  $E_4$  дает результат:

$$\begin{aligned}
E_1 &= \frac{[(T_\eta \omega (1 - m^2) + m) \operatorname{Sin} \tau_\eta \omega - (1 - 2T_\eta m \omega) \operatorname{Cos} \tau_\eta \omega] n_1}{(n_1 - 1 + G) K_\eta e^{\tau_\eta \omega m}} \\
E_4 &= \frac{\omega (1 + m^2) [T_\eta \omega \operatorname{Cos} \tau_\eta \omega + (1 - T_\eta \omega m) \operatorname{Sin} \tau_\eta \omega] n_4}{(n_4 - 1 + G) K_\eta e^{\tau_\eta \omega m}} \quad (4.56)
\end{aligned}$$

Рассмотрим случай при значениях коэффициентов веса  $n_1 = 10000$ ,  $n_4 = 10000$ . Произведем расчеты при  $\eta, \gamma = 1$ , значениях обобщенной координаты  $G_1 = 12.56$  и степени колебательности  $m_{зад} = 0.221$ . Изменяя значение частоты  $\omega$  от 0 до бесконечности произведем расчеты по выражениям (4.56) в пространстве  $E_1$  и  $E_4$  и по полученным результатам строим границу заданной степени колебательности. Результаты моделирования показали, что точки, принадлежащие этой кривой, отвечают требованиям обеспечения запаса устойчивости заданной степени колебательности  $m = m_{зад}$ .

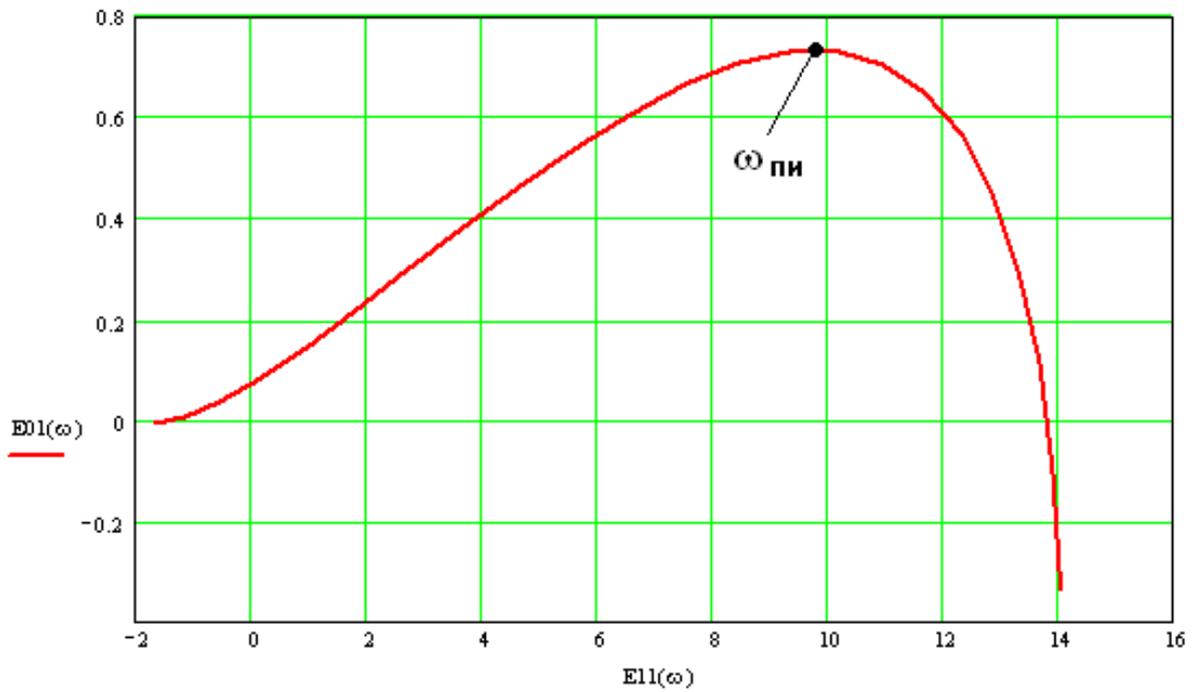


Рисунок 4.25 - Линия равной степени колебательности при

$$m_{зад} = 0.221$$

Полученная кривая разбивает плоскость настроек  $E_1$  и  $E_4$  на две области. В соответствии с [53] настройки регулятора, располагающиеся выше кривой, соответствуют степени колебательности меньше заданной  $m < m_{зад}$ , а настройки, находящиеся ниже кривой, соответствуют степени колебательности больше заданной  $m > m_{зад}$ . Отметим также, что точка максимума параметрической кривой определяет оптимальные параметры настройки распределенного ПИ-регулятора, то есть значения  $E_1$  и  $E_4$  обеспечивающие выполнения условий оптимума.

Рассмотрим случай при значениях коэффициентов веса  $n_1 = 10000$ ,  $n_4 = 10000$ , значении обобщенной координаты  $G_1 = 12.56$  и, изменяя значение степени колебательности, произведем построение линий равного затухания. Примем следующие значения степени колебательности:  $m = 0$ ,  $m_{зад} = 0.221$ ,  $m_1 = 0.119$ ,  $m_2 = 0.366$ .

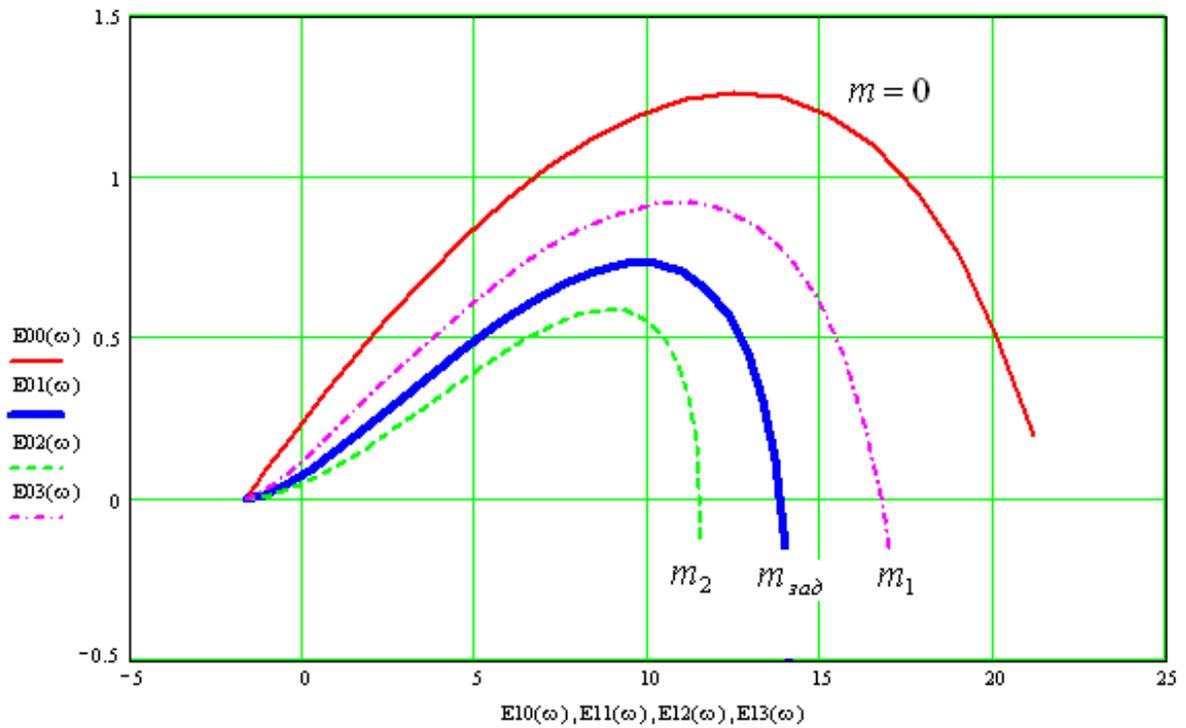


Рисунок 4.26 - Линии равного затухания

Выбор разнообразных значений степени колебательности при расчетах позволяет получить семейство кривых, причем  $m_2 > m_{зад}$ , а  $m_1 < m_{зад}$ , и все они располагаются ниже внешней кривой, ограничивающей область значений настроек регулятора и построенной при степени колебательности  $m = 0$ . Результаты моделирования показали, что настройки, ограниченные полученной областью, обеспечивают устойчивый режим работы системы, при чём, чем ближе расположен график к началу координат, тем выше запас устойчивости.

Разработанная методика позволяет решать вопрос обеспечения устойчивости и создания запаса устойчивости для систем с распределенными параметрами заданной структуры и распределенным регулятором, реализующим ПИ алгоритм управления.

### 4.2.3. Разработка методики синтеза распределенного П-регулятора по показателю колебательности для распределенных систем

Для системы, управляющей распределенным объектом разработаем методику синтеза регулятора, реализующий пропорциональный алгоритм управления. По условию задачи на запасы устойчивости разомкнутой системы наложены следующие ограничения:

- 1) запасы по модулю  $\Delta L(G) \geq \Delta L_3$ ;
- 2) запасы по фазе  $\Delta \varphi(G) \geq \Delta \varphi_3$ ;
- 3) показатель колебательности  $M = M_{зад}$ , где  $\Delta L_3, \Delta \varphi_3, M_{зад}$  - заданные величины.

#### Процедура синтеза

Процедура синтеза регулятора состоит из следующих этапов.

1. Для выбранных значений  $\eta \in [1, m_1]$ ,  $\gamma \in [1, m_2]$  (где  $m_1$  и  $m_2$  - заданные числа) строим частотные характеристики объекта. Положим, что число характеристик равно  $\tilde{m}$ . Для каждой пространственной частотной характеристики определим значение обобщенной координаты  $G_i$  ( $i = \overline{1, \tilde{m}}$ ).

2. Используя комплексный передаточный коэффициент объекта управления  $W((j - m)\omega, \eta, \gamma)$  определяем частоты  $\omega_\eta$  среза модуля разомкнутой системы.

3. По выбранному значению показателя колебательности определяем угол  $\mu$  согласно выражению  $\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M_{зад}}\right)$ . На комплексной плоскости строим луч ОЕ под углом  $\mu$  к отрицательной вещественной полуоси.

4. Вычерчиваем  $M_\eta$ -окружности, имеющие центр на отрицательной вещественной полуоси, касающиеся РАФЧХ объекта и луча ОЕ. Определяем радиус  $r_\eta$  построенных  $M_\eta$ -окружностей.

5. С помощью выражения  $r_\eta = \frac{M_{зад}}{(M_{зад}^2 - 1) \cdot K_\eta(G)}$  определяем коэффициенты усиления регулятора  $K_\eta(G)$ .

6. Определяем параметры весового коэффициента регулятора  $n_1$ .

7. С помощью расширенных амплитудно-фазовых характеристик (РАФЧХ) объекта произведем расчеты значения коэффициента  $E_1$ , обеспечивающего заданный показатель колебательности.

8. Определяем значение коэффициента  $E_1$ .

### Пример.

Рассмотрим процедуру синтеза реализующего пропорциональный алгоритма управления на примере управления тепловыми полями распределенного объекта (рис. 4.24).

Матмодель объекта управления имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (4.57)$$

$$0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_z.$$

Условия граничные и начальные задаются следующими соотношениями:

$$Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4.60)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (4.61)$$

### Постановка задачи синтеза

Осуществим синтез распределенного регулятора для системы управления объектом и нахождение его настроек, при этом будем

считать, что запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$ , показатель колебательности равен  $M=2$ .

Запишем передаточную функцию регулятора. Согласно [149] она имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] \quad (4.62)$$

где  $E_1$  - коэффициент передачи;

$n_1$  - коэффициент веса ( $n_1 \geq 1$ ).

$\nabla^2$  - лапласиан;

### Процедура синтеза

Математическая модель исследуемого объекта записана с помощью дифференциальных уравнений в частных производных. Передаточные функции данных объектов исследования могут быть аппроксимированы передаточными функциями вида:

$$W_\eta(p) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.63)$$

Параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(s) \text{Sin}(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \text{Sin}(\overline{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (4.64)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_\eta = \frac{\pi \cdot \eta}{x_1}; \quad \overline{\Psi}_\gamma = \frac{\pi \cdot \gamma}{r_1}.$$

Учитывая динамические свойства теплового процесса определим указанные параметры для  $\eta=1, 3$ . В результате моделирования находим значения параметров.

Искомые значения равны:

$$K_1 = 0,7; \quad T_1 = 70; \quad \tau_1 = 6;$$

$$K_3 = 0,5; \quad T_3 = 67; \quad \tau_3 = 6.$$

Для частотного анализа объекта в (4.63) произведем замену

$p = (j - m) \cdot \omega$  и определим модуль  $M_\eta$  и фазу  $\varphi_\eta$ :

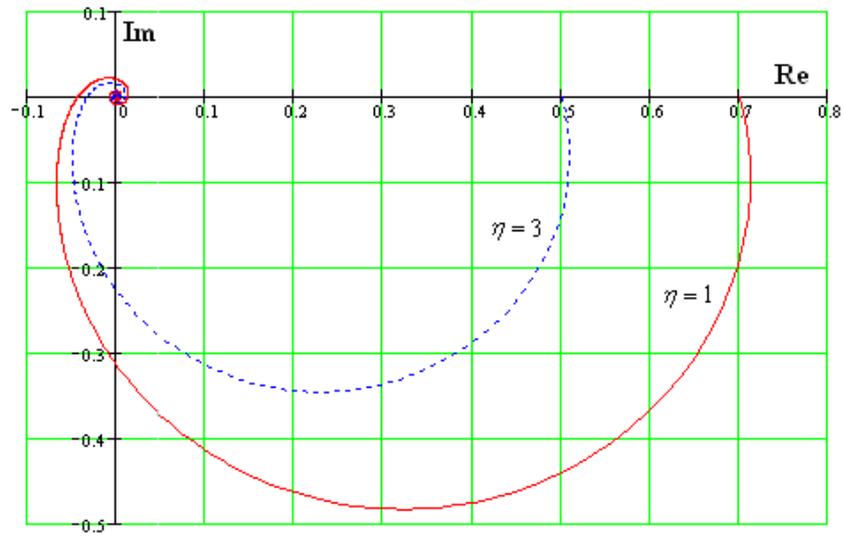
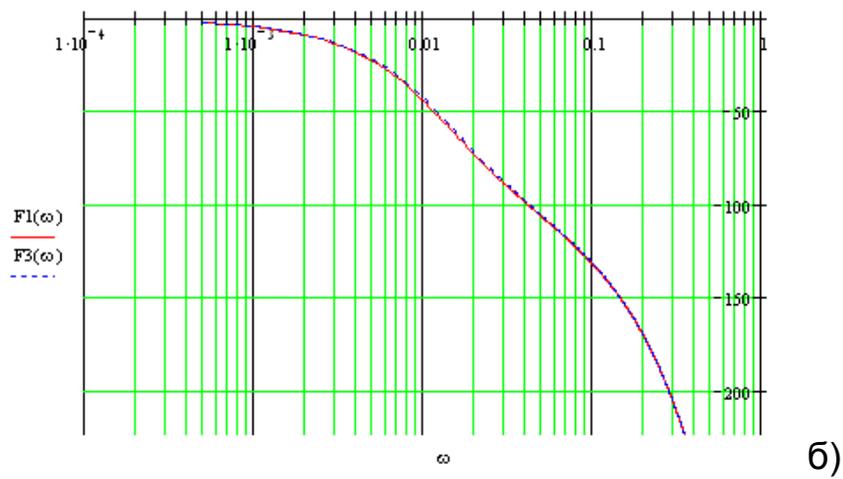
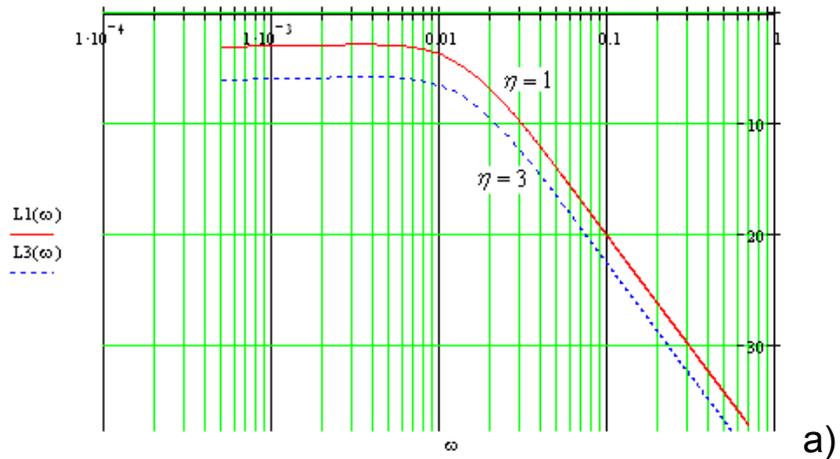


Рисунок 4.27 - Расширенные частотные характеристики объекта:

а – РЛАЧХ, б – РФЧХ, в - РАФЧХ

$$M_{\eta}(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m \omega)^2 + T_n^2 \omega^2}} \cdot e^{m \tau \omega}, \quad \eta = \overline{1, 2, \dots} \quad (4.65)$$

$$\varphi_{\eta}(m, \omega) = -\omega \cdot \tau_{\eta} - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left( \frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega} \right). \quad (4.66)$$

По результатам расчетов строим РЧХ объекта.

Коэффициент передачи пространственно-усилительного звена по каждой составляющей ряда входного воздействия имеет вид:

$$K_{\eta, \gamma, \xi} = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot (\psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2) \right], \quad (4.67)$$

$$(\eta, \gamma = \overline{1, \infty}; \xi = \overline{1, 4}).$$

Представим (4.67) в следующей форме:

$$K_{\eta, \gamma, \xi} = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot \tilde{G} \right], \quad (4.68)$$

где  $\tilde{G} = \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2$  - дискретная функция ( $\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$ ). Значения функции  $\tilde{G}$  зависят не только от  $\eta, \gamma$ , но и от  $x_L, y_L$ .

Из выражения (4.68) вытекает, что коэффициент передачи не зависит от  $\xi$ . Таким образом, передаточная функция пространственно-усилительного звена может быть представлена бесконечной совокупностью коэффициентов передачи (4.68). Работать с бесконечным набором функций (4.68) не всегда удобно. Перейдем от набора функций (4.68) к функциональной зависимости  $K(G)$ .

Для этого заменим  $\tilde{G}$  непрерывной функцией  $G$  с областью определения  $[0, \infty]$ . В этом случае, при изменении  $G$  от 0 до  $\infty$ , охватятся все дискретные значения  $\tilde{G}$ .

Выражение (4.68) с учетом изложенного выше, может быть записано в виде:

$$K(G) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G \right], \quad 0 \leq G \leq \infty. \quad (4.69)$$

Произведем расчеты значения коэффициента  $E_1$ , обеспечивающего заданный показатель колебательности. Для этого произведем построение РАФЧХ объекта. По выбранному значению показателя колебательности определяем угол  $\mu$  согласно выражению  $\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M_{зад}}\right)$ . На комплексной плоскости строим луч ОЕ под углом  $\mu$  к отрицательной вещественной полуоси.

Вычерчиваем  $M_\eta$ -окружности, имеющие центр на отрицательной вещественной полуоси, касающиеся РАФЧХ объекта и луча ОЕ. Определяем радиус  $r_\eta$  построенных  $M_\eta$ -окружностей.

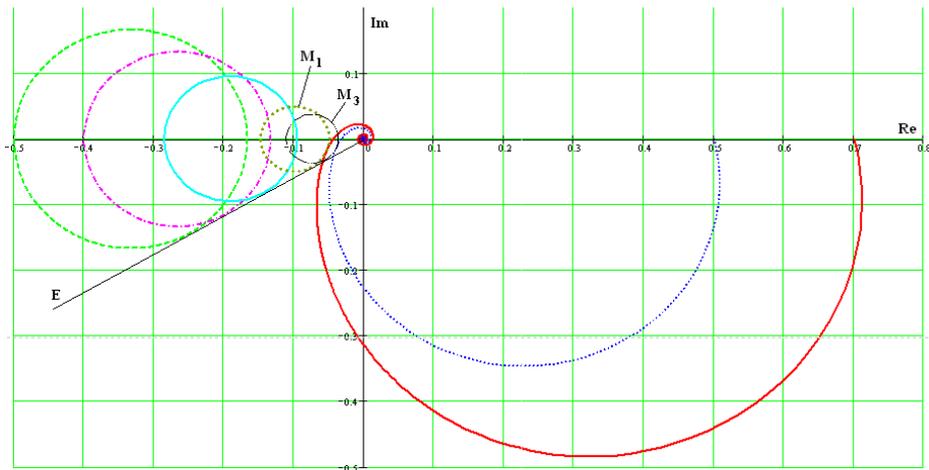


Рисунок 4.28 - М-окружности и РАФЧХ

С помощью выражения (4.70) определяем значение коэффициента  $K_\eta(G)$ .

$$r_\eta = \frac{M_{зад}}{(M_{зад}^2 - 1) \cdot K_\eta(G)} \quad (4.70)$$

$$K_1(G) = 13.5, \quad K_3(G) = 18.$$

Расчитаем параметры  $n_1$ ,  $E_1$ .

$$K_1(G) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right] \quad (4.71)$$

$$K_3(G) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_3}{n_1} \right] \quad (4.72)$$

Разделим выражение (4.71) на выражение (4.72) и получим следующий результат:

$$n_1 = \frac{\Delta M - 1 - \Delta M \cdot G_1 + G_3}{\Delta M - 1}$$

$$\text{где } G_1 = \Psi_1 + \overline{\Psi}_1 = \frac{\pi \cdot 1}{Lx} + \frac{\pi \cdot 1}{Ly}; \quad G_3 = \Psi_3 + \overline{\Psi}_3 = \frac{\pi \cdot 3}{Lx} + \frac{\pi \cdot 3}{Ly};$$

$$\Delta M = \frac{K_3(G)}{K_1(G)} = 1.333.$$

Произведем вычисления и получим  $n_1$ .

$$n_1 = 61.85$$

Значения  $n_1$ ,  $K_3(G)$ ,  $G_3$  подставим в уравнение (4.72) получим значение коэффициента  $E_1$ . Проведем расчеты и найдем:

$$n_1 = 61.85, \quad E_1 = 12.$$

Запишем передаточную функцию распределенного регулятора:

$$W(x, y, p) = 12 \cdot \left[ \frac{61.85 - 1}{61.85} - \frac{1}{61.85} \nabla^2 \right]$$

$$W(x, y, p) = 12 \cdot [0.985 - 0.0161 \cdot \nabla^2] \quad (4.73)$$

Используя полученную передаточную функцию, строим РЧХ разомкнутой системы управления.

Как следует из графиков (рисунок 4.29), замкнутая система будет устойчива, а запасы устойчивости по модулю и по фазе у разомкнутой системы не менее заданных.

Сформулированная методика дает возможность находить настройки распределенного регулятора, реализующего пропорциональный алгоритм управления, по заданному значению показателю колебательности  $a$ , следовательно, и требуемой степени затухания переходного процесса.

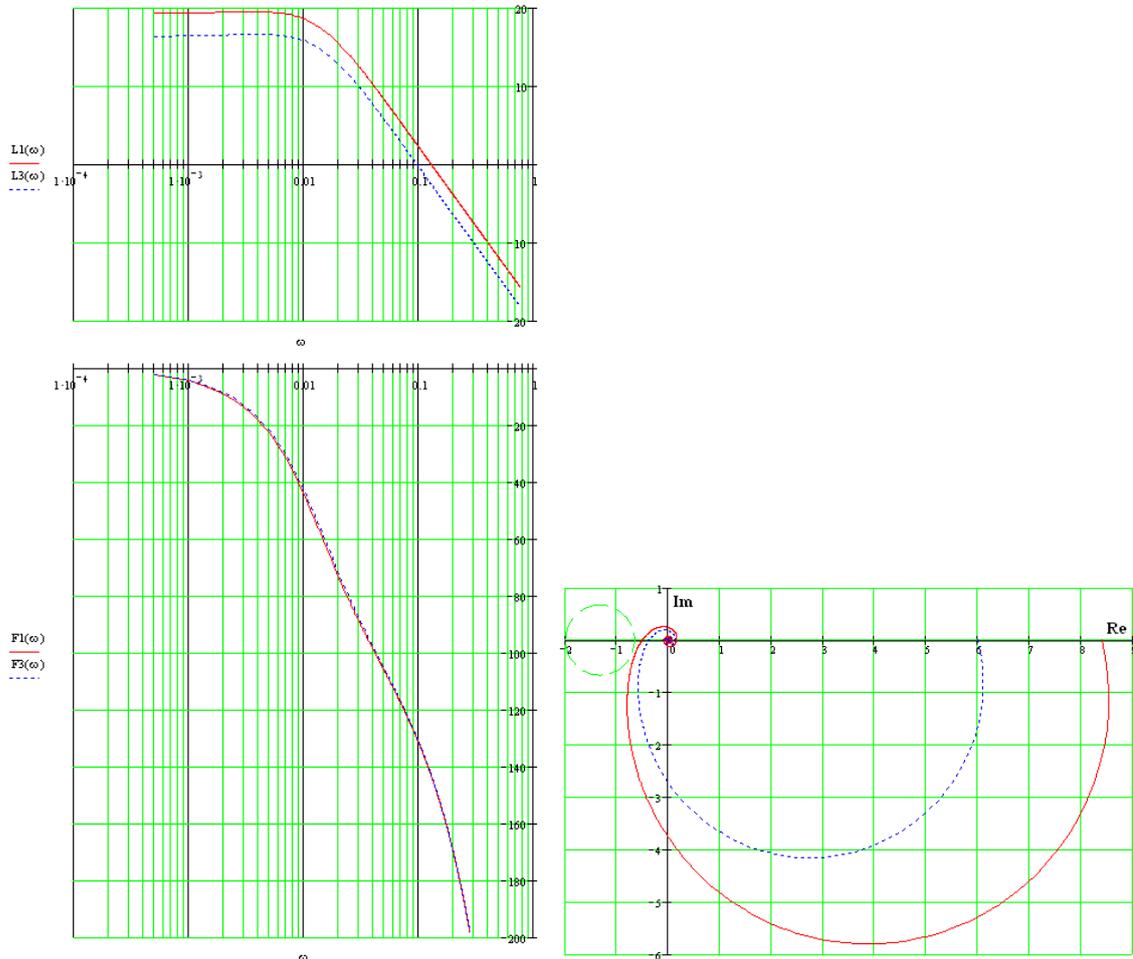


Рисунок 4.29 - Расширенные частотные характеристики системы

#### 4.2.4. Разработка частотно-аналитического метода синтеза распределенного ПИД-регулятора

Проведем анализ объекта управления и составим математическую модель объекта. Математическая модель задана уравнениями (4.57 – 4.61).

Матмодель исследуемого объекта составлена из дифференциальных уравнений в частных производных. Передаточные функции данных объектов исследования могут быть аппроксимированы передаточными

функциями вида:

$$W_{\eta}(S) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta} \cdot S + 1} \cdot e^{-\tau_{\eta} \cdot S}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.74)$$

Параметры  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$\alpha(x, y, s) = C_{\eta, \gamma}(s) \sin(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_{\gamma} \cdot y) \quad (4.75)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{x_l}; \quad \bar{\Psi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{r_l}.$$

Учитывая динамические свойства теплового процесса определим указанные параметры для  $\eta=1, 3$ . В результате моделирования находим значения параметров.

Искомые значения равны:

$$\begin{aligned} K_1 &= 0,7; \quad T_1 = 70; \quad \tau_1 = 6; \\ K_3 &= 0,5; \quad T_3 = 67; \quad \tau_3 = 6. \end{aligned}$$

Для проведения частотного анализа объекта в (4.74) сделаем подстановку  $p = \omega(j - m)$  и значение модуля  $M_{\eta}$  и фазы  $\varphi_{\eta}$ :

$$M_{\eta}(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m \omega)^2 + T_n^2 \omega^2}} \cdot e^{m\tau\omega} \quad (4.76)$$

$$\varphi_{\eta}(m, \omega) = -\omega \cdot \tau_{\eta} - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega}\right) \quad (4.77)$$

Используя результаты вычислений строим частотные характеристики.

### Постановка задачи синтеза

Требуется осуществить синтез распределенного регулятора для системы управления, при этом запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$ ,  $\Delta = 0.8$ .

Передаточная функция распределенного ПИД-регулятора :

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p \quad (4.78)$$

где:  $E_1, E_2, E_4$  - коэффициенты передачи;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1, n_2, n_4$  - коэффициенты веса.

### Процедура синтеза

Допустим, что фазовый сдвиг, который вносится в систему регулятором равен нулю. В этом случае для определения частот среза модуля разомкнутой системы запишем уравнение:

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = W(m, j\omega, \eta, \gamma) \quad (4.79)$$

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = -\omega \cdot \tau_\eta - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left( \frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega} \right)$$

Где:  $W(m, j\omega, \eta, \gamma)$  - комплексный передаточный коэффициент объекта управления, определенный численным способом.

Подставляя значение  $T_\eta, \tau_\eta$  и  $\Delta\varphi_\eta = \pi/6$  в уравнение (4.79), найдем значение частот среза модуля:

$$\eta = 1, \quad \gamma = 1, \quad \omega_1 = 0.15347; \quad \eta = 3, \quad \gamma = 3, \quad \omega_3 = 0.15408.$$

Нахождение настроек регулятора будем производить, исходя из условий, что значение частот  $\omega_\eta$  принадлежит линии перегиба. Для частот  $\omega_\eta$ , принадлежащих линии перегиба, фазовый сдвиг, вносимый в разомкнутую систему регулятором, равен нулю. Подставляя  $\omega = \omega_1, \omega = \omega_3$  в выражение:

$$\lg \omega = 0.5 [\lg K_4(G) - \lg K_2(G)].$$

Образуется система из двух уравнений:

$$\lg \omega_1 = 0.5 \lg \left( E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{G_1}{n_4} \right] \right) - 0.5 \lg \left( E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{G_1}{n_2} \right] \right) \quad (4.80)$$

$$\lg \omega_3 = 0.5 \lg \left( E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{G_3}{n_4} \right] \right) - 0.5 \lg \left( E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{G_3}{n_2} \right] \right) \quad (4.81)$$

Вычитаем (4.80) из (4.81) приходим к следующему результату:

$$\lg \Delta \omega^2 = \lg \left( \frac{n_4 - 1 + G_3}{n_4 - 1 + G_1} \right) - \lg \left( \frac{n_2 - 1 + G_3}{n_2 - 1 + G_1} \right) \quad (4.82)$$

$$\text{где } \Delta \omega^2 = \frac{\omega_3^2}{\omega_1^2}. \quad \Delta \omega^2 = \frac{0.15408^2}{0.15347^2} = 1.007965$$

Используя выражение (4.82), вычислим значение  $n_2$ ,  $n_4$ . Так как  $\Delta \omega^2 > 1$ , то положим в (4.80)  $n_2 = \infty$ . Тогда  $n_4$  определяется соотношением:

$$n_4 = \frac{(\Delta \omega^2 - 1 + G_3 - \Delta \omega^2 G_1)}{(\Delta \omega^2 - 1)} \quad (4.83)$$

$$\text{где } G_1 = \Psi_1 + \overline{\Psi}_1 = \frac{\pi \cdot 1}{X_I} + \frac{\pi \cdot 1}{Y_L}, \quad G_3 = \Psi_3 + \overline{\Psi}_3 = \frac{\pi \cdot 3}{X_I} + \frac{\pi \cdot 3}{Y_L}.$$

Подставляя значения  $G_1, G_3, \omega_1, \omega_3$  в уравнение (4.83) найдем значение  $n_4 = 15707.189$ .

Рассматривая совместно уравнение

$$\lg \omega_1 = 0.5 \lg \left( E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{G_1}{n_4} \right] \right) - 0.5 \lg \left( E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{G_1}{n_2} \right] \right) \quad (4.84)$$

и уравнения:

$$\lg \omega_1 = \lg \left( \frac{1}{K_2(G_1)} \right), \quad \lg \omega_2 = \lg(K_4(G_1)), \quad \text{получим: } E_4, \quad E_2.$$

Введем параметр  $\Delta(G_1)$  — выбор значения, которого связан с возможностью компенсации параметрических возмущений объекта управления (расширяется область возле частоты среза модуля разомкнутой системы, в которой фазовый сдвиг, вносимый в систему регулятором равен нулю).

$$\lg(\omega(G_1)) = 0.5 \lg \cdot [K_4(G_1)] - 0.5 \lg \cdot [K_2(G_1)]. \quad (4.85)$$

Для этого к уравнению (4.85) допишем уравнение, связывающее параметры  $K_4(G_1)$  и  $K_2(G_1)$  с параметром  $\Delta(G_1)$ .

Уравнение связи может быть представлено в виде:

$$\Delta(G_1) = \lg \varpi_1 - \lg \varpi_2, \quad (4.86)$$

$$\lg \varpi_1 = \lg \left[ \frac{1}{K_2(G_1)} \right], \quad \lg \varpi_2 = \lg [K_4(G_1)],$$

$$\Delta(G_1) = \lg \left[ \frac{1}{K_2(G_1)} \right] - \lg [K_4(G_1)].$$

В нашем случае значение  $\Delta(G_1)$  выбрано равным 0.5.

Из полученной системы уравнений (4.80), (4.81), найдем  $E_2$  и  $E_4$ :

$$\begin{cases} \lg(\omega(G_1)) = 0.5 \lg \cdot \left[ E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] \right] - 0.5 \lg \cdot \left[ E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right] \right], \\ \Delta(G_1) = \lg \left[ \frac{1}{E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right]} \right] - \lg \left[ E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] \right]. \end{cases} \quad (4.87)$$

Решим полученную систему уравнений.

$$\begin{cases} \lg(0,15347) = 0.5 \lg \cdot \left[ E_4 \cdot \left[ \frac{15707.189 - 1 + 62,8}{15707.189} \right] \right] - 0.5 \lg \cdot \left[ E_2 \cdot \left[ \frac{\infty - 1 + 62,8}{\infty} \right] \right] \\ 0,5 = \lg \left[ \frac{1}{E_2 \cdot \left[ \frac{\infty - 1 + 62,8}{\infty} \right]} \right] - \lg \left[ E_4 \cdot \left[ \frac{15707.189 - 1 + 62,8}{15707.189} \right] \right], \end{cases} \quad (4.88)$$

Разделив первое уравнение системы (4.88) на второе, получим:

$$E_4 = 0,085964.$$

Для нахождения  $E_2$  перемножим уравнения системы (4.88) между собой, после преобразования получим:

$$E_2 = \sqrt{\frac{1}{0,023553 \cdot \sqrt{10}}} = 3.664.$$

Подставляя значения  $\omega = \omega_1, \omega = \omega_3$  в уравнение:

$$M_{\eta}(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m \omega)^2 + T_n^2 \omega^2}} \cdot e^{m\tau\omega}$$

определим значение модуля:  $M_1, M_3$ .

$$M_1 = 0.0646, \quad M_3 = 0.04589$$

Так как  $\omega = \omega_1, \omega = \omega_3$ , являются частотами среза модуля разомкнутой системы, то коэффициенты усиления регулятора в этих точках равны:

$$\overline{M}_1 = (M_1)^{-1}, \quad \overline{M}_3 = (M_3)^{-1}$$

$$\overline{M}_1 = 15.47987, \quad \overline{M}_3 = 21.79123$$

Определим параметры  $n_1, E_1$ .

$$\overline{M}_1 = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right] \quad (4.89)$$

$$\overline{M}_3 = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_3}{n_1} \right] \quad (4.90)$$

Поделив (4.89) на (4.90), придем к следующему результату:

$$n_1 = \frac{\Delta M - 1 - \Delta M \cdot G_1 + G_3}{\Delta M - 1}$$

$$\text{где } \Delta M = \frac{\overline{M}_3}{\overline{M}_1} = 1.40771$$

Произведем вычисления и получим  $n_1$ .

$$n_1 = 246.245$$

Подставляя значения  $n_1, \overline{M}_1, G_1$  в (4.89) получим  $E_1$ .

Произведя расчеты параметров регулятора, по выше изложенной методике, получаем следующие результаты.

$$n_1 = 246.245, \quad n_4 = 15707.189;$$

$$E_1 = 5.99197, \quad E_2 = 3.664, \quad E_4 = 0.085964$$

Запишем передаточную функцию распределенного высокоточного регулятора:

$$\begin{aligned}
 W(x, y, s) &= 5.99197 \cdot \left[ \frac{246.245 - 1}{246.245} - \frac{1}{246.246} \nabla^2 \right] + \\
 &+ 0.085964 \cdot \left[ \frac{15707.189 - 1}{15707.189} - \frac{1}{15707.189} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} + 3.664 [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot s \\
 W(x, y, s) &= 5.99197 \cdot [0.995939 - 0.00406 \nabla^2] + \\
 &+ 0.085964 \cdot [0.999936 - 0.000063 \nabla^2] \cdot \frac{1}{s} + 3.664 \cdot [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot s \quad (4.91)
 \end{aligned}$$

Используя полученную передаточную функцию, строим частотные характеристики регулятора и график переходного процесса.

#### **4.2.5. Синтез распределенных регуляторов с помощью номограмм**

##### **4.2.5.1 Разработка номограмм для синтеза распределенных ПИ-регуляторов**

В настоящее время номографические методы занимают достаточно большое место в практике инженерно-технических расчетов. Являясь очень удобным счетным инструментом для вычисления по готовым формулам, номограммы позволяют значительно сократить время расчетов и быстро решить нужную задачу с достаточной для практики точностью. Основным достоинством номограмм как вычислительного аппарата является быстрота вычислений по ним.

Достаточно широко номограммы используются для определения настроек цифровых и аналоговых регуляторов в технических системах, реализующих типовые алгоритмы управления. В отличие от формульного метода, метод расчета по номограммам позволяет более точно определить настройки регулятора, т.к. учитывает наличие нелинейной зависимости между параметрами настройки регулятора и величиной отношения времени запаздывания и постоянной времени объекта.

В связи с интенсивным развитием теории систем с распределенными параметрами возникает потребность в разработке методов анализа систем этого класса и синтеза распределенных регуляторов.

На сегодняшний день известны следующие направления в решении проблемы синтеза регуляторов для распределенных систем.

1. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов;
2. Частотный метод синтеза;
3. Параметрический синтез регуляторов.

Указанные методы позволяют с высокой точностью определить параметры распределенных регуляторов, но являются достаточно трудоемкими. Применение номограмм позволит ускорить и упростить процедуру расчета настроек распределенных регуляторов.

Номограммы предназначенные для расчета настроек сосредоточенных ПИ и ПИД-регуляторов не позволяют решить данную задачу, так как не дают возможности расчета ряда параметров входящих в состав передаточных функций распределенных регуляторов. В связи с этим возникает потребность в разработке принципиально новых номограмм для систем с распределенными параметрами.

### **Постановка задачи**

Рассмотрим процедуру построения номограмм для системы управления температурным полем объекта, который представлен на рисунке 4.30.

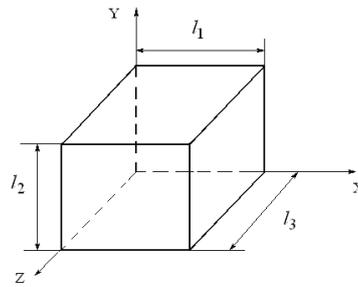


Рисунок 4.30 - Объект управления

Матмодель имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (4.92)$$

$$0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_z.$$

Условия граничные и начальные задаются следующими соотношениями:

$$Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (4.93)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (4.94)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4.95)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (4.96)$$

Произведем составление монограммы для определения настроек распределенного ПИ-регулятора, входящего в состав системы управления, структурная схема, которой изображена на рис. 4.31.

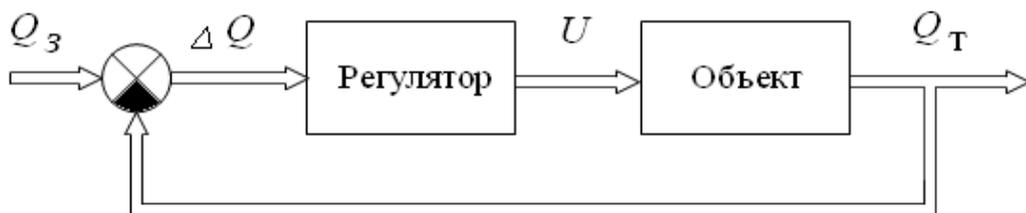


Рисунок 4.31 - Структурная схема системы управления

Передаточная функция синтезируемого регулятора имеет вид:

$$W(x, y, s) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} \quad (4.97)$$

где:  $E_1, E_4$  - коэффициенты передачи;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1, n_4$  - коэффициенты аеса.

При этом будем полагать, что коэффициенты веса  $n_1 = n_4 = 3000$ .

### Процедура разработки монограммы

Математическая модель исследуемого объекта запишем с помощью дифференциальных уравнений в частных производных. Передаточные функции данных объектов исследования могут быть аппроксимированы передаточными функциями вида:

$$W_\eta(S) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot S + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot S}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.98)$$

Параметры  $K_\eta, T_\eta, \tau_\eta$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$U(x, y, s) = C_{n,\gamma}(s) \sin(\Psi_n \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (4.99)$$

где  $C_{n,\gamma} = e^{j\omega\tau}$ ;  $\Psi_n = \pi \cdot \eta / x_l$ ;  $\bar{\Psi}_\gamma = \pi \cdot \gamma / r_l$ .

При нахождении данных параметров для  $\eta = 1, 3$  принимались во внимание динамические свойства теплового процесса протекающего внутри объекта.

Используя полученные данные, произведем расчеты следующих параметров:

$K_c = E_1 * K_\eta$  - общий коэффициент передачи системы;

$T_c = \tau_\eta / T_\eta$  - относительное время запаздывания;

$V_c = E_4 * T_\eta$  - относительное время изодрома.

Коэффициенты передачи  $E_1$  и  $E_4$  определяем с помощью специально разработанного для этого программного обеспечения. Данное

ПО производит автоматический перебор параметров распределенного регулятора до тех пор, пока не будет получен заданный график переходного процесса при входном воздействии  $U=100^{\circ}\text{C}$ . Пример графика переходного процесса представлен на рис.

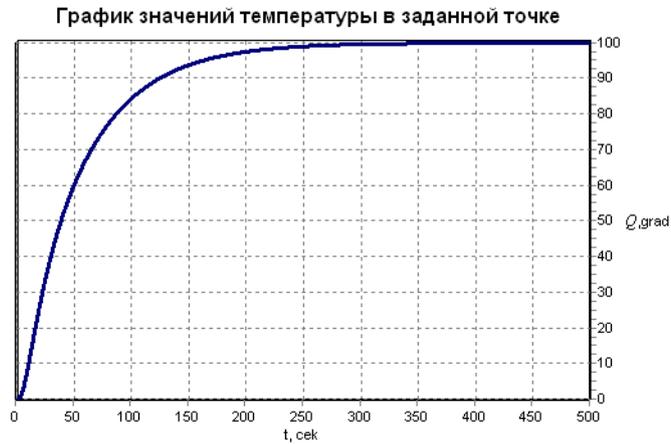


Рисунок 4.32 - Графика переходного процесса

Результаты расчетов заносим в таблицу 4.2.

Таблица 4.2 – Результаты расчетов

k	T	tau	E1	E4	Tc	Kc	Vc
0,7	70	1	12,01342	0,30027	0,01	8,409394	21,0189
0,7	70	3,5	7,84285	0,15011	0,05	5,489995	10,5077
0,7	70	7	5,52857	0,08023	0,1	3,869999	5,6161
0,7	70	10,5	3,97142	0,05402	0,15	2,779994	3,7814
0,7	70	14	3,10213	0,04185	0,2	2,171491	2,9295
0,7	70	17,5	2,24285	0,03414	0,25	1,569995	2,3898
0,7	70	21	1,87142	0,02942	0,3	1,309994	2,0594
0,7	70	24,5	1,55714	0,02485	0,35	1,089998	1,7395
0,7	70	28	1,37018	0,02213	0,4	0,959126	1,5491
0,7	70	31,5	1,20054	0,01871	0,45	0,840378	1,3097
0,7	70	35	1,03009	0,01603	0,5	0,721063	1,1221

Применяя полученные результаты построим номограммы.

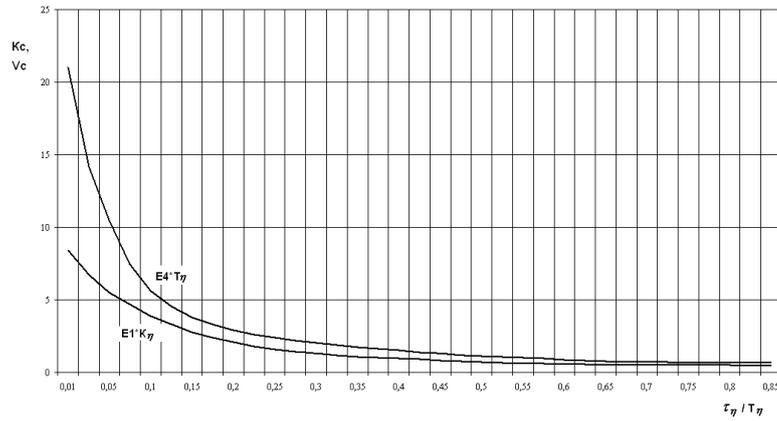


Рисунок 4.33 - Номограммы

#### 4.2.5.2. Разработка номограмм для синтеза распределенных ПИД-регуляторов

В настоящее время существует большое количество номограмм для расчета настроек регуляторов сосредоточенных систем, но данные номограммы не позволяют решить задачу расчета настроек распределенных регуляторов, так как не дают возможности расчета ряда параметров входящих в состав передаточных функций этих регуляторов. В связи с этим возникает необходимость в разработке принципиально новых номограмм для систем с распределенными параметрами.

#### Постановка задачи

Рассмотрим процедуру составления номограмм для системы управления температурным полем объекта, который представлен на рисунке 4.30.

Теплофизические свойства материалов [186] представлены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 - Теплофизические и геометрические параметры объекта

$T, K$	$\lambda, Вт/(м\cdot K)$	$a, 10^{-5} м^2/с$	$Lx, м$	$Ly, м$	$Lz, м$
273	0,0244	1,88	0,4	0,4	0,4

Матмодель имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (4.100)$$

$$0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_z.$$

Условия граничные и начальные задаются следующими соотношениями:

$$Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (4.101)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (4.102)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (4.103)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (4.104)$$

Произведем построение монограммы для синтеза распределенного ПИД-регулятора, входящего в состав системы управления температурным полем объекта, структурная схема, которой изображена на рис. 4.31.

Передаточная функция регулятора имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p \quad (4.105)$$

где:  $E_1, E_4, E_2$  - коэффициенты передачи;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1, n_2, n_4$  - коэффициенты веса.

### Разработки монограмм

Рассмотрим тепловой объект управления. Матмодель исследуемого объекта описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных. Передаточные функции данных объектов исследования могут быть аппроксимированы передаточными функциями вида:

$$W_\eta(p) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (4.106)$$

Параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  находим в результате моделирования.

Подадим на вход системы входной сигнал вида:

$$U(x, y, p) = C_{\eta,\gamma}(s) \text{Sin}(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \text{Sin}(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad 45.107)$$

где  $C_{\eta,\gamma} = q$ ;  $\Psi_\eta = \pi \cdot \eta / x_l$ ;  $\bar{\Psi}_\gamma = \pi \cdot \gamma / r_l$ .

В соответствии с уравнением (4.107) был сформирован распределенный входной сигнал для  $\eta=1$ ,  $\gamma=1$  и  $\eta=3$ ,  $\gamma=3$  по методике представленной в [149]. В результате численного моделирования были получены значения выходных сигналов в контрольных точках, по которым построены графики распределенных выходных сигналов (Рис.4.34).

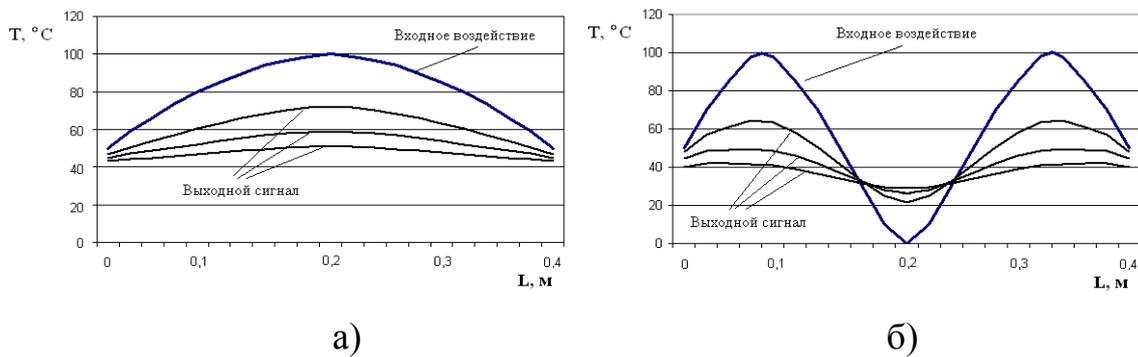


Рисунок 4.34 - График функции входа и функции выхода в контрольных точках: а) при  $\eta=1$ ,  $\gamma=1$ ; б) при  $\eta=3$ ,  $\gamma=3$ .

По результатам моделирования найдем значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  для 700 заданных точек находящихся внутри объекта. Результаты расчетов для двух точек представлены в таблице 4.4. Далее, применяя полученные результаты произведем расчет настроек распределенного ПИД – регулятора с применением методики представленной в [149] для каждой заданной точки.

Таблица 4.4 - Выходные значения в контрольных точках

Параметры	Контрольная точка №1		Контрольная точка №2			
	$\eta=1$ $\gamma=1$	$\eta=3$ $\gamma=3$		$\gamma=1$	$\eta=3$	$\gamma=3$
$K_\eta$	0,284	0,214	0,2		0,147	
$T_\eta$	1427	1415	1800		1787	
$\tau_\eta$	271	270	720		718	
$E_1$	10,91549		4,89332			
$E_4$	0,0076		0,003088			
$E_2$	127		306,648			
$n_1$	1626,65		1446,6			
$n_4$	298100		176922,9			

Для контрольной точки №1, параметры которой заданы в табл. 4.4 передаточная функция распределенного ПИД-регулятора (4.105) имеет такой вид:

$$\begin{aligned}
 W(x, y, p) = & 10.91549 \cdot \left[ \frac{1395.65 - 1}{1395.65} - \frac{1}{1395.65} \nabla^2 \right] + \\
 & + 0.0076 \cdot \left[ \frac{168020 - 1}{168020} - \frac{1}{168020} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + 127 [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot p
 \end{aligned} \quad (4.108)$$

Подобным образом осуществим расчеты для всех контрольных точек. Применяя полученные данные, сделаем расчеты следующих параметров:

$$T_c = \tau_\eta / T_\eta \quad - \text{относительное время запаздывания}; \quad (4.109)$$

$$K_c = E_1 * K_\eta \quad - \text{общий коэффициент передачи системы}; \quad (4.110)$$

$$V_c = E_4 / \tau_\eta \quad - \text{относительное время изодрома}; \quad (4.111)$$

$$D_c = E_2 / \tau_\eta \quad - \text{относительное время предварения}; \quad (4.112)$$

$$K_1 = n_1 / \tau_\eta \quad - \text{относительный коэффициент веса } n_1; \quad (4.113)$$

$$K_4 = n_4 / \tau_\eta \quad - \text{относительный коэффициент веса } n_4; \quad (4.114)$$

По результатам расчетов строим номограммы.

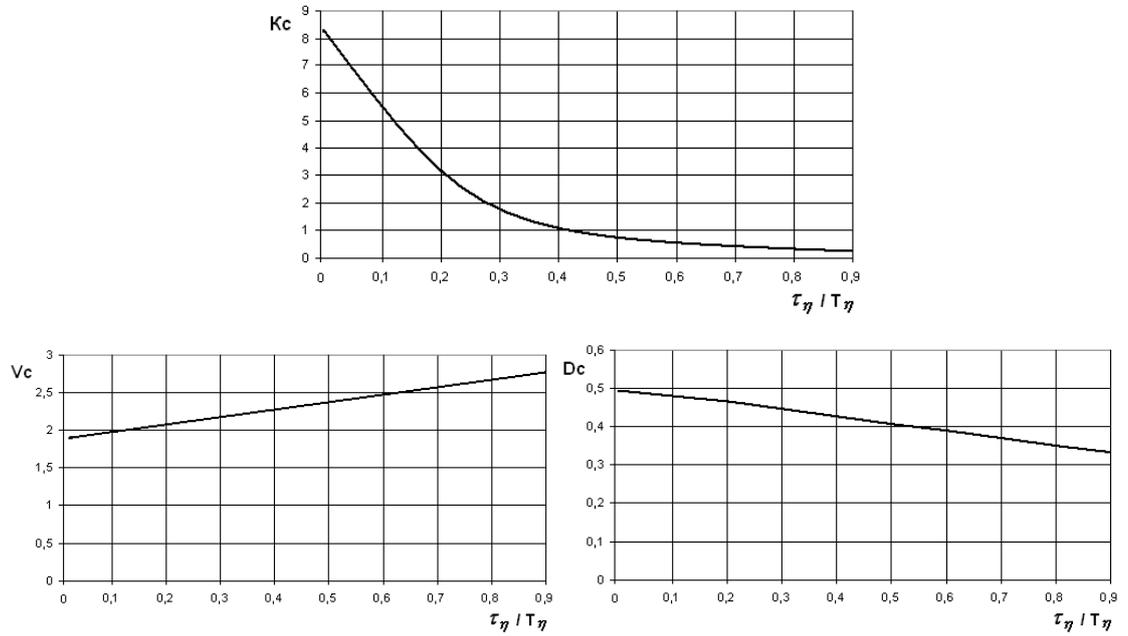


Рисунок 4.35 - Номограммы

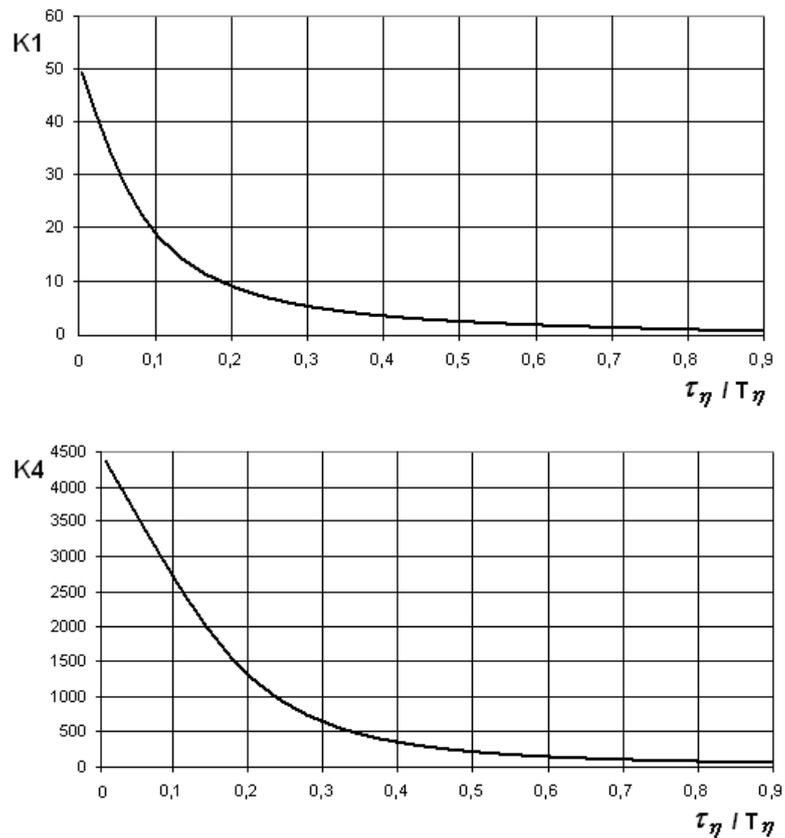


Рисунок 4.36 - (продолжение) Номограммы

## Применение номограмм

Порядок использования номограммы заключается в следующем:

1. По результатам моделирования находим параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  объекта.
2. По относительному времени запаздывания  $T_c = \tau_\eta / T_\eta$  из номограмм находим значения  $K_c$ ,  $V_c$ ,  $D_c$ ,  $K_1$ ,  $K_4$ .
3. Находим коэффициенты передачи  $E_1$ ,  $E_4$ ,  $E_2$  и коэффициенты веса  $n_1$  и  $n_4$  с помощью выражений (4.109)-(4.114)

Разработанные номограммы были использованы для нахождения настроек распределенного ПИД-регулятора системы управления температурой термокожуха для видеокамеры охранного телевидения, полная матмодель данного объекта управления приведена в [89] (программный код представлен в Приложении 2). Результаты показали, что настройки регулятора совпадают с настройками, полученными с помощью методики представленной в [159].

Основываясь на полученных результатах, можно прийти к выводу, что разработанные номограммы могут применяться для нахождения настроек распределенных ПИД – регуляторов систем с распределенными параметрами.

### **4.3. Разработка передаточной функции распределенного регулятора**

Одной из основных проблем проектирования систем контроля и управления, характеризующихся распределенными параметрами является проблема определения и реализации динамических характеристик, наилучшим образом удовлетворяющих поставленным требованиям и в то же время не нарушающих заданным ограничениям.

В настоящее время известны такие способы в решении проблемы расчета регуляторов для распределенных систем как метод АКОР;

частотный метод анализа синтеза; параметрический расчет регуляторов. Перечисленные методы характеризуются большим объемом вычислений. В связи с этим актуальной является задача выбора методов анализа и синтеза алгоритмов регулирования по заданным показателям качества, которые бы позволили связать аналитическими зависимостями параметры динамических характеристик распределенного объекта и распределенного регулятора с прямыми показателями качества желаемых переходных процессов и не требовал большого объема вычислений.

Тепловые процессы, протекающие в объектах с распределенными параметрами (ОРП) могут быть описаны с помощью следующей передаточной функции:

$$W_o(G, p) = \frac{E_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta p} \quad (4.115)$$

где:  $E_\eta = E_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]$  – коэффициент усиления объекта;

$T_\eta = T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]$  – постоянная времени;  $G$  – обобщенная координата;

$\tau_\eta$  – время запаздывания,  $n$  – весовой коэффициент.

Определим структуру распределенного регулятора, который является оптимальным для ОРП с передаточной функцией (4.115). Для этого задаёмся передаточной функцией ОРП, являющейся желаемой для системы по задающему воздействию в виде:

$$W_{жс}(G, p) = \frac{1}{T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} \cdot G \right] \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{жс} p} \quad (4.116)$$

Используя методику представленную в [80] и результаты, полученные в [106] произведем вывод передаточной функции распределенного регулятора для объектов с передаточной функцией (4.115), которую запишем в следующем виде:

$$W_p(G, p) = \frac{T_p p + 1}{W_o(G, p)(T_3 + \tau_{жс})p} \quad (4.117)$$

где:  $T_p = \frac{0.5 \cdot \tau_{жс}}{\frac{T_3}{\tau_{жс}} + 1}$  - постоянная времени регулятора;

$T_3 = T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]$  - заданное значение постоянной времени объекта;

Подставив выражение (4.115) в передаточную функцию (4.117) получим:

$$W_p(G, p) = \frac{(T_\eta p + 1)(T_p p + 1)}{K_\eta (T_3 + \tau_{жс}) p}. \quad (4.118)$$

Умножив числитель и знаменатель выражения (4.118) на  $T_o$  запишем:

$$\begin{aligned} W_p(G, p) &= \frac{T_\eta}{K_\eta (T_3 + \tau_{жс})} \cdot \frac{(T_\eta p + 1)(T_p p + 1)}{T_\eta p} = \\ &= K_p \left( 1 + \frac{T_p}{T_\eta} + \frac{1}{T_\eta p} + T_p p \right). \end{aligned} \quad (4.119)$$

При  $T_\eta \gg T_p$  дробь  $\frac{T_p}{T_\eta} \rightarrow 0$ , тогда выражение (4.119) перепишем в

следующем виде:

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_\eta p} + T_p p \right). \quad (4.120)$$

Подставим в (4.120) принятые ранее обозначения и запишем передаточную функцию регулятора распределенного.

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]} \cdot \frac{1}{p} + \frac{0.5 \tau_{жс}^2}{T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс}} \cdot p \right) \quad (4.121)$$

$$K_p = \frac{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]}{E_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] \left( T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс} \right)} \quad (4.122)$$

Таким образом была получена передаточная функция регулятора распределенного, реализующего ПИД алгоритм управления.

Используя полученную методику, было произведено определение параметров распределенного ПИД-регулятора для системы управления температурой защитного термокожуха для видеокамеры охранного телевидения. Полная матмодель данного объекта представлена в [89]. Результаты моделирования системы контроля показали высокое качество управления объектом в полном соответствии с поставленными требованиями к системе управления. Основываясь на полученные результаты, применим разработанную методику для создания системы контроля тепловыми полями активной зоны реактора.

#### 4.4. Выводы по четвёртой главе

В главе рассмотрены математические модели распределённых регуляторов реализующих различные алгоритм управления.

Разработаны и представлены методики определения области устойчивости распределенных систем с различными алгоритмами управления, с применением обычных и расширенных частотных характеристик.

Разработана методика анализа систем с распределёнными параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности с применением расширенных частотных характеристик

Разработаны корневые методы настройки распределенных систем с типовыми распределенными регуляторами, реализующими различные

алгоритмы управления, позволяющие обеспечить заданный запас устойчивости.

Разработан номографический метод определения параметров распределенных регуляторов. Представлены методики определения параметров распределенных ПИ и ПИД-регуляторов с помощью номограмм.

Разработан аналитический метод синтеза оптимальных распределенных систем управления

Разработана методика, позволяющая производить вывод «желаемой» передаточной функции распределенного регулятора для объекта с передаточной функцией в виде распределенного пространственно-апериодического звена, имеющей желаемые параметры.

## 5. СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Во многих случаях динамические и статические свойства систем изменяются во времени, и регулятор с неизменной настройкой не может обеспечить оптимальный режим. В этих случаях необходимо изменить уставку задатчика или параметры каких-либо элементов, изменить схему соединения элементов или ввести в действие новые элементы: такие как логические элементы, вычислительные машины и элементы автоматического поиска, что обуславливает создание автоматических систем со свойствами самонастройки или адаптации. На основании этого можно сделать вывод, что развитие теории автоматического управления характеризуется активным развитием методов адаптивного управления. Данные методы предназначены для проектирования систем контроля и управления при изменении параметров объекта и условий его функционирования, присутствующие на этапе проектирования или до начала эксплуатации системы. Имеющейся первичных данных недостаточно для проектирования систем управления с заданными показателями качества управления. В адаптивных системах управления нехватка начальной информации компенсируется в течении ее функционирования на основе текущей информации о состоянии объекта. Эти данные анализируются и используются для расчета новых настроек регулятора и поддержания качества управления на заданном уровне.

Использование принципов адаптации дает возможность:

- обеспечить работоспособность системы в условиях изменения свойств объекта и окружающей среды;
- обеспечить оптимизацию режимов работы системы при изменении ее параметров;
- организовать унификацию промышленных регуляторы, приспособив их для работы с различными типами объектов;

- обеспечить сокращение сроков конструкторских испытаний;
- обеспечить повышение надежности системы.

Из-за недостаточности начальной информации при управлении объектами с нестационарными параметрами требуется решать две задачи:

- 1 – провести анализ объект управления в процессе его работы с целью получения недостающих данных;
- 2 – управлять данным объектом.

Причем задачу анализа объекта желательно совмещать с управлением. В этом случае управляющий сигнал носит двойной характер: он используется как средство управления оптимальным движением ОУ так и средством его изучения. Такое управление получило название дуальное управление.

При разработке адаптивных систем управления для ОУ с изменяющимися параметрами и изменяющимися характеристиками внешних сигналов применяют принцип адаптации [12]. При этом применяют два главных подхода:

- разделение адаптивного управляющего устройства АУУ (рис.5.1) на оптимальный регулятор и устройства самонастройки (адаптации).
- применение алгоритмов оптимизации и адаптации при разработке алгоритмов управления, определяющих структуру адаптивного управляющего устройства.

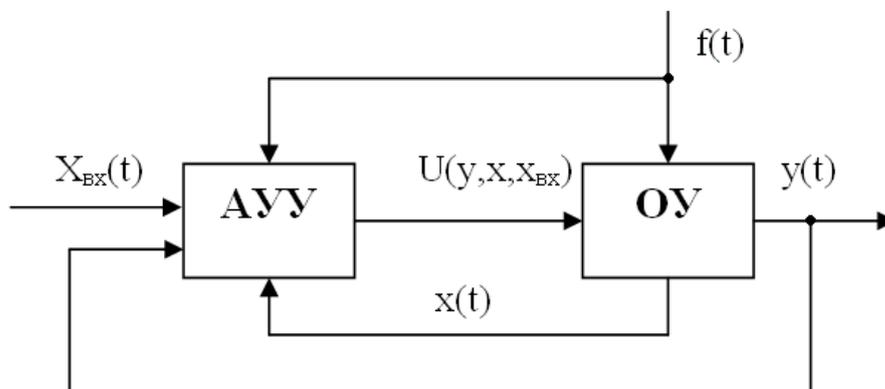


Рисунок 5.1 - Структурная схема адаптивной системы

Базовую структуру адаптивной системы управления в её общем виде можно представить, как показано на рисунке 5.2.

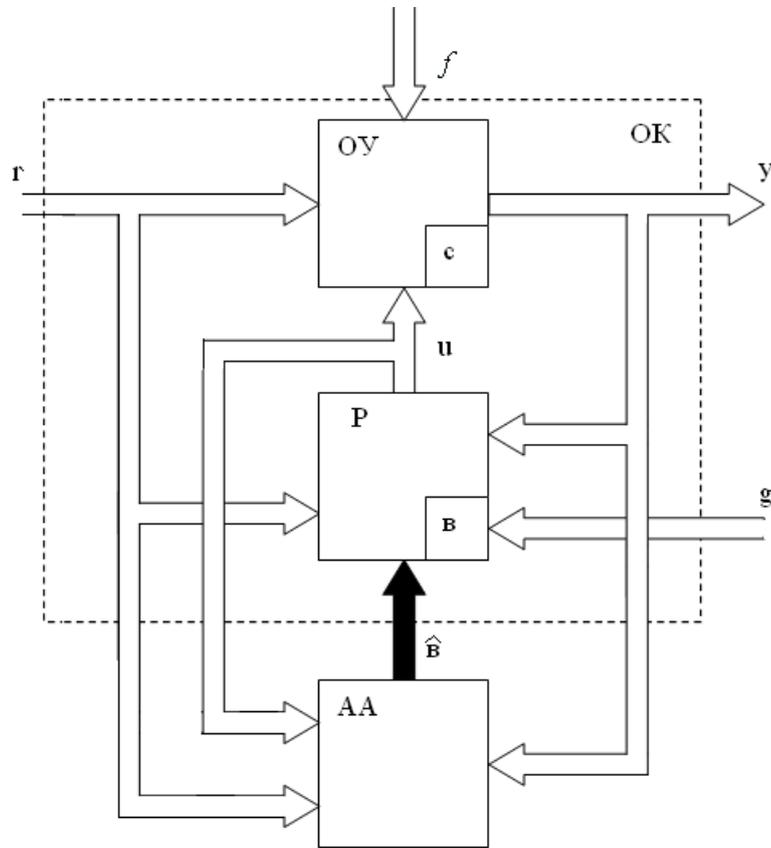


Рисунок 5.2 - Базовая структура адаптивной системы управления

Синтез АдС в соответствии с данной схемой предполагает разработку основного контура (ОК), состоящего из объекта с заданной схемой связей, управлениями и возможной областью изменения параметров  $c \in \Omega_c$  этих управлений.

Входы  $r$  и  $f$  характеризуют измеряемые и неизмеряемые внешние возмущения соответственно. Для представленной в таком виде модели объекта методами теории автоматического управления выполняется расчет регулятора (Р) с фиксированной или свободной структурой и параметрами настройки  $\mathbf{v}$ [12].

В частности, для какого-либо эталонного состояния ОУ с параметрами  $c_0 \in \Omega_c$  при фиксированных  $r_0, f_0$  оптимальный регулятор

имеет параметры настройки  $b = \varphi_1(c_0)$ . При неконтролируемых изменениях параметров в процессе функционирования системы  $c = c(t)$  в случае стационарных  $r, f$  для сохранения оптимального состояния основного контура необходимо настраивать параметры регулятора  $b = \hat{b}(t)$ . Здесь возможны два режима настройки.

1) Режим «поэтапного» управления Этот режим применим когда скорость изменения вектора параметров  $c(t)$  на много меньше скорости протекания переходных процессов, вызванных изменением  $c(t)$ . Тогда адаптивное управление может быть осуществлено за два этапа:

- объект анализируется для нахождения текущих значений параметров  $c(t)$  в виде оценки  $\hat{c}$ ;

- потом с применением полученной информации определяется алгоритм управления с требуемыми параметрами  $u(t) = U(\hat{b} = \varphi_2(\hat{c}), t)$ , где  $\hat{b} = \varphi_2(\hat{c})$  - вектор оптимальных параметров настройки.

2) Второй режим – режим одновременного исследования объекта и управления его работой, когда темп изменения неизвестного вектора параметров  $c(t)$  соизмерим с темпом процессов в системе и с темпом изменения внешних воздействий  $g(t), r(t), f(t)$ .

### 5.1. Разработка адаптивной системы управления с распределенным ПИ-регулятором

Матмодель объекта задана системой дифференциальных уравнений в частных производных.

Математическая модель ОУ имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (5.1)$$

$$0 < x < L_x, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < z < L_z.$$

Граничные и начальные условия представлены следующими соотношениями:

$$Q(x,0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, L_z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (5.4)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (5.5)$$

Как отмечалось выше, для тепловых ОУ передаточные функции по каждой моде входного воздействия можно заменить передаточными функциями вида:

$$W_\eta(S) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot S + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot S}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (5.6)$$

Передаточная функция разрабатываемого распределенного ПИ-регулятора согласно [149] выглядит следующим образом:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} \quad (5.7)$$

Задача заключается в том, чтобы произвести адаптацию коэффициентов регулятора (5.7) к изменяющимся параметрам объекта так, чтобы соблюдались следующие ограничения:

1. запас устойчивости по модулю  $\Delta L \geq \Delta L_{3ад}$ ;
2. запас устойчивости по фазе  $\Delta \varphi \geq \Delta \varphi_{3ад}$ ;
3. степень колебательности  $m = m_{3ад}$

### **Разработка структуры распределенной адаптивной системы управления**

Весь процесс адаптивного управления согласно [12] можно представить как процесс взаимодействия трех подсистем:

- объекта;
- настраиваемого регулятора;
- блока адаптации.

Блок адаптации и регулятор объединяются в *адаптивный регулятор*, имеющий двухуровневую иерархическую структуру. Регулятор основного контура непосредственно вырабатывает управляющее воздействие  $u(t)$ , подаваемое на объект. Алгоритм управления в основном контуре зависит от некоторого набора *настраиваемых параметров* регулятора. Настройка этих параметров осуществляется на втором уровне в соответствии с некоторым законом, именуемым *алгоритмом адаптации* на основе доступной текущей информации и без непосредственного использования значений параметров, заранее не известных.

На рис. 5.3 изображена схема распределенной адаптивной системы управления.

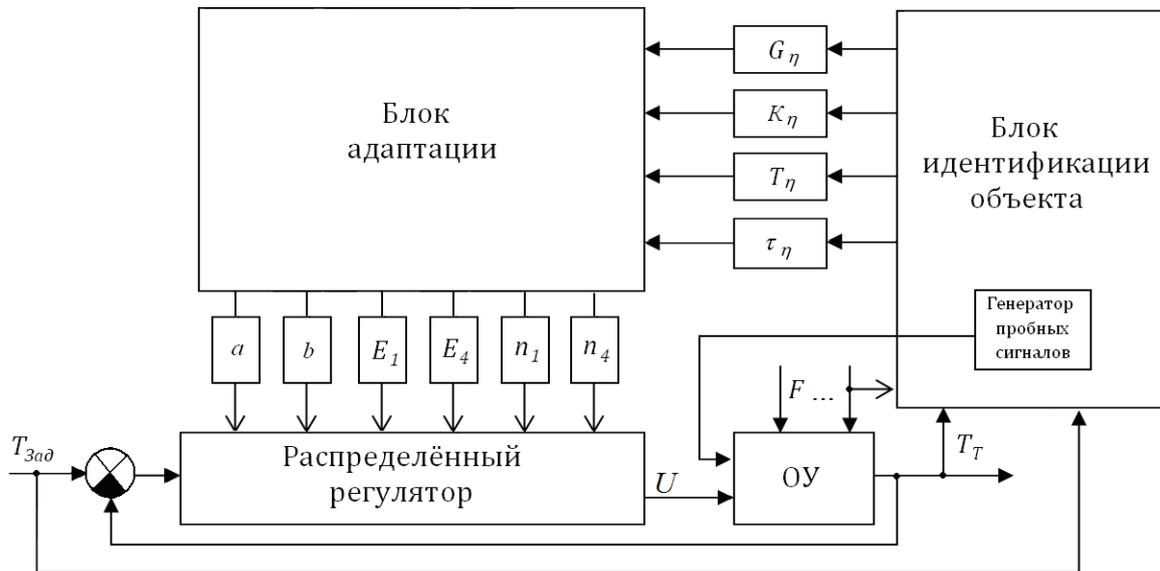


Рисунок 5.3 - Блок-схема адаптивной системы

### Блок идентификации объекта

Применяя блок идентификации объекта, находим параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  по результатам моделирования.

Для этого генератор пробных сигналов создаёт и отправляет на вход системы сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(s) \text{Sin}(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \text{Sin}(\bar{\Psi}_{\gamma} \cdot y) \quad (5.8)$$

где  $C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}$ ;  $\Psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / x_l$ ;  $\bar{\Psi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / r_l$ .

По результатам моделирования блок идентификации рассчитывает, по методике изложенной в [115], значения параметров  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$ , которые поступают на вход блока адаптации.

### Блок адаптации

Блок адаптации вычисляет параметры регулятора в соответствии с методикой изложенной в [101]. Для этого используются выражения:

$$K_{II}(G_{\eta}) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta}} \left[ p_1 e^{-\tau_{\eta}/T_{\eta}} + p_2 T_{\eta} (1 - e^{-\tau_{\eta}/T_{\eta}}) \right] \quad (5.9)$$

$$K_{II}(G_{\eta}) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta}} p_2, \quad (5.10)$$

$$K_{II}(G_{\eta}) = E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G_{\eta} \right], \quad (5.11)$$

$$K_{II}(G_{\eta}) = E_4 \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} \cdot G_{\eta} \right]. \quad (5.12)$$

Решая данные уравнения, находим значения коэффициентов передачи и коэффициенты веса  $E_1$ ,  $n_1$ ,  $E_4$  и  $n_4$ . Определяем также коэффициенты  $a$  и  $b$

$$a = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta}} \left[ p_1 \frac{K_{\eta}}{T_{\eta}} - p_2 K_{\eta} \right]; \quad b = \frac{K_{\eta}^2}{T_{\eta}} p_2.$$

Для проверки полученных данных и проведения моделирования адаптивной системы управления было написано специальное программное обеспечение. Данное ПО позволило сделать вывод, что применение адаптивной распределенной системы управления дает возможность:

1. автоматически находить оптимальные настройки распределенного ПИ-регулятора;
2. производить процесс самонастройки при низком уровне пробного сигнала, не приводящего к нарушению нормального функционирования ОУ;
3. осуществлять контроль процесса самонастройки и изменения настроек со стороны оператора;
4. осуществлять контроль процесса настройки в автоматическом режиме с целью исключения неустойчивой работы системы;

На основании полученных результатов можно заключить, что применение адаптивной системы с распределенным ПИ-регулятором позволяет повысить быстродействие системы управления, а также добиться заданных показателей качества управления.

## 5.2. Разработка адаптивной системы управления с распределенным ПИД-регулятором

Математическая модель рассматриваемого объекта контроля описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных.

Матмодель объекта управления имеет вид:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right), \quad (5.13)$$

$$0 < x < L_x, 0 < y < L_y, 0 < z < L_z.$$

Условия граничные и начальные задаются следующими соотношениями:

$$Q(x, 0, z, \tau) = Q(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial Q(0, y, z, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial Q(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x, y, L_z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial Q(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (5.16)$$

$$Q(x, y, z, 0) = 0. \quad (5.17)$$

Для тепловых объектов управления передаточные функции по каждой моде входного воздействия могут быть заменены передаточными функциями вида:

$$W_\eta(S) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot S + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot S}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (5.18)$$

Передаточная функция разрабатываемого распределенного регулятора согласно [149] имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p \quad (5.19)$$

где:  $E_1, E_2, E_4$  - коэффициенты передачи;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

$n_1, n_2, n_4$  - весовые коэффициенты.

Задача заключается в том, чтобы подстроить коэффициенты регулятора (5.19) к изменяющимся параметрам объекта таким образом, чтобы соблюдались ограничения, наложенные на запасы устойчивости:

1. запасы по модулю  $\Delta L \geq \Delta L_{зад}$ ;
2. запасы по фазе  $\Delta \varphi \geq \Delta \varphi_{зад}$ ;
3. степень колебательности  $m = m_{зад}$

### Разработка адаптивной системы управления

На рис. 5.4 показана блок-схема распределенной системы адаптивного управления.

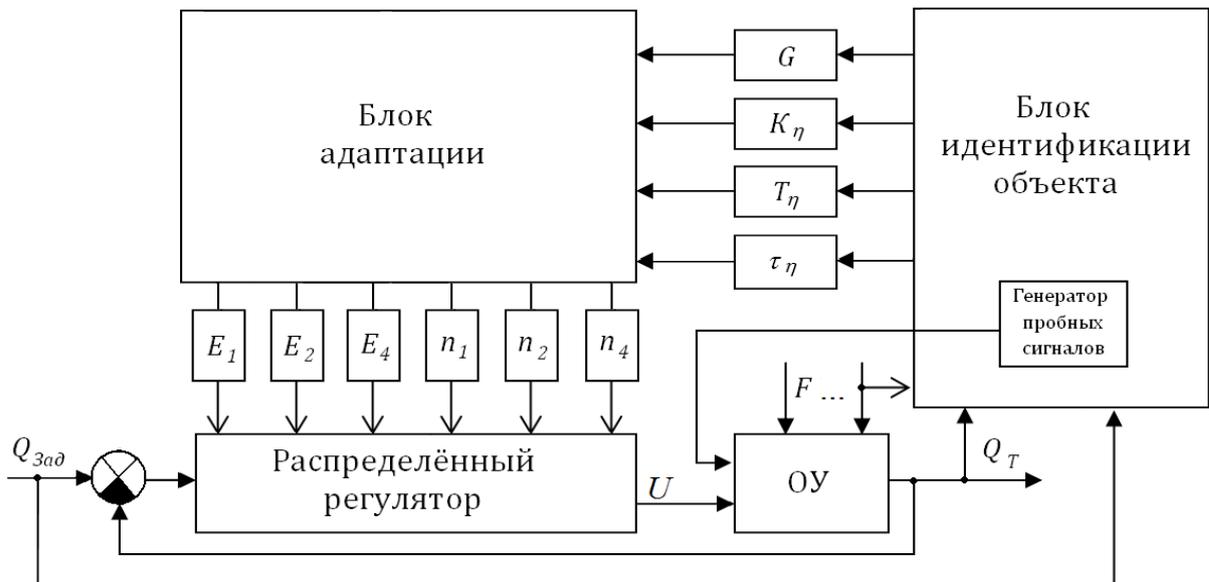


Рисунок 5.4 - Блок-схема адаптивной системы

Применяя блок идентификации объекта находим значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ .

Генератор пробных сигналов создаёт и отправляет на вход системы сигнал вида:

$$U(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(s) \sin(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (5.20)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_\eta = \frac{\pi \cdot \eta}{x_l}; \quad \bar{\Psi}_\gamma = \frac{\pi \cdot \gamma}{r_l}.$$

В результате моделирования находим параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ , которые поступают на вход блока адаптации.

В блоке адаптации производится расчет настроек распределенного регулятора.

### 5.3. Разработка адаптивной системы с оптимальной передаточной функцией

Одной из распространенных задач является стабилизация динамических свойств технологических объектов, основными режимами работы которых являются переходные режимы. Под влиянием различных

случайных факторов и вследствие изменения параметров системы возможно нарушение этих режимов. Стабилизацию переходных режимов можно осуществить путём сравнения временных характеристик объектов с некоторыми эталонными, «желаемыми», с последующей минимизацией их расхождения. При этом ставят задачи получения оптимальной точности или оптимального быстродействия при переменных внешних условиях и характеристиках объекта. Здесь наилучшее решение получается при использовании адаптивных систем.

Рассмотрим процедуру адаптации при наличии эталонной модели.

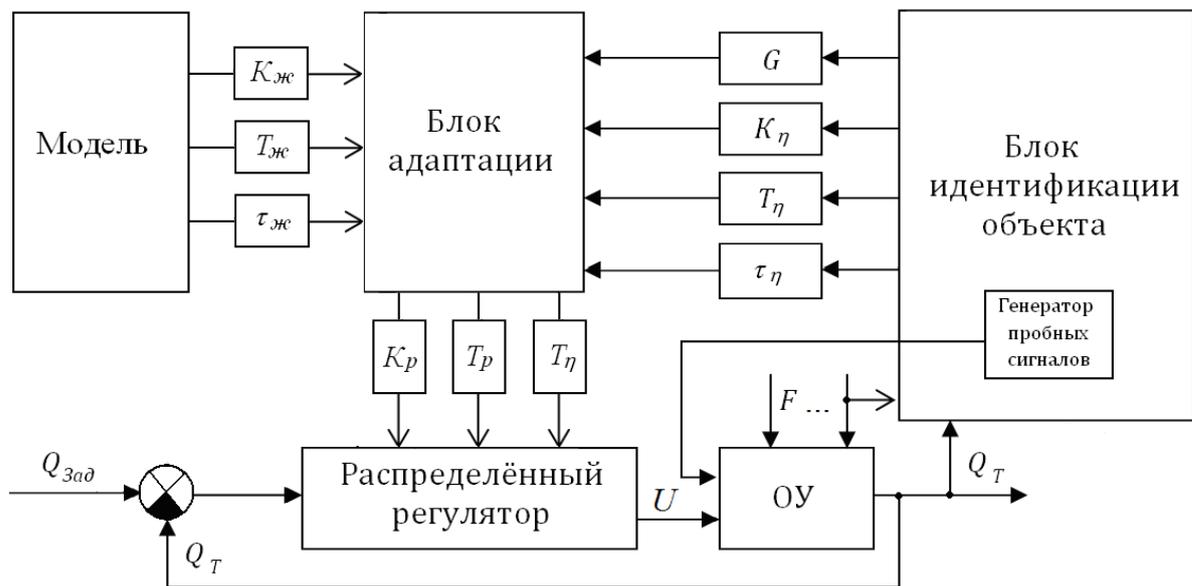


Рисунок 5.5 - Блок-схема адаптивной системы с моделью

Передаточная функция разрабатываемого распределенного регулятора согласно [106] имеет вид:

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]} \cdot \frac{1}{p} + \frac{0.5\tau_{жс}^2}{T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс}} \cdot p \right) \quad (5.21)$$

Введём обозначения и запишем выражение:

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_\eta p} + T_p p \right)$$

$$\text{где } K_p = \frac{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]}{E_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] \left( T_{\text{жс}} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{\text{жс}} \right)};$$

$$T_\eta = T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right];$$

$$T_p = \frac{0.5 \tau_{\text{жс}}^2}{\left( T_{\text{жс}} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{\text{жс}} \right)}.$$

С помощью модели задаём желаемые значения коэффициента передачи, постоянной времени и время запаздывания объекта управления.

$$W_{\text{жс}}(G, p) = \frac{1}{T_{\text{жс}} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} \cdot G \right] \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{\text{жс}} p} \quad (5.22)$$

Применяя блок идентификации параметров объекта, в результате моделирования, находим параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ . Для этого генератор пробных сигналов создает и отправляет на вход сигнал вида:

$$U(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(s) \text{Sin}(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \text{Sin}(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (5.23)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_\eta = \frac{\pi \cdot \eta}{x_l}; \quad \bar{\Psi}_\gamma = \frac{\pi \cdot \gamma}{r_l}.$$

В результате находим значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ , которые подаются на вход блока адаптации.

Как уже отмечалось тепловые процессы, протекающие в объектах с распределенными параметрами (ОРП) могут быть описаны с помощью следующей передаточной функции:



#### **5.4. Выводы по пятой главе**

Шестая глава посвящена системам контроля с распределенными параметрами, у которых динамические и статические свойства систем изменяются во времени и в пространстве. Системы данного класса требуют новых разработкой методов адаптивного управления. В главе рассмотрены основные принципы адаптации.

Разработаны следующие методики синтеза адаптивных систем контроля и управления:

1. метод синтеза адаптивной системы контроля и управления с распределенным ПИ-регулятором;
2. метод синтеза адаптивной системы контроля и управления с распределенным ПИД-регулятором;
3. метод синтеза адаптивной системы контроля и управления с «желаемой» передаточной функцией.

## 6. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ КОНТРОЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

### 6.1. Исследование нелинейных систем с распределенными параметрами методом фазовой плоскости

Метод фазовой плоскости, впервые был применен для исследования нелинейных систем французским ученым Анри Пуанкаре. Основное его преимущество – точность и наглядность анализа характера движений нелинейной системы. Фазовая плоскость представляет собой двухмерное фазовое пространство с двумя фазовыми координатами: регулируемая величина и её первая производная.

В качестве примера рассмотрим релейную систему управления температурой в объекте, имеющем цилиндрическую форму, изображенный на рисунке 6.1.

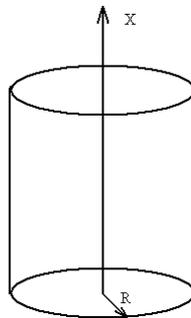


Рисунок 6.1 - Объект управления

На рисунке 6.2 представлена структурная схема релейной системы управления.

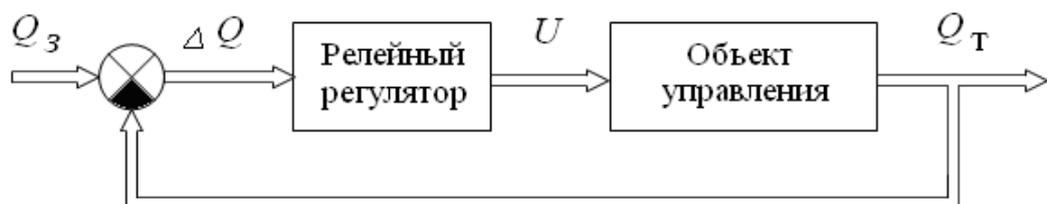


Рисунок 6.2 - Структурная схема релейной системы управления

Ниже представлена математическая модель рассматриваемой системы управления.

$$\frac{\partial Q(x, r, \varphi, t)}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 Q(x, r, \varphi, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q(x, r, \varphi, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 Q(x, r, \varphi, t)}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 Q(x, r, \varphi, t)}{\partial x^2} \right), \quad (6.1)$$

$$0 < x < L_x, \quad 0 < r < R, \quad 0 < \varphi < \Phi.$$

Граничные и начальные условия представлены соотношениями:

$$Q(L_x, r, \varphi, t) = 0, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial Q(x, R, \varphi, t)}{\partial r} = 0, \quad (6.3)$$

$$\lambda \frac{\partial Q(0, r, \varphi, t)}{\partial x} = U(r, \varphi, t), \quad (6.4)$$

$$Q(x, r, \varphi, 0) = 0. \quad (6.5)$$

В качестве регулятора используем двухпозиционное реле, которое имеет статическую характеристику

$$F(x) = \begin{cases} b & \text{при } x < Q_3 \\ 0 & \text{при } x > Q_3 \end{cases}. \quad (6.6)$$

В качестве координат фазовой плоскости выбираем отклонение управляемой величины  $Q$  и скорость ее изменения  $y = dQ/dt$ . С помощью специально написанного программного обеспечения произведем построение графиков переходных процессов и фазовых портретов системы для ряда контрольных точек, расположенных вдоль оси  $X$  по мере их удаления от нагревательного элемента.

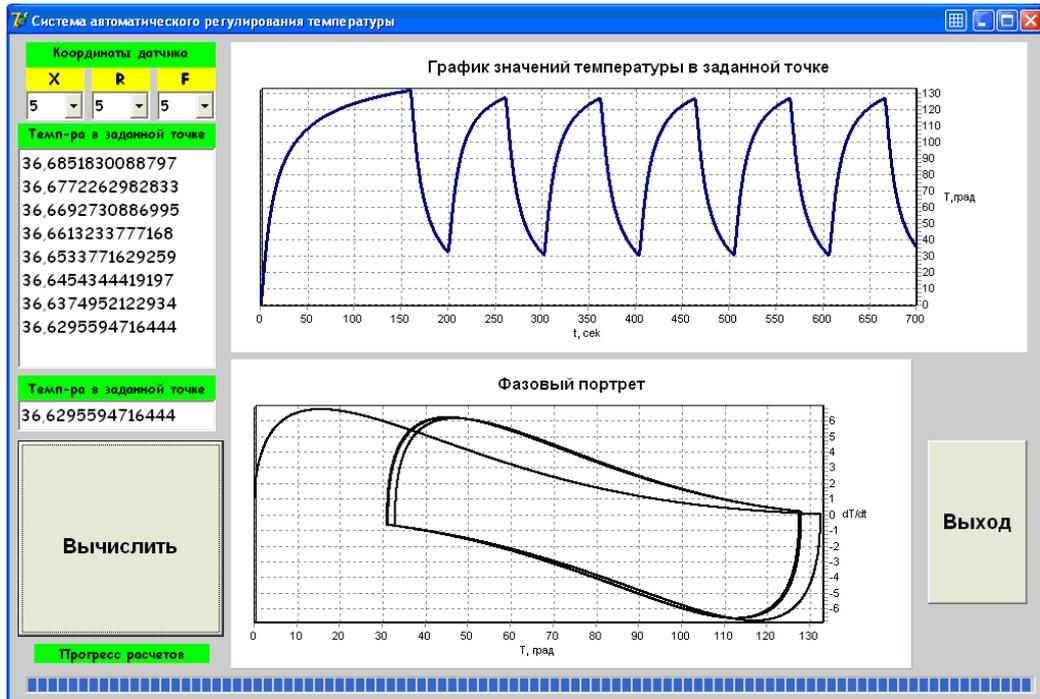


Рисунок 6.3 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(5,5,5,t)$

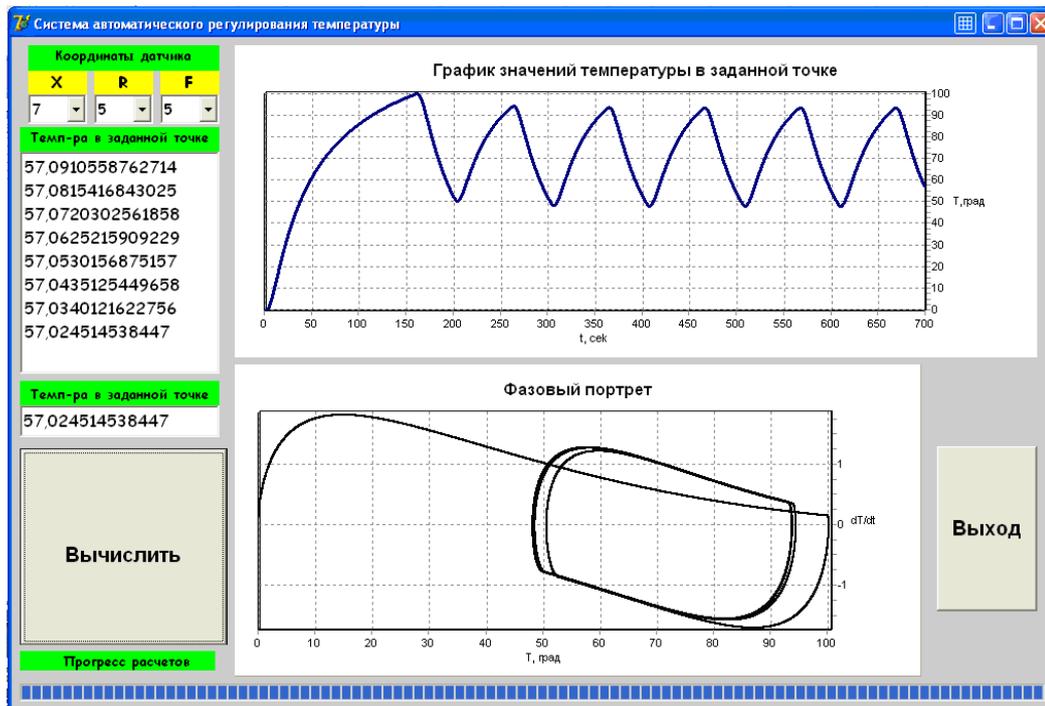


Рисунок 6.4 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(7,5,5,t)$

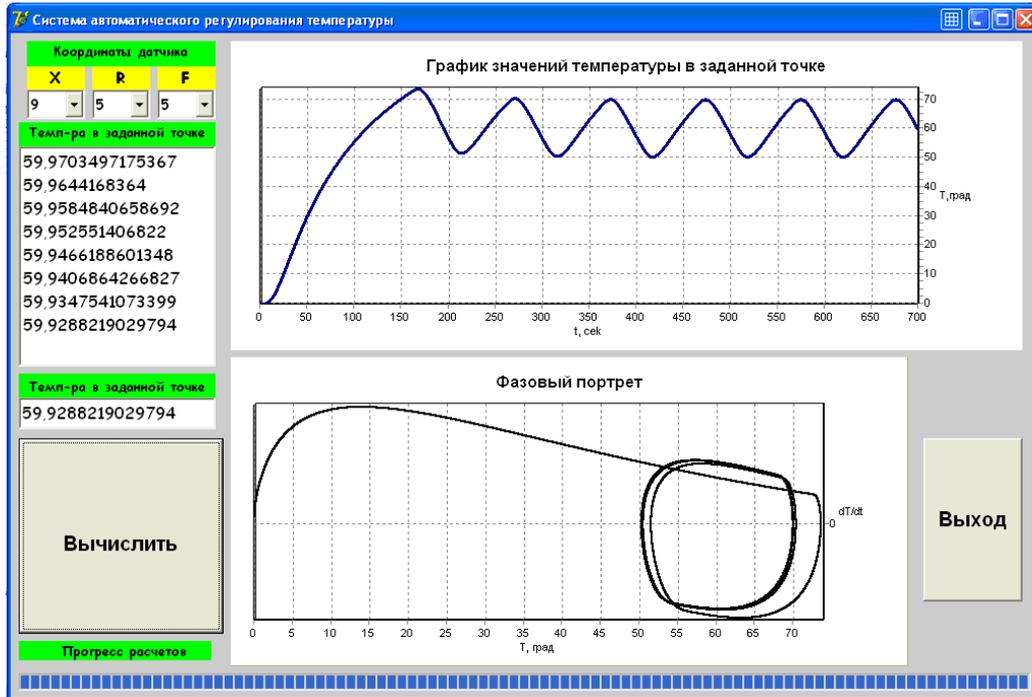


Рисунок 6.5 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(9,5,5,t)$

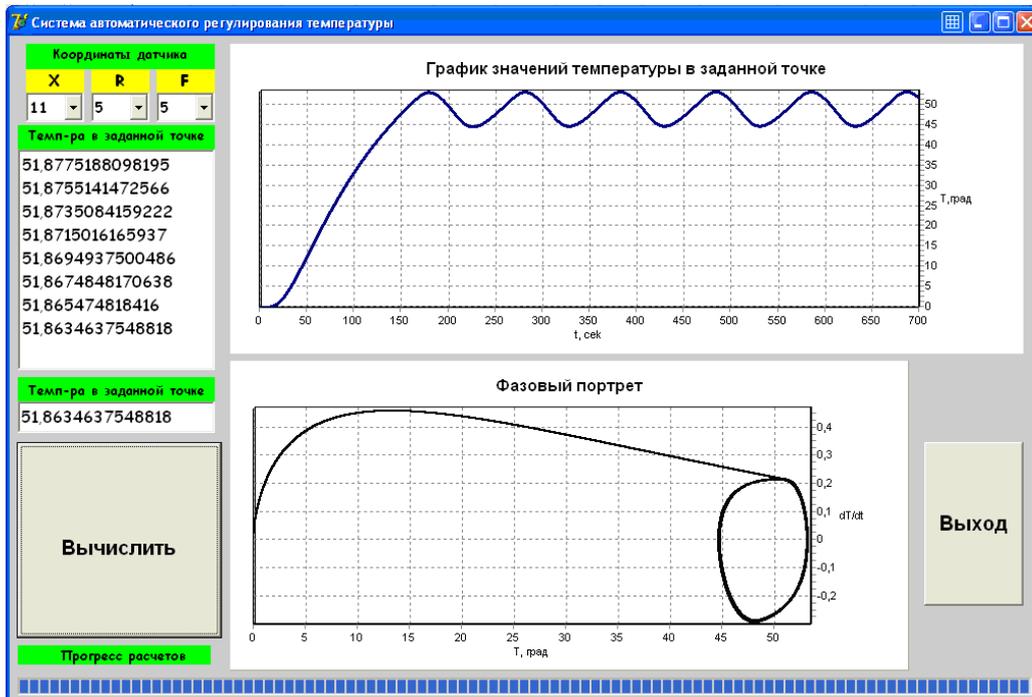


Рисунок 6.6 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(11,5,5,t)$

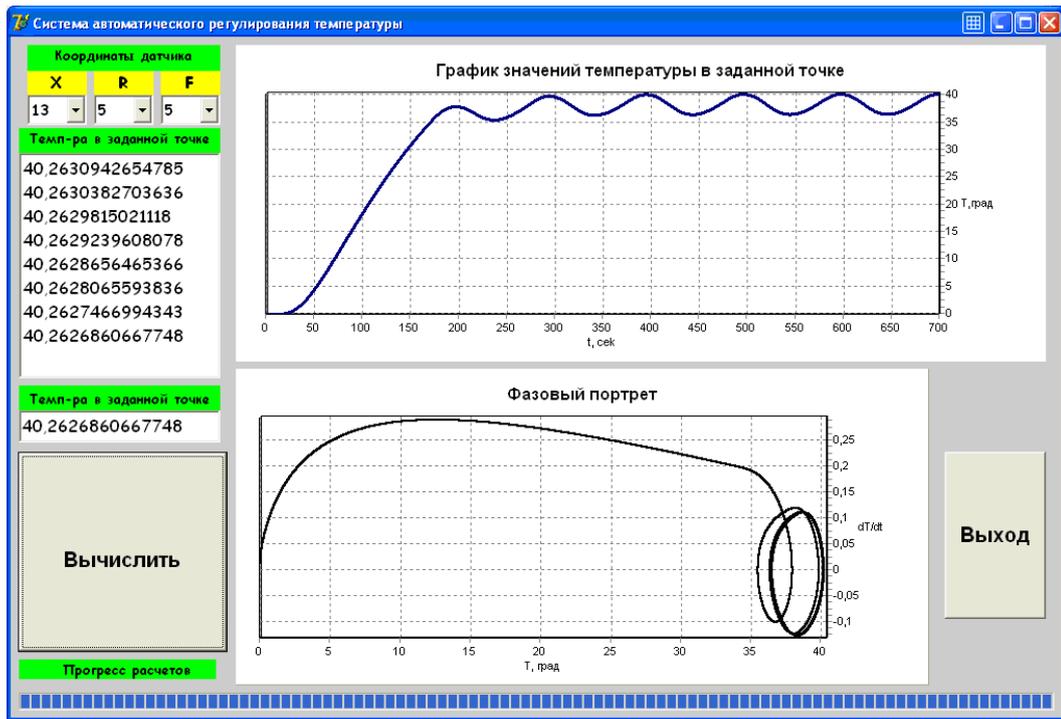


Рисунок 6.7 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(13,5,5,t)$

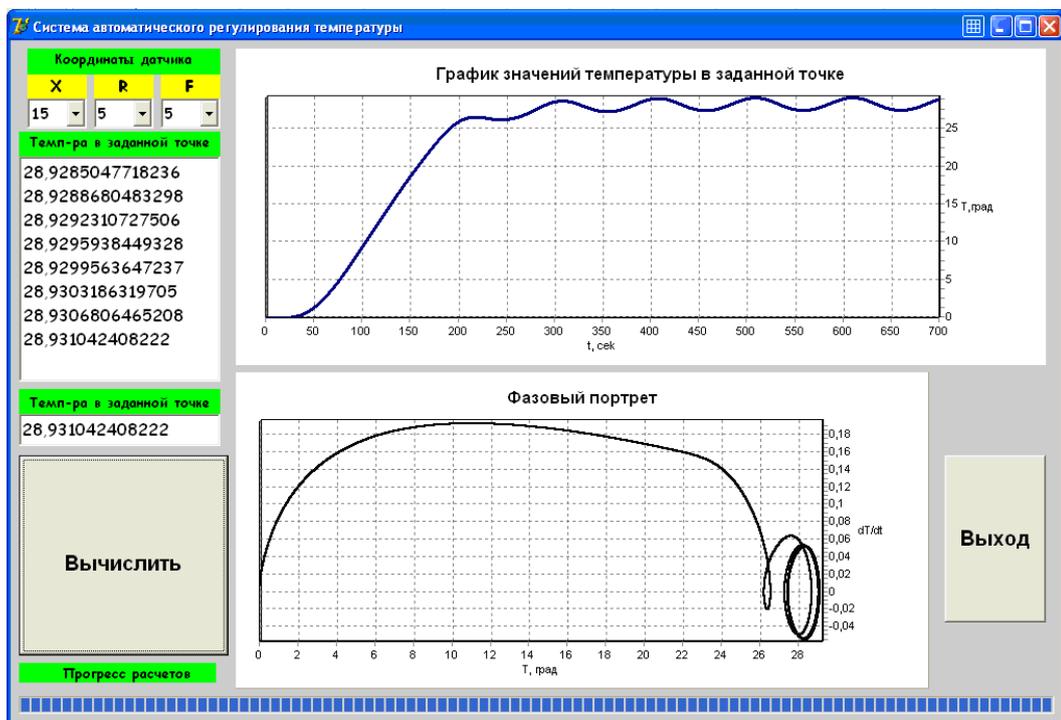


Рисунок 6.8 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(15,5,5,t)$

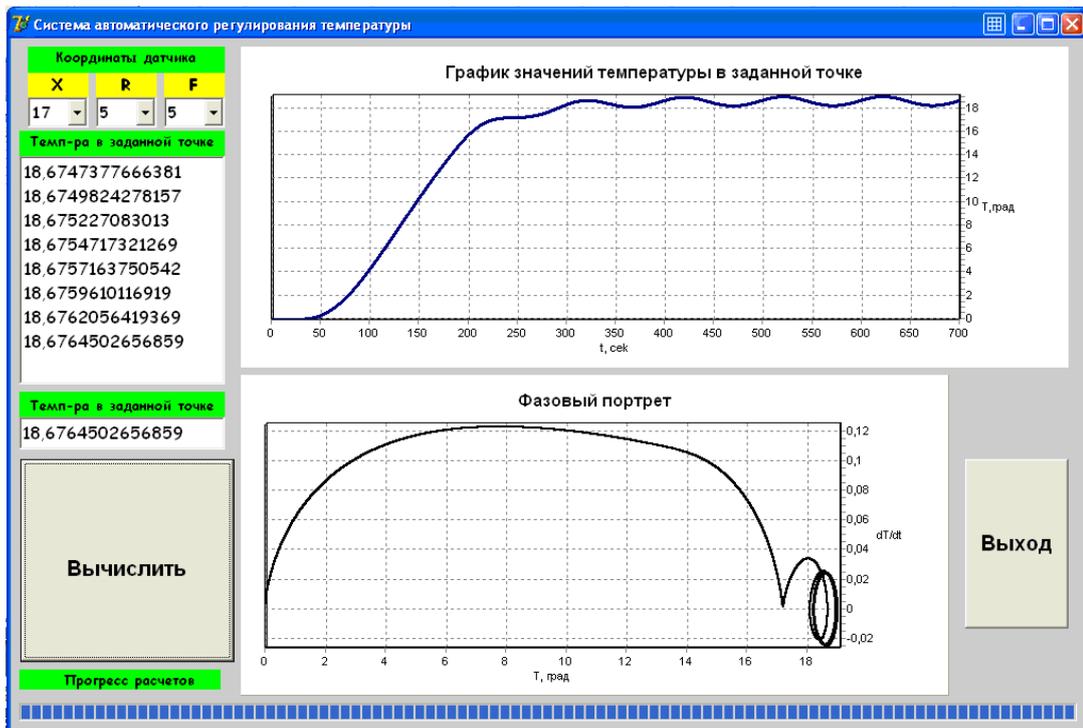


Рисунок 6.9 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(17,5,5,t)$

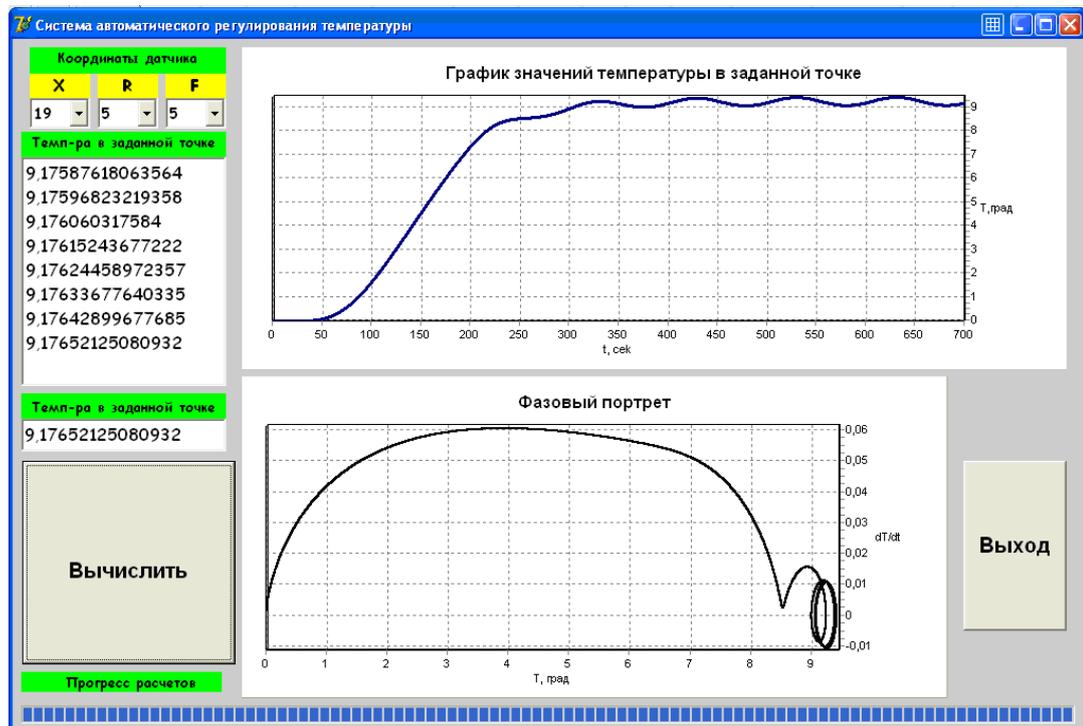


Рисунок 6.10 - График переходного процесса и фазовый портрет для точки  $Q(19,5,5,t)$

Представим фазовые портреты в трехмерной плоскости, где по одной из осей откладывается координата  $x$ . Таким образом, мы получаем пространственный фазовый портрет исследуемой распределённой нелинейной системы управления, регулируемой по релейному алгоритму.

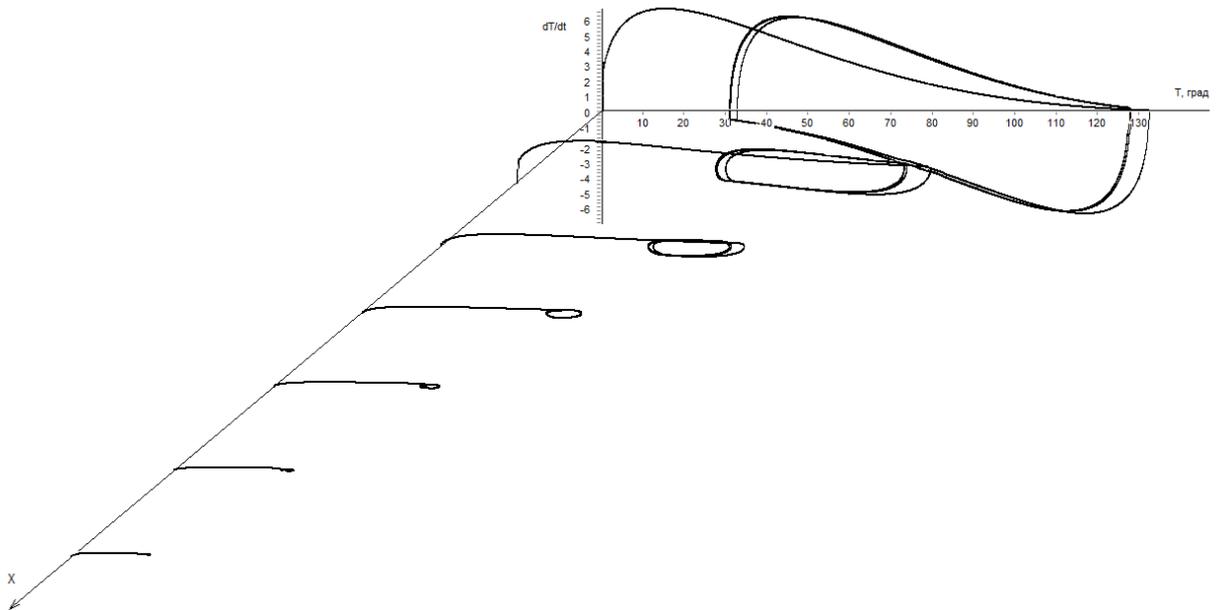


Рисунок 6.11 - Фазовые портреты системы

## 6.2. Модификация метода Гольдфарба для систем с распределенными параметрами и разработка методики его применения

Далее проведем анализ автоколебаний в рассматриваемой нелинейной системе с помощью метода Гольдфарба. Данный метод представляет собой графо-аналитический метод нахождения значений амплитуды и частоты автоколебаний, основанный на критерии устойчивости Найквиста. Проведем его адаптацию для проведения анализа нелинейных систем с распределенными параметрами.

Предварительно преобразуем структурную схему распределенной нелинейной системы таким образом, когда все линейные компоненты объединялись в одну частотную передаточную функцию  $W_{ли}(G, p)$ , а

нелинейный элемент представляют в виде гармонической частотной передаточной функцией  $W_{нэ}(G, A)$  на входе системы. Тогда общая передаточная функция системы в разомкнутом состоянии будет иметь вид:

$$W_{раз}(G, p, A) = W_{нэ}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p). \quad (6.7)$$

Допустим, что нелинейная система находится на границе устойчивости и на её выходе наблюдаются незатухающие колебания. Следовательно, в соответствии с критерием Найквиста АФЧХ разомкнутой системы должна проходить через критическую точку с координатами  $(-1, j0)$ . Тогда условие существования автоколебаний в замкнутой системе можно записать в виде:

$$W_{нэ}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p) = -1. \quad (6.8)$$

В соответствие с методом Гольдфарба представим его в виде:

$$W_{лн}(G, p) = -\frac{1}{W_{нэ}(G, A)}. \quad (6.9)$$

Автоколебания в системе могут иметь место, если соблюдается два условия гармонического баланса:

1.  $|W_{лн}(G, p)| = \left| \frac{1}{W_{нэ}(G, A)} \right|$
2.  $\varphi_{нэ}(G, A) + \varphi_{лн}(G, \omega) = -\pi$

**Первое условие.** Отдельно построенная левая часть уравнения при изменении частоты и отдельно построенная правая часть уравнения при изменении амплитуды имеют общую точку пересечения.

**Второе условие.** Точки пересечения соответствуют суммарному фазовому сдвигу на угол  $-\pi$ .

Полученные выражения будем решать графо-аналитическим методом.

Рассмотрим данный метод на примерах.

**Пример.**

Структурная схема рассматриваемой системы показана на рисунке 6.2. Матмодель объекта задана системой дифференциальных уравнений в частных производных (6.1)-(6.5).

Для объектов управления данного класса передаточные функции по каждой моде входного сигнала могут быть заменены передаточными функциями вида:

$$W_{\eta}(p) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta} \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{\eta} \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (6.10)$$

Значения параметров  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$  находятся в результате моделирования. Для этого на входе системы формируем входной сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(p) \text{Sin}(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \text{Sin}(\bar{\Psi}_{\gamma} \cdot y) \quad (6.11)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}; \quad \bar{\Psi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}.$$

Рассмотрим случай для  $\eta=1$  и в результате моделирования находим численные значения параметров  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$ .

Расчитанные значения равны:

$$K_1 = 0,65; \quad T_1 = 223; \quad \tau_1 = 21.$$

Запишем передаточную функцию апериодического звена в (6.10) в распределенной форме с применением обобщенной пространственной координаты  $G$ .

$$W_6(G, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot p + 1} \quad (6.12)$$

Идентификацию пространственного апериодического звена произведем по методике рассмотренной выше и с помощью MathCad построим АФЧХ.

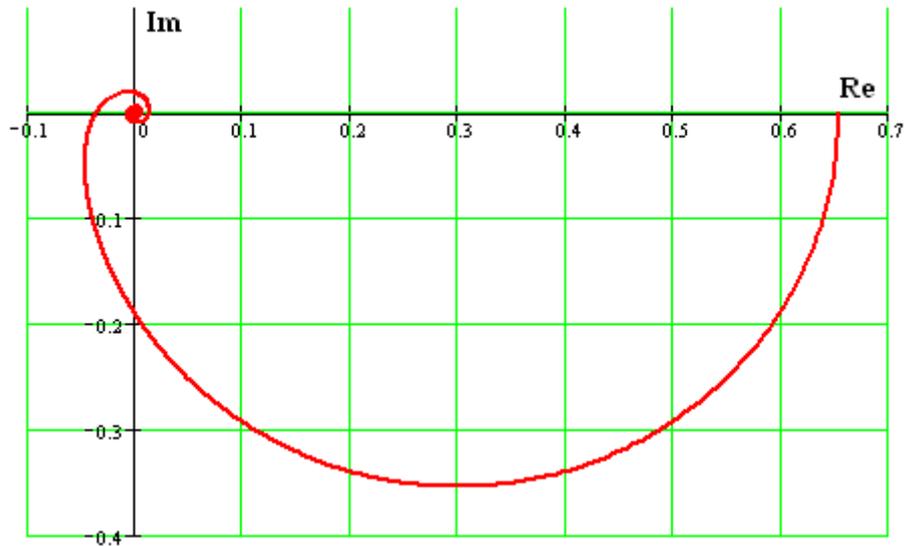


Рисунок 6.12 - АФЧХ линейной части системы

Произведя расчет, определим значение модуля распределенной амплитудно-фазовой характеристики  $A(G, \omega)$  при  $\varphi(G, \omega) = 180^\circ$ .

$$A(G, \omega) = -0.0377.$$

В качестве регулятора используем двухпозиционное реле со статической характеристикой

$$F(x) = \begin{cases} b & \text{при } x < Q_3 \\ 0 & \text{при } x > Q_3 \end{cases}. \quad (6.13)$$

С помощью специально написанного программного обеспечения произведем построение графиков управляющего воздействия, переходного процесса и фазового портрета системы для контрольной точки.

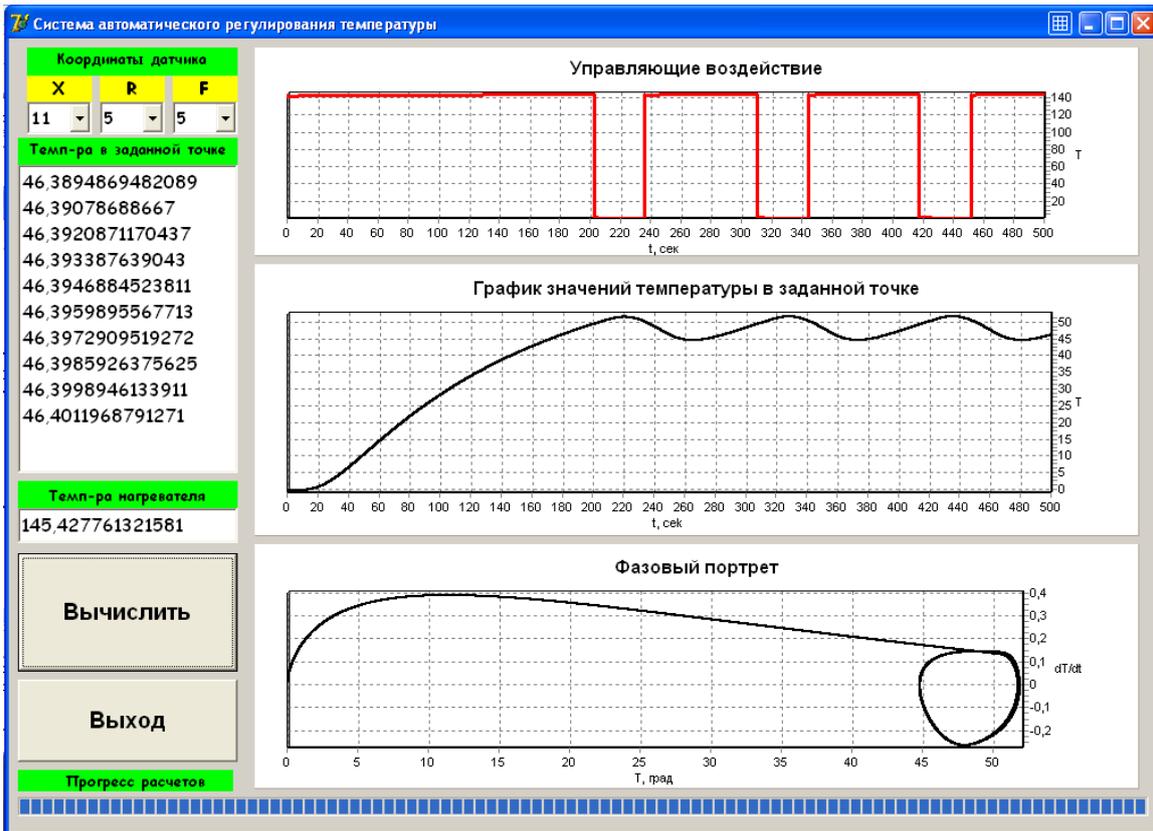


Рисунок 6.13 - График переходного процесса и фазовый портрет

Используя результаты моделирования, определим значение  $b=72.7$ .

Введем обозначение  $Z(G,A) = -\frac{1}{W_{\text{н}}(G,A)}$ . В соответствии с [26, 43]

параметры  $Z(G,A)$  для идеального реле определим по формуле

$$Z(G,A) = -\frac{\pi \cdot A}{4 \cdot b}.$$

Изменяя значения  $A$  от  $0$  до  $A \rightarrow \infty$  найдем значения этой характеристики.

Результаты расчетов представлены в таблицах.

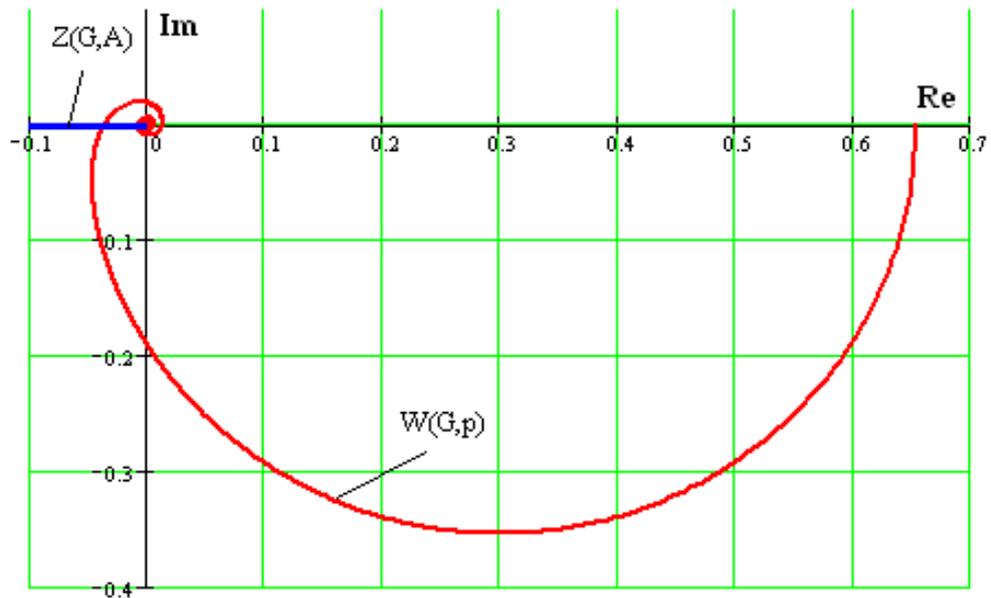
Таблица 6.1 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 1$ .

$\omega$	0	0,004	0,014	0,074	0,078	0,097	0,127
$A(G,\omega)$	0,6344	0,485	0,198	0,039	0,0373	0,03	0,023
$\Phi(G,\omega)$	0	-46	-89	-175	-180	-204	-240

Таблица 6.2 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 1$ .

A	0	1	2	3	3,5	4	5
$Z(G,A)$	0	0,0108	0,0216	0,0323	0,0373	0,0431	0,0539

По результатам расчетов строим амплитудно-фазовую характеристику линейной части системы и  $Z(G, A)$  идеального реле.

Рисунок 6.14 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$ 

Годографы  $W_{лч}(G, p)$  и  $Z(G, A)$  пересекаются в одной точке при  $A=3,5$ , что подтверждает наличие автоколебаний в рассматриваемой системе.

Рассмотрим случай для  $\eta=3, 5, 7$  и в результате моделирования найдем численные значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  далее произведем расчет АФЧХ и  $Z(G, A)$ . Результаты расчетов представлены в таблицах.

Таблица 6.3 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 3$ .

$\omega$	0	0,007	0,023	0,093	0,098	0,122	0,158
$A(G,\omega)$	0,325	0,257	0,119	0,039	0,03	0,024	0,018
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-91	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.4 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 3$ .

A	0	1	2	2,8	3	4	5
$Z(G,A)$	0	0,0108	0,0216	0,03	0,0323	0,0431	0,0539

Таблица 6.5 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 5$ .

$\omega$	0	0,013	0,038	0,135	0,142	0,176	0,225
$A(G,\omega)$	0,16	0,129	0,068	0,021	0,02	0,016	0,012
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-91	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.6 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 5$ .

A	0	1	1,9	2	3	4	5
$Z(G,A)$	0	0,0108	0,02	0,0216	0,0323	0,0431	0,0539

Таблица 6.7 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 7$ .

$\omega$	0	0,031	0,078	0,24	0,251	0,309	0,391
$A(G,\omega)$	0,08	0,067	0,041	0,0155	0,0149	0,012	0,009
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-90	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.8 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 7$ .

A	0	1	1,4	2	3	4	5
$Z(G,A)$	0	0,0108	0,0149	0,0216	0,0323	0,0431	0,0539

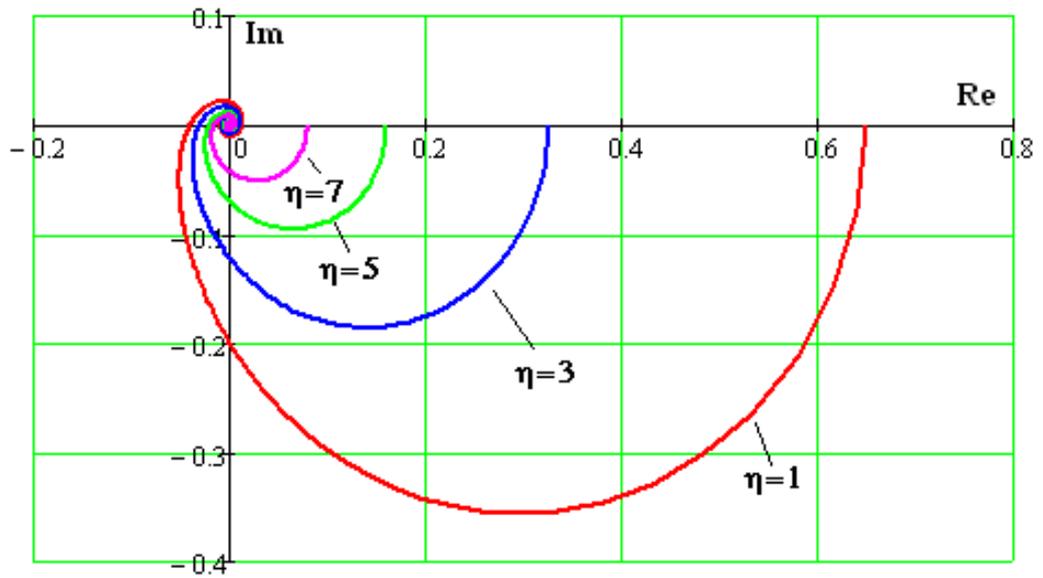


Рисунок 6.15 - АФЧХ линейной части системы при  $\eta = 1,3,5,7$

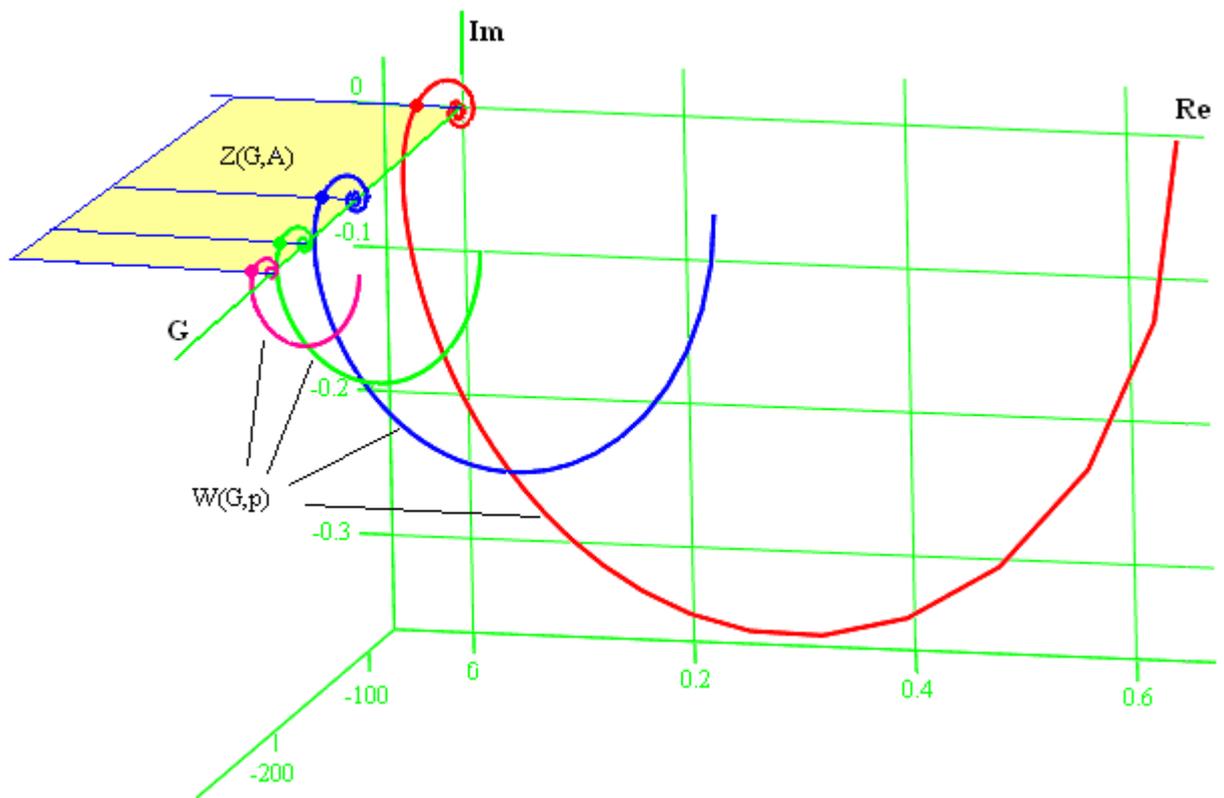


Рисунок 6.16 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1,3,5,7$

Годографы  $W_{лч}(G, p)$  для  $\eta = 1,3,5,7$  и  $Z(G, A)$  пересекаются в точках, соединив которые получаем линию  $\Lambda(G, A, p)$

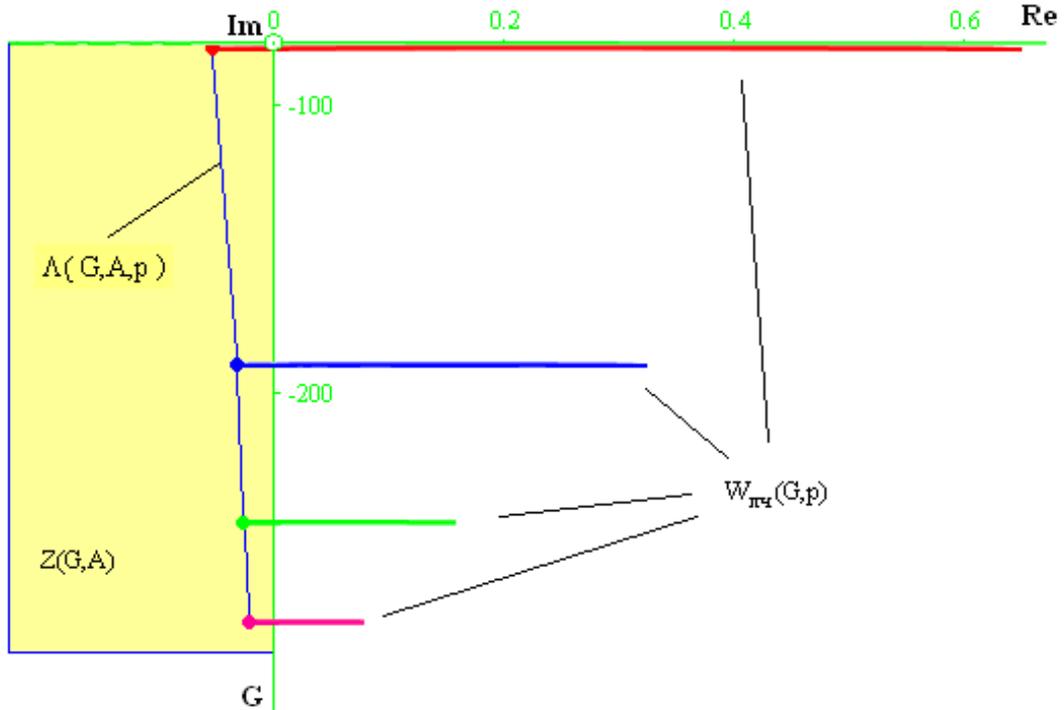


Рисунок 6.17 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1, 3, 5, 7$  (вид сверху)

**Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 1$ .**

Согласно полученным данным при  $\omega = 0,078 \text{ с}^{-1}$  амплитуда  $A = 3,5$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm \Delta A = 0,1$  к значению  $A = 3,5$  и оценим устойчивость системы применяя критерий Найквиста.

При  $A + \Delta A = 3,5 + 0,1 = 3,6$

$$Z(G, A = 3,6) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 3,6} = 25,7254$$

$$W_{нч}(G, A) \cdot W_{лч}(G, p) = -25,7254 \cdot 0,0373 = -0,9595$$

При  $A + \Delta A = 3,6$  незамкнутая система является устойчивой, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$  и амплитуда колебаний будет уменьшаться и стремиться к  $A = 3,5$ .

При  $A - \Delta A = 3,5 - 0,1 = 3,4$

$$Z(G, A = 3,4) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 3,4} = 27,2386$$

$$W_{\text{н}}(G, A) \cdot W_{\text{лн}}(G, p) = -27,2386 \cdot 0,0373 = -1,016$$

При  $A - \Delta A = 3,4$  не замкнутая система становится неустойчивой, так как охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда будет расти и стремиться к  $A = 3,5$ .

**Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 3$ .**

Согласно полученным данным при  $\omega = 0,098 \text{ с}^{-1}$  амплитуда  $A = 2,8$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm \Delta A = 0,1$  к значению  $A = 2,8$  и оценим устойчивость системы применяя критерий Найквиста.

При  $A + \Delta A = 2,8 + 0,1 = 2,9$

$$Z(G, A = 2,9) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 2,9} = 31,9348$$

$$W_{\text{н}}(G, A) \cdot W_{\text{лн}}(G, p) = -31,9348 \cdot 0,03 = -0,958$$

При  $A + \Delta A = 2,9$  не замкнутая система является устойчивой, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$  и амплитуда периодических колебаний будет уменьшаться и стремиться к  $A = 2,8$ .

При  $A - \Delta A = 2,8 - 0,1 = 2,7$

$$Z(G, A = 2,7) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 2,7} = 34,3003$$

$$W_{\text{н}}(G, A) \cdot W_{\text{лн}}(G, p) = -34,3003 \cdot 0,03 = -1,029$$

При  $A - \Delta A = 2,7$  не замкнутая система становится неустойчивой, так как охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда будет расти и стремиться к  $A = 2,8$ .

**Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 5$ .**

Согласно полученным данным при  $\omega = 0,142 \text{ с}^{-1}$  амплитуда  $A = 1,9$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm \Delta A = 0,1$  к значению  $A = 1,9$  и оценим устойчивость системы применяя критерий Найквиста.

При  $A + \Delta A = 1,9 + 0,1 = 2$

$$Z(G, A = 3,4) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 2} = 46,3055$$

$$W_{ню}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p) = -46,3055 \cdot 0,02 = -0,9261$$

При  $A + \Delta A = 2$  не замкнутая система является устойчивой, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$  и амплитуда периодических колебаний будет уменьшаться и стремиться к  $A = 1,9$ .

При  $A - \Delta A = 1,9 - 0,1 = 1,8$

$$Z(G, A = 3,4) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 1,8} = 51,4505$$

$$W_{ню}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p) = -51,4505 \cdot 0,02 = -1,029$$

При  $A - \Delta A = 1,8$  не замкнутая система становится неустойчивой, так как охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда будет расти и стремиться к  $A = 1,9$ .

**Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 7$ .**

Согласно полученным данным при  $\omega = 0,251 \text{ с}^{-1}$  амплитуда  $A = 1,4$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm\Delta A=0,1$  к значению  $A=1,4$  и определим устойчивость системы по критерию Найквиста.

$$\text{При } A + \Delta A = 1,4 + 0,1 = 1,5$$

$$Z(G, A = 3,4) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 1,5} = 61,7406$$

$$W_{н\ddot{u}}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p) = -61,7406 \cdot 0,0149 = -0,9199$$

При  $A + \Delta A = 1,5$  не замкнутая система является устойчивой, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$  и амплитуда периодических колебаний будет уменьшаться и стремиться к  $A = 1,4$ .

$$\text{При } A - \Delta A = 1,4 - 0,1 = 1,3$$

$$Z(G, A = 3,4) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 1,3} = 71,2392$$

$$W_{н\ddot{u}}(G, A) \cdot W_{лн}(G, p) = -71,2392 \cdot 0,0149 = -1,0614$$

При  $A - \Delta A = 1,3$  не замкнутая система становится неустойчивой, так как охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда будет возрастать и стремиться к  $A = 1,4$ .

Далее рассмотрим предыдущий пример с трехпозиционным релейным регулятором. Структурная схема системы показана на рисунке 7.2. Матмодель объекта задана системой дифференциальных уравнений в частных производных (6.1)-(6.5).

В качестве регулятора используем трехпозиционное реле с зоной нечувствительности и со статической характеристикой

$$F(x) = \begin{cases} b & \text{при } x > a; \\ 0 & \text{при } -a < x < a; \\ -b & \text{при } x < -a. \end{cases} \quad (6.14)$$

С помощью специально написанного программного обеспечения произведем построение графиков управляющего воздействия, переходного процесса и фазового портрета системы для контрольной точки.

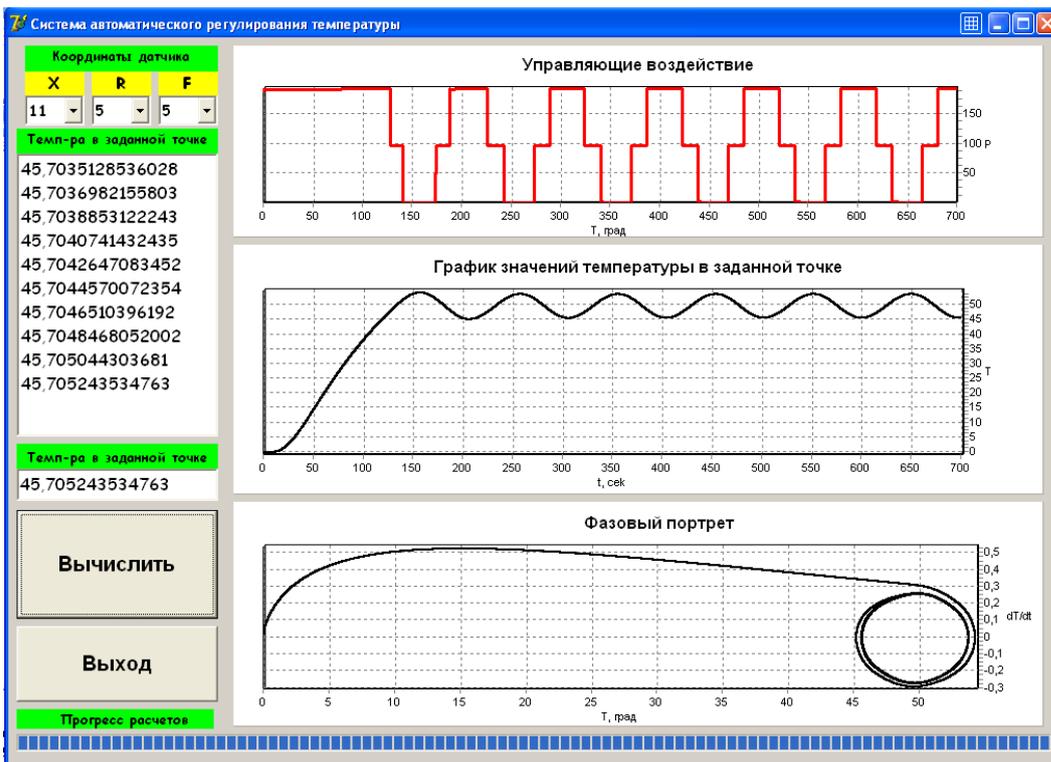


Рисунок 6.18 - График переходного процесса и фазовый портрет

Используем обозначение  $Z(G,A) = -\frac{1}{W_{HD}(G,A)}$ . В соответствии с [26, 43] параметры  $Z(G,A)$  для трехпозиционного реле определим по формуле

$$Z(G,A) = \frac{\pi \cdot A^2}{4 \cdot b \cdot \sqrt{A^2 - a^2}}.$$

Используя результаты моделирования, определим значение  $b=72.7$ ,  $a=0,5$ .

Изменяя значения  $A$  от  $A > a = 0,5$  до  $A \rightarrow \infty$  найдем параметры этой характеристики.

Результаты расчетов представлены в таблице.

Таблица 6.9 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 1$ .

$\omega$	0	0,004	0,014	0,074	0,078	0,097	0,127
$A(G, \omega)$	0,6344	0,485	0,198	0,039	0,0373	0,03	0,023
$\Phi(G, \omega)$	0	-46	-89	-175	-180	-204	-240

Таблица 6.10 – Расчет  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1$ .

$A$	0,501	0,5055	0,512	0,707	2,481	3,418	4,246
$Z(G, A)$	0,0856	0,0373	0,0256	0,0107	0,0273	0,0373	0,0461

По результатам расчета строим на комплексной плоскости амплитудно-фазовую характеристику линейной части системы и  $Z(G, A)$  реле. Годограф  $Z(G, A)$  проходит по отрицательной вещественной полуоси комплексной плоскости. Для удобства проведения анализа их взаимного расположения на плоскости годограф  $Z(G, A)$  изображен выше отрицательной полуоси при его возрастании и ниже отрицательной полуоси при его убывании.

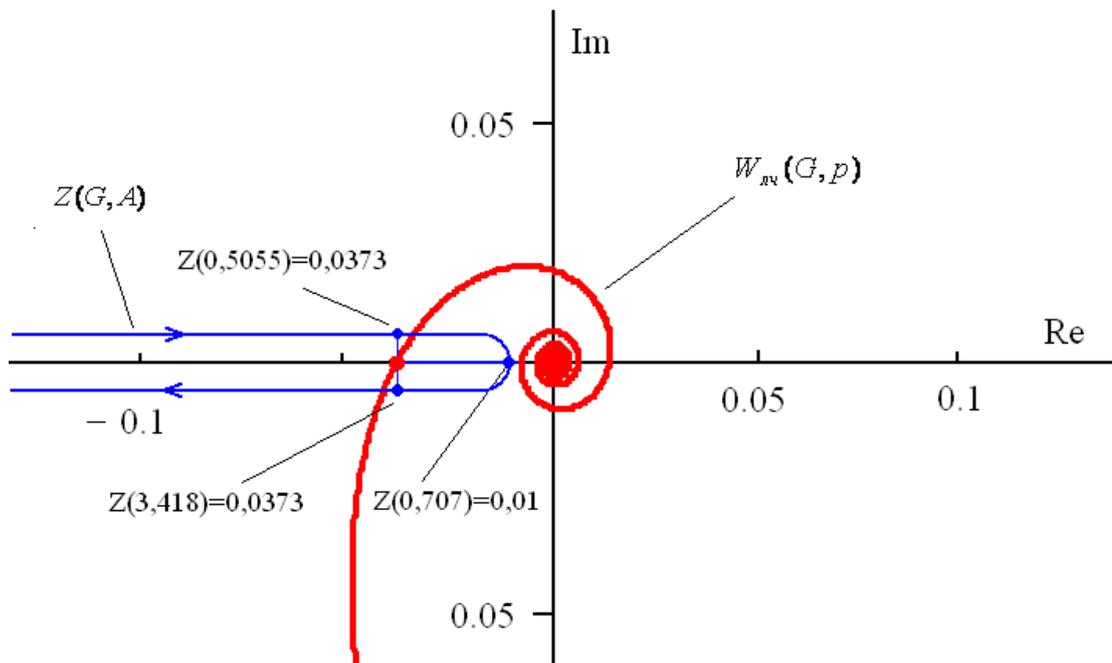


Рисунок 6.19 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$

Годографы  $W_{лч}(G, p)$  и  $Z(G, A)$  пересекаются в двух точках. Значит автоколебательный режим работы системы возможен. Система имеет два периодических решения.

**Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 1$ .**

Согласно полученным данным при  $\omega=0,078 \text{ с}^{-1}$  амплитуда  $A=0,5055$  или  $A=3,418$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm\Delta A=0,005$  к значению  $A=0,5055$  и оценим устойчивость системы применяя критерий Найквиста.

При  $A + \Delta A = 0,5055 + 0,005 = 0,506$

$$Z(G, A = 0,506) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 0,506} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{0,506}\right)^2} = 28,102$$

$$W_{ню}(G, A) \cdot W_{лч}(G, p) = -28,102 \cdot 0,0373 = -1,0482$$

При  $A + \Delta A = 0,506$  не замкнутая система охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда колебаний будет продолжать расти.

При  $A - \Delta A = 0,5055 - 0,005 = 0,505$

$$Z(G, A = 0,506) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 0,505} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{0,505}\right)^2} = 25,7423$$

$$W_{ню}(G, A) \cdot W_{лч}(G, p) = -25,7423 \cdot 0,0373 = -0,9601$$

При  $A - \Delta A = 0,505$  не замкнутая система становится устойчивой, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда колебаний будет постепенно уменьшаться.

Вывод: при  $\eta = 1$  и при любом отклонении  $A=0,5055$  процесс будет расходящийся, а периодическое решение – неустойчивое.

Определим устойчивость полученного решения при  $A=3,418$ .

Зададим некоторое приращение  $\pm\Delta A=0,1$  к значению  $A=3,418$  и оценим устойчивость системы применяя критерий Найквиста.

При  $A + \Delta A = 3,418 + 0,1 = 3,518$

$$Z(G, A = 3,518) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 3,518} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{3,518}\right)^2} = 26,0576$$

$$W_{ю}(G, A) \cdot W_{ли}(G, p) = -26,0576 \cdot 0,0373 = -0,9719$$

При  $A + \Delta A = 3,518$  система устойчивая, так как не охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда колебаний будет продолжать уменьшаться и стремиться к  $A=3,418$ .

При  $A - \Delta A = 3,418 - 0,1 = 3,318$

$$Z(G, A = 3,318) = \frac{4 \cdot b}{\pi \cdot A} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{A}\right)^2} = \frac{4 \cdot 72,7}{3,14 \cdot 3,318} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{3,318}\right)^2} = 27,5928$$

$$W_{ю}(G, A) \cdot W_{ли}(G, p) = -27,5928 \cdot 0,0373 = -1,0292$$

При  $A - \Delta A = 3,318$  незамкнутая система неустойчивая, так как охватывает критическую точку  $(-1, j\omega)$ , амплитуда колебаний будет продолжать расти и стремиться обратно к  $A=3,418$ .

Общий вывод. Исследуемая система имеет два решения:

- при  $A = 0,5055$  в системе имеется неустойчивый колебательный режим;
- при  $A = 3,418$  в системе имеется устойчивый колебательный режим.

Рассмотрим случай для  $\eta = 3, 5, 7, 9, 11$  и в результате моделирования найдём значения параметров  $K_\eta, T_\eta, \tau_\eta$  далее проведем расчет АФЧХ и  $Z(G, A)$ . Результаты расчетов представлены в таблицах.

Таблица 6.11 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 3$ .

$\omega$	0	0,007	0,023	0,093	0,098	0,122	0,158
$A(G, \omega)$	0,325	0,257	0,119	0,039	0,03	0,024	0,018
$\Phi(G, \omega)$	0	-45	-91	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.12 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 3$ .

A	0,501	0,509	0,512	0,707	2,481	2,732	4,246
Z(G,A)	0,0856	0,0299	0,0256	0,0107	0,0273	0,03	0,0461

Таблица 6.13 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 5$ .

$\omega$	0	0,013	0,038	0,135	0,142	0,176	0,225
A(G, $\omega$ )	0,16	0,129	0,068	0,021	0,02	0,016	0,012
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-91	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.14 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 5$ .

A	0,501	0,521	0,512	0,707	2,481	1,778	4,246
Z(G,A)	0,0856	0,02	0,0256	0,0107	0,0273	0,02	0,0461

Таблица 6.15 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 7$ .

$\omega$	0	0,031	0,078	0,24	0,251	0,309	0,394
A(G, $\omega$ )	0,08	0,067	0,041	0,0155	0,0168	0,0122	0,009
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-90	-175	-180	-205	-240

Таблица 6.16 – Расчет  $Z(A)$  при  $\eta = 7$ .

A	0,501	0,532	0,61	0,707	1,101	1,463	2,425
Z(G,A)	0,0856	0,0168	0,0117	0,0107	0,0133	0,0168	0,026

Таблица 6.17 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 9$ .

$\omega$	0	0,063	0,16	0,483	0,505	0,62	0,785
A(G, $\omega$ )	0,04	0,033	0,0212	0,008	0,0077	0,0063	0,0051
$\Phi(G,\omega)$	0	-45	-90	-175	-180	-205	-240

Расчеты показали, что  $A(G, \omega)$  равно 0,0077. Сравнивая  $A(G, \omega)$  со значениями  $Z(G, A)$  видим, что общих точек пересечения не имеется. Аналогичные результаты получаем при расчетах для  $\eta = 11$  и всех следующих значениях  $\eta$ .

Используя полученные результаты произведем построение . АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$ .

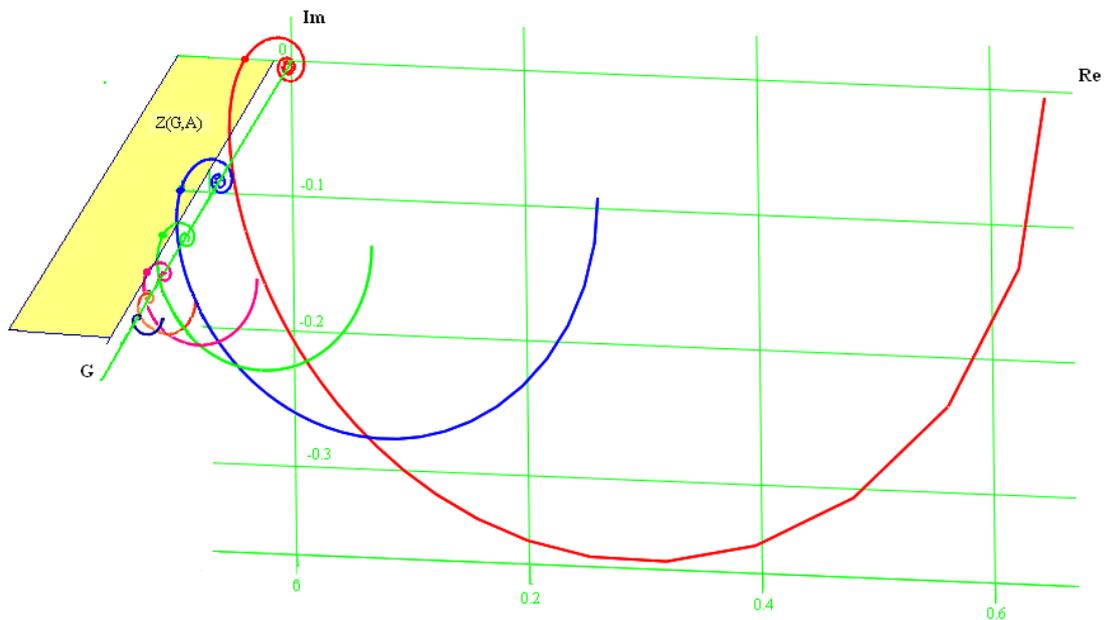


Рисунок 6.20 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1,3,5,7,9,11$

Годографы  $W_{лч}(G, p)$  для  $\eta = 1,3,5,7$  и  $Z(G, A)$  пересекаются в точках, соединив которые получаем линию  $\Lambda(G, A, p)$ , для  $\eta = 9,11$  общих точек пересечения не имеется.



### 6.3. Проведение модификации частотного критерия Михайлова для оценка устойчивости нелинейных систем и разработка методики его применения

Частотный метод основывается на применении характеристического уравнения системы, которое после гармонической линеаризации нелинейной части и подстановки  $p = j\omega$  принимает вид:

$$A(G, j\omega) + B(G, j\omega) \cdot [q(G, A, \omega) + jq'(G, A, \omega)] = 0$$

Далее выделяем вещественную и мнимую части и приравнивания их к нулю, в результате получаем два уравнения для определения двух параметров  $A$  и  $\omega$ .

Предположим, что нелинейная система описывается характеристическим уравнением:

$$D(G, p) = A(G, p) + F(G, A) \cdot B(G, p) = 0.$$

Тогда, для того, чтобы в системе возникли автоколебания необходимо наличие мнимых корней  $p = \pm j\omega$  в характеристическом уравнении. Это значение  $p = j\omega$  подставим в уравнение системы

$$A(G, p) + F(G, A) \cdot B(G, p) = 0.$$

Определим мнимую и вещественную части системы

$$U(G, A, \omega) + jV(G, A, \omega) = 0$$

Данное равенство будет иметь место, если вещественные и мнимая части равны нулю:

$$U(G, A, \omega) = 0;$$

$$V(G, A, \omega) = 0.$$

В соответствии с критерием Михайлова в системе могут возникнуть автоколебания, если кривая Михайлова при  $A_0$  и  $\omega_0$  проходит через начало координат.

#### **Пример.**

Структурная схема исследуемой системы представлена на рисунке.



Рисунок 6.23 - Структурная схема релейной системы управления

Матмодель объекта представлена системой дифференциальных уравнений в частных производных (6.1)-(6.5). Как уже отмечалось, передаточные функции таких объектов могут быть заменены передаточными функциями вида [149,161]:

$$W_{\eta}(p) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta} \cdot p + 1} \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (6.15)$$

Значения параметров  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$  находим в результате моделирования. Для этого подаём на вход сигнал вида:

$$\alpha(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(p) \sin(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_{\gamma} \cdot y) \quad (6.16)$$

$$\text{где } C_{\eta, \gamma} = e^{j\omega\tau}; \quad \Psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / L_x; \quad \bar{\Psi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / L_y.$$

Значение обобщенной пространственной координаты находим применяя выражение:

$$G = \Psi_{\eta}^2 + \bar{\Psi}_{\gamma}^2.$$

Рассмотрим вариант для  $\eta = 1$  и в результате моделирования найдём численные значения искоемых параметров  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,

Рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,65$ ;  $T_1 = 223$ .

Для  $\eta = 3$  рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,325$ ;  $T_1 = 110$ .

Для  $\eta = 5$  рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,18$ ;  $T_1 = 55,6$ .

Для  $\eta = 7$  рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,08$ ;  $T_1 = 20,8$ .

Для  $\eta = 9$  рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,05$ ;  $T_1 = 9,6$ .

Для  $\eta = 11$  рассчитанные параметры равны:  $K_1 = 0,017$ ;  $T_1 = 4,5$ .

Передающими функциями исполнительного механизма имеет вид:

$$W_{ум}(p) = \frac{K_{ум}}{T_{ум} \cdot p + 1}$$

где  $K_{ум} = 1$ ,  $T_{ум} = 0,05$ .

В качестве регулятора применим реле трехпозиционное с зоной нечувствительности со статической характеристикой

$$F(x) = \begin{cases} b & \text{при } x > a; \\ 0 & \text{при } -a < x < a; \\ -b & \text{при } x < -a. \end{cases} \quad (6.17)$$

где  $b=72.7$ ,  $a=0,5$ .

Требуется определить устойчивость системы и возможность возникновения автоколебаний..

Используем обозначение  $Z(G,A) = -\frac{1}{W_{ю}(G,A)}$ . В соответствии с [26, 43] параметры  $Z(G,A)$  для трехпозиционного реле определим по формуле

$$Z(G,A) = \frac{\pi \cdot A^2}{4 \cdot b \cdot \sqrt{A^2 - a^2}}.$$

Используя результаты моделирования, определим значение  $b=72.7$ ,  $a=0,5$ .

Изменяя значения  $A$  от  $A > a = 0,5$  до  $A \rightarrow \infty$  и находим параметры этой характеристики.

Результаты расчетов представлены в таблице.

Таблица 6.18 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 1$ .

$\omega$	0,003	0,01	0,08	0,302	3,553	6,902
$A(G,\omega)$	180,832	26,897	0,449	0,0323	0,0002	0,0000586
$\Phi(G,\omega)$	-131	-155	-177	-180	-190	-199

Таблица 6.19 – Расчет  $Z(G,A)$  при  $\eta = 1$ .

A	0,501	0,5073	0,707	2,948	7,495
Z(G,A)	0,0856	0,0323	0,01079	0,0323	0,0811

Определим устойчивость полученного решения для  $\eta = 1$  по методике рассмотренной выше.

Общий вывод. Рассматриваемая система имеет два решения:

- при  $A = 0,5073$  в системе наблюдается неустойчивый колебательный режим;
- при  $A = 2,948$  в системе наблюдается устойчивый колебательный режим.

Далее исследуем случай для  $\eta=3, 5, 7, 9, 11$  и по результатам моделирования найдём значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ , далее произведем расчет АФЧХ и  $Z(G,A)$ . Результаты расчетов представлены в таблицах.

Таблица 6.20 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 3$ .

$\omega$	0,003	0,02	0,152	0,427	3,579	6,916
A(G, $\omega$ )	102,87	6,724	0,1276	0,0162	0,000227	0,000058
$\Phi(G,\omega)$	-108	-155	-177	-180	-190	-199

Таблица 6.21 – Расчет  $Z(G,A)$  при  $\eta = 3$ .

A	0,501	0,535	0,707	1,402	7,495
Z(G,A)	0,0856	0,0162	0,01079	0,0162	0,0811

Таблица 6.22 – Расчет АФЧХ при  $\eta = 5$ .

$\omega$	0,004	0,038	0,273	0,6	3,629	6,945
A(G, $\omega$ )	43,926	2,0264	0,433	0,0089	0,00024	0,000063
$\Phi(G,\omega)$	-102	-155	-177	-180	-190	-199

В результате расчетов,  $A(G, \omega)$  имеет значение 0,0089. Произведем сравнение  $A(G,\omega)$  со значениями  $Z(G,A)$  и приходим к заключению, что общими точками пересечения они не обладают. Аналогичные результаты

получаем при расчетах для  $\eta = 7$  и последующих значениях  $\eta$ . Следовательно, при  $\eta = 5$  и всех следующих значениях  $\eta$  автоколебания в системе будут отсутствовать. Применяя критерия Михайлова, проверим это утверждение. Применим следующую методику.

1. Запишем характеристический полином замкнутой нелинейной распределенной системы.

$$D(G, p, A) = T_\eta T p^3 + (T_\eta + T) p^2 + p + kq(G, A).$$

$$p = \omega(j - m)$$

2. Разложим этот полином в ряд по степеням  $j\omega$ .

$$D(\alpha + j\omega) = D(\alpha) + \left(\frac{dD}{dp}\right)_\alpha (j\omega) + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2D}{dp^2}\right)_\alpha (j\omega)^2 + \frac{2}{3!} \left(\frac{d^3D}{dp^3}\right)_\alpha (j\omega)^3 + \dots$$

где  $D(G, \alpha, A) = T_\eta T \alpha^3 + (T_\eta + T) \alpha^2 + \alpha + kq(G, A)$ ;

$$\frac{D(G, \alpha, A)}{dp} = 3T_\eta T \alpha^2 + (T_\eta + T) \alpha + 1;$$

$$\frac{1}{2!} \cdot \frac{D^2(G, \alpha, A)}{dp^2} = 3T_\eta T \alpha + (T_\eta + T);$$

$$\frac{1}{3!} \cdot \frac{D^3(G, \alpha, A)}{dp^3} = T_\eta T.$$

3. Выделим вещественную часть  $U(G, \alpha, A, \omega)$  и мнимую часть  $V(G, \alpha, A, \omega)$

$$U(G, \alpha, A, \omega) = T_\eta T \alpha^3 + (T_\eta + T) \alpha^2 + \alpha + kq(G, A) - (3T_\eta T \alpha + (T_\eta + T)) \omega^2 = 0$$

$$V(G, \alpha, A, \omega) = (3T_\eta T \alpha^2 + 2(T_\eta + T) \alpha + 1 - T_\eta T \omega^2) \omega = 0$$

4. Применяя полученные уравнения, и принимая во внимание, что при  $\alpha = 0$  система будет находиться на границе устойчивости, построим кривые Михайлова.

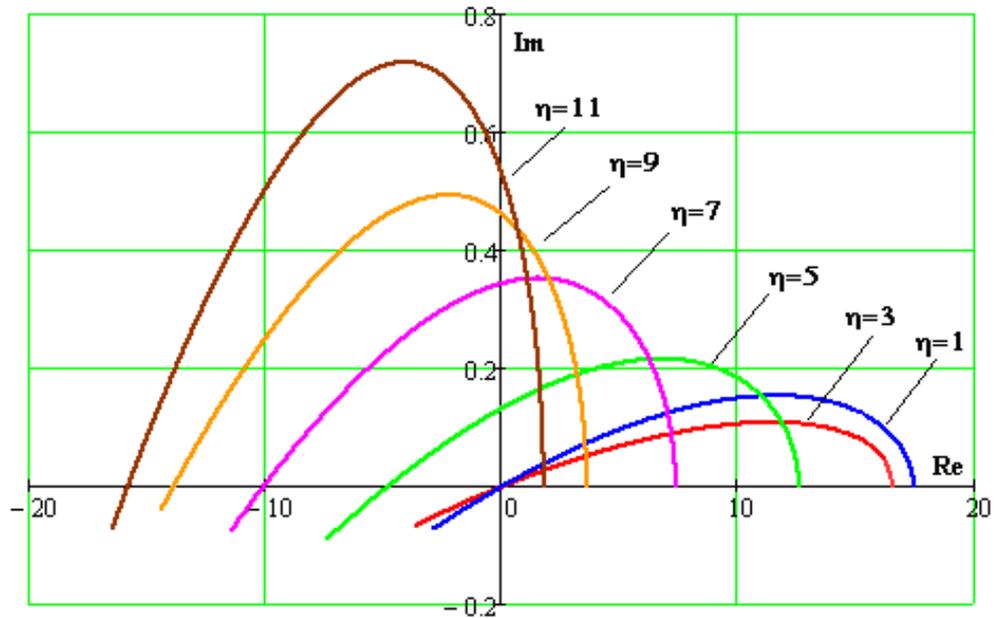


Рисунок. 6.24 - Годографы Михайлова

Как следует из полученных результатов кривые Михайлова для  $\eta = 1$  и  $\eta = 3$  пересекают начало координат, это говорит о том, система находится на границе устойчивости и подтверждает результаты, полученные ранее о возможности появления автоколебаний в системе при  $\eta = 1$  и  $\eta = 3$ .

#### 6.4. Разработка методики проведения анализа нелинейных систем с распределёнными контролируемыми параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности

В целях достижения заданной точности и требуемого качества управления в нелинейные системы принято применять линейные корректирующие устройства такие же, как и в линейных системах. Эти устройства могут быть последовательными и параллельными.

Рассмотрим распределённую систему с одной нечетно-симметричной однозначной нелинейностью  $F(x)$ , гармоническая линеаризация которой имеет вид

$$F(x) = q(a)x, \quad (6.18)$$

где коэффициент гармонической линеаризации принимает ограниченные значения

$$0 \leq q(a) \leq q_m \quad \text{или} \quad q_H \leq q(a) \leq q_m. \quad (6.19)$$

Схема исследуемой системы имеет вид, представленный на рис. 6.25.

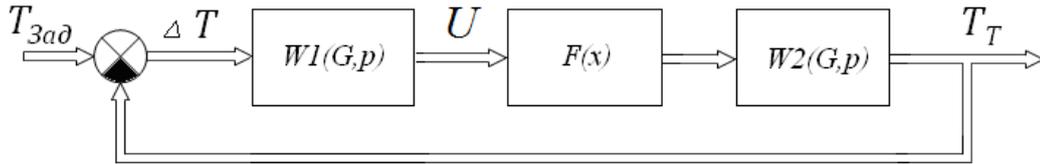


Рисунок 6.25 - Структурная схема система управления

Допустим, что корректирующее устройство вводится в одну из линейных частей, то есть в блок  $W_1(p)$  или  $W_2(p)$ , не охватывая нелинейного звена  $F(x)$ . В формуле гармонической линеаризации (6.18) запишем

$$q(a) = kq_0(a), \quad (6.20)$$

где  $k$  – коэффициент передачи. Тогда выражение  $q_0(a)$  можно записать в виде

$$q_0(a) = \frac{1}{k} q(a). \quad (6.21)$$

Записанный в формуле (6.20) коэффициент  $k$  отнесём к передаточной функции линейной части системы. Например, для схемы на рис 6.25 передаточную функцию приведенной линейной части запишем в виде

$$W_{nl}(G, p) = kW_l(G, p) = kW_1(G, p)W_2(G, p) \quad (6.22)$$

где  $k$  – коэффициент, выведенный из нелинейности в соответствии с (6.20).

Величину  $q_0(a)$  называют нормированным коэффициентом гармонической линеаризации.

Рассмотрим случай, когда синтез корректирующего устройства осуществляется по амплитудно-фазовым частотным характеристикам, для этого на комплексной плоскости строим серию кривых  $M=\text{const}$ , где  $M$  - показатель колебательности. Данный показатель является одним из основных при проведении оценки запаса устойчивости частотными методами. Он объединяет запас устойчивости по модулю и запас устойчивости по фазе.

Представим входной сигнал  $U(x, y, \tau)$ , воздействующий на ОУ в виде ряда Фурье [102]:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} D_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y), \quad (6.23)$$

$$\text{где } \psi_{\eta} = \frac{\pi \cdot \eta}{L_x}, (\eta = \overline{1, \infty}); \tilde{\varphi}_{\gamma} = \frac{\pi \cdot \gamma}{L_y}, (\gamma = \overline{1, \infty}).$$

Построим расширенные частотные характеристики САУ для проведения частотного анализа, в связи с этим произведем следующую замену  $p = \omega(j - m)$ .

При изменении значения  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , а значения  $G$  от  $G_n$  до  $\infty$ , вектор  $W_{nl}(G, j\omega, m)$  в пространстве  $\text{Re}(W)$ ,  $\text{Im}(W)$ ,  $G$  опишет поверхность, которую назовем расширенным пространственным годографом (РПГ).

Утверждение: замкнутая система обладает запасом устойчивости выше заданного, если расширенный пространственный годограф разомкнутой приведенной линейной части системы не заходит внутрь пространственной  $M$ -зоны. Если РПГ касается пространственной  $M$ -зоны, то замкнутая система обладает заданным запасом устойчивости (Рис. 6.26).

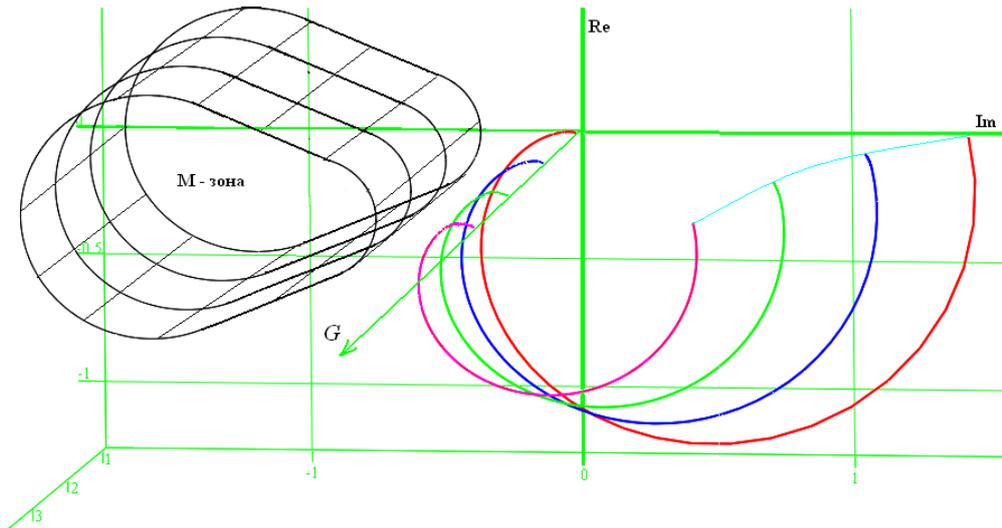


Рисунок 6.26 - Расширенный пространственный годограф и М-зона

Рассмотрим данную методику. При этом ограничимся исследованием однозначных нелинейностей (6.18) с ограниченными значениями коэффициента гармонической линеаризации (6.19) и используя его нормирование (6.20), выведем следующее выражение для передаточной функции не замкнутой цепи гармонической линеаризованной системы:

$$W(G, p, a) = W_l(G, p)kq_0(a) = q_0(a)W_{nl}(G, p)$$

Тогда передаточная функция замкнутой системы примет вид:

$$W_s(G, p, a) = \frac{W(G, p, a)}{1 + W(G, p, a)} = \frac{q_0(a)W_{nl}(G, p)}{1 + q_0(a)W_{nl}(G, p)}$$

Согласно [43] уравнение линий равных значений  $M$  на плоскости комплексной имеет вид:

$$(U - U_0)^2 + V^2 = R^2, \quad (6.24)$$

$$\text{где } U_0 = -\frac{M^2}{q_0(M^2 - 1)}, \quad R = \frac{M}{q_0(M^2 - 1)}. \quad (6.25)$$

При известном значении  $q_0$  линии  $M=\text{const}$  получают вид окружностей. Но согласно (6.19) и (6.20) величина  $q_0$  может принимать любое значение в интервале

$$0 \leq q_0(a) \leq q_{0m} \quad \text{или} \quad q_{0н} \leq q_0(a) \leq q_{0m}. \quad (6.26)$$

где числа  $q_{0н}$  и  $q_{0m}$  имеют определенные значения для каждой конкретной нелинейности. В соответствии с этим, согласно (6.25), координата центра окружности  $U_0$  и радиуса  $R$  будут также изменяться в заданных для каждой нелинейности пределах. Отсюда следует, что каждая линия  $M=\text{const}$  будет находиться как некоторая линия, огибающая непрерывное множество постепенно изменяющихся окружностей. При этом в случае первого неравенства (6.26) линия  $M=\text{const}$  будет незамкнутой (рис. 6.27), так как в начальной точке  $q_0=0$  из (7.24) имеем  $U_0=\infty$ ,  $R=\infty$ .

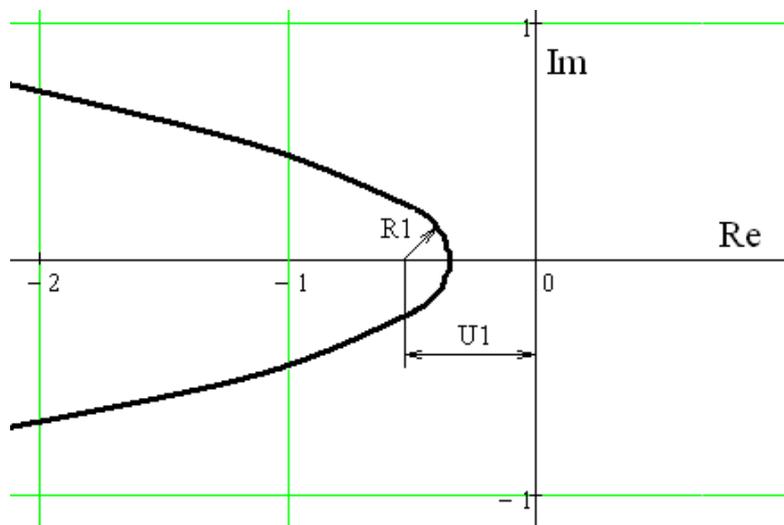


Рисунок 6.27 - Линия  $M=\text{const}$  разомкнутая

Представленные на рис.6.27 параметры  $R_1$  и  $U_1$  в соответствии с (6.25), находятся по выражениям

$$U_1 = -\frac{M^2}{q_{0m}(M^2 - 1)}, \quad R_1 = \frac{M}{q_{0m}(M^2 - 1)}. \quad (6.27)$$

В случае второго неравенства (6.26) кривая  $M=\text{const}$  будет замкнутой (рис. 6.28), при этом

$$U_2 = -\frac{M^2}{q_{0н}(M^2 - 1)}, \quad R_2 = \frac{M}{q_{0н}(M^2 - 1)}, \quad (6.28)$$

а параметры  $R_1$  и  $U_1$  прежние.

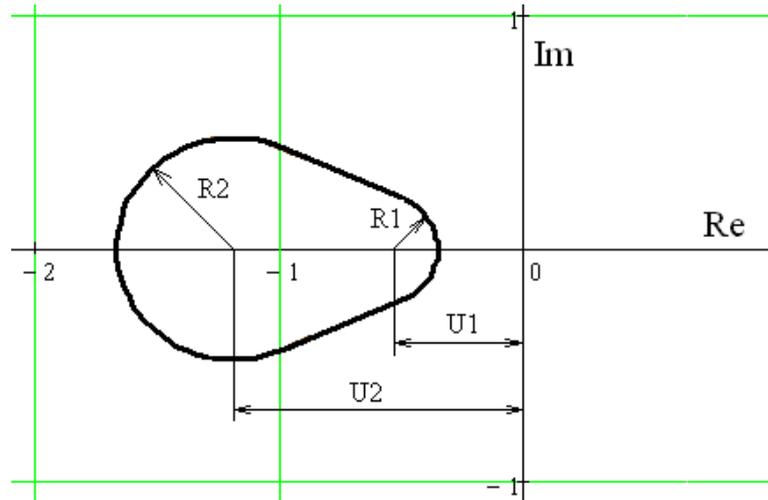


Рисунок 6.28 - Линия  $M=\text{const}$  замкнутая

### Пример.

Рассмотрим два варианта (рис.6.29, а и б) нелинейности  $F(x)$  в системе, представленной на рис. 6.25.

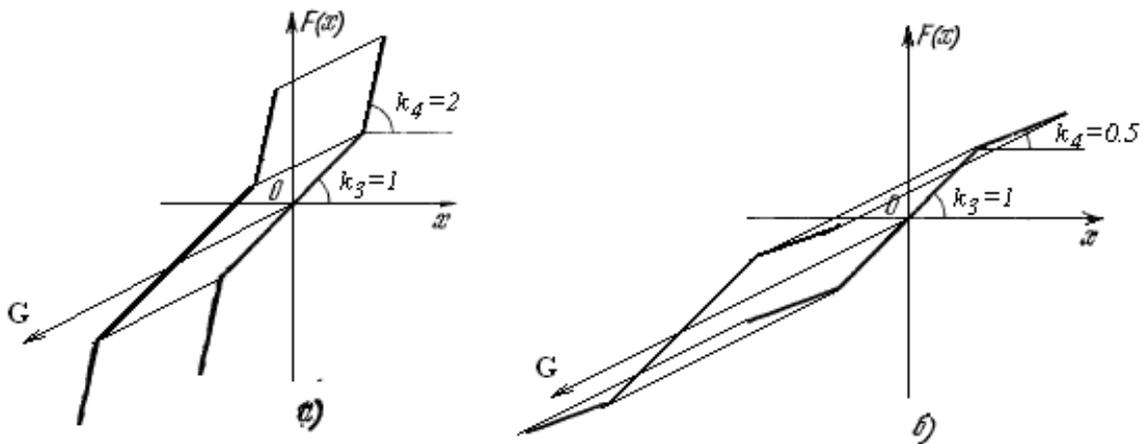


Рисунок 6.29 - Статические характеристики

Передаточные функции рассматриваемых линейных звеньев заданы в виде:

$$W_1(G, p) = \frac{E_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G \right]}{T_1 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G \right] \cdot p + 1}, \quad W_2(G, p) = \frac{E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \cdot G \right]}{T_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \cdot G \right] \cdot p + 1}$$

Угол наклона линейных отрезков нелинейной характеристики зависит от коэффициентов  $k_3$  и  $k_4$ , при этом в первом случае (рис. 6.29, а)  $k_3=1$ ,  $k_4=2$ , а во втором (рис. 6.29, б)  $k_3=1$ ,  $k_4=0.5$

Здесь нелинейность показана в нормированном виде, по тому что  $k_3=1$ . В связи с этим здесь  $q_0(a) = q(a)$ . Коэффициент  $q(a)$  изменяется в пределах от  $k_3$  до  $k_4$ , следовательно, в первом и во втором случаях соответственно имеем  $1 \leq q_0(a) \leq 2$ ,  $0.5 \leq q_0(a) \leq 1$ . Линия  $M = \text{const}$  будет иметь такой вид, как показано на рис. 6.29, где, согласно (6.26) и (6.27), для первого случая (рис. 6.30, а)

$$U_1 = -\frac{M^2}{2 \cdot (M^2 - 1)}, \quad R_1 = \frac{M}{2 \cdot (M^2 - 1)},$$

$$U_2 = -\frac{M^2}{(M^2 - 1)}, \quad R_2 = \frac{M}{(M^2 - 1)}.$$

Для второго случая (рис. 6.30, б)

$$U_1 = -\frac{M^2}{(M^2 - 1)}, \quad R_1 = \frac{M}{(M^2 - 1)},$$

$$U_2 = -\frac{M^2}{0.5 \cdot (M^2 - 1)}, \quad R_2 = \frac{M}{0.5 \cdot (M^2 - 1)}.$$

Придавая  $M$  различные значения  $M=2.5$  и  $M=1.5$ , мы получаем разные кривые, показанные для первого и второго случаев на рис. 6.30, а и б соответственно.

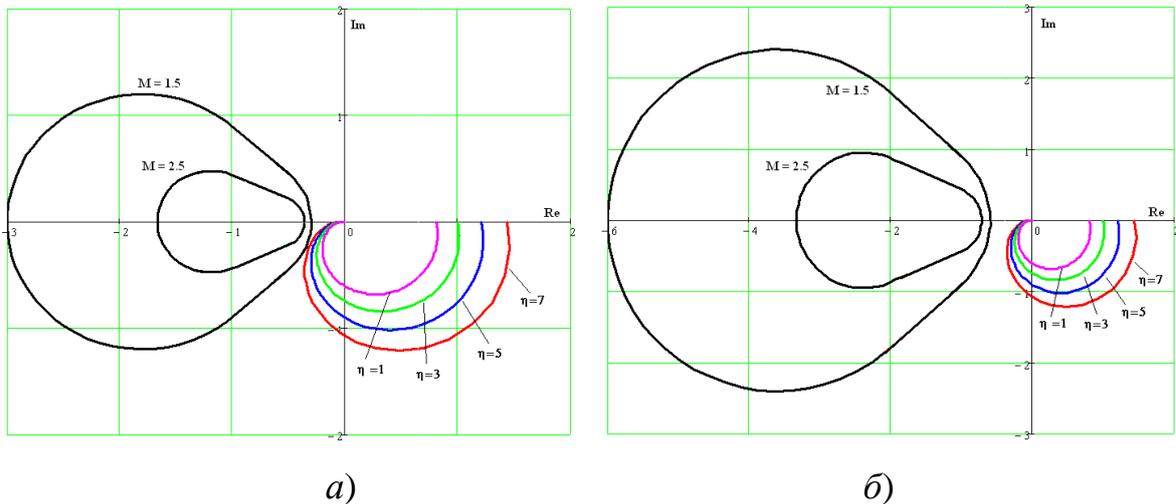


Рисунок 6.30 - Расширенный пространственный годограф и М-зоны

Здесь же изображены расширенные амплитудно-фазовые характеристики (РАФХ) разомкнутой системы по нескольким  $\eta = 1, 3, 5, 7$  модам входного сигнала.

Из представленных графиков следует, что по сравнению с линейной системой в первом случае (рис.6.30,а) за счет наличия нелинейности запретная зона выдается вправо, а во втором (рис. 6.30, б) – выдается влево. Отсюда можно сделать вывод, что в первом случае за счет присутствия нелинейности увеличивается колебательность системы, а во втором случае – становится меньше.

### 6.5. Выводы по седьмой главе

Данная глава посвящена разработке новых методов анализа нелинейных систем, характеризующихся наличием распределенных параметров. Одним из этих методов является метод фазовой плоскости.

В главе произведена модификация метода Гольдфарба для проведения анализа нелинейных систем, имеющих распределенные параметры. Сформулирован порядок его применения применительно к

распределенным системам с двухпозиционным и с трехпозиционным релейным регуляторами.

Также в главе произведена модификация критерия устойчивости Михайлова для последующего использования для оценки устойчивости нелинейных систем управления с распределенными параметрами.

Разработана методика, позволяющая производить исследование нелинейных систем с распределёнными параметрами на предмет определения запаса устойчивости по показателю колебательности. В основе метода лежит построение амлитудно-фазовых частотных характеристик, а именно расширенного пространственного годографа.

## 7. РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ РЕАКТОРА РМБК-1000

### 7.1. Описание разрабатываемой системы контроля

Как отмечалось ранее, мощность ТК зависит от его расположения в активной зоне, выгорания урановых таблеток и расстояния от стержня СУЗ. Мощность ТК будем рассматривать в виде энергораспределения. Значения энергораспределения получаем с помощью ИВС «Скала-микро». На рисунке 7.1 показана часть мнемотабло с графиком энергораспределения. Представим его самостоятельно в проекции на ось Е – энергосодержание по длине ТК и ось Н – высота тТК.

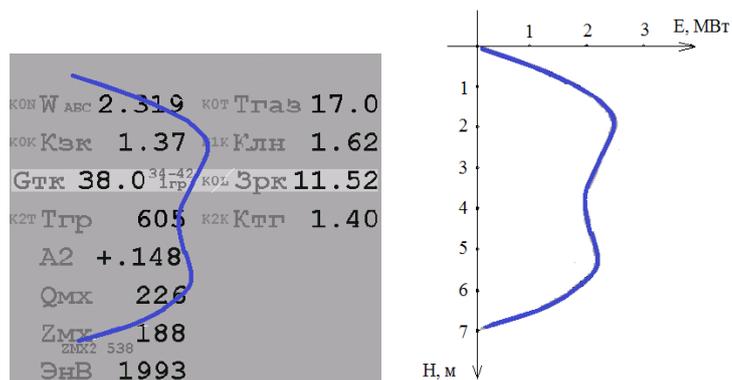


Рисунок 7.1 - Графики энергораспределения в топливном канале

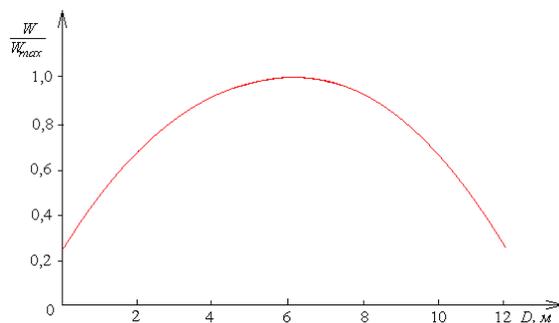


Рисунок 7.2 - Графики энергораспределения по радиусу активной зоны

По причине неравномерности выгорания топлива параметры данного объекта будут изменяться во времени, что в общем случае требует применения принципа адаптации.

Основываясь на алгоритме работы существующей системы, который изложен в пункте 1.6, был разработан алгоритм работы замкнутой системы автоматического управления температурой в активной зоне реактора (Приложение 4).

Предлагается следующая структурная схема системы управления ЗРК с применением РР, представленная на рис. 7.3.

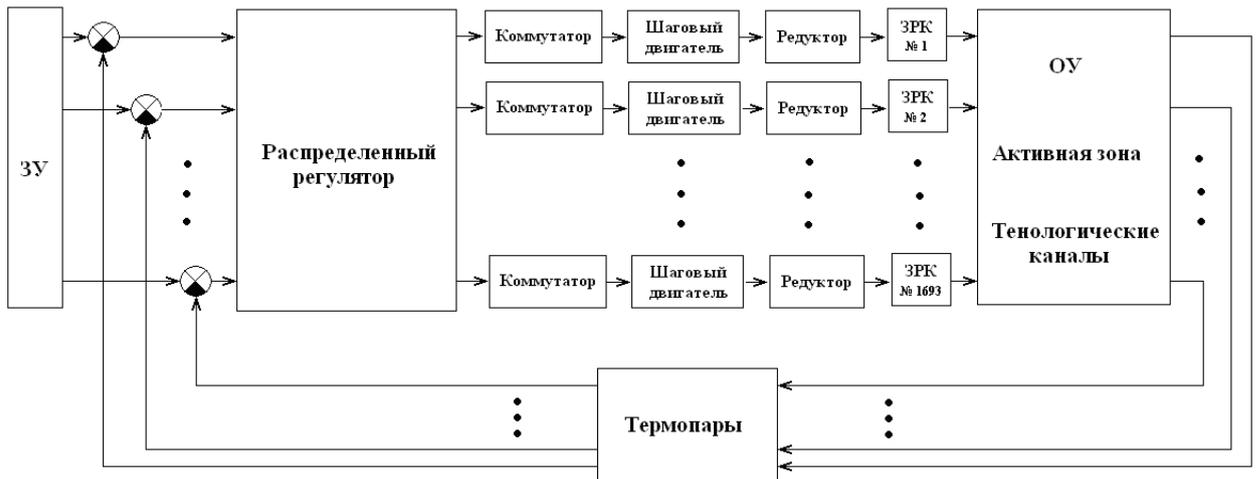


Рисунок 7.3 - Структурная схема

В качестве исполнительного механизма (ИМ) рекомендуется применять шаговый двигатель (ШД). Одно из важных преимуществ ШД: при подаче управляющего сигнала шаговый двигатель совершает дискретное вращение строго на заданный угол. Еще одно важное достоинство: когда ротор изменяет направление вращения, заданная скорость набирается практически мгновенно. В связи с этим ШД получили широкое применение в системах, требующих высокой точности позиционирования.

При таком регулировании расхода воды автоматизируется управление ЗРК, (ОП осуществляет только контроль теплотехнических параметров) а также повышается скорость реакции системы при возможных отклонениях расхода теплоносителя в реакторе. Регулирование и контроль количества воды в каждом ТК дает возможность получать на

выходе всех ТК одинаковые параметры теплоносителя и, следовательно, иметь минимально необходимый расход воды в реакторе.

## 7.2 Исследование объекта управления

Математическая модель рассмотренного объекта, а именно активной зоны, описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных. Матмодель для одной из ячеек представлена в (3.1) – (3.23) и более подробно рассмотрена в разделе 3.

Произведем аппроксимацию передаточной функции ОУ по каждой моде входного воздействия передаточными функциями, имеющими вид:

$$W_{\eta}(S) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta} \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{\eta} \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (7.1)$$

Параметры  $K_{\eta}$ ,  $T_{\eta}$ ,  $\tau_{\eta}$  определим в процессе проведения моделирования.

Для анализа объекта управления и расчета настроек регулятора будем использовать специально разработанное обеспечение. На рис. 7.4. представлено стартовое окно программы

Для проведения частотного анализа входное воздействие  $U(x, z, \tau)$  разложим в ряд Фурье. Учитывая условия граничные, может представить входное воздействие в виде:

$$U(x, z, \tau) = L_3 + 0.1 * L_s * \sin(\Psi_{\eta} * x_i) * \sin(\bar{\Psi}_{\gamma} * z_j) \quad (7.2)$$

где :  $L_s$  - внутренний диаметр трубы;

$L_3$  - положение ЗРК.

$L_3 = 0.5 * (L_s)$  – в нулевой момент времени ЗРК на половину открыт.

$$\Psi_{\eta} = \pi \cdot \frac{\eta}{x_L}; \quad \bar{\Psi}_{\gamma} = \pi \cdot \frac{\gamma}{z_L}. \quad (7.3)$$

Будем искать отклик объекта на каждую составляющую ряда (7.2).

Отклик будем искать в следующем виде:

$$T_{\eta,\gamma}(x, y, z, \tau) = H_{\eta,\gamma}(y, \tau) \cdot \sin(\Psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\bar{\Psi}_{\gamma} \cdot z), \quad (7.4)$$

Моделирование тепловых полей в активной зоне реактора  
О программе Справка Сохранить Печать

14.10.2015 12:55:09

**Мощности в ТК зоне расчета**

1935050	1895520	1941860	1937740	1912860	1876850	1893380	1921860	1861720	1876500	1915270	1862280	1912400
1942150	1911950	1835200	1939890	1918750	1892240	1911760	1867450	1895220	1912200	1844930	1805000	1900200
1918660	1832500	1942720	1825500	1933720	1876850	1848700	1915410	1942240	1922440	1863200	1889250	1807050
1892350	1893820	1853860	1918690	1822640	1917520	1920050	1921000	1805960	1900850	1897500	1921150	1874180

**Начальные условия**

Количество ТК, шт: 39  
 Номер датчика: 6  
 Положение ЗРК, м: 0,004  
 Номер ТК: 20  
 Время процесса, сек: 2

Q тепл, МЗ/ч: 34  
 T тепл, C: 273  
 G вод, МЗ/ч: 36  
 U вод, м/с: 5  
 T твс, C: 850

**Распределение температуры теплоносителя по высоте**

0	273
1	273,239257812
2	273,477874755
3	273,715820312
4	273,953125
5	274,189758300
6	274,425750732
7	274,661102294
8	274,895812988
9	275,129882812
10	275,363311767
11	275,596130371
12	275,828308105
13	276,059875488
14	276,290893554

Расчет

Температура в датчике

Графики переходных процессов

Анализ объекта управления

Расчет параметров регулятора по желаемой передаточной функции

Расчет параметров регулятора по степени колебательности

Моделирование замкнутой системы управления

Состояние процесса моделирования

Рисунок 7.4 - Стартовое окно программы

График распределения входного сигнала по первой пространственной моде показана на рис.7.5.

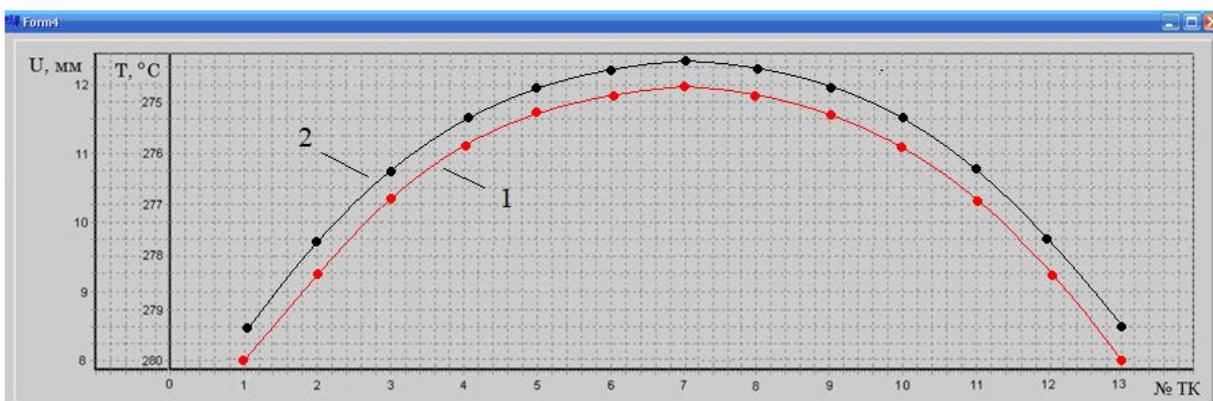


Рисунок 7.5 - Графики входного и выходного сигнала

где 1 – входная функция – положение ЗРК; 2 – выходная функция – температура; № ТК – номер технологического канала; T – значение температуры воды в ТК; U – открытие/закрытие ЗРК.

Определим функцию выхода в заданной точке и построим её график переходного процесса (рис. 7.6).

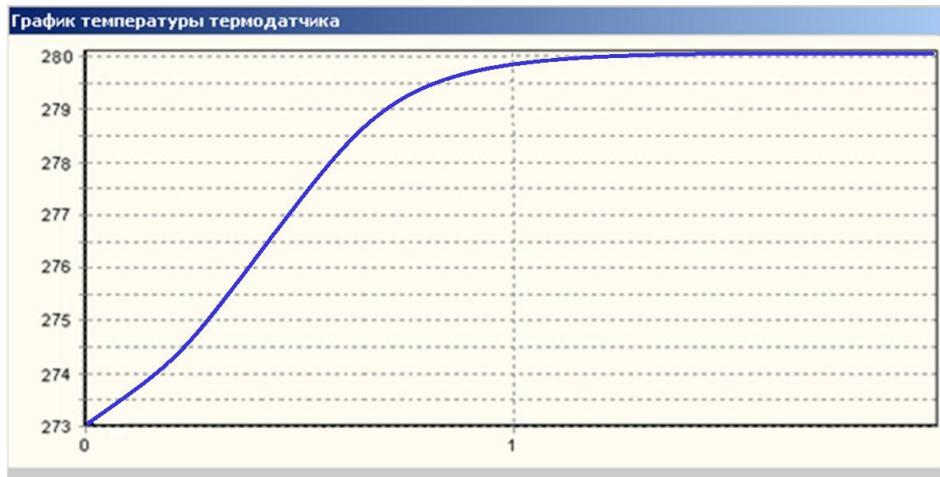


Рисунок 7.6 - График функции выхода

График распределения входного сигнала по третьей пространственной моде показана на рис.7.7.

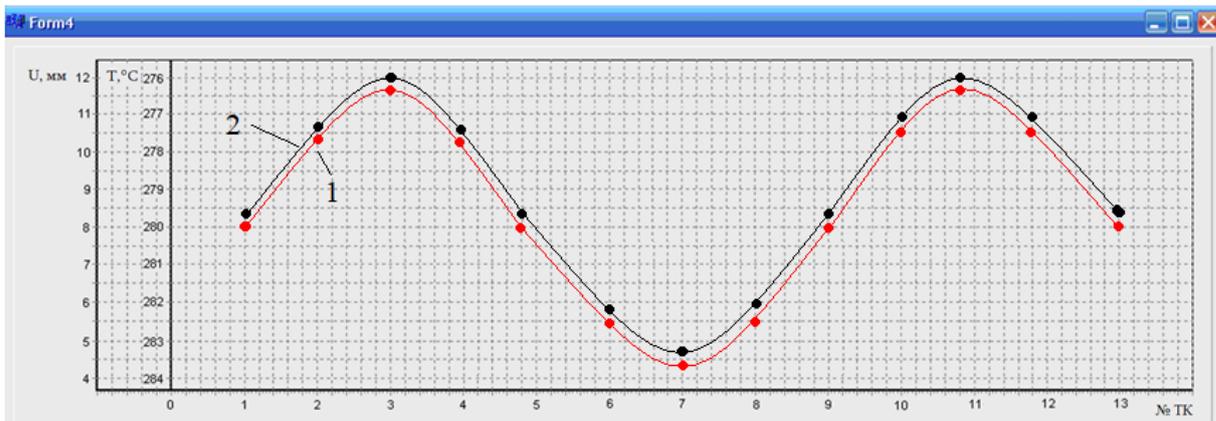


Рисунок 7.7 - Графики входного и выходного сигнала

где 1 – входная функция – положение ЗРК;

2 – выходная функция – температура.

Найдём функцию выхода в заданной точке и построим её график (рис. 7.8).

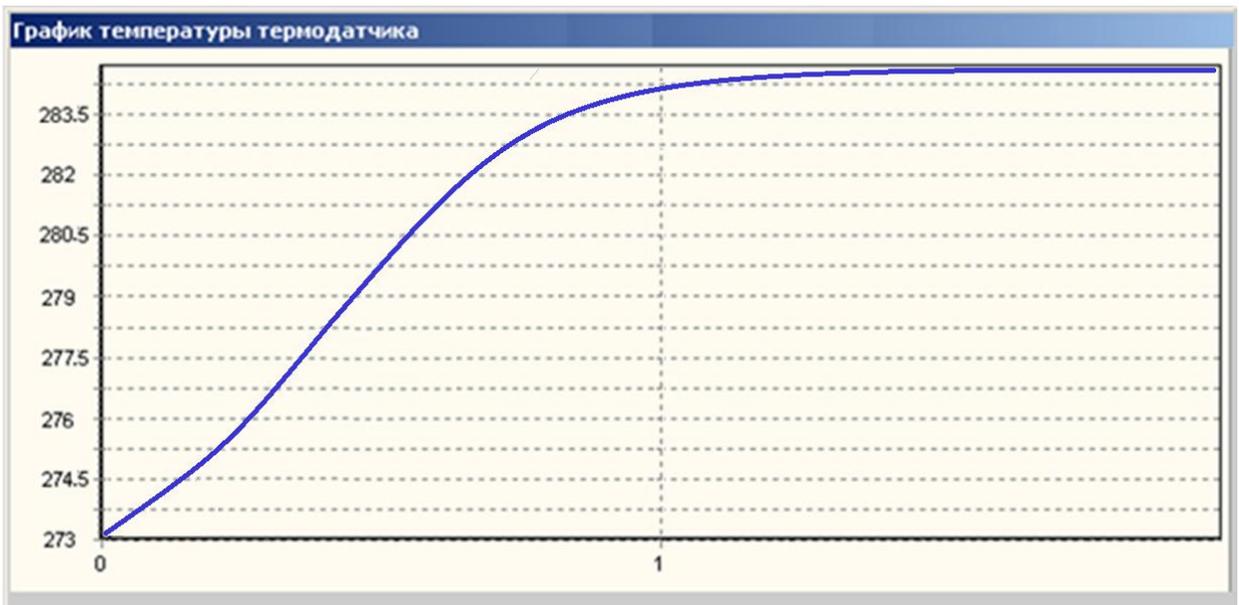


Рисунок 7.8 - График функции выхода

Проведём расчеты по двум пространственным модам входного воздействия ( $\eta=1,3$ ) и по их результатам вычислим значения параметров передаточной функции (7.1):

$$K_1 = 1.0257; \quad T_1 = 0.7125; \quad \tau_1 = 0.1002;$$

$$K_3 = 1.0392; \quad T_3 = 0.6232; \quad \tau_3 = 0.1002.$$

Введем в рассмотрение передаточную функцию пространственно-апериодического звена, с помощью которого произведем моделирование ОРП.

$$W_6(G, p) = \frac{E_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right]}{T_6 \left[ \frac{n_6 - 1}{n_6} + \frac{1}{n_6} \cdot G \right] \cdot p + 1} \quad (7.4)$$

Для определения параметров передаточной функции (8.4) применим номографический метод, разработанный и представленный в разделе 4.

В результате получим:

$$W_6(G, p) = \frac{0.7594 \left[ \frac{56.3897 - 1}{56.3897} + \frac{1}{56.3897} \cdot 5.9841 \right]}{0.5227 \left[ \frac{56.3897 - 1}{56.3897} + \frac{1}{56.3897} \cdot 5.9841 \right] \cdot p + 1}. \quad (7.5)$$

Полученная передаточная функция пространственно-аперiodического звена может использоваться для анализа распределённого объекта, а также для синтеза распределённой системы управления.

### 7.3. Применение разработанных методов синтеза распределенных регуляторов

#### 7.3.1. Расчет релейного регулятора

Рассмотрим возможность работы системы с трехпозиционным релейным регулятором. Структурная схема рассматриваемой системы изображена на рисунке 7.9.

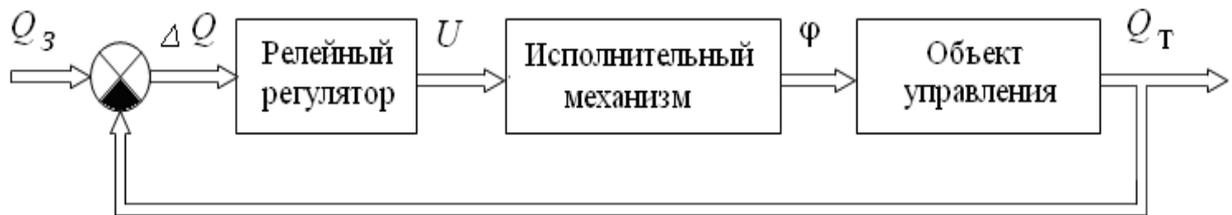


Рисунок 7.9 - Структурная схема релейной САУ

где  $Q_3$  - заданное значение температуры в заданной точке;

$Q_T$  - текущее значение температуры в заданной точке;

$\Delta Q = Q_3 - Q_T$  - сигнал ошибки;

$U$  - функция выхода регулятора, которая изменяется скачкообразно;

$\varphi$  - угол поворота шагового двигателя.

Матмодель объекта представлена системой дифференциальных уравнений в частных производных и подробно рассмотрена в разделе 2.

В качестве регулятора применим реле трехпозиционное с зоной нечувствительности со статической характеристикой

$$F(x) = \begin{cases} b & \text{при } x > a; \\ 0 & \text{при } -a < x < a; \\ -b & \text{при } x < -a. \end{cases} \quad (7.6)$$

С помощью специально написанного программного обеспечения произведем построение графиков управляющего воздействия, переходного процесса и фазового портрета системы для контрольной точки.

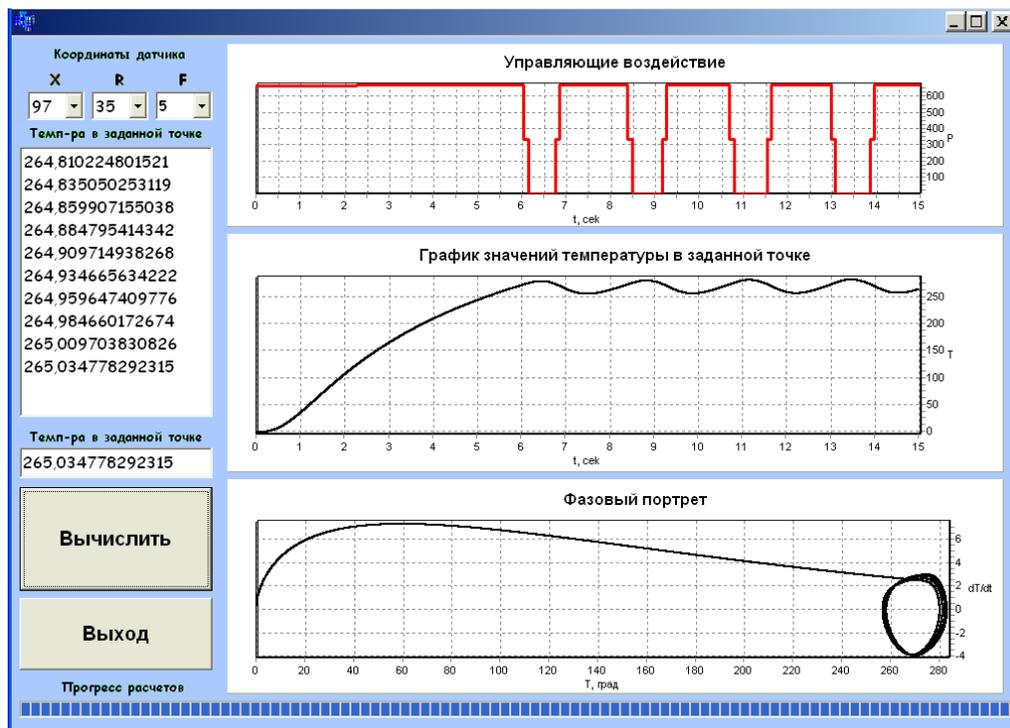


Рисунок 7.10 - График переходного процесса и фазовый портрет

Далее проведем анализ автоколебаний в рассматриваемой нелинейной системе с помощью метода Гольдфарба. Данный метод представляет собой графо-аналитический способ нахождения значений

амплитуды и частоты автоколебаний, основанный на применении критерия устойчивости Найквиста для СРП сформулирован в разделе 6.2.

Предположим, что рассматриваемая нами система находится на границе устойчивости. Тогда, согласно критерию Найквиста АФЧХ разомкнутой системы должна проходить через критическую точку, имеющую координаты  $(-1, j0)$ . Отсюда возникает условие присутствия автоколебаний в замкнутой САУ, которое можно записать в виде:

$$W_{нэ}(G, A) \cdot W_{лч}(G, p) = -1. \quad (7.7)$$

В соответствие с методом Гольдфарба представим его в виде:

$$W_{лч}(G, p) = -\frac{1}{W_{нэ}(G, A)}. \quad (7.8)$$

Возникновение автоколебаний в САУ возможно, если в ней соблюдаются два условия гармонического баланса:

1.  $|W_{лч}(G, p)| = \left| \frac{1}{W_{нэ}(G, A)} \right|$
2.  $\varphi_{нэ}(G, A) + \varphi_{лч}(G, \omega) = -\pi$

Используем обозначение  $Z(G, A) = -\frac{1}{W_{нэ}(G, A)}$ . В соответствие с [26,

43] параметры  $Z(G, A)$  для трехпозиционного реле определим по формуле

$$Z(G, A) = \frac{\pi \cdot A^2}{4 \cdot b \cdot \sqrt{A^2 - a^2}}.$$

Рассмотрим случай когда  $\eta=1, 3, 5, 7, 9, 11$  и по результатам расчетов находим значения параметров  $K_\eta, T_\eta, \tau_\eta$ , далее произведем расчет и построение АФЧХ и  $Z(G, A)$ .

По результатам расчета построим на комплексной плоскости АФЧХ линейной части САУ и  $Z(G, A)$  реле. Как мы видим, график  $Z(G, A)$  находится в отрицательной вещественной полуплоскости комплексной плоскости.

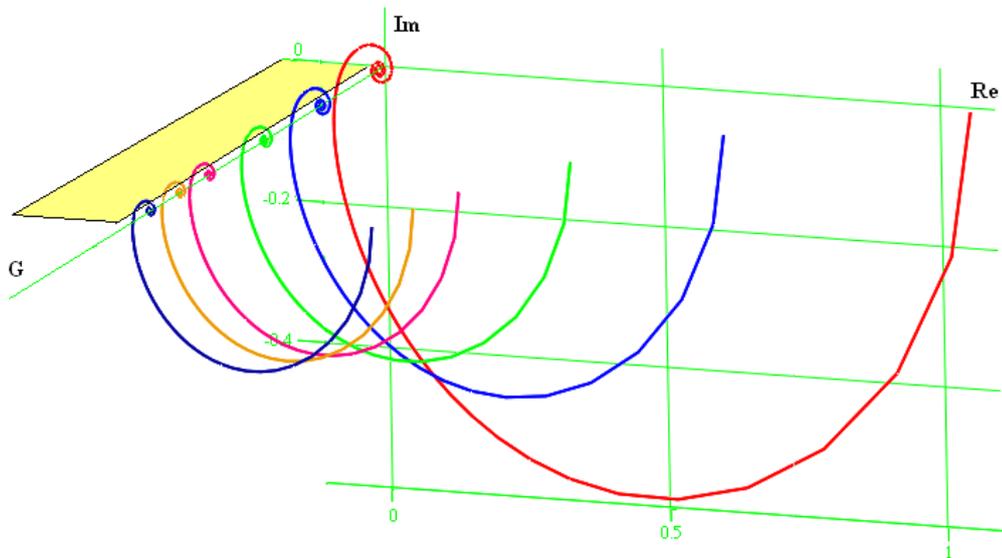


Рисунок 7.11 - АФЧХ линейной части САУ и  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1, 3, 5, 7, 9, 11$

Годографы  $W_{лч}(G, p)$  для  $\eta = 1, 3, 5, 7, 9, 11$  и  $Z(G, A)$  пересекаются в точках, соединив которые получаем линию  $\Lambda(G, A, p)$  (рис. 7.12).

Полученные результаты свидетельствуют о наличии в системе автоколебаний при любых значениях  $\eta$ .

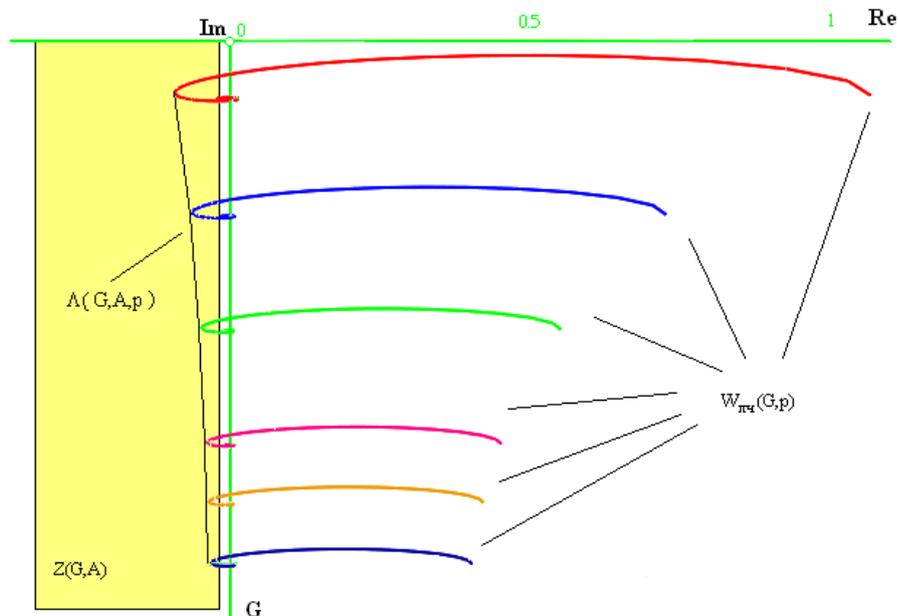


Рисунок 7.12 - АФЧХ линейной части системы и  $Z(G, A)$  при  $\eta = 1, 3, 5, 7, 9, 11$

(вид сверху)

При использовании регулятора релейного типа не удалось добиться заданного качества регулирования и точности, столь необходимых для рассматриваемого технологического процесса. В связи с этим целесообразно рассмотреть возможность использования регуляторов непрерывного принципа действия.

### 7.3.2. Расчет настроек регулятора по желаемой передаточной функции

Произведём расчет параметров распределенного регулятора для управления ОУ, передаточные функции которого записаны в виде (7.1). При этом имеются ограничения, наложенные на запасы устойчивости разомкнутой системы.

Запишем желаемую передаточную функцию. Её параметры обусловлены требованиями к качеству переходного процесса, требуемого нормативными документами ЛАЭС.

$$W_{жс}(G, p) = \frac{E_{жс} \left[ \frac{n_{жс} - 1}{n_{жс}} + \frac{1}{n_{жс}} \cdot G \right]}{T_{жс} \left[ \frac{n_{жс} - 1}{n_{жс}} + \frac{1}{n_{жс}} \cdot G \right] \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{жс} p} \quad (7.9)$$

$$W_{жс}(G, p) = \frac{0.7407 \left[ \frac{56.3897 - 1}{56.3897} + \frac{1}{56.3897} \cdot 5.9841 \right]}{0.3711 \left[ \frac{56.3897 - 1}{56.3897} + \frac{1}{56.3897} \cdot 5.9841 \right] \cdot p + 1} \cdot e^{-0.1002 p}$$

Используя методику, представленную в разделе 5 и результаты, полученные в [106] произведем вывод передаточной функции распределенного регулятора для объекта, имеющего передаточную функцию (7.9) и учетом имеющегося в системе запаздывания.

Запишем передаточную функцию распределенного регулятора.

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]} \cdot \frac{1}{p} + \frac{0.5\tau_{жс}^2}{T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс}} \cdot p \right) \quad (7.10)$$

$$K_p = \frac{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]}{E_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] \left( T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс} \right)} \quad (7.11)$$

Для расчетов параметров используем разработанное программное обеспечение (Приложение 5).

Рисунок 7.13 - Расчет параметров регулятора

Подставим в передаточную функцию полученные численные значения параметров.

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{0.5227 \left[ \frac{56.3897-1}{56.3897} - \frac{1}{56.3897} \nabla^2 \right]} \cdot \frac{1}{p} + \right.$$

$$\left. + \frac{0.5 \cdot 0.1002^2}{0.3711 \left[ \frac{56.3897-1}{56.3897} - \frac{1}{56.3897} \nabla^2 \right] + 0.1002} \cdot p \right) \quad (7.12)$$

$$K_p = \frac{0.5227 \left[ \frac{56.3897-1}{56.3897} - \frac{1}{56.3897} \nabla^2 \right]}{0.7594 \left[ \frac{56.3897-1}{56.3897} - \frac{1}{56.3897} \nabla^2 \right] \left( 0.3711 \left[ \frac{56.3897-1}{56.3897} - \frac{1}{56.3897} \nabla^2 \right] + 0.1002 \right)} \quad (7.13)$$

Таким образом была получена передаточная функция распределенного регулятора, который позволяет реализовать ПИД алгоритм управления.

### 7.3.3. Расчет настроек регулятора по степени колебательности

Как уже было отмечено, мы производим описание системы с помощью передаточных функций записанных по каждой своей пространственной моде относительно входного воздействия:

$$W_\eta(S) = \frac{K_\eta}{T_\eta \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_\eta \cdot p}, \quad (\eta = 1, 2, \dots) \quad (7.14)$$

Параметры  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  найдены по итогам проведенного моделирования.

Для двух мод входного сигнала ( $\eta=1,3$ ) были рассчитаны параметры передаточной функции (7.14):

$$\begin{aligned} K_1 &= 1.0257; & T_1 &= 0.7125; & \tau_1 &= 0.1002; \\ K_3 &= 1.0392; & T_3 &= 0.6232; & \tau_3 &= 0.1002. \end{aligned}$$

Для проведения частотного анализа ОУ зададим в (7.11)

$$p = \omega(j - m)$$

и рассчитываем модуль  $M_\eta$  и фазу  $\varphi_\eta$ :

$$M_\eta(m, \omega) = \frac{k_n}{\sqrt{(1 - T_n m \omega)^2 + T_n^2 \omega^2}} \cdot e^{m\tau\omega} \quad (7.15)$$

$$\varphi_\eta(m, \omega) = -\omega \cdot \tau_\eta - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega}\right) \quad (7.16)$$

### Постановка задачи синтеза

Произведем расчет распределенного ПИД-регулятора, при этом будем считать, что запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi \geq \pi/6$ .

Передаточная функция рассчитываемого регулятора имеет вид:

$$W(x, y, p) = E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + E_2 \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot p \quad (7.17)$$

где:  $E_1, E_2, E_4$  - рассчитываемые коэффициенты передачи;

$\nabla^2$  - лапласиан;

$n_1, n_2, n_4$  - коэффициенты веса.

### Процедура синтеза

Допустим, что фазовый сдвиг, вносимый в систему регулятором равен нулю. Тогда для нахождения частот среза модуля разомкнутой системы запишем следующие выражение:

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = W(m, j\omega, \eta, \gamma) \quad (7.18)$$

$$-\pi + \Delta\varphi_\eta = -\omega \cdot \tau_\eta - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{T_n m \omega - 1}{T_n \omega}\right)$$

Где:  $W(m, j\omega, \eta, \gamma)$  - комплексный передаточный коэффициент исследуемого ОУ, который находим численным способом.

Задавая значения  $T_\eta, \tau_\eta$  и  $\Delta\varphi_\eta = \pi/6$  в (7.15), рассчитаем значение частот среза модуля:

$$\omega_1 = 9.7091, \quad \omega_3 = 9.8862.$$

Используя методику подробно представленную в разделе 5 и результаты, полученные в [121] произведем расчет параметров передаточной функции распределенного регулятора, задав степень колебательности равной  $m = 0.221$  (Приложение б).

17.10.2015 1:53:05

Входные параметры первой моды		Входные параметры последней моды	
Обобщенная координата $G_1$	5,984	Обобщенная координата $G_3$	17,952
Коэффициент передачи $K_1$	1,0257	Коэффициент передачи $K_3$	1,0392
Постоянная времени $T_1$	0,7125	Постоянная времени $T_3$	0,8232
Время задержки $\tau_1$	0,1002	Время задержки $\tau_3$	0,1002
Степень колебательности $m$	0,221		

Значения параметров регулятора

$E_1$	5,09475	$n_1$	70,38632	$E_2$	0,05792	$n_2$	1723526	$E_4$	5,37612	$n_4$	320,11007
-------	---------	-------	----------	-------	---------	-------	---------	-------	---------	-------	-----------

Рисунок 7.14 - Расчет параметров регулятора

Запишем передаточную функцию распределенного высокоточного регулятора:

$$\begin{aligned}
 W(x, y, p) &= 5.09475 \cdot \left[ \frac{70.38632 - 1}{70.38632} - \frac{1}{70.38632} \nabla^2 \right] + \\
 &+ 5.37612 \cdot \left[ \frac{320.11007 - 1}{320.11007} - \frac{1}{320.11007} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + 0.05792 [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot p \\
 W(x, y, p) &= 5.09475 \cdot [0.995939 - 0.00406 \nabla^2] + \\
 &+ 5.37612 \cdot [0.999936 - 0.000063 \nabla^2] \cdot \frac{1}{p} + 0.05792 \cdot [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot p \quad (7.19)
 \end{aligned}$$

Используя разработанную методику и специальное программное обеспечение произведем аналогично расчет параметров регулятора для  $m = 0$ ,  $m = 0.119$  и  $m = 0.366$ , сравним полученные результаты.

Расчет параметров регулятора по степени колебательности 17.10.2015 1:43:23

Входные параметры первой моды		Входные параметры последней моды	
Обобщенная координата $G_1$	<input type="text" value="5,984"/>	Обобщенная координата $G_3$	<input type="text" value="17,952"/>
Коэффициент передачи $K_1$	<input type="text" value="1,0257"/>	Коэффициент передачи $K_3$	<input type="text" value="1,0392"/>
Постоянная времени $T_1$	<input type="text" value="0,7125"/>	Постоянная времени $T_3$	<input type="text" value="0,8232"/>
Время задержки $\tau_1$	<input type="text" value="0,1002"/>	Время задержки $\tau_3$	<input type="text" value="0,1002"/>
Степень колебательности $m$	<input type="text" value="0"/>		

Значения параметров регулятора

$E_1$	<input type="text" value="7,64776"/>	$n_1$	<input type="text" value="73,39479"/>	$E_2$	<input type="text" value="0,04817"/>	$n_2$	<input type="text" value="1723526"/>	$E_4$	<input type="text" value="6,49403"/>	$n_4$	<input type="text" value="460,84721"/>
-------	--------------------------------------	-------	---------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--

Рисунок 7.15 - Расчет параметров регулятора при  $m = 0$ 

Расчет параметров регулятора по степени колебательности 17.10.2015 1:49:16

Входные параметры первой моды		Входные параметры последней моды	
Обобщенная координата $G_1$	<input type="text" value="5,984"/>	Обобщенная координата $G_3$	<input type="text" value="17,952"/>
Коэффициент передачи $K_1$	<input type="text" value="1,0257"/>	Коэффициент передачи $K_3$	<input type="text" value="1,0392"/>
Постоянная времени $T_1$	<input type="text" value="0,7125"/>	Постоянная времени $T_3$	<input type="text" value="0,8232"/>
Время задержки $\tau_1$	<input type="text" value="0,1002"/>	Время задержки $\tau_3$	<input type="text" value="0,1002"/>
Степень колебательности $m$	<input type="text" value="0,119"/>		

Значения параметров регулятора

$E_1$	<input type="text" value="6,07088"/>	$n_1$	<input type="text" value="71,77675"/>	$E_2$	<input type="text" value="0,05302"/>	$n_2$	<input type="text" value="1723526"/>	$E_4$	<input type="text" value="5,88506"/>	$n_4$	<input type="text" value="372,51566"/>
-------	--------------------------------------	-------	---------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--

Рисунок 7.16 - Расчет параметров регулятора при  $m = 0.119$ 

Расчет параметров регулятора по степени колебательности 17.10.2015 1:57:35

Входные параметры первой моды		Входные параметры последней моды	
Обобщенная координата $G_1$	<input type="text" value="5,984"/>	Обобщенная координата $G_3$	<input type="text" value="17,952"/>
Коэффициент передачи $K_1$	<input type="text" value="1,0257"/>	Коэффициент передачи $K_3$	<input type="text" value="1,0392"/>
Постоянная времени $T_1$	<input type="text" value="0,7125"/>	Постоянная времени $T_3$	<input type="text" value="0,8232"/>
Время задержки $\tau_1$	<input type="text" value="0,1002"/>	Время задержки $\tau_3$	<input type="text" value="0,1002"/>
Степень колебательности $m$	<input type="text" value="0,366"/>		

Значения параметров регулятора

$E_1$	<input type="text" value="4,10579"/>	$n_1$	<input type="text" value="68,11171"/>	$E_2$	<input type="text" value="0,06623"/>	$n_2$	<input type="text" value="1723526"/>	$E_4$	<input type="text" value="4,6852"/>	$n_4$	<input type="text" value="260,32914"/>
-------	--------------------------------------	-------	---------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	--------------------------------------	-------	-------------------------------------	-------	--

Рисунок 7.17 - Расчет параметров регулятора при  $m = 0.366$

Полученные результаты будем использовать при моделировании системы контроля и управления.

#### 7.4 Моделирование работы замкнутой системы контроля и управления

Рассмотрим процесс моделирования на примере системы с регулятором, рассчитанным по степени колебательности.

Каждому углу поворота ЗРК ставится в соответствие некоторое значение температуры в заданной точке.

Была разработана структурная схема системы контроля (рис. 7.3).

Запишем алгоритм управления:

$$U(x, z, p) = D_1(x, z, p) + \frac{D_4(x, z, p)}{p} + D_2(x, z, p) \cdot p, \quad (7.20)$$

где 
$$D_i(x, z, p) = E_i \left[ \frac{n_i - 1}{n_i} \cdot F(x, z, p) - \frac{1}{n_i} \cdot \nabla^2 F(x, z, p) \right]; \quad (i = 1, 2, 4).$$

Дискретный аналог алгоритма управления (7.20) имеет вид:

$$U(x_v, z_\xi, p) = D_1(x_v, z_\xi, p) + \frac{D_4(x_v, z_\xi, p)}{p} + D_2(x_v, z_\xi, p) \cdot p, \quad (7.21)$$

где 
$$D_i(x_v, z_\xi, p) = E_i \left[ \frac{n_i - 1}{n_i} \cdot F(x_v, z_\xi, p) - \frac{1}{n_i} \cdot \nabla^2 F(x_v, z_\xi, p) \right], \quad (i = 1, 2, 4),$$

$$\nabla^2 F(x_v, z_\xi, p) = \frac{F(x_{v-1}, z_\xi, p) - 2 \cdot F(x_v, z_\xi, p) + F(x_{v+1}, z_\xi, p)}{\Delta x^2} + \frac{F(x_v, z_{\xi-1}, p) - 2 \cdot F(x_v, z_\xi, p) + F(x_v, z_{\xi+1}, p)}{\Delta z^2}$$

$$1 < v < N_x, \quad 1 < \xi < N_y,$$

Применяя передаточную функцию рассчитываемого регулятора

$$W(x, y, p) = 5.08766 \cdot \left[ \frac{70.38744 - 1}{70.38744} - \frac{1}{70.38744} \nabla^2 \right] +$$

$$+ 5.36675 \cdot \left[ \frac{320.27698 - 1}{320.27698} - \frac{1}{320.27698} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{p} + 0.05802 [1 - 0 \cdot \nabla^2] \cdot p$$

составим алгоритм управления и запишем его в области времени:

$$U(x_v, z_\xi, \tau) = 5.08766 \cdot \left[ \frac{69.38744}{70.38744} \cdot F(x_v, z_\xi, \tau) - \frac{1}{70.38744} \nabla^2 F(x_v, z_\xi, \tau) \right] +$$

$$+ \sum_{\tau} 5.36675 \cdot \left[ \frac{319.27698}{320.27698} - \frac{1}{320.27698} \nabla^2 F(x_v, z_\xi, \tau) \right] \cdot \Delta \tau +$$

$$+ 0.05802 \cdot \frac{F(x_v, z_\xi, \tau) - F(x_v, z_\xi, \tau - \Delta \tau)}{\Delta \tau}, \quad (7.22)$$

$$1 < v < N_x, \quad 1 < \xi < N_y$$

где

$$\nabla^2 F(x_v, z_\xi, \tau) = \frac{F(x_{v-1}, z_\xi, \tau) - 2 \cdot F(x_v, z_\xi, \tau) + F(x_{v+1}, z_\xi, \tau)}{\Delta x^2} +$$

$$\frac{F(x_v, z_{\xi-1}, \tau) - 2 \cdot F(x_v, z_\xi, \tau) + F(x_v, z_{\xi+1}, \tau)}{\Delta z^2},$$

$$F(x_v, z_\xi, \tau) = T_3(x_v, z_\xi, \tau) - T_T(x_v, z_\xi, Y, \tau),$$

$T_3(x_v, z_\xi, \tau)$  – заданное значение теплового поля,

$T_T(x_v, z_\xi, Y, \tau)$  – текущее значение теплового поля.

Используя модели регулятора и объекта, произведём моделирование замкнутой системы управления.

Для расчета численного значения температуры в заданной точке составлено дополнение к написанной ранее программе.

Проводим моделирование замкнутой системы контроля. По результатам вычислений на рисунке 7.18 построен график изменения функции выхода объекта управления при  $m = 0$ . Как было доказано в [167] для сосредоточенных систем, и для распределенных систем управления в

[98], системы при  $m = 0$  находятся на границе устойчивости, о чём свидетельствуют полученные результаты..

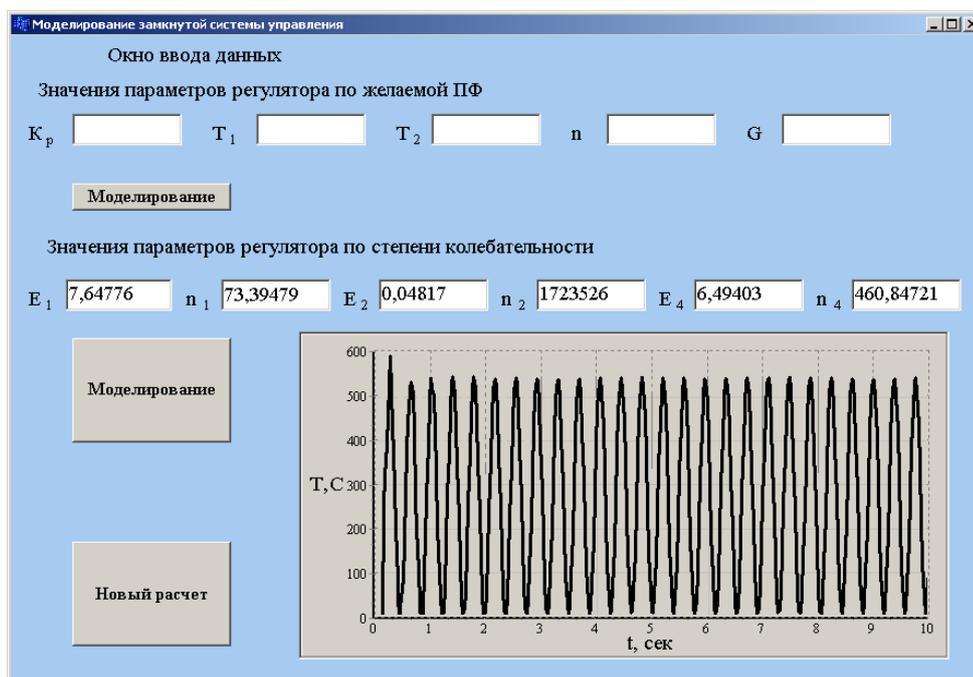


Рисунок 7.18 - Результаты моделирования при  $m = 0$

Произведем моделирование замкнутой системы управления при  $m=0.119$ ,  $m=0.221$ ,  $m=0.366$ , а также при использовании распределенного регулятора, синтезированного по желаемой передаточной функции объекта управления.

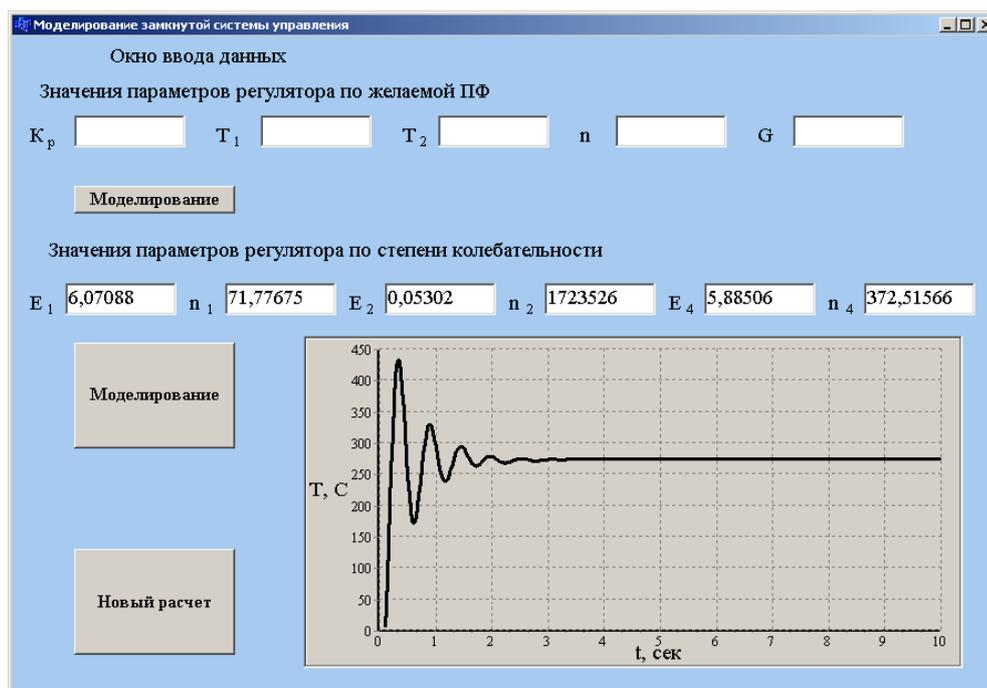
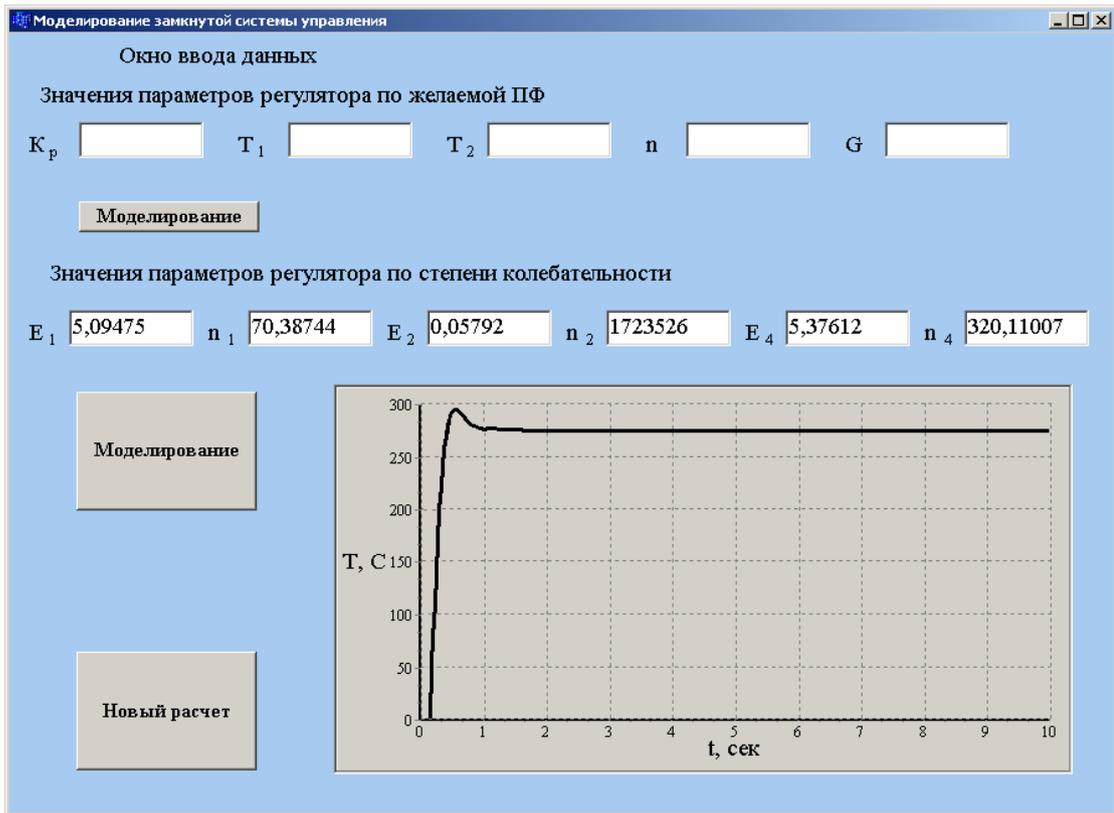
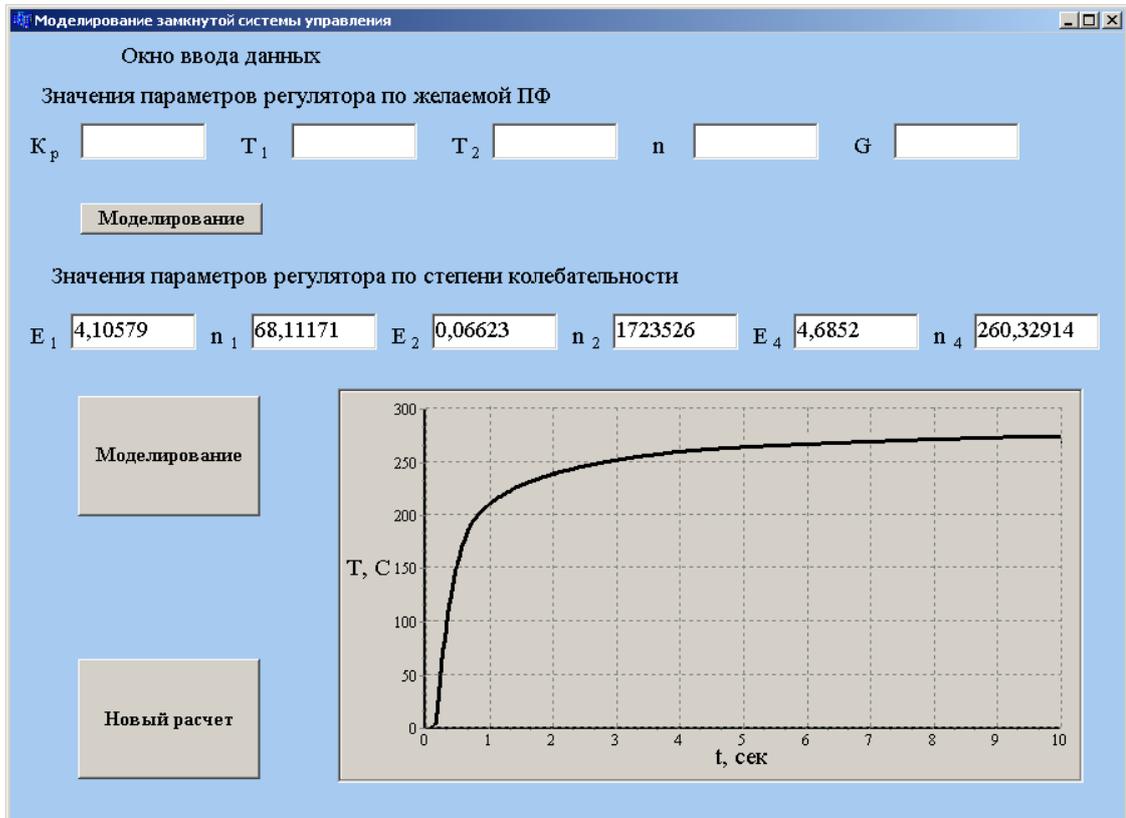


Рисунок 7.19 - Результаты моделирования при  $m = 0.119$

Рисунок 7.20 - Результаты моделирования при  $m = 0.221$ Рисунок 7.21 - Результаты моделирования при  $m = 0.366$

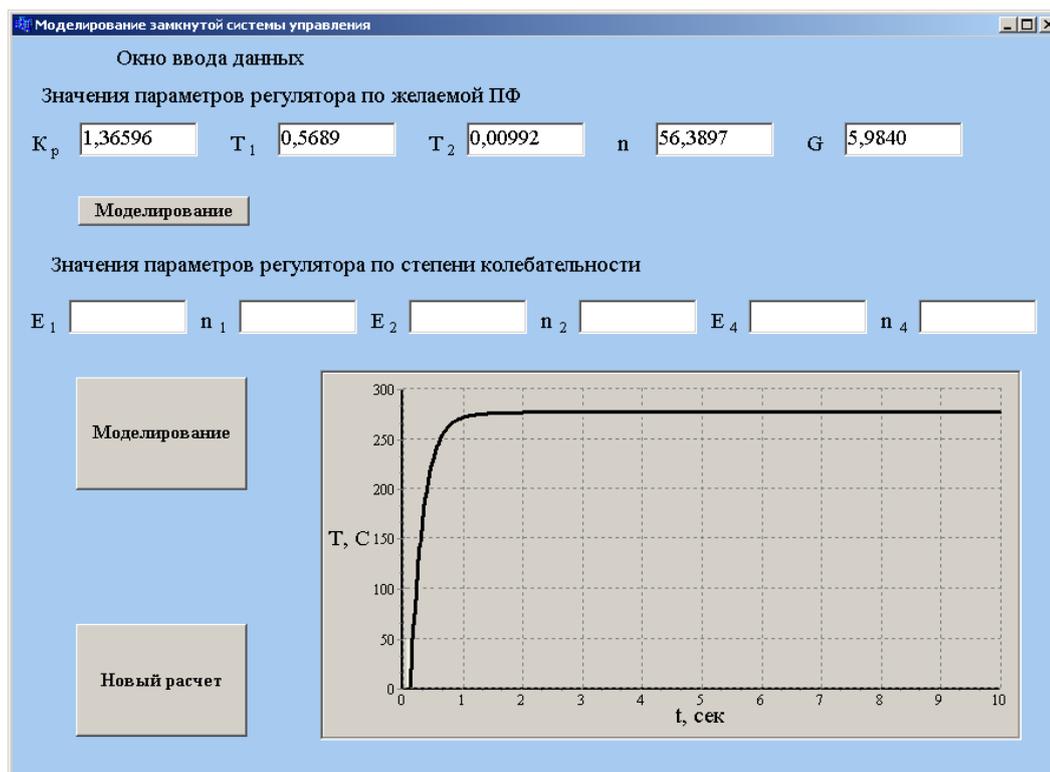


Рисунок 7.22 - Результаты моделирования при регуляторе, синтезированном по желаемой передаточной функции объекта

Как отмечалось ранее во втором разделе и в [201] различные режимы течения, показанные на рис. 2.1, характеризуются различными значениями коэффициентов теплоотдачи. Особенно большие различия наблюдаются на границах между режимами IV – V и V – VI, вследствие чего в стенке трубы возникают большие температурные перепады вблизи этих границ (и, следовательно, температурные напряжения). Границы режимов циклически дрейфуют по длине трубы, что, в конечном счете, приводит к возникновению циклических температурных напряжений, вызывающих усталость металла труб.

Данные процессы растянуты во времени, но имеющееся в нашем распоряжении программное обеспечение позволяет промоделировать эти процессы, значительно уменьшив период колебаний. На рис. 7.23 показан график переходного процесса возмущающего воздействия, действующего в циркониевых трубках.

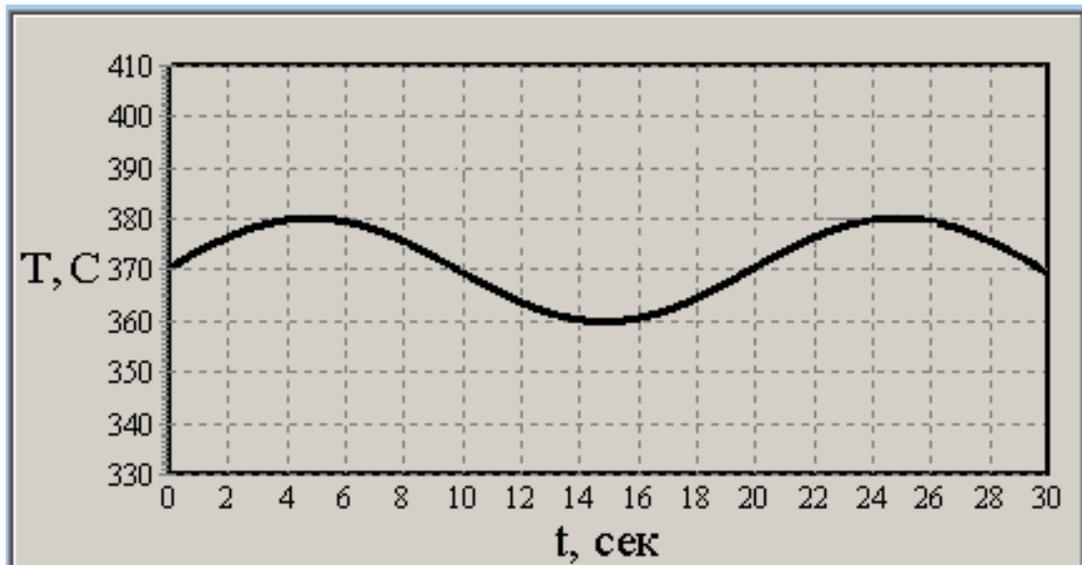


Рисунок 7.23 - График переходного процесса возмущающегося воздействия

Внеся в программный код соответствующие изменения, произведем моделирование. На рис. 7.24 и 7.25 представлены результаты.

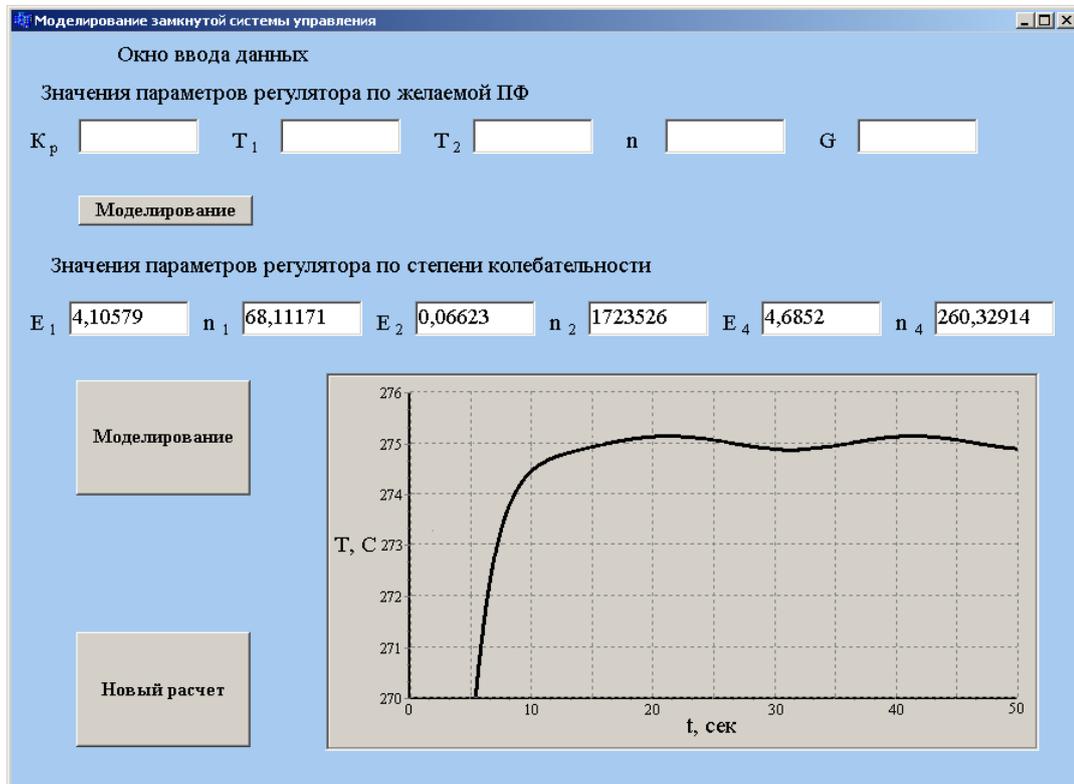


Рисунок 7.24 - Моделирование с распределенным регулятором при  $m = 0.366$

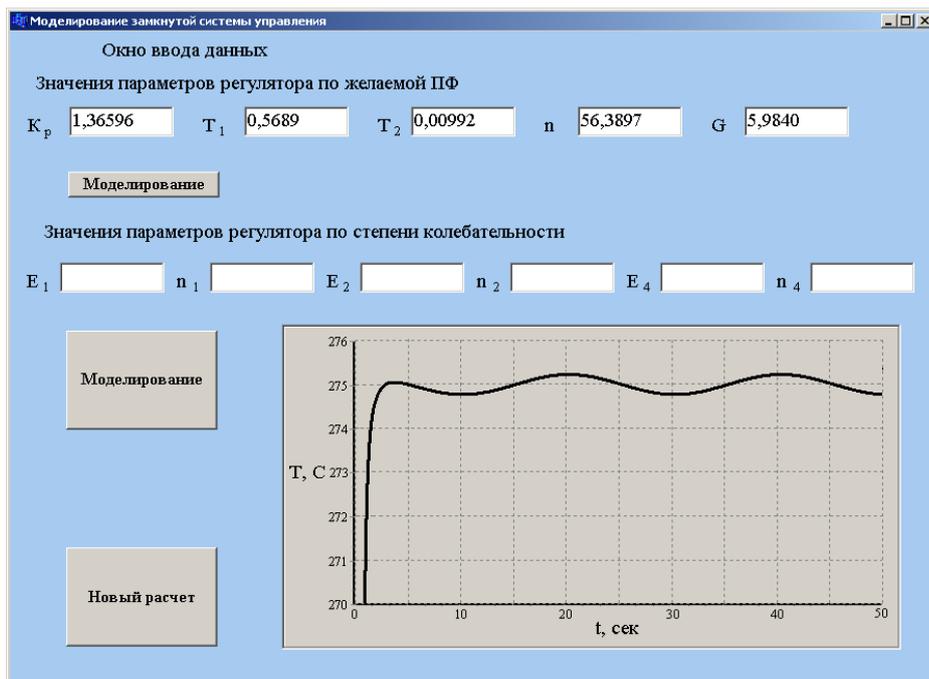


Рисунок 7.25 - Моделирование с распределенным регулятором, синтезированным по желаемой передаточной функции объекта

По результатам моделирования видно, что управление в системе реализуется в полном соответствии с поставленными требованиями. Система управления с распределенным регулятором, синтезированным с учетом степени колебательности, показала наличие статической ошибки равной  $\varepsilon_{ст} = 0.12$ . Система управления с распределенным регулятором, синтезированным по желаемой передаточной функции объекта, так же показала наличие статической ошибки равной  $\varepsilon_{ст} = 0.19$ . Однако эта система показала более высокое быстродействие системы.

### 7.5. Разработка адаптивной системы контроля и управления температурой в заданных точках активной зоны реактора

По причине неравномерности выгорания топлива параметры данного объекта будут изменяться во времени, что в общем случае требует применения принципа адаптации.

В связи с этим предлагается следующая структурная схема системы управления ЗРК с применением распределенного регулятора, представленная на рис. 7.26.

Алгоритм работы распределенного ПИД-регулятора с автоматической адаптацией состоит из следующих этапов:

- 1) идентификация параметров распределенного объекта регулирования;
- 2) вычисление коэффициентов распределенного ПИД-регулятора;
- 3) ввод коэффициентов в распределенный ПИД-регулятор.

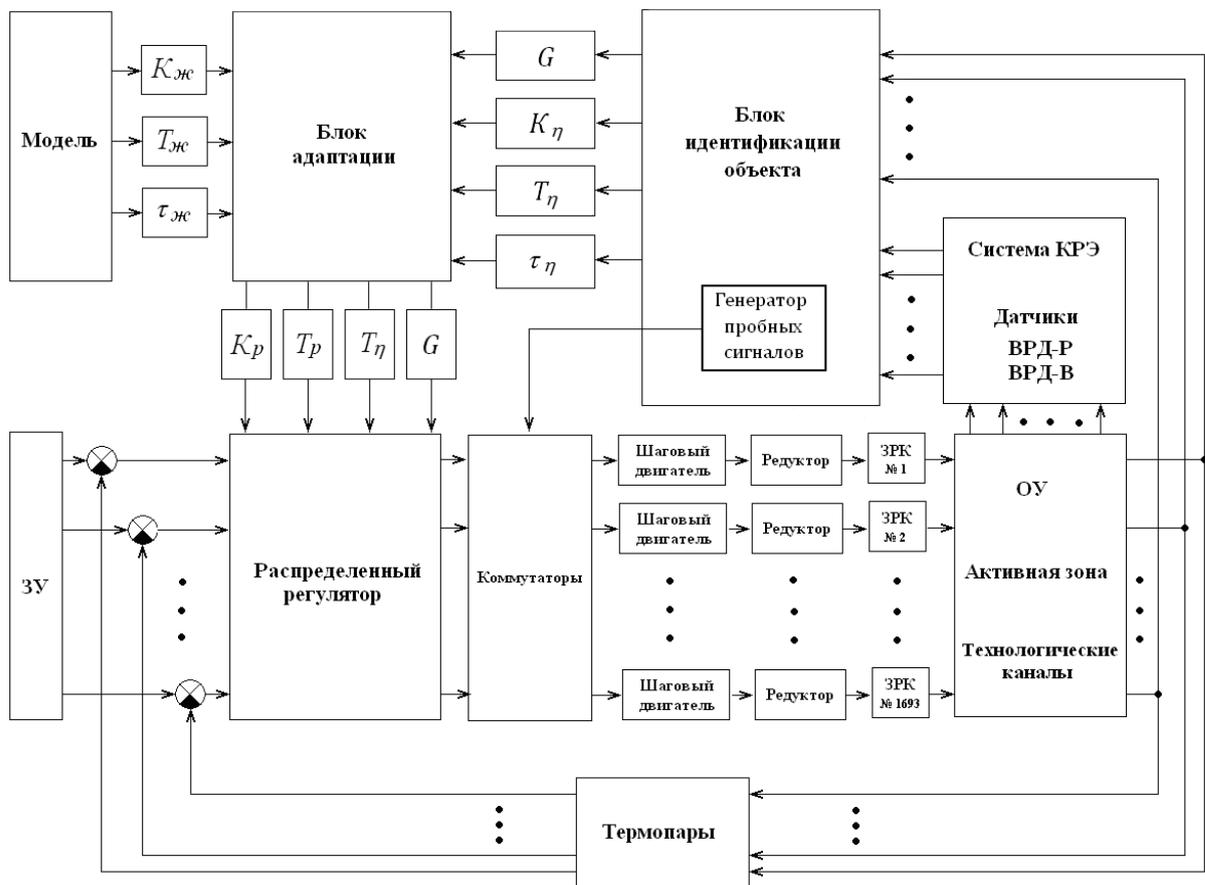


Рисунок 7.26 - Структурная схема адаптивной системы управления

Для проведения идентификации параметров ОРП на действующую систему необходимо подаваться, например, ступенчатые или импульсные сигналы, что не всегда может быть выполнено по технологическим причинам. Поэтому в качестве идентифицирующих воздействий могут использоваться возмущения и задания, возникающие в процессе

нормальной эксплуатации системы. Однако анализ работы различных адаптивных систем говорит, что это реализуемо лишь при подходящих для настройки режимах работы объекта. Работоспособность такого алгоритма в обычно существующих системах с относительно высоким уровнем случайных возмущений обеспечивается тем, что перед включением контроллера в работу осуществляется определение начальных настроек ПИД-регулятора. Затем изменение настроек регулятора алгоритмом адаптации осуществляется относительно начальных в ограниченных пределах, что не приводит к возникновению аварийных ситуаций.

Применяя блок идентификации, определяем значения параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$  объекта управления, которые находим в результате моделирования. Для их нахождения генератор пробных сигналов создает и отправляет на вход объекта входной сигнал вида:

$$U(x, y, p) = C_{\eta, \gamma}(s) \text{Sin}(\Psi_\eta \cdot x) \cdot \text{Sin}(\bar{\Psi}_\gamma \cdot y) \quad (7.23)$$

По результатам моделирования определяем численные значения искомым параметров  $K_\eta$ ,  $T_\eta$ ,  $\tau_\eta$ , которые поступают на вход блока адаптации.

С помощью модели задаём желаемые значения коэффициента передачи, постоянной времени и время запаздывания объекта управления.

$$W_{\text{жс}}(G, p) = \frac{1}{T_{\text{жс}} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} \cdot G \right] \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{\text{жс}} p} \quad (7.24)$$

При выборе алгоритма управления и метода расчета настроек регулятора был произведен анализ существующих методов и определены ограничения, накладываемые на их применение. Например, одним из ограничений при реализации адаптивных алгоритмов для контроля температуры теплоносителя в ТК реактора является то, что данную систему регулирования запрещено выводить на границу устойчивости. Это вызвано тем, что адаптация регулятора температуры теплоносителя

должна осуществляться непрерывно, а требуемые автоколебания могут быть получены путем изменения структуры регулятора либо его настроек, что будет приводить к неработоспособности САР и может выполняться только с определенной дискретностью по времени.

По результатам проведенного анализа в качестве регулятора предлагается использовать распределенный регулятор [101, 102], передаточная функция которого (7.23), (7.24) разработана с учетом желаемой передаточной функции исследуемого объекта управления (7.9).

$$W_p(G, p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]} \cdot \frac{1}{p} + \frac{0.5\tau_{жс}^2}{T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс}} \cdot p \right) \quad (7.25)$$

$$K_p = \frac{T_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right]}{E_o \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] \left( T_{жс} \left[ \frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} G \right] + \tau_{жс} \right)} \quad (7.26)$$

Применение данного регулятора для управления расходом воды проходящей через активную зону канального реактора и применение принципов адаптации может качественно улучшить анализ и управление объектом.

Для исследуемой системы отклонение параметров распределенного регулятора от заданных может быть определено только в режиме, когда под действием возмущений температура пароводяной смеси отклоняется от номинального значения больше заданной величины и регулятор отрабатывает возмущающий сигнал. По полученному переходному процессу и характеру возмущения системой может приниматься решение о коррекции параметров настройки регулятора в случае несоответствия заданным критериям.

Для моделирования работы адаптивной системы управления температурой теплоносителя в активной зоне реактора было разработано специальное программное обеспечение.

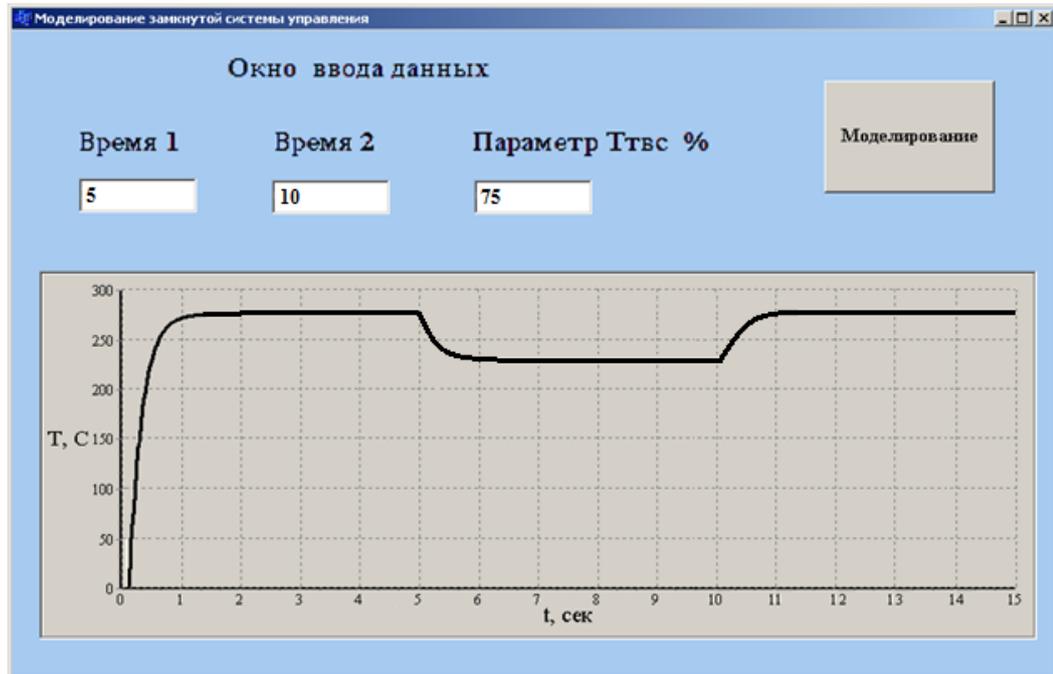


Рисунок 7.27 - Окно моделирования адаптивной системы управления

В окне моделирования зададим исходные данные. Время изменения энерговыделения зададим в размере 5 секунд, время включения регулятора с адаптированными настройками, при этом будем считать, что энерговыделение упало на 25% от номинального значения.

На рис. 7.27 показаны результаты моделирования, которые свидетельствуют о надёжной работе разработанной системы.

## 7.6. Выводы по седьмой главе

В главе рассмотрен процесс разработки системы контроля и управления температурными полями активной зоны реакторной установки. Представлено описание существующей системы управления. Проведен анализ активной зоны как объекта с распределенными параметрами.

Предложена новая система контроля, в основе которой лежат методы теории СРП.

Рассмотрены системы контроля и управления с релейным регулятором и регуляторами непрерывного действия. Проведен их сравнительный анализ, показывающий невозможность их применения на объектах данного класса.

Для моделирования замкнутых систем управления было разработано специальное программного обеспечение. Результаты работы которого было сравнено с результатами расчетов, полученными с помощью информационно-управляющей системы Скала–микро.

Можно сделать вывод, что система контроля и управления с распределенным регулятором, синтезированным с учетом желаемой передаточной функции объекта выполняет управление температурой с заданной точностью и в полном соответствии с заданными требованиями.

В главе рассмотрена разработка адаптивной системы контроля и управления температурой в заданных точках активной зоны реактора с применением принципов параметрической адаптации. Разработанная система контроля в полном объеме удовлетворяет заявленным требованиям и обеспечивает управление в соответствии с требуемыми показателями качества.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование распределенных систем контроля и управления. В качестве объекта управления была рассмотрена активная зона реактора РМБК-1000. На данном примере рассматривается методика составления математических моделей и решается задача разработки системы распределенного контроля и управления с оценкой устойчивости системы и качества управления.

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

- рассмотрены методы расчета систем управления с распределенными параметрами и выделен класс систем управления с подвижным воздействием (жидким теплоносителем);
- рассмотрены общие подходы к построению матмоделей распределенных систем управления с подвижным источником воздействия, допускающих адаптацию на различные распределенные объекты управления, управляющее воздействие на которые реализуется с использованием подвижных (жидких) теплоносителей;
- разработана методика составления математических моделей объектов с распределёнными параметрами, имеющих различную физическую природу, сложную геометрическую форму и подвижные источники воздействия и с её применением получены математическая и дискретная модели, позволяющие моделировать температурные поля в активной зоне реакторной установки;
- разработана методика проведения моделирования тепловых процессов, протекающих в системах с распределенными параметрами с помощью распределенного апериодического звена;
- разработана методика расчета распределенных регуляторов для систем управления с подвижным источником воздействия, которая отличается от известных тем, что учитывает степень колебательности;

- разработана методика расчета распределенных регуляторов для систем управления с учетом желаемой передаточной функции объекта;
- разработаны методики оценки устойчивости нелинейных систем с распределенными параметрами;
- разработана методика расчета адаптивных систем контроля с распределенными параметрами;
- разработан программный комплекс для контроля параметров в реакторной установке, анализа и расчета систем управления.
- опираясь на полученные в результате работы методики, решена задача синтеза системы контроля тепловых полей в активной зоне атомного реактора.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Абдикаримов, Т. О приближенном решении задач оптимального управления системами с распределенными параметрами/ Абдикаримов Т., Евсеенко Т.П. Науч. сб./Илим. – Фрунзе . 1973. – с. 32 – 36.
2. Абрамов, М.А. Канальный ядерный энергетический реактор РМБК. / Абрамов М.А., Авдеев В.И., Адамов Е.О. Под общей редакцией Ю.М. Черкашова. - М.: ГУП НИКИЭТ, 2006. - 632с.
3. Автоматизированное управление технологическими процессами: Учебное пособие / Под ред. В.Б. Яковлева. Л.: Изд-во Ленингр. гос. Унив-та, 1988 – 224с.
4. Айзерман, М.А. Теория автоматического регулирования. – М.: Наука, 1966. – 452с.
5. Александров, А.Ю. Об асимптотической устойчивости решений одного класса нелинейных систем / А.Ю. Александров //Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС. – № 2, 2002. - С. 25 – 30.
6. Александров, Н.Л. Лекции по теории устойчивости гидродинамических и тепловых процессов: Учебное пособие для студентов вузов. – М.: МФТИ, 2000. – 97с.
7. Алексеев, А.А. Теория управления. / Алексеев А.А., Имаев Д.Х., Кузьмин Н.Н., Яковлев В.Б. – С.-Пб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 1999.
8. Алексеев Г.Н. Общая теплотехника: Учебное пособие/ Алексеев Г.Н. – М.: Высшая школа, 1980. – 552 с.
9. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях/ В.В. Амелькин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1987. – 160с.

10. Аместистов, Е.В. Тепло - и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник/ Аместистов Е.В., Григорьев В.А. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512с.
11. Анализ и синтез систем управления / Д.Х. Имаев, З.Р. Ковальский, В.Б. Яковлев и др. – СПб, Гданьск, Сургут, Томск: Изд. Центр, Сургут. гос. ун-та, 1998.
12. Антонов, В.Н.. Адаптивное управление в технических системах/ Антонов В.Н., Терехов В.А., Тюкин И.Ю. - СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2001. - 244 с.
13. Антипов, С.Т. Тепло- и массообмен при сушке в аппаратах с вращающимся барабаном/ Антипов С.Т., Валуйский В.Я. – Воронеж: Воронеж. гос. технол. Акад., 2001, - 308с.
14. Артюхин, Е.А. Об одном методе решения задачи наблюдения для нестационарного температурного поля / Артюхин Е.А., Геджадзе И.Ю. // Известия академии наук. Теория и системы управления. –М.: Наука ГосНИИАС, 1998. –№ 4. – С. 99 – 104.
15. Афанасьев, В.А. Исследование системы автоматического регулирования АЭС с кипящим реактором / Афанасьев В.А., Соколов И.Н., Санковский Г.И. и др. // Атомная энергия, 1969. Т.25, вып.6. С.57-59.
16. Афанасьев, В.Н. Математическая теория конструирования систем управления/ Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. – М.: Высшая школа, 1999.
17. Бабенко, К.И. Основы численного анализа. – М.: Наука. – 1986.
18. Баврин, И.И. Высшая математика: учебник для вузов / Баврин И.И., Маросов В.Л. – М.: Гуманит. изд. центр. ВЛАДОС. – 2002. – 400 с.
19. Баскаков, А.П. Теплотехника: учебник для вузов / Баскаков А.П., Берг Б.В., Витт О.К. – М.: Энергоиздат, 1982 – 264с.
20. Баранов, В.В. Динамическое равновесие в задачах стохастического управления и принятия решений при неопределенностях /

- В.В. Баранов // Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2002. – № 3. – С. 77 – 93.
21. Башков, А.Б. Численное решение системы функциональных дифференциальных уравнений в задаче фильтрации для систем с запаздыванием А.Б. Башков // Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2001. – № 5. – С. 25–29.
  22. Бахвалов, Н.С. Численные методы/ Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. – М.: Наука, 1987.
  23. Бегимов, И.Н. Моделирование сложных распределённых систем на основе структурной теории. Ч. II./ Бегимов И.Н., Бутковский А.Г., Рожанский В.Я. // Автоматика и телемеханика.– 1981, № 11. – С. 168 – 181.
  24. Бегимов, И.Н. Моделирование сложных распределённых систем на основе структурной теории. Ч. I / Бегимов И.Н., Бутковский А.Г., Рожанский В.Я. // Автоматика и телемеханика. – 1981, № 12. – С. 138 – 153.
  25. Беляев, Н.М. Методы теории теплопроводности: Учебное пособие для вузов. В 2-х Ч. Ч.-1. / Беляев Н.М., Рядно А.А. - М.: Высшая школа. 1982. – 327с.
  26. Бессекерский, В.А. Теория систем автоматического управления/ Бессекерский В.А., Попов Е.П. – М.: Наука, 2007. – 752с.
  27. Бицадзе, А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного/ Бицадзе А.В. – М.: Наука, 1969. – 139с.
  28. Бобков, В.В. Избранные численные методы решения на ЭВМ инженерных задач/ Бобков В.В., Городецкий Л.М. – Минск: издательство "Университетское". 1985.
  29. Болгарский, А.В. Термодинамика и теплопередача: Учебник для вузов/ Болгарский А.В., Михачев Г.А. - М.: Высшая школа . 1975. – 495с.

30. Болдырев, В.И. Численное решение задачи оптимального управления/ Болдырев В.И. //Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2000. – № 3. – С. 85 – 92.
31. Борцов, Ю.А. Математические модели автоматических систем.– Л.: ЛЭТИ, 1981.
32. Бутковский, А.Г., Пустыльников, Л.М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1980. – 383с.
33. Бутковский, А.Г. Структурная теория распределённых систем. – М.: Наука, 1977. – 320с.
34. Бутковский, А.Г. Управление системами с распределёнными параметрами (обзор) // Автоматика и телемеханика. – 1979. - № 11. – с. 16 – 85.
35. Бутковский, А.Г. Характеристики систем с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1979. – 224с.
36. Вавилов, А.А. Структурный и параметрический синтез сложных систем / ЛЭТИ. – Л., 1979.
37. Вавилов, А.А. Машинные методы расчета систем управления/ Вавилов А.А., Имаев Д.Х. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1981.
38. Вавилов, А.А. Экспериментальное определение частотных характеристик автоматических систем/ Вавилов А.А Солодовников А.И. – М.: Госэнергоиздат, 1963.
39. Васюкова, Н.Д. Практикум по основам программирования. Язык ПАСКАЛЬ / Васюкова Н.Д., Тюляева В.В. - М.: Высшая школа . 1991. – 160с.
40. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука. 1981. – 512с.
41. Волков, Е.А. Численные методы. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1982. – 456с.

42. Воронов, А.А. Основы теории автоматического управления. Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем. – М.: Энергия, 1980. – 309с.
43. Воронов, А.А. Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы. – М.: Энергия, 1981. – 303с.
44. Воронов, А.А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. – М.: Наука, 1979.
45. Ганиев, Р.Ф. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые колебательные явления в основе высоких технологий/ Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. - М.: Институт компьютерных исследований, 2011.- 780 с.
46. Геджадзе, И.Ю., Шутяев, В.П. Об одном методе решения задачи наблюдения для нестационарного температурного поля / Геджадзе И.Ю., Шутяев В.П. // Известия академии наук. Теория и системы управления – М.: Наука ГосНИИАС, 2000. –№ 1. – с. 25 – 34.
47. Гольцман, В.А. Приборы контроля и средств автоматики тепловых процессов. – М.: Высшая школа, 1980.
48. Гочияев, Б.Р. Распределенный регулятор в виде "физического" устройства / Гочияев Б.Р. , Першин И.М. // Труды межреспубликанской конференции " Управление в социальных, экономических и технических системах" , книга III. – Кисловодск. – 1998. – с. 55 – 69.
49. Григорьев, В.А. Теплоэнергетика и теплотехника: Общие вопросы. – Энергоатомиздат, 1987. – 456с.
50. Дейч, В.Г. Дискретная аппроксимация стабилизирующей обратной связи в системах с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. – 1987. - № 8. – с.36 – 47.
51. Дидук, Г.А. Машинные методы исследования автоматических систем. – Л.: Энергоиздат, 1983.

52. Доллежалъ, Н.А. Канальный ядерный энергетический реактор/ Доллежалъ Н.А., Емельянов И.Я. – М.: Атомиздат, 1980.
53. Дудников, Е.Г. Основы автоматического регулирования тепловых процессов. Учебное пособие для ВУЗов. – М., Л.: Госэнергоиздат. 1956г. – 264 с.
54. Дульнев, Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплопроводности: Учебное пособие для теплофизич.-теплоэнергетич. спец. вузов. - М.: Высшая школа, 1990. – 207с.
55. Евсеенко, Т. П. Приближенное решение задач оптимального управления разностным методом // Оптимизация процессов в системах с распределенными параметрами: Науч. сб. / Илим. – Фрунзе, 1973. - с. 85 –90.
56. Евсеенко, Т.П. Приближенное решение задач оптимального управления методом прямых // Приближенное решение задач оптимального управления системами с распределенными параметрами: Науч. сб. / Илим. – Фрунзе, 1976. – с. 33 – 38.
57. Евсеенко, Т.П. Приближенное решение задач оптимального управления процессами теплопроводности // Математические методы оптимизации систем с распределенными параметрами: Науч. сб. / Илим. – Фрунзе, 1975. – с. 34 – 39.
58. Егоров, А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978. – 463с.
59. Егоров, А.И. Безопасность работы РУ АЭС /А.И. Егоров // Росэнергоатом. – 2008. - № 8. – с. 27-29.
60. Егупов, Н.Д. Методы классической и современной теории управления: Учебник для вузов: В 3 т. Т.1: Анализ и статическая динамика систем автоматического управления/ Егупов Н.Д., Пупков К.А., Баркин А.И. и др. – М.: Изд-во МГТУ, 2000. – 747с.
61. Егупов, Н.Д. Методы классической и современной теории управления: Учебник для вузов: В 3 т. Т.2: Синтез регуляторов и

- теория оптимизации систем автоматического управления/ Егупов Н.Д., Пупков К.А., Баркин А.И. и др. – М.: Изд-во МГТУ, 2000. – 750с.
62. Емельяненко, В.В. Опыт создания комплексных математических моделей для анализа нестационарных режимов работы АЭС / Емельяненко В.В., Жукавин А.П., Именин В.В. и др. - Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2005. Вып.3. С.20-41.
63. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов : 2-е изд. ,доп. и перераб. – СПб.: Политехника, 2002. – 302с.
64. Зигашвили, Ю.В. Учет требований к показателям качества при синтезе систем управления с максимальной степенью устойчивости // Известия академии наук. Теория и системы управления. –М.: Наука ГосНИИАС, 2002. –№ 2. – с. 31 – 34.
65. Зубарев, Д.Н. Статистическая механика неравновесных процессов. Т.2. – М.: Физматлит. 2002. – 295с.
66. Имаев, Д.Х. Теория автоматического управления. Ч. 1 .: Линейные системы автоматического управления/ Имаев Д.Х., Краснопрошина А.А., Яковлев В.Б. – Киев: Выща школа,1992.
67. Имаев, Д.Х. Теория автоматического управления. Ч. 2 .: Нелинейные, импульсные и стохастические системы автоматического управления/ Имаев Д.Х., Краснопрошина А.А., Яковлев В.Б. – Киев: Выща школа,1992.
68. Калиткин, Н.Н. Численные методы. – М.: Наука. 1978.
69. Кириллов, П.Л. Тепломассообмен. в ядерных энергетических установках/ Кириллов П.Л., Богословская Г.П. – М.: ИздАТ, 2008. – 255 с.
70. Крылов, В.И. Начала теории вычислительных методов. Дифференциальные уравнения/ Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. – Минск.: Наука и техника. 1982.

71. Ключев, А.С. Синтез быстродействующих регуляторов для объектов с запаздыванием/ Ключев А.С., Карпов В.С. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 174с.
72. Коваль, В.А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем. – Саратов: Сарат. Гос. Тех. Унив-т, 1997. – 192с..
73. Колинко, Н.А. Оптимальное управление в задачах о предельных возможностях необратимых термодинамических системах / Колинко, Н.А., Цирлин, А.М. // Известия академии наук / Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2003. –№ 1. – С. 61 – 77.
74. Колмановский, В.Б. Устойчивость управляемых систем/ Колмановский В.Б., Носов В.Р. – М.: Изд-во МИЭМ, 1983.
75. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Высшая школа. 1983. – 123с.
76. Крючков, В.П. Физика реакторов для персонала АЭС с ВВЭР и РМБК/ Крючков В.П., Андреев Е.А., Хренников Н.Н. – М.: Энергоатомиздат, 2006. – 288с.
77. Кубышкин, В.А. Задачи управления подвижными источниками тепла. / Кубышкин В.А., Финягин В.И. / Автоматика и телемеханика. 1989. - № 11. – с. 36 – 47.
78. Кудин, В.Ф. Аналитическое конструирование релейных цифровых регуляторов на основе аналога уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана. // Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2000. –№ 2 – С. 56 – 64.
79. Кудин, В.Ф. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов с переменной структурой // Известия академии наук. Теория и системы управления. – М.: Наука ГосНИИАС, 2001. – № 5. – С. 61 – 66.

80. Кулаков, Г.Т. Анализ и синтез систем автоматического управления: Учеб. пособие/ Г.Т. Кулаков. – Мн.: УП «Технопринт», 2003. – 135 с.
81. Куропаткин, Б.В. Оптимальные и адаптивные системы: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1980. – 287с.
82. Лазарева, Т. Я. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие/ Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. 308 с.
83. Ломакин, С.С. Физические методы диагностики и контроля активных зон реакторов АЭС. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
84. Луконин, В.Н. Теплотехника: Учебник для вузов/ Луконин В.Н., Шатров В.Н., Комфер Г.М. – М.: Высшая школа, 1999. – 671с.
85. Лурье, М. В. Математическое моделирование процессов трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа. – М.: «Нефть и газ», РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. – 335 с.
86. Ляшенко, А.Л. Анализ систем с распределенными параметрами на запас устойчивости по показателю колебательности/ Ляшенко А.Л., Золотов О.И // Известия ЮФУ. Технические науки. – Таганрог.: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. –С.206-213.
87. Ляшенко, А.Л. Анализ температурного поля цилиндрического объекта управления/ Ляшенко А.Л., Кучеренко И.А., Ильюшин Ю.В., Морева С.Л. // Научный журнал «Научное обозрение», 2013. – №3. – С. 71 – 75
88. Ляшенко, А.Л. Вывод оптимальной передаточной функции распределенного ПИД-регулятора/ Ляшенко А.Л., Ильюшин Ю.В. // Актуальные проблемы защиты и безопасности: Труды XVI Всероссийской научно-практической конференции РАН (3-6 апреля 2013 г.) – Москва: Издание Российской академии ракетных и артиллерийских наук, 2013. – С. 330-333
89. Ляшенко, А.Л. Математическое моделирование распределенного объекта управления с подвижным источником воздействия / Ляшенко

- А.Л., Золотов О.И. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –1 (115). – С. 113-118
90. Ляшенко, А.Л. Корневой метод расчета настроек распределенного ПИД – регулятора для систем с распределенными параметрами/ Ляшенко А.Л., Золотов О.И. // Журнал «Компоненты и технологии». – 2012. – №1. – С.146-150
91. Ляшенко, А.Л. Математическое моделирование системы с распределенными параметрами на примере активной зоне реактора РМБК-1000/ Ляшенко А.Л., Морева С.Л. // Материалы четвертой Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика». – Таганрог.: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С.218-225.
92. Ляшенко, А.Л. Математическое моделирование тепловых процессов в активной зоне реактора/ Ляшенко А.Л., Морева С.Л. // Научный журнал «Научное обозрение». – 2012. – №2. – С. 182 – 189
93. Ляшенко, А.Л. Моделирование гидравлического удара в трубопроводах/ Актуальные проблемы гидросферы/ Ляшенко А.Л., Морева С.Л., Кабанов О.В., Ледовских Г.Н. // Третий национальный научный форум «Нарзан 2015» 32.09.2015-25.09.2015 г. – Кисловодск. Сборник докладов. Пятигорск: РИА-КМВ, 2015. – С. 632- 640
94. Ляшенко, А.Л. Моделирование систем с распределенными параметрами: Учебное пособие/ Ляшенко А.Л., Першин И.М., Малков А.В., Морева С.Л. - РИА-КМВ: Пятигорск, 2012.-76с.
95. Ляшенко, А.Л. Моделирование тепловых полей в активной зоне реактора РМБК-1000/ Ляшенко А.Л., Морева С.Л. // Труды XII Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления. II часть. – СПб.:СЗТУ, 2011. – С. 88-94

96. Ляшенко, А.Л. Моделирование температурных процессов на суперкомпьютере/ Ляшенко А.Л., Ильюшин Ю.В., Кучеренко И.А., Новожилов И.М. // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2014. – №4 – С. 42-46
97. Ляшенко, А.Л. Определение области устойчивости распределенных систем управления с распределенным ПИД-регулятором/ А.Л. Ляшенко // Аналитическая механика, устойчивость и управление: Труды X Международной Четаевской конференции. Т.2 Секция 2. Устойчивость. Казань, 12-16 июня 2012 г. – Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. – С. 353-360
98. Ляшенко, А.Л. Определение области устойчивости систем с распределенными параметрами методом расширенных частотных характеристик/ А.Л. Ляшенко // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2011. – 3 (126). – С 73-77
99. Ляшенко, А.Л. Оценка устойчивости нелинейных систем с распределенными параметрами частотным методом / А.Л. Ляшенко // Научный журнал «Научное обозрение». – 2015. – №8. – С. 204 – 208
100. Ляшенко, А.Л. Применение метода расширенных частотных характеристик для анализа объектов с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко, И.М.Новожилов. – Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2011. – №5. – С. 48-53
101. Ляшенко, А.Л. Разработка адаптивной системы управления с распределенными ПИ-регулятором/ А.Л. Ляшенко, Ю.В. Ильюшин, В.Е. Трушников // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2014. – №1. – С. 341-346.
102. Ляшенко, А.Л. Разработка адаптивного управления для системы с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко, С.Л. Морева // Машиностроение и техносфера XXI века: Сборник трудов XX Международной научно-технической конференции в г. Севастополе

16-21 сентября 2013 г. в 3-х томах. – Донецк, ДонНТУ, 2013. – Т.2. – С. 95 – 98

103. Ляшенко, А.Л. Разработка математической модели температурных полей активной зоны реактора РМБК-1000/ А.Л. Ляшенко, С.Л. Морева, О.И. Золотов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2012. – 4 (152). – С. 79-84
104. Ляшенко, А.Л. Разработка методики мониторинга тепловых полей в графитовой кладке реакторных установок/ А.Л. Ляшенко, С.Л. Морева // I Международная научно-практическая конференция «Технические науки – основа современной инновационной системы», 25 апреля 2012 г. – Йошкар-Ола, 2012. – С.21-24
105. Ляшенко, А.Л. Разработка программного обеспечения для изучения дисциплины «Системы с распределенными параметрами»/ А.Л. Ляшенко // Высокие интеллектуальные технологии и инновации в национальных исследовательских университетах: материалы Всероссийской научно-методической конференции. 9-10 февраля 2012 года. – СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2012. – Т.2. – С.122-126
106. Ляшенко, А.Л. Разработка передаточной функции распределенного регулятора/ А.Л. Ляшенко // Научный журнал «Научное обозрение». – 2013. – №3. – С. 89 – 90
107. Ляшенко, А.Л. Разработка программного комплекса для моделирования тепловых процессов в активной зоне реакторных установок/ А.Л. Ляшенко, С.Л. Морева // Всероссийский научно-практический журнал «Народное хозяйство. Вопросы инновационного развития». – 2012. – №1. – С.243-248
108. Ляшенко, А.Л. Разработка программного обеспечения для расчета настроек распределенного регулятора для систем с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко // Труды XI Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов

«Анализ и прогнозирование систем управления», I часть. – СПб.: СЗТУ, 2010. – с. 257-263.

109. Ляшенко, А.Л. Разработка программного обеспечения для моделирования тепловых полей в объектах с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко // Труды XII Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления», II часть. – СПб.: СЗТУ, 2011. – С. 55-63.
110. Ляшенко, А.Л. Разработка системы управления шаговыми двигателями в парогенераторных установках/ А.Л. Ляшенко, И.М. Першин // Научный журнал «Записки горного института». Том 213. 2015. – С. 62 – 71
111. Ляшенко, А.Л. Разработка системы управления расхода теплоносителя в технологических каналах атомного реактора с целью повышения гидроэкологической безопасности территории/ А.Л. Ляшенко, С.Л. Морева, В.Е. Трушников // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2015. – №5. – С. 342-347.
112. Ляшенко, А.Л. Распределенная система управления с подвижным источником воздействия/ А.Л. Ляшенко // «Управление и информационные технологии»: Межвузовский научный сборник. – Пятигорск, «РИА-КМВ», 2007. – С. 32-37
113. Ляшенко, А.Л. Разработка специального программного обеспечения для моделирования объектов с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко // Материалы всероссийской научно-практической конференции «Актуальные проблемы развития профессионального образования в современных социально-экономических условиях». – Кисловодск.: Изд-во «Тьютор», 2011. – С.120-124.
114. Ляшенко, А.Л. Расчет настроек распределенного высокоточного регулятора по показателю колебательности/ А.Л. Ляшенко //

Всероссийский научно-практический журнал «Народное хозяйство»  
Вопросы инновационного развития». – 2012. – №1. – С.238-243

115. Ляшенко, А.Л. Расчет настроек оптимального распределенного ПИ-регулятора / А.Л. Ляшенко // Материалы Международной молодежной научной конференции «Математическая физика и ее приложения». – Пятигорск. СКФУ 2012. – Т2. – 160 с.
116. Ляшенко, А.Л. Решение задач моделирования. – Пятигорск: ПГТУ, 2005. – 103 с.
117. Ляшенко, А.Л. Решение задачи моделирования поведения температурного поля в распределенных объектах управления/ Ляшенко А.Л., Ильющин Ю.В., Кучеренко И.А., Новожилов И.М. // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2014. – №7. – С. 48-51
118. Ляшенко, А.Л. Синтез распределенного высокоточного регулятора с использованием частотных методов для системы управления объектом имеющего подвижный источник воздействия/ А.Л. Ляшенко // Системный синтез и прикладная синергетика: Сборник докладов международной научной конференции 03-05 октября 2006г. – Пятигорск, 2006. – С. 276-282.
119. Ляшенко, А.Л. Синтез распределенной системы управления тепловыми полями в парогенераторных установках / А.Л. Ляшенко // Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика» (ССПС-2015). – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015. – С. 131-138
120. Ляшенко, А.Л. Синтез распределенного П-регулятора по показателю колебательности для систем с распределенными параметрами/ А.Л. Ляшенко // Материалы четвертой Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика». – Таганрог.: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С. 212-218.
121. Ляшенко, А.Л. Синтез распределенного высокоточного регулятора по показателю колебательности для систем с распределенными

параметрами/ Ляшенко А.Л., Грудяева Е.К. // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2013. – №1. – С. 13-53

122. Ляшенко, А.Л. Частотный анализ объектов с распределёнными параметрами с помощью расширенных частотных характеристик/ А.Л. Ляшенко // Материалы 6-й научной конференции «Управление и информационные технологии» (УИТ - 2010). – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2010. – 65-70с.
123. Ляшенко, А.Л. Частотный анализ и синтез систем с распределенными параметрами: Монография / Ляшенко А.Л., Першин И.М. – Изд. РИА-КМВ: Пятигорск, 2012. – 152 с.
124. Ляшко, И.И. Методы вычислений/ Ляшко И.И., Макаров В.Л., Скоробогатько А.А. – Киев.: Вища школа, 1977.
125. Лыков, А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599с.
126. Лыков, А.В. Тепло - и массообмен тел с окружающей средой. – Минск: Наука и техника, 1965. – 183с.
127. Лыков, А.В. Тепломассообмен. – М.: Энергия, 1971.
128. Макаров, Г.И. Журнал "Системы безопасности, связи и телекоммуникаций", "ССТV: уникальный инструмент контроля транспортных артерий", 2003. – с. 8 – 12.
129. Малков, А.В. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез/ Малков А.В., Першин И.М. - М.: Научный мир, 2005;
130. Малков, А.В. Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидrolитосферными процессами / Малков А.В., Першин И.М. – М.: Научный мир, 2007;
131. Мартисон, Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики: Учебник для вузов/ Мартисон Л.К., Малов Ю.И. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996. – 308с.
132. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики. – 3-е издание. – М.: Наука. 1989.

133. Матвеев, Т.А. Теплотехника: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1981. – 480с.
134. Мельников, А.А. Расчет электромагнитных и температурных полей методом конечных элементов: Учебное пособие. – М.: Моск. ин-т радиотехники, электроники и автоматики, 2001. – 75с.
135. Микеладзе, Ш.Е. Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 108с.
136. Митчелл, Э. Методы конечных элементов для уравнений с частными производными: Пер. с англ/ Митчелл Э., Уэйт Р. – М.: Мир, 1981. – 216с.
137. Михайлов, Ф.С. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1983. – 424с.
138. Михеев, М.А. Основы теплопередачи/ Михеев М.А., Михеева И.М. – М.: Энергия, 1973. – 319с.
139. Моисеенко, С.А. Исследование топологической структуры фазового пространства нелинейных систем / Моисеенко С.А., Першин И.М. // Тез. док. конф. "Динамика твердого тела и устойчивость движения". – Донецк: Институт прикладной математики и механики АН УССР, 1990. – с.14.
140. Морева, С.Л. Разработка программного обеспечения для моделирования системы с распределенными параметрами на примере активной зоне реактора РМБК-1000/ Морева С.Л., Соколов В.В., Ляшенко А.Л. // Материалы четвертой Международной научной конференции «Системный синтез и прикладная синергетика». – Таганрог.: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С.237-243.
141. Мотовиловец, И.А. Теплопроводность пластин и тел вращения. – Киев: Наукова Думка, 1969.

142. Мыльник, В.В. Системы управления: Учебное пособие. – М.: Экономика и финансы, 2002. – 384с.
143. Никитин, П.В. Тепловая защита спускаемых космических аппаратов: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1992. – 76с.
144. Николаев, С.В. Системный анализ: Текст лекций. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. – 106с.
145. Олейников, В.А. Оптимальное управление техническими процессами в нефтяной и газовой промышленности. – Л. Недра, 1982. – 216с.
146. Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. / Пер. с англ. / Ортега Дж., Пул У. – М.: Наука, 1986.- 288с.
147. Пасконов, В.М. Численные методы в задачах тепло- и массообмена/ Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. – М.: Наука. 1984. – 350с.
148. Первозванский, А.А. Курс теории автоматического управления : Учебное пособие – М.: Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1986. – 616с.
149. Першин, И.М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами /И.М. Першин. – Пятигорск: Изд-во РИА на КМВ, 2007. – 244 с.
150. Першин, И.М. К решению задачи наблюдения для объекта с распределенными параметрами/ И.М. Першин // Создание и расчет электронных устройств и приборов: Науч. сб. – Саратов: Изд-во Сарат. Унив-та, 1982. – с. 58 –59.
151. Першин, И.М. Математическая модель энергоустановки. / Першин И.М., Саркисов А.Ю. // Труды II межреспубликанской научной конф. – Кисловодск, 2000. – С. 94 – 97.
152. Першин, И.М. Об одной структуре регулятора для системы управления с распределенными параметрами // Аналитические

методы синтеза регуляторов: Межвуз. Науч. сб. – Саратов, 1982. – С.15 – 30.

153. Першин, И.М. Определение параметров распределенного высокоточного регулятора для управления заданным технологическим процессом // Распределенные информационно – управляющие системы. – Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та, 1988, - С. 143 – 144.
154. Першин, И.М. Определение параметров распределенного высокоточного регулятора по экспериментальным данным об объекте управления // Аналитические методы синтеза регуляторов: Межвуз. науч. сб. – Саратов, 1988. – С. 18 – 25.
155. Першин, И.М. Применение критерия Найквиста к синтезу регуляторов распределенных систем // Тез. док. X Всесоюз. совещания по проблемам управления. – М.: 1986. – С. 81 – 82.
156. Першин, И.М. Синтез распределенного высокоточного регулятора температуры // Аналитическая механика, устойчивость и управление движением: Тез. докл. V Всесоюз. Четаевской конф. – Казань, 1987. – С.76 –77.
157. Першин, И.М. Синтез распределенных систем управления // Теоретические и прикладные проблемы создания систем управления технологическими процессами: Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. совещания. – М.: 1990. – С. 139 – 140.
158. Першин, И.М. Синтез систем с распределенными параметрами. – Пятигорск, 2002. – 212с.
159. Першин, И.М. Синтез систем управления температурным полем // Анализ и синтез распределенных информационных управляемых систем: Тезисы докладов и сообщений Межреспубл. Шк.- семинара. – Тбилиси: Мецниереба, 1987. – с. 74 – 75.
160. Понтрягин, Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1965.

161. Рапопорт, Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределёнными параметрами /Э.Я. Рапопорт. – М.: Высшая школа, 2003. – 299 с.
162. Рапопорт, Э.Я. Оптимизация пространственного управления подвижными объектами индивидуального нагрева / Э.Я. Рапопорт. - Автоматика и телемеханика. 1983. - № 1. – с. 11 – 14.
163. Рапопорт, Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации/ Э.Я. Рапопорт. – М.: Наука, 2000. – 336с.
164. Рей, У. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983. – 367с.
165. Ройтенберг, Я.Н. Автоматическое управление. – М.: Наука, 1971. – 395с.
166. Русак, В.Н. Математическая физика/ В.Н. Русак. – Мн.: Дизайн ПРО , 1998. – 208с.
167. Ротач, В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
168. Самарский, А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1982.
169. Самарский, А.А. Теория разностных схем. – 2-е издание. – М.: Наука. 1983.
170. Самарский, А.А. Численные методы/ Самарский А.А., Гулин А.В. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1989. – 432с.
171. Самарский, А.А. Численные методы математической физики/ Самарский А.А., Гулин А.В. – М.: Научный мир , 2000. – 316с.
172. Самойлов, Л.К. Распределенные информационно-измерительные системы: Учебное пособие. – Таганрог, 1998. – 46с.
173. Саркисов, А.Ю. Некоторые вопросы синтеза распределенных регуляторов. // Межвуз. сб. науч. работ. г. Ессентуки . – 1999. - с. 124 – 126.

174. Семашко, Г.Л. Программирование на языке ПАСКАЛЬ. - М.: Наука. 1988.
175. Сиразетдинов, Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. – м.: Наука, 1977. – 479с.
176. Сиразетдинов, Т.К. Об аналитическом конструировании регуляторов в процессах с распределенными параметрами // Тр. Ун-та дружбы народов им. П. Лумумбы. – М.: 1968. – Т. XXXVII, вып.5. – с15 – 19.
177. Сиразетдинов, Т.К. Синтез систем с распределенными параметрами при неполном измерении // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1971. - № 3 . – с. 37 – 43.
178. Солодовников, В.В. Частотный метод анализа и синтеза многомерных систем автоматического управления: Учебное пособие/ Солодовников В.В., Чулин Н.А. – М.: Высшая школа, 1981. – 46с.
179. Соломенцева, Ю.М. Теория автоматического управления: Учебник для вузов– 2-е изд. – М.: Высшая школа. 1999. – 268с.
180. Справочник по ядерной энерготехнологии: Пер. с англ. / Ран Ф., Адамантиадес А., Кентон Дж., Браун Ч. / Под ред. В.А. Легасова. М.: Энергоатомиздат, 1989.
181. Станиславски, В. Исследование динамики иерархических систем на примере парогенераторов/ Станиславски В., Имаев Д. Х. - СПб: Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. - 218с.
182. Таганрогский радиотехнический университет. Известия № 5: Синергетика и проблемы управления. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. – 237с.
183. Тепло- и массообменные процессы: Сб. науч. тр. / Редкол. Толубинский В.И. – Киев.: Наукова думка, 1986. – 164с.
184. Тепловые и атомные электрические станции: Под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. —3-е изд., перераб. — М.: МЭИ, 2003.

185. Теплопроводность твёрдых тел: Справочник. / Под редакцией Охотина А.С. – Энергоатомиздат, 1984. – 320с.
186. Теплотехнический справочник. / Под ред. Юренева В.Н. и Лебедева П.Д. , в 2-х Т, Т.1. – М.: Энергия, 1976. – 743с.
187. Теплотехнический справочник. / Под ред. Юренева В.Н. и Лебедева П.Д. , в 2-х Т, Т.2. – М.: Энергия, 1976. – 896с.
188. Технологический регламент по эксплуатации энергоблоков № 3 и № 4 Ленинградской атомной электростанции с реакторами РМБК-1000.- 205с.
189. Тихонов, А.Н. Дифференциальные уравнения. – 2-е издание/ Тихонов А.Н., Васильева А.В. – М.: Наука. 1985.
190. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики/ Тихонов А.Н., Самарский А.А. – М.: Наука, 1977.
191. Торокин, А.А. Основы инженерно-технической защиты информации. – М.: "Ось – 89", 1998. – 336с.
192. Турчак, Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука. 1987.
193. Управление в распределенных системах: Сб. науч. ст. / РАН; Институт проблем информатики; - М.: Наука, 1993. – 170с.
194. Управление и информационные технологии // 1-я Всероссийская научная конференция 3 – 4 апреля 2003г. Санкт-Петербург. Сборник докладов в двух томах. 2003.
195. Управление и информационные технологии // 2-я Всероссийская научная конференция 21 –24 сентября 2004г. Пятигорск. Сборник докладов в двух томах. Издательство «Спецпечать», 2004.
196. Ускова, О.Ф. Программирование на языке Паскаль. СПб.: Питер, 2002. – 336с.
197. Фарлоу, С. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1985. – 383с.

198. Фролов, С.В. Тепло - и массообмен в расчетах процессов холодильной технологии пищевых продуктов. – М.: Колос- Пресс , 2001, - 144с.
199. Фурсиков, А.В. Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения. Учебное пособие для вузов. . – Новосибирск.: Научная книга. 1999. – 350с.
200. Хацкевич, В.П. О решении задачи аналитического конструирования регуляторов для систем с распределенными параметрами.// Автоматика и телемеханика. – 1972. - №5. – с.5 – 14.
201. Цветков, Ф.Ф. Тепломассообмен/ Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. - М.: Издательство МЭИ, 2005.- 550с.
202. Черныш, П.И. Локальные системы управления. Часть 1. Регуляторы: Учебное пособие [Текст]/ П.И. Черныш, ТРТУ, Таганрог. 1993. - 117с.
203. Чечеткин, А.В. Теплотехника: Учебник для хим.- тенол. спец. Вузов/ Чечеткин А.В., Занемовец Н.А. - М.: Высшая школа . 1986. – 344с.
204. Чубаров, Е.П. Управление системами с подвижными источниками воздействия. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 289с.
205. Шагиев, Р.Г. Моделирование гидравлических ударов в трубопроводах морских нефтеотгрузочных терминалов / Шагиев Р.Г., Верушин А.Ю. - НТЖ «Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов» / ИПТЭР. – Уфа, 2009. – Вып. 3 (77). – С. 34-41.
206. Шенфельд, Г.Б. О задаче аналитического конструирования оптимальных регуляторов для уравнений параболического типа // Математические методы оптимизации систем с распределенными параметрами: Науч.сб. –Фрунзе: Илим,1975, с. 3 –9.
207. Шипачев, В.С. Высшая математика. Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 479с.
208. Шубин, М.А. Лекции об уравнениях математической физики. – М.: МЦНМО, 2001. – 303с.

209. Цветков, Ф.Ф. Теплообмен. [Текст]/ Цветков Ф.Ф., Григорьев Б.А. - М.: Издательство МЭИ, 2005.- 550с.
210. A.J. van der Schaft and B.M. Maschke, "Hamiltonian formulation of distributed-parameter systems with boundary energy flow," *J. of Geometry and Physics*, vol. 42, pp. 166-194, 2002.
211. B. Boashash, "Time-frequency signal analysis," in *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing* (S. Haykin, ed.), vol.1, ch. 9, pp. 418-517, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
212. B. Boashash, ed., *Time-Frequency Signal Analysis: Methods and Application*. Melbourne/N.Y.: Longman-Cheshire/Wiley, 1992.
213. Chen, G., Lee, E.B., Littman, W. and Markus, L. (eds) (1991). *Distributed Parameter Control Systems*, Lecture Notes in Pure and Applied Math., Marcel Dekker, New York.
214. Curtain Ruth F. Pole Assignment for distributed systems by Finite-Dimensional Control. / *Automatic.* – 1985. V. 25. No. 1. - P. 56 – 69.
215. Eljai A. and Amouroux M. Sensor and observers in distributed parameter systems. // *Int. J. Control*, - 1988, V. 47. No. 1. - P. 333 – 347.
216. F. Kappel et al., Eds., *Control and Estimation of Distributed Parameter Systems*, Internat. Series Numer. Math., Vol. 91, Birkhäuser Verlag, Basel, Switzerland, 1989.
217. Foias C. and Tannenbaum A. Optimal sensitivity theory for multivariate distributed plants. // *Int. J. Control*, - 1988, V. 47. No. 4. - P. 985 – 992.
218. Fursikov, A. (2001) Stabilizability of two-dimensional Navier-Stokes equations with help of boundary feedback control. *J. of Math. Fluid Mech.* 3, 259-301.
219. Gibson J.S. and Rosen I.G. Approximation of Discrete-time LOG Compensators for distributed systems with boundary Input and unbounded measurement. // *Automatica.* - 1988, V. 24. No. 4. - P. 517 – 529.

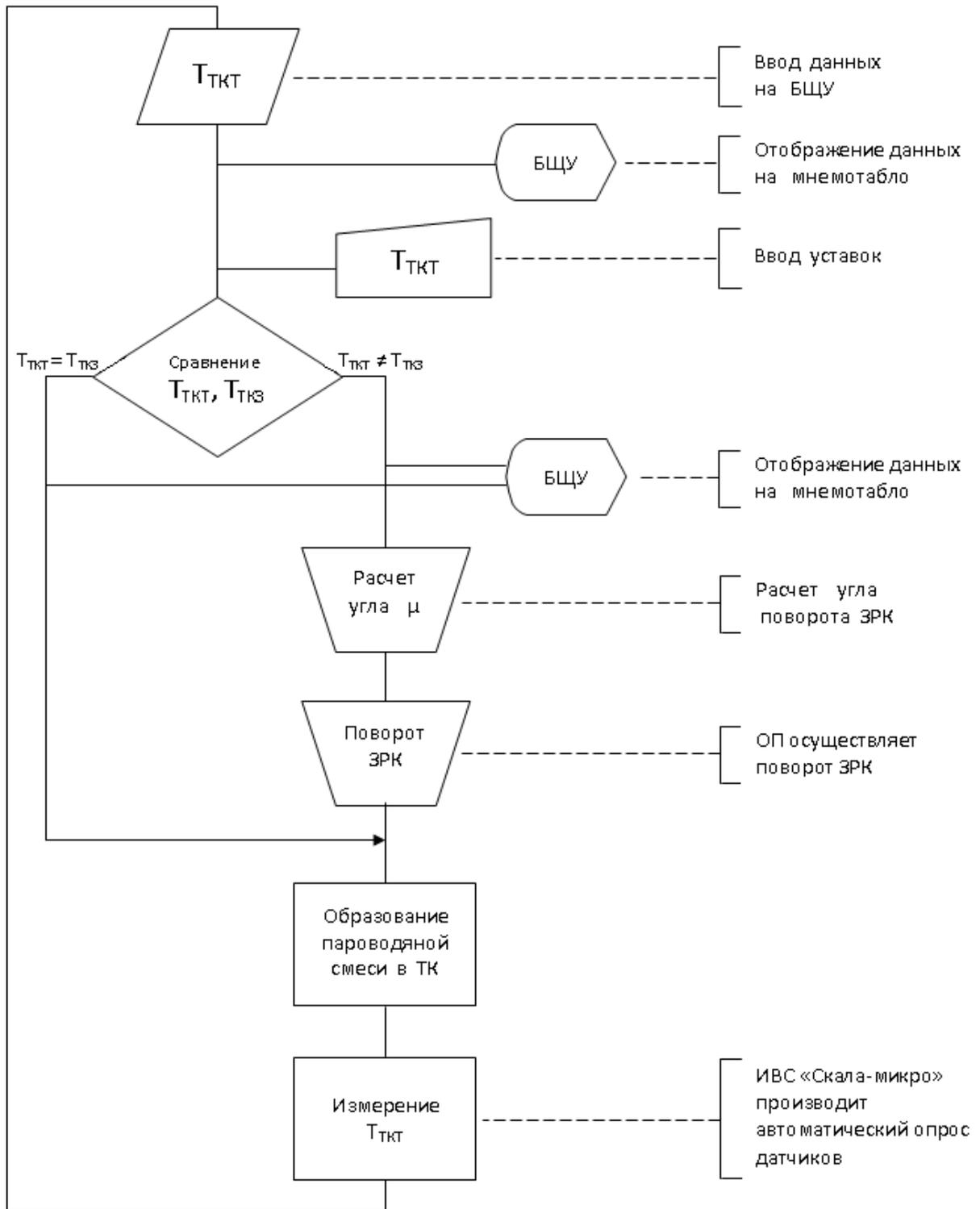
220. Graham K.F., Copal R. Measurements of PWR primary coolant flow using 16N noise // *Trans.Amer.Nucl.Soc.*, 1975, Vol. 22, p.554-555.
221. H. T. Banks and K. Kunisch, *Estimation Techniques for Distributed Parameter Systems*, Birkhäuser-Boston, Boston, MA, 1989.
222. Khargonckar P.P. and Polla K. Robust stabilization of distributed systems. // *Automatica*. - 1986, V. 22. No. 1. - P. 77 – 84.
223. Klefenz G. *Automatic control of steam power plants*, Bibliographisches Institut, 1986.
224. Kokotovic P.V., Arcak M. *Constructive Nonlinear Control : progress in the 90'S* // *Prepr. 14 th IFAC World Congress. Beijing, China, 1999.*
225. Krstic M., Kokotovic P.V. *Nonlinear and adaptive control Design*. N.-Y.; John Willey and Sons, 1995.
226. Kubrusly C.S. and Malebranche H. Sensors and controllers location in distributed systems. / *Automatica* . - 1985, V. 47. No. 21. - P. 117 – 128.
227. Lee K.S. and Chang K.S. Discrete-time modelling of distributed parameter systems for state estimator design // *Int. J. Control*, - 1988, V. 48. No. 3. - P. 929 – 948.
228. Lyashenko A. Development of transfer function space-aperiodic member *Materialy IX mezinarodni vedecko – prakticka conference «Moderni vymoznosti vedy – 2013»*. Dil 68. Matematika: Praga. Publishing House «Education and Science» s.r.o. s. 28 – 31
229. Lyashenko A. Developing systems with optimal adaptive transfer function/ *Материали за 9-а международна научна практична конференция, «Научният потенциал на света», - 2013. Том 21. Технологии. София. «Бялт ГРАД-БГ» ООД. С. 82-85*
230. Lyashenko A. Modification of the method Goldfarb for studying systems with distributed parameters/ *Canadian Journal of Science, Education and Culture*, 2014, No.2. (6), (July – December). Volume I. “Toronto Press”, 2014. -549 p.

231. M. Balas, Towards a (more) practical control theory for distributed parameter systems, in *Control and Dynamic Systems: Advances in Theory and Applications*, Vol. 18, C. T. Leondes, ed., Academic Press, New York, 1980.
232. Macdonald N., Marshal J.E. and Walton K. Direct stability boundary method for distributed systems with discrete delay. // *Int. J. Control*, - 1988, V. 47. No. 3. - P. 711 – 716.
233. Munack A. Thoma M. Coordination Methods to Parameter Identification Problems in Interconnected Distributed Parameter Systems. // *Automatica*. - 1986, V. 22. No. 1.
234. Orłowski P. *Kotły parowe. Konstrukcja i obliczenia / Парогенераторы. Конструкция и расчеты.* Warszawa: WNT, 1972.
235. Pasca La., Levis A.H., Jim V.Y.-Y. On the design of Distributed Organisational structures. // *Automatica*. - 1988, V. 24. No. 1. - P. 81 – 86.
236. Plump, J. M., Hubbard, J. E., and Baily, T., 1987, "Nonlinear Control of a Distributed System: Simulation and Experimental Results," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, pp. 133-39.
237. Sunanara Y., Aihara S. and Kojima F.A. Method for parameter estimation of a class of non-linear distributed systems under noisy observations. // *Automatica* - 1972, V. 17. No. 4. - P. 443 – 458.
238. Tzou H.S., Bergman L.A. *Dynamics and control of distributed systems.* Cambridge University Press, New York, 1998.
239. Venot A., Prorato L., Walter E. Distribution – free criterion for "Robust Identification, with Applications in systems Modelling and Image Processing" // *Automatica*, - 1986, V. 22. No. 1. - P. 105 – 109.
240. W. Desch et al., Eds., *Estimation and Control of Distributed Parameter Systems*, *Internat. Series Numer. Math.*, Vol. 100, Birkhäuser Verlag, Basel, Switzerland, 1991.
241. W. Desch, F. Kappel and K. Kunisch (Editors): *Control and Estimation of Distributed Parameter Systems*, *International Series of Numerical*

Mathematics, Vol. 143. Birkhäuser Verlag, Basel-Berlin-Boston, 280 pages, 2003.

242. W. J. Riley, Handbook of Frequency Stability Analysis, NIST Special Publication 1065 (U.S. Government Printing Office, Washington, DC, 2008).
243. Y. Le Gorrec, H. Zwart, and B. Maschke, "Dirac structures and boundary control systems associated with skew-symmetric differential operators," SIAM J. Control and Optim., vol. 44, no 2, pp. 1864-1892, 2005.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1



## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Листинг программы моделирования температурных полей  
в защитном термокожухе для видеокамеры охранного телевидения

```

unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, StdCtrls, ExtCtrls, TeEngine, Series, TeeProcs, Chart, ComCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    Label3: TLabel;
    Edit3: TEdit;
    Label4: TLabel;
    Memo1: TMemo;
    ComboBox1: TComboBox;
    Label5: TLabel;
    ComboBox2: TComboBox;
    Label6: TLabel;
    ComboBox3: TComboBox;
    Label7: TLabel;
    Label8: TLabel;
    Chart1: TChart;
    ProgressBar1: TProgressBar;
    Label9: TLabel;
    Chart2: TChart;
    FastLineSeries1: TPointSeries;
    Series1: TPointSeries;
    procedure Button2Click(Sender: TObject);
    procedure Button3Click(Sender: TObject);
  private
    { Private declarations }
  public
    { Public declarations }
  end;
var
  Form1: TForm1;
implementation
  {$R *.dfm}
  procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
  begin
    close;
  end;
  procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
const
  a1=0.000004;    { V1 vozdyx }

```

```

a3=0.0001;      { V3 teplonositel }
a4=0.00002;    { V4 steklo }
a5=0.000019;   { V5 alymini }
aB=0.000004;   { VB vozdyx }
aBB=0.000004;  { VB vozdyx }
LAM1=0.034;    { V1 vozdyx }
LAM3=2.9;      { V3 teplonositel }
LAM4=0.74;     { V4 steklo }
LAM5=209;      { V5 alymini }
LAMB=0.034;    { VB vozdyx }
LAMBB=0.034;   { VB vozdyx }
deltau=0.01;
LX1=0.15; dX1=0.03;
LX5=0.15; dX5=0.03;
LX3=0.01; dX3=0.0025;
LX4=0.01; dX4=0.0025;
LXB=0.5; dXB=0.1;
R1=0.045; dR1=0.005;
R3=0.045; dR3=0.0025;
R4=0.035; dR4=0.005;
R5=0.05; dR5=0.0025;
RB=0.045; dRB=0.005;
RBB=0.05; dRBB=0.0025;
PI=3.141593;
g=9.81;
miu=0.00068;
Radius=0.035;
ygot=60;
TZ=12;
k=2.5;
T1=1.58;
T2=25.1;

```

```
var
```

```

T:array[1..15,1..11,1..6]of real;
delT:array[1..15,1..11,1..6]of real;
dT:array[1..15,1..11,1..6]of real;
Rt:array[1..11]of real;
X,R,F:integer;
PX1,PXB,PX3,PX4,PX5,PR1,PR5,PRB,PRBB,P,dTZ,dTZ2,Sum:REAL;
PR3,PR4,F34,dF34,PF,alyfa,V,V1,V2,RazT,S,q,KORENY,KT,SUMMA:REAL;
time,faza:real;
tt: longint; { время воздействия }
u: longint; { входное воздействие в виде заданной температуры }
tau: longint; { число шагов по времени }

```

```
BEGIN
```

```

PX1:=dX1*dX1;
PX3:=dX3*dX3;
PX4:=dX4*dX4;
PX5:=dX5*dX5;
PXB:=dXB*dXB;
PR1:=dR1*dR1;

```

```

PR5:=dR5*dR5;
PR3:=dR3*dR3;
PR4:=dR4*dR4;
PRB:=dRB*dRB;
PRBB:=dRBB*dRBB;
F34:=(360*PI)/180;
dF34:=F34/60;
PF:=dF34*dF34;
alyfa:=PI/3;
V1:=sqrt(PI*Radius*alyfa*miu*g/(1.15*180));
S:=(PI*ygol*(R3*R3-R4*R4+R3*0.01+R4*0.01))/180;

```

```
{обнуление графика и окон}
```

```

Memo1.Lines.Clear;
Edit3.Text:=";
ProgressBar1.Max:=2000;
ProgressBar1.Position:=0;

```

```
{обнуление массивов}
```

```

FOR X:=1 TO 5 DO
  FOR R:=1 TO 11 DO
    FOR F:=1 TO 6 DO
      BEGIN
        T[X,R,F]:=0;
        dT[X,R,F]:=0;
        dTZ:=0;
        q:=0;
        dTZ2:=0;
        P:=0;
        q:=0;
        Sum:=0;
      END;

```

```
FOR tt:=1 TO 2000 DO
```

```
BEGIN
```

```
BEGIN
```

```
FOR X:=7 TO 9 DO
```

```
FOR R:=6 TO 10 DO
```

```
FOR F:=1 TO 6 DO
```

```
BEGIN
```

```
Rt[R]:=(R4-(R-1)*dR4);
```

```
dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PX4;
```

```
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/dR4*Rt[R];
```

```
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/PF*Rt[R]*Rt[R];
```

```
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PR4;
```

```
dT[X,R,F]:=a4*DELTAU*dT[X,R,F];
```

```
END;
```

```
BEGIN
```

```
KORENY:=T[8,3,3]-T[8,3,1];
```

```
IF KORENY<0 THEN V2:=0 ELSE
```

```
BEGIN
```

```
V2:=sqrt(KORENY);
```

```

      V:=V1*V2;
      END;
    END;
  FOR X:=7 TO 9 DO
  FOR R:=2 TO 4 DO
  FOR F:=1 TO 6 DO
  BEGIN
  Rt[R]:=(R3-(R-1)*dR3);
  dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PX3;
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/(dR3*Rt[R]);
  IF F=1
  THEN
  dT[X,R,1]:=dT[X,R,1]+(T[X,R,6]-2*T[X,R,1]+T[X,R,2])/(PF*Rt[R]*Rt[R]);
  IF F=6
  THEN
  dT[X,R,6]:=dT[X,R,6]+(T[X,R,5]-2*T[X,R,6]+T[X,R,1])/(PF*Rt[R]*Rt[R]);
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/(PF*Rt[R]*Rt[R]);
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PR3;
  dT[X,R,F]:=a3*dT[X,R,F];
  dT[X,R,F]:=DELTAU*(dT[X,R,F]-V*(T[X,R,F]-T[X,R,F-1])/(dF34*Radius));
  END;
  END;
  FOR X:=2 TO 5 DO
  FOR R:=6 TO 10 DO
  FOR F:=2 TO 5 DO
  BEGIN
  Rt[R]:=(R1-(R-1)*dR1);
  dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PX1;
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/dR1*Rt[R];
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/PF*Rt[R]*Rt[R];
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PR1;
  dT[X,R,F]:=a1*DELTAU*dT[X,R,F];
  END;
  END;
  FOR X:=2 TO 5 DO
  FOR R:=2 TO 4 DO
  FOR F:=2 TO 5 DO
  BEGIN
  Rt[R]:=(R5-(R-1)*dR5);
  dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PX5;
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/dR5*Rt[R];
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/PF*Rt[R]*Rt[R];
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PR5;
  dT[X,R,F]:=a5*DELTAU*dT[X,R,F];
  END;
  END;
  FOR X:=11 TO 14 DO
  FOR R:=2 TO 4 DO
  FOR F:=2 TO 5 DO
  BEGIN
  Rt[R]:=(RBB-(R-1)*dRBB);
  dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PXB;
  dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/dRBB*Rt[R];

```

```

dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/PF*Rt[R]*Rt[R];
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PRBB;
dT[X,R,F]:=aBB*DELTAU*dT[X,R,F];
END;
FOR X:=11 TO 14 DO
FOR R:=6 TO 10 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
Rt[R]:=(RB-(R-1)*dRB);
dT[X,R,F]:=(T[X-1,R,F]-2*T[X,R,F]+T[X+1,R,F])/PXB;
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F]-T[X,R-1,F])/dRB*Rt[R];
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R,F-1]-2*T[X,R,F]+T[X,R,F+1])/PF*Rt[R]*Rt[R];
dT[X,R,F]:=dT[X,R,F]+(T[X,R-1,F]-2*T[X,R,F]+T[X,R+1,F])/PRB;
dT[X,R,F]:=aB*DELTAU*dT[X,R,F];
END;
END;
FOR X:=7 TO 9 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[X,5,F]:=(LAM3*T[X,4,F]+LAM4*T[X,6,F])/(LAM3+LAM4);
END;
FOR R:=2 TO 4 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[6,R,F]:=T[7,R,F];
END;
FOR R:=2 TO 4 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[10,R,F]:=T[9,R,F];
END;
FOR R:=6 TO 10 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[6,R,F]:=(LAM4*T[7,R,F]+LAM1*T[5,R,F])/(LAM4+LAM1);
END;
FOR R:=6 TO 10 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[10,R,F]:=(LAM4*T[9,R,F]+LAMB*T[11,R,F])/(LAM4+LAMB);
END;
FOR X:=2 TO 5 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[X,5,F]:=(LAM1*T[X,6,F]+LAM5*T[X,4,F])/(LAM1+LAM5);
END;
FOR X:=11 TO 14 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[X,5,F]:=(LAMBB*T[X,4,F]+LAMB*T[X,6,F])/(LAMB+LAMBB);
END;
FOR R:=2 TO 10 DO

```

```

    FOR F:=2 TO 5 DO
    BEGIN
    T[1,R,F]:=T[2,R,F];
    END;
FOR X:=7 TO 9 DO
FOR F:=2 TO 5 DO
BEGIN
T[X,1,F]:=T[X,2,F];
END;
FOR R:=1 TO 11 DO
FOR F:=1 TO 6 DO
BEGIN
T[15,R,F]:=-10;
END;

FOR X:=1 TO 15 DO
FOR R:=1 TO 11 DO
FOR F:=1 TO 6 DO
BEGIN
T[X,R,F]:=T[X,R,F]+dT[X,R,F];
END;
{вывод значений температуры в заданном датчике в виде графика}
time:=tt*deltat;
faza:=(T[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),StrToInt(ComboBox3.Text)]-
delT[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),StrToInt(ComboBox3.Text)])/del
tata;
Chart1.SeriesList[0].AddXY(time,T[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),S
trToInt(ComboBox3.Text)]);
Chart2.SeriesList[0].AddXY(T[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),StrtO
Int(ComboBox3.Text)],faza);
{ Chart2.SeriesList[0].AddXY(time,P);}
{вывод значений температуры в заданном датчике в виде столбца}
Memo1.Lines.Add(FloattoStr
(T[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),StrToInt(ComboBox3.Text)]));
ProgressBar1.StepBy(1);
FOR X:=1 TO 15 DO
FOR R:=1 TO 11 DO
FOR F:=1 TO 6 DO
BEGIN
delT[X,R,F]:=T[X,R,F];
{ T[X,R,F]:=T[X,R,F]+dT[X,R,F];}
END;
end;
{вывод температуры заданного датчика}
Edit3.Text:=FloattoStr(T[StrToInt(ComboBox1.Text),StrToInt(ComboBox2.Text),StrToInt(Co
mboBox3.Text)]);
end;
{ end;}

end.
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Листинг программы моделирования температурных полей  
активной зоны реактора

```
//-----
#include <vcl.h>
#include <math.h>
#pragma hdrstop
#include "Unit1.h"
#include "Unit2.h"
#include "Unit3.h"
#include "Unit4.h"
#include "Unit5.h"
#include "Unit6.h"
#include "Unit7.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;
float T_TD; //температура датчика
float massT[144000];
int iMT=0;
float T[25][71][141][12];
float dT[25][71][141][11];
double Rt1, FdecdT, dT1;
short y,r,f,x,z, ColTK; //переменные индексов
const float DTi=0.001; //шаг по времени
float TimeProc;
const float At=0.000000142; // температуропроводность воды
const float Ac=0.0000105; //температуропроводность циркония
const float Ag=0.00000477778; //температуропроводность графита
const float LAt=0.565; // теплопроводность воды
const float LAc=16; //теплопроводность циркония
const float LAg=103; //теплопроводность графита
const float LAgaz=0.04; //теплопроводность газовой смеси
const float Tgaz=160; //температура газа
const float LX=0.25;
const float LZ=0.25;
const float LY=7;
const float LF=360;
const float LR=0.140;
const float DY=0.1;
const float DF=36;
```

```

const float DR=0.001;
const float DX=0.001;
const float DZ=0.001;
const float dDY=DY*DY;
const float dDF=DF*DF;
const float dDR=DR*DR;
const float dDX=DX*DX;
const float dDZ=DZ*DZ;
const short NY=70;
const short NF=10;
const short NR=57;
const short NX=250;
const short NZ=250;
const short R1=31; //62\2 радиус ТВС
const short R2=40; //80\2 радиус внутр поверхности циркониевой трубы
const short R3=44; //88\2 радиус внеш поверхности циркониевой трубы
const short R4=57; //114\2 радиус отверстия в графитовом блоке
double A_int[25], A_Vg[25], T_Max[25];
short PaintTime=600;
short U, Q, Tt, Ttvs, PolZRK; //скорость движения теплоносителя,

//расход теплоносителя, температура теплоносителя, температура ТВС
int NomDat, NomTK, TimePr; // номер датчика, номер ТК
NomDat, =TextToInt (Edit2->Text); //ввод параметров на форме
PolZRK =TextToFloat (Edit3->Text);
NomTK =TextToInt (Edit4->Text);
TimePr =TextToInt (Edit5->Text);
U =TextToFloat (Edit6->Text);
Q =TextToFloat (Edi7->Text);
Tt =TextToFloat (Edit8->Text);
Ttvs =TextToFloat (Edit9->Text);
double Vt=Q/(3600*M_PI*(0.04-0.031)*(0.04+0.031)); //Скорость
//теплоносителя в канале с ТВС

//-----
//Обнуление и объявление начальных условий
//-----

void __fastcall TForm1::Obnylenie(){
short i,j,ind;
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=1;y<=NY;y++){
for (f=1;f<=NF;f++){
for (r=1;r<=NR;r++){
T[i][y][r][f]=0;
dT[i][y][r][f]=0;

```

```

    }
  }
}
}
//Цилиндрические координаты
//ТВС (начальное воздействие)
for (i=0;i<ColТК;i++){
for (y=1;y<=NY;y++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    for (r=1; r<=32; r++){
      T[i][y][r][f]=U;
    }
  }
}
}
//Начальная температура графитовой кладки
for (i=0;i<ColТК;i++){
for (y=1;y<=NY;y++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    for (r=33; r<=40; r++){
      T[i][y][r][f]=Tt;
    }
  }
}
}
for (i=0;i<ColТК;i++){
for (y=1;y<=NY;y++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    for (r=41; r<=140; r++){
      T[i][y][r][f]=Ttvs;
    }
  }
}
}
//Температура входа воды в канал
for (i=0;i<ColТК;i++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    for (r=33; r<=40; r++){
      T[i][1][r][f]=Tt;
    }
  }
}
//Расчет максимальной температуры графита в каждом канале
if (ColТК==52){
  ind=0;

```

```

for (i=0;i<5;i++){
  for(j=0;j<14;j++){
    A_int[ind]=Ag*0.06*StrToInt(StringGrid1-
>Cells[j][i]/(LAg*7*(0.25*0.25- M_PI*0.044*0.044));
//Энергия внутренних источников графита
    A_Vg[ind]=0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[j][i])/((0.25*0.25-
M_PI*0.044* *0.044));
    T_Max[ind]=280+((A_Vg[ind]*0.14*0.14)/(4*LAg)*(2*log(140/45)+
pow((0.045/0.14),2)-pow((140/140),2)));
  }
}
}
if (ColTK==4){
  A_int[0]=Ag*0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[0][0]/(LAg*7*(0.25*0.25--
M_PI*0.044*0.044)); //Энергия внутренних источников графита
  A_Vg[0]=0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[0][0])/((0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044));
  T_Max[0]=280+((A_Vg[ind]*0.14*0.14)/(4*LAg)*(2*log(140/45)+pow((0.045
/0.14),2)-pow((140/140),2)));
  A_int[1]=Ag*0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[0][1]/(LAg*7*(0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044)); //Энергия внутренних источников графита
  A_Vg[1]=0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[0][1])/((0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044));
  T_Max[1]=280+((A_Vg[ind]*0.14*0.14)/(4*LAg)*(2*log(140/45)+pow((0.045
/0.14),2)-pow((140/140),2)));
  A_int[2]=Ag*0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[1][0]/(LAg*7*(0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044)); //Энергия внутренних источников графита
  A_Vg[2]=0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[1][0])/((0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044));
  T_Max[2]=280+((A_Vg[ind]*0.14*0.14)/(4*LAg)*(2*log(140/45)+pow((0.045
/0.14),2)-pow((140/140),2)));
  A_int[3]=Ag*0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[1][1]/(LAg*7*(0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044)); //Энергия внутренних источников графита
  A_Vg[3]=0.06*StrToInt(StringGrid1->Cells[1][1])/((0.25*0.25-
M_PI*0.044*0.044));
  T_Max[3]=280+((A_Vg[ind]*0.14*0.14)/(4*LAg)*(2*log(140/45)+pow((0.045
/0.14),2)-pow((140/140),2)));
}
iMT=0;
}
//-----
//Расчет температур
//-----
void Ras4et(){
short i;

```

```

//теплоноситель
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (r=33; r<=40; r++){
Rt1=(LR-(r-1)*DR);
T[i][y][r][1]=T[i][y][r][2];
T[i][y][r][10]=T[i][y][r][9];
for (f=2;f<=NF-1;f++){
dT[i][y][r][f]=(T[i][y-1][r][f]-2*T[i][y][r][f]+T[i][y+1][r][f])/(DY*DY);
dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r-1][f]-2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r+1][f])/(DR*DR);
dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r][f]-T[i][y][r-1][f])/(DR*Rt1);
dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r][f-1]-
2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r][f+1])/(DF*DF*Rt1*Rt1);
dT[i][y][r][f]=At*DTi*dT[i][y][r][f];
dT[i][y][r][f]=dT[i][y][r][f]-DTi*Vt*(T[i][y][r][f]-T[i][y-1][r][f])/DY;
}
}
}
}
//подсчет температуры
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (f=1;f<=NF;f++){
for (r=33; r<=40; r++){
T[i][y][r][f]=T[i][y][r][f]+dT[i][y][r][f];
}
}
}
} //теплоноситель (конец)
//переходный процесс вода-цирконий
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (f=1;f<=NF;f++){
T[i][y][41][f]=(1/(LAt+LAc))*(LAc*T[i][y][42][f]+LAt*T[i][y][40][f]);
}
}
}
}

//цирконий
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (r=42; r<=44; r++){
Rt1=(LR-(r-1)*DR);
T[i][y][r][1]=T[i][y][r][2];
T[i][y][r][10]=T[i][y][r][9];

```

```

for (f=2;f<=NF-1;f++){
    dT[i][y][r][f]=(T[i][y-1][r][f]-
2*T[i][y][r][f]+T[i][y+1][r][f])/(dDY)+(T[i][y][r-1][f]-
2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r+1][f])/(dDR)+(T[i][y][r][f]-T[i][y][r-
1][f])/(DR*Rt1)+(T[i][y][r][f-1]-
2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r][f+1])/(dDF*Rt1*Rt1);
    }
for (f=1;f<=NF;f++){
    T[i][y][r][f]=T[i][y][r][f]+Ac*DTi*dT[i][y][r][f];
    }
}
}
//цирконий (конец)
//переходный процесс цирконий-графит
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (f=1;f<=NF;f++){
    T[i][y][45][f]=(1/(LAc+LAg))*(LAc*T[i][y][44][f]+LAg*T[i][y][46][f]);
    }
}
}
//графит
float A_ras;
for (i=0;i<ColTK;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
for (r=46; r<=139; r++){
    Rt1=(LR-(r-1)*DR);
    T[i][y][r][1]=T[i][y][r][2];
    T[i][y][r][10]=T[i][y][r][9];
    for (f=2;f<=NF-1;f++){
        A_ras=A_int[i]-(A_int[i]*T[i][y][r][f])/T_Max[i];
        dT[i][y][r][f]=(T[i][y-1][r][f]-2*T[i][y][r][f]+T[i][y+1][r][f])/(DY*DY);
        dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r-1][f]-2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r+1][f])/(DR*DR);
        dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r][f]-T[i][y][r-1][f])/(DR*Rt1);
        dT[i][y][r][f]+=(T[i][y][r][f-1]-
2*T[i][y][r][f]+T[i][y][r][f+1])/(DF*DF*Rt1*Rt1);
        dT[i][y][r][f]=Ag*DTi*dT[i][y][r][f];
        dT[i][y][r][f]=dT[i][y][r][f]+A_ras;
    }
}
}
}
//подсчет температуры
for (i=0;i<ColTK;i++){

```

```

for (y=2;y<=NY-1;y++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    for (r=46; r<=139; r++){
      T[i][y][r][f]=T[i][y][r][f]+dT[i][y][r][f];
    }
  }
}
}
//графит (конец)
for (i=0;i<ColТК;i++){
for (y=2;y<=NY-1;y++){
  for (f=1;f<=NF;f++){
    T[i][y][140][f]=T[i][y][139][f];
  }
}
}

//теплоизолированный верх и низ
for (i=0;i<ColТК;i++){
for (f=1;f<=NF;f++){
  for (r=41; r<=140; r++){
    T[i][1][r][f]=T[i][2][r][f];
    T[i][70][r][f]=T[i][69][r][f];
  }
}
}
}

//-----
//Стык колонн
//-----

void StukKolonn(short Per, short Vt, short Tre, short Che){
//стык графитовых колонн
float T_sr;
for (y=1;y<=NY;y++){
  T_sr=(T[Per][y][140][9]+T[Vt][y][140][6])/2;
  T[Per][y][140][9]=T_sr;
  T[Vt][y][140][6]=T_sr;
  T_sr=(T[Per][y][140][10]+T[Vt][y][140][5])/2;
  T[Per][y][140][10]=T_sr;
  T[Vt][y][140][5]=T_sr;
  T_sr=(T[Per][y][140][1]+T[Vt][y][140][4])/2;
  T[Per][y][140][1]=T_sr;
  T[Vt][y][140][4]=T_sr;
}
}

```

```

T_sr=(T[Vt][y][140][2]+T[Tre][y][140][8])/2;
T[Vt][y][140][2]=T_sr;
T[Tre][y][140][8]=T_sr;
T_sr=(T[Vt][y][140][3]+T[Tre][y][140][7])/2;
T[Vt][y][140][3]=T_sr;
T[Tre][y][140][7]=T_sr;
T_sr=(T[Che][y][140][9]+T[Tre][y][140][6])/2;
T[Che][y][140][9]=T_sr;
T[Tre][y][140][6]=T_sr;
T_sr=(T[Che][y][140][10]+T[Tre][y][140][5])/2;
T[Che][y][140][10]=T_sr;
T[Tre][y][140][5]=T_sr;
T_sr=(T[Che][y][140][1]+T[Tre][y][140][4])/2;
T[Che][y][140][1]=T_sr;
T[Tre][y][140][4]=T_sr;
T_sr=(T[Per][y][140][2]+T[Che][y][140][8])/2;
T[Per][y][140][2]=T_sr;
T[Che][y][140][8]=T_sr;
T_sr=(T[Per][y][140][3]+T[Che][y][140][7])/2;
T[Per][y][140][3]=T_sr;
T[Che][y][140][7]=T_sr;
}
}
//-----
//Расчет температуры датчика
//-----

void TemperDat(short Per, short Vt, short Tre, short Che){
T_TD=(T[Per][68][140][1]+T[Vt][68][140][3]+T[Tre][68][140][6]+T[Che][68]
[140][8])/4;
}
//-----
//Амплитудно-частотные характеристики
//-----

void AChH(){
float T0, tau, K0;
float T_TD_AChH=massT[iMT-1];
//float ser_t=T_TD_AChH/1.009; //34
float ser_t=T_TD_AChH/1.0002; //35
int a0=0, a1=0, a2=0, c=0;
double b=0;
do {
a0++;
}
while (ser_t>=massT[a0]);

```

```

a1=a0-(a0*0.04);
a2=a0+(a0*0.01);
a0=0;
b=0;
c=0;
while (T_TD_AChH>=b)
{
  a0=a0++;
  b=(a0-a1)/(a2-a1)*(massT[a2]-massT[a1])+massT[a1];
  if (b<0) continue;
  else
  c=c++;
  Form4->Series2->AddXY(a0*DTi,b);
}
tau=(Form4->Series2->XValue[1]);
K0=T_TD_AChH/273;
T0=(Form4->Series2->XValue[c-1]);
Form4->Label1->Caption="k = "+FloatToStr(K0)+" T0 = "+FloatToStr(T0)+"
tau = "+FloatToStr(tau);
for (float T1=0.1; T1<= T0*10; T1+=0.1)
{
  float w=1.000000/(T0);
  float w2=1.000000/(tau);
  float L1=(20*log10(K0/sqrt(1+((w*w)*(T1*T1)))));
  float L2=(180/M_PI)*(-atan(w*(T1)));
  float L3=(180/M_PI)*(-w2*T1);
  float L4=(180/M_PI)*((-atan(w*(T1))+(-w2*T1)));
  Form4->Chart1->Series[0]->AddXY(T1,L1);
  Form4->Chart2->Series[0]->AddXY(T1,L2);           //заполнение
                                                    графиков //на форме «Графики переходных процессов»
  if (L3>-200) Form4->Chart2->Series[1]->AddXY(T1,L3);
  if (L4>-200) Form4->Chart2->Series[2]->AddXY(T1,L4);
}
//Амплитудно-частотные характеристики (конец)
}

//-----
//Заполнение формы
//-----

__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
  short i,j;
  for(i=0;i<14;i++){
  for(j=0;j<5;j++){

```

```
StringGrid1->Cells[0][0]="1935050";
StringGrid1->Cells[0][1]="1942150";
StringGrid1->Cells[0][2]="1918660";
StringGrid1->Cells[0][3]="1892350";
StringGrid1->Cells[1][0]="1895520";
StringGrid1->Cells[2][0]="1941860";
StringGrid1->Cells[3][0]="1937740";
StringGrid1->Cells[4][0]="1912860";
StringGrid1->Cells[5][0]="1876850";
StringGrid1->Cells[6][0]="1893380";
StringGrid1->Cells[7][0]="1921860";
StringGrid1->Cells[8][0]="1861720";
StringGrid1->Cells[9][0]="1876500";
StringGrid1->Cells[10][0]="1915270";
StringGrid1->Cells[11][0]="1862280";
StringGrid1->Cells[12][0]="1912400";
StringGrid1->Cells[1][1]="1911950";
StringGrid1->Cells[2][1]="1835200";
StringGrid1->Cells[3][1]="1939890";
StringGrid1->Cells[4][1]="1918750";
StringGrid1->Cells[5][1]="1892240";
StringGrid1->Cells[6][1]="1911760";
StringGrid1->Cells[7][1]="1867450";
StringGrid1->Cells[8][1]="1895220";
StringGrid1->Cells[9][1]="1912200";
StringGrid1->Cells[10][1]="1844930";
StringGrid1->Cells[11][1]="1805000";
StringGrid1->Cells[12][1]="1900200";
StringGrid1->Cells[1][2]="1832500";
StringGrid1->Cells[2][2]="1942720";
StringGrid1->Cells[3][2]="1825500";
StringGrid1->Cells[4][2]="1933720";
StringGrid1->Cells[5][2]="1876850";
StringGrid1->Cells[6][2]="1848700";
StringGrid1->Cells[7][2]="1915410";
StringGrid1->Cells[8][2]="1942240";
StringGrid1->Cells[9][2]="1922440";
StringGrid1->Cells[10][2]="1863200";
StringGrid1->Cells[11][2]="1889250";
StringGrid1->Cells[12][2]="1807050";
StringGrid1->Cells[1][3]="1893820";
StringGrid1->Cells[2][3]="1853860";
StringGrid1->Cells[3][3]="1918690";
StringGrid1->Cells[4][3]="1822640";
StringGrid1->Cells[5][3]="1917520";
```

```

StringGrid1->Cells[6][3]="1920050";
StringGrid1->Cells[7][3]="1921000";
StringGrid1->Cells[8][3]="1805960";
StringGrid1->Cells[9][3]="1900850";
StringGrid1->Cells[10][3]="1897500";
StringGrid1->Cells[11][3]="1921150";
StringGrid1->Cells[12][3]="1874180";
}
}
Label3->Caption="Распределение температуры\нпереносителя по высоте";
}

//-----
//Обработка кнопки "Расчет"
//-----

void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender)
{
Button2->Enabled=false;           //Очистка формы
Button3->Enabled=false;
Button4->Enabled=false;
Button5->Enabled=false;
Button6->Enabled=false;
Button7->Enabled=false;
Form2->Series1->Clear();
Form2->Series2->Clear();
Form2->Series3->Clear();
Form2->Series4->Clear();
Form3->Series1->Clear();
Form3->Series2->Clear();
Form4->Series1->Clear();
Form4->Series2->Clear();
float SredTemp[71];
float t;
ColTK=StrToInt(ComboBox1->Text);
Obnylenie();                     //Вызов процедуры обнуления
TimeProc=StrToFloat(Form1->Edit1->Text);
ProgressBar1->Position=0;        //Параметры строки состояния
ProgressBar1->Max=TimeProc*1000;
ProgressBar1->Step=1;
for(t=0;t<=TimeProc;t+=DTi){    //цикл процесса по времени
Ras4et();                       //вызов процедуры расчета
switch (ColTK) {                //расчет стыка колонн
case 4: StukKolonn(13,0,1,14); break;
case 26:{

```

```
StukKolonn(13,0,1,14);
StukKolonn(14,1,2,15);
StukKolonn(15,2,3,16);
StukKolonn(16,3,4,17);
StukKolonn(17,4,5,18);
StukKolonn(18,5,6,19);
StukKolonn(19,6,7,20);
StukKolonn(20,7,8,21);
StukKolonn(21,8,9,22);
StukKolonn(22,9,10,23);
StukKolonn(23,10,11,24);
StukKolonn(24,11,12,25);
break;
case 39:{
StukKolonn(13,0,1,14);
StukKolonn(14,1,2,15);
StukKolonn(15,2,3,16);
StukKolonn(16,3,4,17);
StukKolonn(17,4,5,18);
StukKolonn(18,5,6,19);
StukKolonn(19,6,7,20);
StukKolonn(20,7,8,21);
StukKolonn(21,8,9,22);
StukKolonn(22,9,10,23);
StukKolonn(23,10,11,24);
StukKolonn(24,11,12,25);
StukKolonn(26,13,14,27);
StukKolonn(27,14,15,28);
StukKolonn(28,15,16,29);
StukKolonn(29,16,17,30);
StukKolonn(30,17,18,31);
StukKolonn(31,18,19,32);
StukKolonn(32,19,20,33);
StukKolonn(33,20,21,34);
StukKolonn(34,21,22,35);
StukKolonn(35,22,23,36);
StukKolonn(36,23,24,37);
StukKolonn(37,24,25,38);
break;
case 52:{
StukKolonn(13,0,1,14);
StukKolonn(14,1,2,15);
StukKolonn(15,2,3,16);
StukKolonn(16,3,4,17);
StukKolonn(17,4,5,18);
```

```

StukKolonn(18,5,6,19);
StukKolonn(19,6,7,20);
StukKolonn(20,7,8,21);
StukKolonn(21,8,9,22);
StukKolonn(22,9,10,23);
StukKolonn(23,10,11,24);
StukKolonn(24,11,12,25);
StukKolonn(26,13,14,27);
StukKolonn(27,14,15,28);
StukKolonn(28,15,16,29);
StukKolonn(29,16,17,30);
StukKolonn(30,17,18,31);
StukKolonn(31,18,19,32);
StukKolonn(32,19,20,33);
StukKolonn(33,20,21,34);
StukKolonn(34,21,22,35);
StukKolonn(35,22,23,36);
StukKolonn(36,23,24,37);
StukKolonn(37,24,25,38);
StukKolonn(39,26,27,40);
StukKolonn(40,27,28,41);
StukKolonn(41,28,29,42);
StukKolonn(42,29,30,43);
StukKolonn(43,30,31,44);
StukKolonn(44,31,32,45);
StukKolonn(45,32,33,46);
StukKolonn(46,33,34,47);
StukKolonn(47,34,35,48);
StukKolonn(48,35,36,49);
StukKolonn(49,36,37,50);
StukKolonn(50,37,38,51);
break;
}
}
}
}
}
if (ColTK==4)TemperDat(13,0,1,14); //расчет температуры датчика
if (ColTK==26){
switch (StrToInt(ComboBox1->Text)) {
case 1:TemperDat(13,0,1,14);break;
case 2:TemperDat(14,1,2,15);break;
case 3:TemperDat(15,2,3,16);break;
case 4:TemperDat(16,3,4,17);break;
case 5:TemperDat(17,4,5,18);break;
case 6:TemperDat(18,5,6,19);break;

```

```

case 7:TemperDat(19,6,7,20);break;
case 8:TemperDat(20,7,8,21);break;
case 9:TemperDat(21,8,9,22);break;
case 10:TemperDat(22,9,10,23);break;
case 11:TemperDat(23,10,11,24);break;
case 12:TemperDat(24,11,12,25);break;
}
};
if (ColTK==39){
switch (StrToInt(ComboBox1->Text)) {
case 1:TemperDat(13,0,1,14);break;
case 2:TemperDat(14,1,2,15);break;
case 3:TemperDat(15,2,3,16);break;
case 4:TemperDat(16,3,4,17);break;
case 5:TemperDat(17,4,5,18);break;
case 6:TemperDat(18,5,6,19);break;
case 7:TemperDat(19,6,7,20);break;
case 8:TemperDat(20,7,8,21);break;
case 9:TemperDat(21,8,9,22);break;
case 10:TemperDat(22,9,10,23);break;
case 11:TemperDat(23,10,11,24);break;
case 12:TemperDat(24,11,12,25);break;
case 13:TemperDat(26,13,14,27);break;
case 14:TemperDat(27,14,15,28);break;
case 15:TemperDat(28,15,16,29);break;
case 16:TemperDat(29,16,17,30);break;
case 17:TemperDat(30,17,18,31);break;
case 18:TemperDat(31,18,19,32);break;
case 19:TemperDat(32,19,20,33);break;
case 20:TemperDat(33,20,21,34);break;
case 21:TemperDat(34,21,22,35);break;
case 22:TemperDat(35,22,23,36);break;
case 23:TemperDat(36,23,24,37);break;
case 24:TemperDat(37,24,25,38);break;
}
};
if (ColTK==52){
switch (StrToInt(ComboBox1->Text)) {
case 1:TemperDat(13,0,1,14);break;
case 2:TemperDat(14,1,2,15);break;
case 3:TemperDat(15,2,3,16);break;
case 4:TemperDat(16,3,4,17);break;
case 5:TemperDat(17,4,5,18);break;
case 6:TemperDat(18,5,6,19);break;
case 7:TemperDat(19,6,7,20);break;

```

```

case 8:TemperDat(20,7,8,21);break;
case 9:TemperDat(21,8,9,22);break;
case 10:TemperDat(22,9,10,23);break;
case 11:TemperDat(23,10,11,24);break;
case 12:TemperDat(24,11,12,25);break;
case 13:TemperDat(26,13,14,27);break;
case 14:TemperDat(27,14,15,28);break;
case 15:TemperDat(28,15,16,29);break;
case 16:TemperDat(29,16,17,30);break;
case 17:TemperDat(30,17,18,31);break;
case 18:TemperDat(31,18,19,32);break;
case 19:TemperDat(32,19,20,33);break;
case 20:TemperDat(33,20,21,34);break;
case 21:TemperDat(34,21,22,35);break;
case 22:TemperDat(35,22,23,36);break;
case 23:TemperDat(36,23,24,37);break;
case 24:TemperDat(37,24,25,38);break;
case 25:TemperDat(39,26,27,40);break;
case 26:TemperDat(40,27,28,41);break;
case 27:TemperDat(41,28,29,42);break;
case 28:TemperDat(42,29,30,43);break;
case 29:TemperDat(43,30,31,44);break;
case 30:TemperDat(44,31,32,45);break;
case 31:TemperDat(45,32,33,46);break;
case 32:TemperDat(46,33,34,47);break;
case 33:TemperDat(47,34,35,48);break;
case 34:TemperDat(48,35,36,49);break;
case 35:TemperDat(49,36,37,50);break;
    }
};
if (PaintTime==600){ //заполнение графика
    Form2->Series1->AddXY(t,T_TD);//форма «Температура в датчике»
    PaintTime=0;
}
else PaintTime++;

//подсчет средней температуры теплоносителя
short i,j;
float SrTmp=0;
for(i=1;i<=70;i++){
    SrTmp=0;
    for(j=33;j<=40;j++){
        SrTmp=SrTmp+T[1][i][j][5];
    }
    SrTmp=SrTmp/8;
}

```

```

    SredTemp[i]=SrTmp;
}
Form2->Series2->AddXY(t,SredTemp[50]);
Form2->Series3->AddXY(t,T[1][50][35][5]);
massT[iMT]=T_TD;
// massT[iMT]=T[1][50][35][5];
iMT++;
ProgressBar1->StepIt();
}
//цикл процесса по времени (конец)
short i;
for(i=0;i<StringGrid2->RowCount-1;i++){
    StringGrid2->Cells[0][i]=IntToStr(i);
    StringGrid2->Cells[1][i]=SredTemp[i+1];
}
AChH();           //вызов процедуры расчета АЧХ
Button2->Enabled=true;
Button3->Enabled=true;
}

//-----
//Обработка кнопки "Температура в датчике"
//-----

void __fastcall TForm1::Button2Click(TObject *Sender)
{
if (Form2->Visible) Form2->Hide();
else Form2->Show();
}

//-----
//Обработка кнопки "Графики переходных процессов"
//-----

void __fastcall TForm1::Button3Click(TObject *Sender)
{
if (Form3->Visible) Form3->Hide();
else Form3->Show();
}

//-----
//Обработка кнопки "Анализ объекта управления"
//-----

void __fastcall TForm1::Button4Click(TObject *Sender)

```

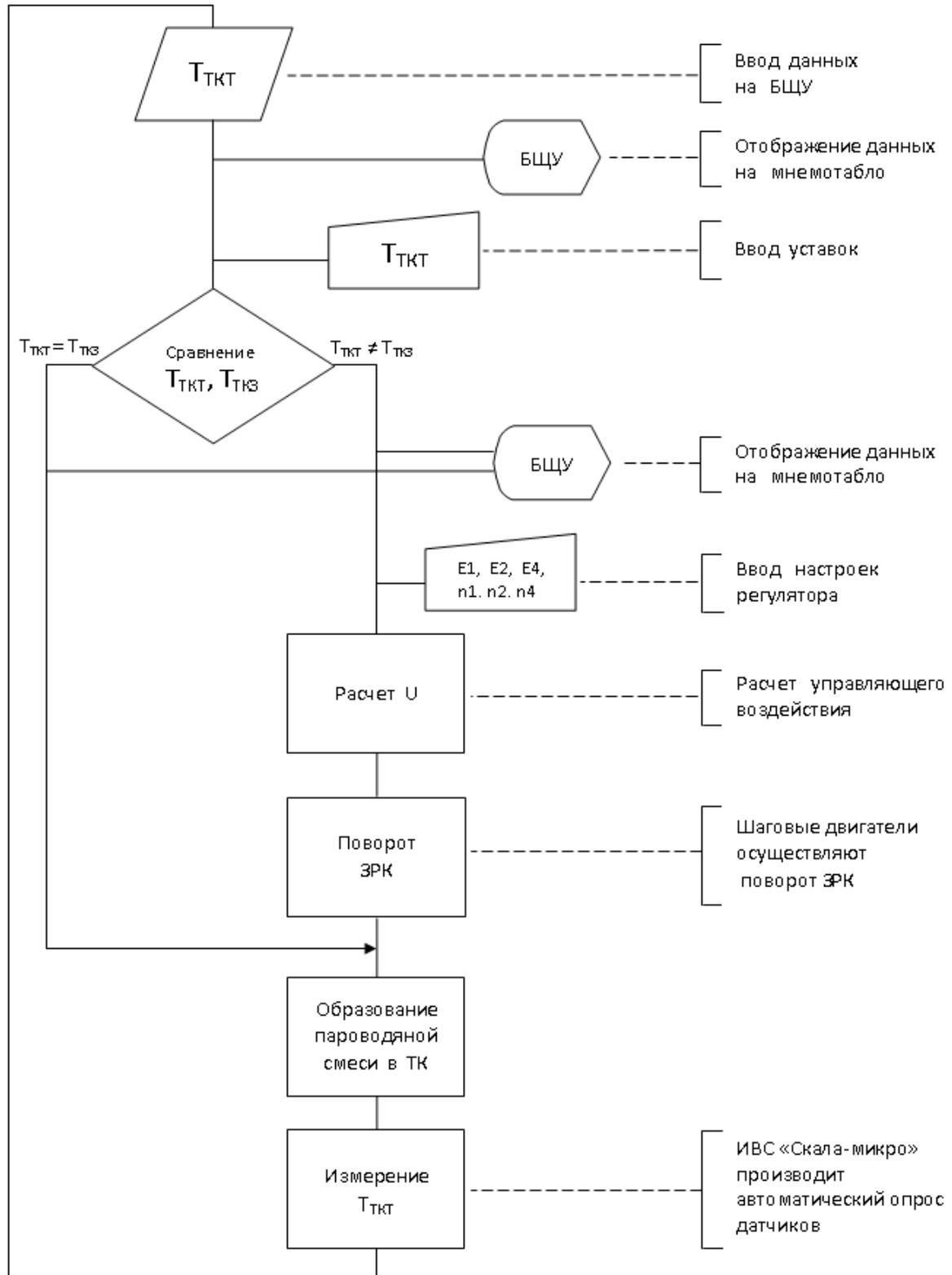
```

{
short i,j,k;
float SrTmp=0;
float SredTemp[13];
for(k=0;k<14;k++)
{
    SrTmp=0;
    for(j=33;j<=40;j++)
    {
        SrTmp=SrTmp+T[k][50][j][5];
    }
    SrTmp=SrTmp/12;
    SredTemp[k]=SrTmp;
}
Form4->Series1->AddBubble(10,T[0][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(20,T[1][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(30,T[2][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(40,T[3][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(50,T[4][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(60,T[5][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(70,T[6][1][33][5],3,"",clRed);
Form4->Series1->AddBubble(10,SredTemp[0],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(20,SredTemp[1],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(30,SredTemp[2],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(40,SredTemp[3],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(50,SredTemp[4],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(60,SredTemp[5],3,"",clBlack);
Form4->Series1->AddBubble(70,SredTemp[6],3,"",clBlack);
Form4->Show();
}
//-----
//Обработка кнопки "Расчет параметров регулятора по желаемой
передаточной функции "
//-----
void __fastcall TForm1::Button5Click(TObject *Sender)
{
    if (Form5->Visible) Form5->Hide();
    else Form5->Show();
}
//-----
//Обработка кнопки " Расчет параметров регулятора по степени
колебательности"
//-----
void __fastcall TForm1::Button6Click(TObject *Sender)
{

```

```
if (Form6->Visible) Form6->Hide();
else Form6->Show();
}
//-----
//Обработка кнопки "Моделирование замкнутой системы управления "
//-----
void __fastcall TForm1::Button7Click(TObject *Sender)
{
    if (Form7->Visible) Form7->Hide();
    else Form7->Show();
}
//-----
void __fastcall TForm1::Timer1Timer(TObject *Sender)
{
    Label11->Caption=Now().DateTimeString();
}
//-----
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 4



## ПРИЛОЖЕНИЕ 5

## Листинг программы

Расчет параметров регулятора по желаемой передаточной функции

```

//-----
#include <vcl.h>
#include <math.h>
#include "Math.hpp"
#pragma hdrstop

#include "URegul1.h"
#include "URegul2.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;
//-----
__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)
    : TForm(Owner)
{
}
//-----
void __fastcall TForm1::Timer1Timer(TObject *Sender)
{
    Label10->Caption=Now().DateTimeString();
}
//-----
double TextToDouble(AnsiString str)
{
    if (str.Length()==0) return 0;
    for (int i=1; i<str.Length(); i++)
    {
        if (str[i]=='.') str[i]=',';
        if (!((((str[i]>='0')&&(str[i]<='9'))||(str[i]=='')||(str[i]=='-'))))
        {
            return 0;
        }
    }
    double res;
    res=StrToFloat(str);
    return res;
}

```

```

void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender) // кнопка
«Расчет // ОПК»

{
  (if Form2->Visible) Form2->Hide();
  else Form2->Show();
}

void __fastcall TForm1::Button2Click(TObject *Sender) // кнопка
«Расчет // параметров
//объекта

{
  (if Form3->Visible) Form3->Hide();
  else Form3->Show();
}

void __fastcall TForm1::Button3Click(TObject *Sender) // расчет параметров
регулятора
{
  double E0, T0, n, G, Tj, tj;
  //double t0;

  E0=TextToDouble(Edit1->Text);
  T0=TextToDouble(Edit4->Text);
  // t0=TextToDouble(Edit5->Text);
  n=TextToDouble(Edit2->Text);
  G=TextToDouble(Edit3->Text);

  Tj=TextToDouble(Edit6->Text);
  tj=TextToDouble(Edit7->Text);

  double Kp, T1, T2;
  Kp=T0*((n-1)/n+1/n*G)/(E0*((n-1)/n+1/n*G)*(Tj*((n-1)/n+1/n*G)+tj));
  T1=T0*((n-1)/n+1/n*G);
  T2=0.5*tj*tj/(Tj*((n-1)/n+1/n*G)+tj);

  Edit11->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(Kp,-4));
  Edit14->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(T1,-4));
  Edit15->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(T2,-4));
}
//-----

void __fastcall TForm1::Edit2Change(TObject *Sender)
{

```

```

    Edit8->Text=Edit2->Text;
    Edit12->Text=Edit2->Text;
}
//-----
void __fastcall TForm1::Edit3Change(TObject *Sender)
{
    Edit10->Text=Edit3->Text;
    Edit13->Text=Edit3->Text;
}
//-----

void __fastcall TForm1::Button4Click(TObject *Sender) // частотные
                                                    //характеристики
                                                    регулятора
{
    {
        if (Form4->Visible) Form4->Hide();
        else Form4->Show();
    }
    void AChH(){
        float T0, tau, K0;
        float T_TD_AChH=massT[iMT-1];
        float ser_t=T_TD_AChH/1.0002;
        int a0=0, a1=0, a2=0, c=0;
        double b=0;
        do {
            a0++;
        }
        while (ser_t>=massT[a0]);
        a1=a0-(a0*0.04);
        a2=a0+(a0*0.01);
        a0=0;
        b=0;
        c=0;
        while (T_TD_AChH>=b)
        {
            a0=a0++;
            b=(a0-a1)/(a2-a1)*(massT[a2]-massT[a1])+massT[a1];
            if (b<0) continue;
            else
                c=c++;
            Form4->Series2->AddXY(a0*DTi,b);
        }
        tau=(Form4->Series2->XValue[1]);
        K0=T_TD_AChH/273;

```

```
T0=(Form4->Series2->XValue[c-1]);
Form4->Label1->Caption="k = "+FloatToStr(K0)+" T0 = "+FloatToStr(T0)+"
tau = "+FloatToStr(tau);
```

```
for (float T1=0.1; T1<= T0*10; T1+=0.1)
{
float w=1.000000/(T0);
float w2=1.000000/(tau);
float L1=(20*log10(K0/sqrt(1+((w*w)*(T1*T1)))));
float L2=(180/M_PI)*(-atan(w*(T1)));
float L3=(180/M_PI)*(-w2*T1);
float L4=(180/M_PI)*((-atan(w*(T1))+(-w2*T1)));
```

```
Form4->Chart1->Series[0]->AddXY(T1,L1);
Form4->Chart2->Series[0]->AddXY(T1,L2);           //заполнение
                                                графиков //на форме «Графики переходных
                                                процессов»
if (L3>-200) Form4->Chart2->Series[1]->AddXY(T1,L3);
if (L4>-200) Form4->Chart2->Series[2]->AddXY(T1,L4);
    }
}
```

```
void __fastcall TForm1::Button5Click(TObject *Sender) // очистка ячеек
ввода параметров; кнопка «Новый расчет»
```

```
{
Edit1->Text="";
Edit2->Text="";
Edit3->Text="";
Edit4->Text="";
Edit5->Text="";
Edit6->Text="";
Edit7->Text="";
Edit8->Text="";
Edit9->Text="";
Edit10->Text="";
Edit11->Text="";
Edit12->Text="";
Edit13->Text="";
Edit14->Text="";
Edit15->Text="";
Edit16->Text="";
Edit17->Text="";
Edit18->Text="";
}
```

```
//-----
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Листинг программы  
Расчет параметров регулятора по степени колебательности

```
//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "math.h"
#include "Math.hpp"

#include "Unit1.h"
#include "Unit2.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;
//-----
__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner)
    : TForm(Owner)
//-----
double TextToDouble(AnsiString str)
{
    if (str.Length()==0) return 0;
    for (int i=1; i<str.Length(); i++)
    {
        if (str[i]=='.') str[i]=',';
        if (!((((str[i]>='0')&&(str[i]<='9'))||(str[i]==','))||(str[i]=='-'))))
        {
            return 0;
        }
    }
    double res;
    res=StrToFloat(str);
    return res;
}
void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender)
{
    double G1, K1, T1, t1, G3, K3, T3, t3, m;
    G1=TextToDouble(Edit1->Text); //ввод значений параметров на форму
    K1=TextToDouble(Edit6->Text);
    T1=TextToDouble(Edit7->Text);
    t1=TextToDouble(Edit8->Text);
}
```

```

G3=TextToDouble(Edit3->Text);
K3=TextToDouble(Edit4->Text);
T3=TextToDouble(Edit5->Text);
t3=TextToDouble(Edit2->Text);
m=TextToDouble(Edit9->Text);

double E1, n1, E2, n2, E4, n4;
double n2=1723526;
double w1=11.6731, w3=11.8221;    // частоты среза модуля
                                   // разомкнутой системы при m=0
//double w1=10.6053, w3=10.7721, //при m=0,119
//double w1=9.7091, w3=9.8862;    // при m=0,221
//double w1=8.4911, w3=8.6805;    //при m=0,366

double M1, M3, M_1, M_3, dM, K2, K4, dw=w3*w3/(w1*w1), d=0.5;

M1=K1/sqrt(pow(1-T1*m*w1,2)+T1*T1*w1*w1)*exp(m*t1*w1); //
значение модуля объекта управления для первой моды

M3=K3/sqrt(pow(1-T3*m*w3,2)+T3*T3*w3*w3)*exp(m*t3*w3); //
значение модуля объекта управления для третьей моды

M_1=1/M1;           // коэффициенты усиления регулятора
M_3=1/M3;

dM=M_3/M_1;

n1=(-1+dM-dM*G1+G3)/(dM-1);

E1=M_1/((n1-1)/n1+G1/n1);

if (dw>=1)
{
    n4=(dw-1+G3-dw*G1)/(dw-1);
    E4=sqrt(w1*w1/(pow((n4-1)/n4+G1/n4,2)*pow(10,d)));

    K4=E4*((n4-1)/n4+G1/n4);
    E2=1/(pow(10,d)*K4);
}
else
{
    n4==1715648;
    n2=(dw-1+G1-dw*G3)/(dw-1);
    E2=sqrt(1/(pow((n2-1)/n2+G1/n2,2)*pow(10,d)*w1*w1));
    K2=E2*((n2-1)/n2+G1/n2);
}

```

```

    E4=1/(pow(10,d)*K2);
}
Edit11->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(E1,-5));
Edit14->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(n1,-5));
Edit10->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(E2,-5));
Edit13->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(n2,-5));
Edit12->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(E4,-5));
Edit15->Text=FloatToStr(SimpleRoundTo(n4,-5));
}
//-----

void __fastcall TForm1::Timer1Timer(TObject *Sender)
{
Label42->Caption=Now().DateTimeString();
}
//-----

void __fastcall TForm1::Button2Click(TObject *Sender)
{
    {
    if (Form2->Visible) Form2->Hide();
    else Form2->Show();
    }
void AChH(){
float T0, tau, K0;
float T_TD_AChH=massT[iMT-1];
float ser_t=T_TD_AChH/1.0002;    //35
int a0=0, a1=0, a2=0, c=0;
double b=0;
do {
    a0++;
}
while (ser_t>=massT[a0]);
a1=a0-(a0*0.04);
a2=a0+(a0*0.01);
a0=0;
b=0;
c=0;
while (T_TD_AChH>=b)
    {
    a0=a0++;
    b=(a0-a1)/(a2-a1)*(massT[a2]-massT[a1])+massT[a1];
    if (b<0) continue;
    else
    c=c++;
}
}

```

```

Form2->Series2->AddXY(a0*DTi,b);
}
tau=(Form2->Series2->XValue[1]);
K0=T_TD_AChH/273;
T0=(Form2->Series2->XValue[c-1]);
Form4->Label1->Caption="k = "+FloatToStr(K0)+" T0 = "+FloatToStr(T0)+"
tau = "+FloatToStr(tau);

for (float T1=0.1; T1<= T0*10; T1+=0.1)
{
float w=1.000000/(T0);
float w2=1.000000/(tau);
float L1=(20*log10(K0/sqrt(1+((w*w)*(T1*T1)))));
float L2=(180/M_PI)*(-atan(w*(T1)));
float L3=(180/M_PI)*(-w2*T1);
float L4=(180/M_PI)*((-atan(w*(T1))+(-w2*T1)));

Form2->Chart1->Series[0]->AddXY(T1,L1);
Form2->Chart2->Series[0]->AddXY(T1,L2);           //заполнение
                                                графиков //на форме «Графики переходных
                                                процессов»
if (L3>-200) Form2->Chart2->Series[1]->AddXY(T1,L3);
if (L4>-200) Form2->Chart2->Series[2]->AddXY(T1,L4);
}
}
}
void __fastcall TForm1::Button3Click(TObject *Sender)
{
Edit1->Clear();
Edit2->Clear();
Edit3->Text="";
Edit4->Text="";
Edit5->Text="";
Edit6->Text="";
Edit7->Text="";
Edit8->Text="";
Edit9->Text="";
Edit10->Text="";
Edit11->Text="";
Edit12->Text="";
Edit13->Text="";
Edit14->Text="";
Edit15->Text="";
}
//-----

```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 7



Открытое акционерное общество «Российский концерн по производству электрической и тепловой энергии на атомных станциях (ОАО «Концерн Росэнергоатом»)

**Филиал ОАО «Концерн Росэнергоатом»  
«Ленинградская атомная станция»  
(Ленинградская АЭС)**

г. Сосновый Бор, Ленинградская обл, 188540

тел.: (81369) 55997, факс: (81369) 51391,

e-mail: laes@laes.ru; odo-info@laes.ru

ОКПО 08622474 ОГРН 5087746119951

ИНН 7721632827 КПП 472643001



Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»  
199106, Санкт-Петербург,  
Васильевский остров, 21 линия д.2;  
тел. 321-14-84, факс 327-73-60  
e-mail: rectorat@spmi.ru  
Ректору, профессору,  
доктору технических наук  
Литвиненко В.С.

На № 28.10.2015 от 26.10.2015

Об ознакомлении с диссертационным исследованием

Уважаемый Владимир Стефанович!

Результаты диссертационного исследования доцента Ляшенко Александра Леонидовича посвящены разработке принципиально новых методов частотного анализа и методов синтеза системы управления температурными полями теплоносителя в технологических каналах активной зоны атомного реактора.

В работе рассматривается решение важной задачи – создание метода синтеза распределенного высокоточного регулятора для контроля и регулирования расхода теплоносителя в атомном реакторе и методики расчета его настроек с применением расширенных частотных характеристик.

Разработанное программное обеспечение позволяет производить моделирование тепловых процессов, протекающих в активной зоне реакторных установок типа РМБК-1000.

Результаты диссертационной работы могут быть использованы при проектировании запорно-регулирующих клапанов для контроля и регулирования расхода теплоносителя в реакторах канального типа, а также для разработки систем управления к ним.

Результаты, полученные в работе Ляшенко А.Л., могут быть учтены при модернизации реакторных установок указанного типа.

Заместитель главного инженера  
по эксплуатации 2 очереди

Б.М. Покутний

Е.И. Самарцев,  
(881369) 5-52-76  
Дело Ф09/33-15  
26.10.2015

## ПРИЛОЖЕНИЕ 8



Autonomous nonprofit organization  
International research institute  
Автономная некоммерческая организация  
Международный исследовательский институт  
Научно-внедренческий центр  
109147, г. Москва, ул. Марксистская, д. 5, стр. 1  
115563, г. Москва, а/я 77, Международный исследовательский институт  
Тел. +7-495-509-67-82  
E-mail: info@mi-nauka.com; http://www.mi-nauka.com  
ОКПО 89659236, ОГРН 1087798038205, ИНН/КПП 7709442266/770901001

26.01.2012 г. № 1202-17-58  
На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

По месту требования

АКТ  
о внедрении результатов  
диссертационного исследования и их апробации

Настоящим актом подтверждается, что положения и результаты диссертационного исследования Ляшенко А.Л. внедрены в научную и проектную деятельность Научно-внедренческого центра Международного исследовательского института.

Апробация результатов диссертационного исследования осуществлялась в форме выступления на III Международной научной конференции «Актуальные проблемы народнохозяйственного комплекса: инновации и инвестиции» (г. Москва, 26 января 2012 г.) с докладом на тему: «Расчет настроек распределенного высокоточного регулятора по показателю колебательности».

Научный руководитель  
Научно-внедренческого центра  
Международного исследовательского института  
доктор экономических наук,  
профессор



А. Ю. Коваленко

**ПРИЛОЖЕНИЕ 9**

**РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ**



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2014613652**

**Расчет тепловых полей в защитном термокожухе для  
видеокамеры охранного телевидения**

Правообладатель: *Ляшенко Александр Леонидович (RU)*

Авторы: *Ляшенко Александр Леонидович (RU),  
Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*



Заявка № **2014611071**

Дата поступления **11 февраля 2014 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **02 апреля 2014 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Б.П. Симонов*

## ПРИЛОЖЕНИЕ 10

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2013661735

Моделирование температурного поля в трубе с учетом  
воздушной внутренней средыПравообладатель: *Кучеренко Иван Арменович (RU)*Авторы: *Кучеренко Иван Арменович (RU), Першин Иван  
Митрофанович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU),  
Ляшенко Александр Леонидович (RU), Ильюшин Юрий  
Валерьевич (RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

Заявка № 2013660185

Дата поступления 29 октября 2013 г.

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 13 декабря 2013 г.Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



## ПРИЛОЖЕНИЕ 11

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2013661620

Моделирование температурного поля многослойного  
объекта управления с распределенными параметрамиПравообладатель: *Кучеренко Иван Арменович (RU)*Авторы: *Кучеренко Иван Арменович (RU), Ляшенко Александр  
Леонидович (RU), Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Першин  
Иван Митрофанович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич  
(RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

Заявка № 2013660186

Дата поступления 29 октября 2013 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 11 декабря 2013 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



## ПРИЛОЖЕНИЕ 12

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2013619131

Моделирование распространения тепловых полей в объекте  
управления с распределенными параметрами  
соприкасающегося с жидкостью

Правообладатель: *Комарских Александр Викторович (RU)*

Авторы: *Комарских Александр Викторович (RU), Першин Иван  
Митрофанович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU),  
Ляшенко Александр Леонидович (RU), Кучеренко Иван Арменович  
(RU), Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*

Заявка № 2013617225

Дата поступления 07 августа 2013 г.

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 26 сентября 2013 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



## ПРИЛОЖЕНИЕ 13

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2015615795

**Моделирование тепловых полей активной зоны реактора  
РБМК-1000**Правообладатель: *Ляшенко Александр Леонидович (RU)*Авторы: *Ляшенко Александр Леонидович (RU), Морева Светлана  
Леонидовна (RU), Ильющин Юрий Валерьевич (RU)*

Заявка № 2015610541

Дата поступления 28 января 2015 г.

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 25 мая 2015 г.Врио руководителя Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Л.Л. Кирий



## ПРИЛОЖЕНИЕ 14

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2014613656

Расчет настроек распределенного ПИД-регулятора

Правообладатель: *Ляшенко Александр Леонидович (RU)*Авторы: *Ляшенко Александр Леонидович (RU),  
Ильющин Юрий Валерьевич (RU)*

Заявка № 2014611057

Дата поступления 11 февраля 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 02 апреля 2014 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.И. Симонов

## ПРИЛОЖЕНИЕ 15

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2014613150

Анализ системы температурных полей, проходящих через  
границы разнородных сферических оболочек

Правообладатель: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*Авторы: *см. на обороте*

Заявка № 2014610636

Дата поступления 31 января 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 19 марта 2014 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов

Авторы: **Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Пономарчук Павел Антонович (RU), Плотников Артём Викторович (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Кучеренко Иван Арменович (RU), Клавдиев Александр Александрович (RU), Трушников Вячеслав Евстафьевич (RU), Ефименко Сергей Владимирович (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU), Афанасьева Ольга Владимировна (RU), Афанасьев Михаил Петрович (RU), Вальвач Андрей Александрович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Цаплева Валентина Викторовна (RU)**

## ПРИЛОЖЕНИЕ 16

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2014613035

Моделирование процесса температурного поля на основе  
параллельного алгоритма синтеза регулятора гибридного  
суперкомпьютера

Правообладатель: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*Авторы: *см. на обороте*

Заявка № 2014610625

Дата поступления 31 января 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 17 марта 2014 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов

Авторы: **Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Пономарчук Павел Антонович (RU), Плотников Артём Викторович (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Кучеренко Иван Арменович (RU), Клавдиев Александр Александрович (RU), Трушников Вячеслав Евстафьевич (RU), Ефименко Сергей Владимирович (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU), Афанасьева Ольга Владимировна (RU), Афанасьев Михаил Петрович (RU), Вальвач Андрей Александрович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Цаплева Валентина Викторовна (RU)**

## ПРИЛОЖЕНИЕ 17

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации базы данных

№ 2016620522

**База данных комплексных характеристик сложных систем  
управления**Правообладатель: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*

Авторы: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Первухин Дмитрий  
Анатольевич (RU), Афанасьева Ольга Владимировна (RU), Афанасьев  
Михаил Петрович (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU),  
Колесниченко Сергей Викторович (RU), Путин Александр Викторович  
(RU), Першин Иван Митрофанович (RU)*



Заявка № 2016620231

Дата поступления 09 марта 2016 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре баз данных 25 апреля 2016 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.П. Ивлиев* Г.П. Ивлиев

## ПРИЛОЖЕНИЕ 18

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016615152

**Программный комплекс расчета температурных,  
вибрационных, траекторных, стохастических и  
статистических характеристик сложных систем управления**

Правообладатель: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU)*Авторы: *см. на обороте*

Заявка № 2016611909

Дата поступления 09 марта 2016 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 17 мая 2016 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Г.П. Илев

Авторы: *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Афанасьева Ольга Владимировна (RU), Афанасьев Михаил Петрович (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Колесниченко Сергей Викторович (RU), Путин Александр Викторович (RU), Серегин Алексей Михайлович (RU), Киваев Илья Николаевич (RU), Осипенко Константин Викторович (RU), Сикстус Максим Александрович (RU), Пономарчук Павел Антонович (RU), Плотников Артём Викторович (RU), Трушников Вячеслав Евстафьевич (RU), Хотимченко Вячеслав Владимирович (RU), Резяпкин Максим Николаевич (RU), Ефименко Сергей Владимирович (RU), Александрова Диана Дмитриевна (RU), Калугин Сергей Петрович (RU), Асадулаги Мир-Амаль Миррашидович (RU), Батыгин Александр Александрович (RU), Солдатова Александра Сергеевна (RU), Чащина Екатерина Викторовна (RU), Скородумов Владислав Сергеевич (RU), Коржавина Наталья Александровна (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Кустриков Эдуард Владимирович (RU), Перишин Иван Митрофанович (RU)*

## ПРИЛОЖЕНИЕ 19

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 142770

**КАРБИДОКРЕМНИЕВЫЙ НАГРЕВАТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ  
С ИМПУЛЬСНЫМИ СЕКЦИОННЫМИ НАГРЕВАТЕЛЯМИ  
ДЛЯ ПЕЧИ ХЛЕБОПЕКАРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Патентообладатель(ли): *Илюшин Юрий Валерьевич (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2013149232

Приоритет полезной модели **05 ноября 2013 г.**

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации **03 июня 2014 г.**

Срок действия патента истекает **05 ноября 2023 г.**

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



Автор(ы): *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

## ПРИЛОЖЕНИЕ 20

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 142847

**КАРБИДОКРЕМНИЕВЫЙ НАГРЕВАТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ  
С ИМПУЛЬСНЫМИ СЕКЦИОННЫМИ НАГРЕВАТЕЛЯМИ  
ДЛЯ СТАЛЕЛИТЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОПЕЧИ**

Патентообладатель(ли): *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

Автор(ы): *см. на обороте*

Заявка № 2013149482

Приоритет полезной модели 06 ноября 2013 г.

Зарегистрировано в Государственном реестре полезных моделей Российской Федерации 04 июня 2014 г.

Срок действия патента истекает 06 ноября 2023 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

Б.П. Симонов



Автор(ы): *Ильюшин Юрий Валерьевич (RU), Комарских Александр Викторович (RU), Кравцова Алёна Леонидовна (RU), Ляшенко Александр Леонидович (RU), Первухин Дмитрий Анатольевич (RU), Першин Иван Митрофанович (RU), Чернышев Александр Борисович (RU)*

## ПРИЛОЖЕНИЕ 21

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной  
работе ВИНТЭ СПбГУИТД  
д.т.н., профессор В.С. Куров



АКТ

**внедрения результатов диссертационной работы А.Л. Ляшенко  
на тему «Методы контроля технологических процессов  
в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000»  
в учебный процесс кафедры «Автоматизация технологических  
процессов и производств» Высшей школы технологии и энергетики  
Санкт-Петербургского государственного университета промышленных  
технологий и дизайна.**

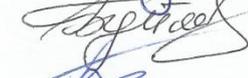
Результаты, полученные в диссертационной работе А.Л. Ляшенко, характеризуются научной новизной и практической ценностью, в связи с чем, используются в учебном процессе кафедры «Автоматизация технологических процессов и производств», для студентов специальности 15.03.04 – Автоматизация технологических процессов и производств.

Материал читается в курсах «Теория автоматического управления» и «Моделирование процессов и систем», а также используется в дипломном проектировании.

Зав. кафедры АТП и П  
к.т.н., профессор

к.т.н., доцент кафедры АТП и П

ст. преподаватель кафедры АТП и П

 В.Н. Суриков  
 Г.П. Буйлов  
 В.Б. Смирнов

## ПРИЛОЖЕНИЕ 22

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной  
работе ВШТиЭ СПбГУИТД  
д.т.н., профессор В.С. Куров



АКТ

**внедрения результатов диссертационной работы А.Л. Ляшенко  
на тему «Методы контроля технологических процессов  
в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000»  
в учебный процесс кафедры «Автоматизация технологических  
процессов и производств» Высшей школы технологии и энергетики  
Санкт-Петербургского государственного университета промышленных  
технологий и дизайна.**

Результаты, полученные в диссертационной работе А.Л. Ляшенко на соискание ученой степени доктора технических наук, характеризуются научной новизной и практической ценностью, в связи с чем, используются в учебном процессе кафедры «Информационно-измерительные технологии и системы управления», для студентов специальности 27.03.04 – Управление в технических системах.

Материал читается в курсах «Компьютерные технологии в области автоматизации», «Математическое моделирование автоматизированных систем управления» и «Информационные системы управления качеством в автоматизированных и автоматических производствах», а также используется в дипломном проектировании.

Зав. кафедры ИИТ и У  
к.т.н., профессор

В.И. Сидельников

к.т.н., доцент кафедры ИИТ и У

И.В. Ремизова

ст. преподаватель

И.В. Бондаренкова

## ПРИЛОЖЕНИЕ 23

### УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по научной работе  
и инновационной деятельности  
д.п.н., профессор А.А. Вартумян



«30» июня 2017 г.

### АКТ

**внедрения результатов диссертационной работы А.Л. Ляшенко  
на тему «Методы контроля технологических процессов  
в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000»  
в учебный процесс кафедры «Управление в технических системах»  
Института сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске.**

Результаты, полученные в диссертационной работе А.Л. Ляшенко, характеризуются научной новизной и практической ценностью, в связи с чем, используются в учебном процессе кафедры «Управление в технических системах», для магистров направления 27.04.04 – Управление в технических системах.

Материал читается в курсах «Системы с распределенными параметрами» и «Моделирование систем с распределенными параметрами», а также используется в курсовом и дипломном проектировании.

Зав. кафедры УТС  
д.т.н., профессор

 И.М. Першин

к.т.н., доцент кафедры УТС

 А. Ю. Воронин

к.т.н., доцент кафедры УТС

 С. В. Зайцев

## ПРИЛОЖЕНИЕ 24



Общество с ограниченной ответственностью  
«НАРЗАН - гидроресурсы»

## «НАРЗАН-ГИДРОРЕСУРСЫ»

Общество с ограниченной ответственностью

Российская Федерация  
Ставропольский край  
357743, г. Кисловодск, ул. Кирова, 43  
Телефон: (87937) 2-91-39  
Факс (87937) 2-23-10  
Email [Anatol.Malkov@yandex.ru](mailto:Anatol.Malkov@yandex.ru)

Исх. № \_\_\_\_\_ от « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2017 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Директор  
ООО «Нарзан-гидроресурсы»,  
доктор технических наук, профессор  
А.В. Малков  
(Гербовая печать) Дата « 05 » июля 2017 г.



### АКТ

**внедрения результатов диссертационного исследования А.Л. Ляшенко  
на соискание ученой степени доктора технических наук  
на тему «Методы контроля технологических процессов  
в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000»**

Комиссия в составе:

председатель начальник отдела мониторинга Помеляйко И.С, к.т.н, доцент.

члены комиссии: главный гидрогеолог Дубогрей В.Ф.

ведущий инженер Хмель В.В.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Ляшенко А.Л. обладают актуальностью, характеризуются научной новизной и практической ценностью, в связи с чем, внедрены в научную и проектную деятельность ООО «Нарзан-гидроресурсы» и использованы при разработке методов контроля параметров гидrolитосферных процессов и проектировании распределенных систем управления процессами Березовского и Центрального участков Кисловодского месторождения минеральных вод, выполняемых согласно плана работ ООО «Нарзан-гидроресурсы» НИР и ОКР по договору № 14-335 от 2014–2016

Представленные результаты исследования использовались при проектировании системы оперативного сбора информации и управления гидродинамическими режимами эксплуатации водозаборных сооружений с использованием методов синтеза распределенных систем управления.

Результаты диссертационного исследования А.Л. Ляшенко на соискание ученой степени доктора технических наук на тему «Методы контроля технологических процессов в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000» и использование разработанных методик при проектировании систем управления различными технологическими процессами были представлены и обсуждены на национальных научных форумах «Нарзан – 2011», «Нарзан – 2013» и «Нарзан – 2015», проводимых акционерным обществом «Нарзан».

Председатель комиссии:



Помеляйко И.С;

члены комиссии:



Дубогрей В.Ф.

Хмель В.В.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 25

УТВЕРЖДАЮ

Ректор  
ФГАОУ ВО ГУАП  
Ю.А. Антохина

« 15 »

мая

2017 г.



АКТ

**внедрения результатов диссертационной работы А.Л. Ляшенко  
на тему «Методы контроля технологических процессов  
в активной зоне атомных реакторов РМБК-1000»  
в учебный процесс кафедры «Управление в технических системах»  
ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения»**

Комиссия в составе:

председатель:

проректор по учебно-воспитательной работе Боев В. М., д.ю.н., профессор

члены комиссии:

директор института инновационных технологий в электромеханике и  
робототехнике Шишлаков В.Ф., д.т.н., профессор,

начальник учебного управления Матьяш В.А., к.т.н., доцент

составили настоящий акт о том, что результаты, полученные в диссертационной работе А.Л. Ляшенко, характеризуются научной новизной и практической ценностью, в связи с чем, используются в учебном процессе кафедры «Управление в технических системах», для студентов направления 16.03.01 — Техническая физика, направленность - Физические методы контроля качества и диагностики

Материал читается в курсах «Физические методы получения информации» и «Физические принципы конструирования приборов контроля и диагностики», а также используется в дипломном проектировании.

Председатель комиссии

Боев В. М.

члены комиссии:

Шишлаков В.Ф.

Матьяш В.А.